

Ein Beitrag zur Theorie der terrestrischen Refraction.

Es soll im Folgenden gezeigt werden, dass die Annahme einer algebraischen Gleichung dritten Grades für die Lichtcurve zwischen zwei Punkten der Erdoberfläche ohne eine bestimmte, von vornherein zu machende, Voraussetzung über die Temperaturabnahme mit der Höhe sehr einfache Refractionsformeln liefert, welche einer Reihe von Beobachtungen besser Genüge leisten, als die bisher vorhandenen complicirteren Theorien.

Wir nehmen folgende Bezeichnungen an: In zwei Punkten, P_1 und P_2 (von denen etwa P_1 der untere und P_2 der obere ist), werden die gegenseitigen Zenithdistanzen z_1 und z_2 beobachtet, sowie die Lufttemperaturen T_1 , T_2 und die Barometerstände B_1 , B_2 . Die Luftdichten seien ρ_1 und ρ_2 , x sei der Höhenunterschied beider Punkte und r der Erddhalbmesser mit Einschluss der mittleren Höhe der Punkte. Mit α_0 bezeichnen wir die Refractionsconstante, und zwar findet man aus den Angaben von Bessel in den Tabulae regionum montanae p. LIX — LXII mit Zuziehung der Bemerkungen im Berliner astr. Jahrbuch für 1826 S. 16

$$\alpha_0 = 1.003282 \times 57''538,$$

gültig für eine Lufttemperatur $48^{\circ}75$ Fahrenheit $= 9^{\circ}31$ Celsius und einen Barometerstand von 751.51 Millimeter, welcher sowohl in Bezug auf das Quecksilber als auf den Maassstab auf 0° C. reducirt ist. Man hat daher für irgend welche andere Lufttemperatur T (in $^{\circ}$ C) und einen Barometerstand B (in Millimetern auf 0° reducirt) den entsprechenden Werth α

$$\alpha = 1.003282 \times 57.538 \frac{B}{751.51} \frac{1 + 0.003665 \times 9.31}{1 + 0.003665 T}$$

in Sekunden, oder mit Reduction auf die Normalwerthe 760mm und 0°

$$\alpha = 0.00029269 \frac{B}{760} \frac{1}{1 + 0.003665 T}$$

in Bogenmaass. Den Werthen $B_1 T_1$ und $B_2 T_2$ entsprechen bezw. α_1 und α_2 .

Mit Annahme dieser Bezeichnungen wird die Differenzialgleichung der Lichtcurve (nach Laplace Mécanique céleste, Tome IV, pag. 246), mit einigen im vorliegenden Falle jedenfalls zulässigen Vereinfachungen:

$$-d\mathcal{Z}_1 = \frac{\alpha_2}{1 - 2\alpha_2} \sqrt{\frac{\frac{d\rho_2}{\rho_1} \sin z_1}{\cos^2 z_1 - 2\alpha_2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1}\right) + 2\frac{x}{r} \sin^2 z_1}} \quad (1)$$

wobei noch unter \mathcal{Z}_1 verstanden wird die Zenithdistanz der in P_2 an die Lichtcurve gelegten Tangente, gemessen in der Verticale von P_1 .

Zum Zweck der Integration der Gl. (1) bringen wir zuerst Alles auf die Veränderliche x .

Da $2\alpha_2$ gegen 1 sehr klein ist, hat man

$$\frac{\alpha_2}{1 - 2\alpha_2} = \frac{\alpha_0}{1 - 2\alpha_0} \frac{B_2}{760} \frac{1}{1 + \varepsilon T_2}, \quad (2)$$

wobei $\varepsilon = 0.003665$ ist.

Das Verhältniss der Luftdichten ist

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{B_2}{B_1} \frac{1 + \varepsilon T_1}{1 + \varepsilon T_2} = \frac{B_2}{B_1} (1 + \varepsilon (T_1 - T_2)). \quad (3)$$

Die Beziehung zwischen der Höhe x und den meteorologischen Grössen wird durch die Barometerformel geliefert:

$$x = K (\log B_1 - \log B_2) \left(1 + \varepsilon \frac{T_1 + T_2}{2}\right), \quad (4)$$

wobei K bedeuten soll die barometrische Constante mit Einschluss der Correctionsglieder zweiter Ordnung, nämlich

$$K = 18451 \left(1 + 0.377 \frac{c}{B}\right) (1 + 0.002573 \cos 2\varphi) \left(1 + 2 \frac{H}{r}\right) \quad (5)$$

wobei c der Dunstdruck, φ die geographische Breite, H die mittlere Meereshöhe und r der Erddhalbmesser ist. Von ganz besonderer Wichtigkeit ist noch die Abnahme der Lufttemperatur mit der Höhe. Jedenfalls wird eine Funktion bestehen:

$$T - t = nx + x^2 \dots \quad (6)$$

wobei in erster Näherung

$$n = \frac{T - t}{x}. \quad (6a)$$

Die Gl. (4) kann man mit Rücksicht auf (6) durch Reihenentwicklung auflösen und findet

$$\frac{B_1 - B_2}{B_1} = \frac{1 - \varepsilon T_1}{MK} x + \frac{1}{2MK} \left(n\varepsilon - \frac{1}{MK}\right) x^2 + \dots,$$

wobei M der logarithmische Modul ist. Uebrigens ist schon das zweite Glied für unseren Zweck nicht mehr nöthig. Man findet nämlich durch Substitution der verschiedenen Entwicklungen in (1):

$$d\mathcal{Z}_1 = \frac{\alpha_0}{1 - 2\alpha_0} \frac{B_1}{1 + \varepsilon T_1} \frac{\left(\frac{1 - \varepsilon T_1}{MK} - n\varepsilon\right) + x \dots}{\sqrt{\cos^2 z_1 + x \dots}} \sin z_1 dx.$$

Da nun jedenfalls in erster Näherung:

$$x = L \cotg z_1 \text{ und } dx = dL \cotg z_1,$$

wobei L die Entfernung beider Punkte P_1 und P_2 ist, so hat man

$$d\mathcal{Z}_1 = \frac{\alpha_0}{1 - 2\alpha_0} \frac{B_1}{1 + \varepsilon T_1} \left(\frac{1 - \varepsilon T_1}{MK} - n\varepsilon\right) \frac{1 + L \dots}{\sqrt{1 + L \dots}} dL.$$

Für die Integration weiss man, dass $\mathcal{Z}_1 = z_1$ wird mit $L = 0$, daher:

$$\mathcal{Z}_1 - z_1 = AL + L^2 \dots,$$

indem wir vorübergehend die 3 ersten Factoren der vorstehenden Formel mit A bezeichnen. $z_1 - z_1$ ist die gesammte Refraction der Lichtcurve zwischen P_1 und P_2 , es ist die Summe der Winkel $\triangle z_1$ und $\triangle z_2$, welche die Lichtcurve in den Punkten P_1 und P_2 mit der Sehne $P_1 P_2$ macht, es ist auch gleich dem Winkel, unter welchem die in P_1 und P_2 gezogenen Tangenten der Lichtcurve sich schneiden. Bezeichnen wir diesen Winkel mit \triangle und beziehen die Lichtcurve auf die Tangente in P_1 als Abscissenachse (L) mit rechtwinkligen Ordinaten y, so ist

$$\triangle = z_1 - z_1 = \frac{dy}{dL} = AL + L^2 \dots$$

Für $L=0$ verschwindet dieser erste Differenzialquotient, der zweite wird $= A$ und dieses ist zugleich der reciproke Werth des Krümmungshalbmessers der Lichtbahn im Punkte P_1 . Hierbei ist die Horizontalentfernung L beider Endpunkte, welche wir uns im Horizont der mittleren Höhe gemessen denken, gleich der Länge der Lichtcurve selbst angenommen.

Unter Refractionscoefficient K pflegt man zu verstehen das Verhältniss der Refraction \triangle zu dem Erdcentriwinkel C, welcher der Entfernung L entspricht, oder was dasselbe ist, das Verhältniss des Erdhalbmessers zum Halbmesser der Lichtcurve, so lange dieselbe als Kreisbogen angesehen werden kann. Specießer verstehen wir nun unter dem Refractionscoefficienten für irgend welchen Punkt der Lichtbahn das Verhältniss des Erdhalbmessers r zum Krümmungshalbmesser ρ der Lichtbahn in dem betrachteten Punkt, also allgemein

$$K = \frac{r}{\rho} = Ar$$

oder mit Wiedereinführung des Werthes von A

$$K_1 = \frac{\alpha_0}{1 - 2\alpha_0} \frac{B_1}{760} \frac{1}{1 + \varepsilon T_1} \left(\frac{1 - \varepsilon T_1}{MK} - n\varepsilon \right) r. \quad (7)$$

Nun denken wir uns die Gleichung der Lichtcurve nach Potenzen von L entwickelt, nämlich

$$y = PL^2 + QL^3 + \dots$$

Ohne weitere Vernachlässigung kann man den 2. Differenzialquotienten allgemein als reciproken Werth des Krümmungshalbmessers ρ nehmen, und indem man $\rho = \rho_1$ für $L=0$ und $\rho = \rho_2$ für den Endwerth von L annimmt, kann man P und Q in ρ_1 und ρ_2 ausdrücken, nämlich $P = \frac{1}{2\rho_1}$, $Q = \frac{\rho_1 - \rho_2}{6L\rho_1\rho_2}$, und man kann

nun y als Ordinate einer Parabel oder eines flachen, dieselbe osculirenden, Kreisbogens berechnen, nämlich

$$y = \frac{L^2}{2\rho'}, \text{ wenn } \rho' = \frac{3\rho_1\rho_2}{2\rho_2 + \rho_1},$$

und geht man zu den Refractionscoefficienten über, indem man ρ_1 , ρ_2 , ρ' und K_1 , K_2 , K' einander entsprechend annimmt, so erhält man

$$K' = \frac{2K_1 + K_2}{3},$$

$$\text{ferner } \triangle z_1 = \frac{y}{L} = \frac{L}{2\rho'} = \frac{1}{2} K' C.$$

Zusammenfassung der Resultate.

Wenn auf 2 Punkten, P_1 und P_2 , die gegenseitigen Zenithdistanzen z_1 und z_2 , sowie die Lufttemperaturen T_1 und T_2 (in C°) und die Barometerstände B_1 und B_2 (in Millimetern auf 0° reducirt) beobachtet sind, so berechnet man nach (7), indem man die constanten Theile zusammennimmt:

$$K_1 = c \frac{B_1}{1 + \varepsilon T_1} \left(\frac{1 - \varepsilon T_1}{MK} - n_1 \varepsilon \right) r,$$

$$K_2 = c \frac{B_2}{1 + \varepsilon T_2} \left(\frac{1 - \varepsilon T_2}{MK} - n_2 \varepsilon \right) r,$$

wobei $\log c = 3.58585 - 10$, K die barometrische Constante mit Einschluss der Correctionsglieder zweiter Ordnung nach Gl. (5), $M = 0.43429$ der logarithmische Modul und r der Erdkrümmungshalbmesser für die mittlere Höhe der Beobachtungspunkte ist. n_1 und n_2 sind nach (6) die Temperaturänderungen pro Höheneinheit in der Nähe der Punkte P_1 und P_2 ; kennt man dieselben nicht, so ist man genöthigt, $n_1 = n_2 = n$ nach (6a) zu nehmen.

Nachdem K_1 und K_2 bestimmt sind, berechnet man

$$K' = \frac{2K_1 + K_2}{3} \quad K'' = \frac{2K_2 + K_1}{3}$$

$$\triangle z_1 = \frac{1}{2} K' C \quad \triangle z_2 = \frac{1}{2} K'' C.$$

Den Höhenunterschied selbst kann man nun 2fach berechnen, nämlich

$$H_2 - H_1 = L_2 \cotg(z_1 + \triangle z_1) + \frac{L^2}{2r},$$

$$H_1 - H_2 = L_1 \cotg(z_2 + \triangle z_2) + \frac{L^2}{2r},$$

oder mit Einführung von K' und K''

$$H_2 - H_1 = L_2 \cotg z_1 + \frac{1 - K'}{2r} L^2,$$

$$H_1 - H_2 = L_1 \cotg z_2 + \frac{1 - K''}{2r} L^2.$$

Weitere Glieder kann man entbehren, wenn unter L_1 und L_2 die Horizontalentfernung L reducirt auf den Horizont von der Höhe H_1 und H_2 verstanden wird.

Vergleichung mit Beobachtungen.

In dem Werke „Ueber die Strahlenbrechung in der Atmosphäre von J. J. Baeyer“. Petersburg 1860 (Mémoires de l'académie impériale des sciences de St.

Petersbourg. VII. Série, tome III, Nr. 5) sind auf S. 45 u. ff. die correspondirenden trigonometrischen und meteorologischen Beobachtungen auf den Stationen Kupferkühle und Brocken mitgetheilt.

Kupferkühle P₁ Brocken P₂

Geographische Breite 51°55'55"86 51°48'1"17

Höhe über dem Meer 171.977 Meter 1142.899 Meter

Azimuth der Verbindungslinie 71°58'

Erdkrümmungshalbmesser $\log r_0 = 6.8054354.0$ in Metern im Meereshorizont,

Erdkrümmungshalbmesser $\log r = 6.8054800.9$ in Metern im Horizont der Mittelhöhe,

Entfernung $\log L_0 = 4.6798165.5$ in Metern im Meereshorizont,

Entfernung $\log L = 4.67986124$ in Metern im Horizont der Mittelhöhe,

Erdcentriwinkel $C = 25'44''5653$,

Zenithdistanzen ohne Refraction 89°3'7"368, 91°22'37"198.

Die Vergleichung dieser für geradlinige Lichtfortpflanzung berechneten Zenithdistanzen mit den beobachteten Zenithdistanzen giebt die Werthe Δz_1 und Δz_2 .

Im Folgenden stellen wir die Beobachtungen selbst und die daraus mit Hülfe der vorstehenden Daten abgeleiteten Grössen Δz_1 und Δz_2 zusammen (wir haben jedoch die meisten Maasse verwandelt, nämlich Pariser Linien in Millimeter, R° in C°, wie auch schon die vorstehenden Fundamentalzahlen, statt wie im Original in Toisen, in Metern ausgedrückt sind, zugleich wurde dabei die Uebereinstimmung der Angaben unter sich durch Nachrechnung controlirt). Der Beobachtungstag ist der 1. September 1849.

Station Kupferkühle P₁.

Zeit	Zenithdistanz z_1	Δz_1	Barometer B_1	Lufttemperatur T_1	Psychrometer t_1	Dunstdruck c
6h35m	89°0' 2"94	3' 4"43	747mm16	10°50	9°00	7mm7
7 34	0 12.64	2 54.73	747 . 13	15.00	12.00	8 . 6
8 34	0 39.29	2 28.08	747 . 27	17.88	14.25	9 . 8
9 34	0 59.97	2 7.40	747 . 45	18.38	14.38	9 . 8
10 34	1 10.11	1 57.26	747 . 27	19.88	14.38	8 . 9
11 34	1 14.32	1 53.05	747 . 09	21.50	14.63	8 . 2
12 34	1 20.31	1 47.06	747 . 09	22.63	15.00	8 . 1
1 34	1 20.89	1 46.48	747 . 13	23.38	15.13	7 . 7
2 34	1 21.44	1 45.93	747 . 13	23.38	15.00	7 . 6
3 34	1 16.77	1 50.60	746 . 93	23.25	14.88	7 . 6
4 34	1 13.90	1 53.47	746 . 77	22.88	14.25	6 . 8
5 34	1 9.05	1 58.32	746 . 84	22.25	13.00	5 . 6
Mittel	89 1 0.14	2 7.23	747 . 11	20.08	13.82	8 . 0

Station Brocken P₂.

Zeit	Zenithdistanz z_2	Δz_2	Barometer B_2	Lufttemperatur T_2	Psychrometer t_2	Dunstdruck c
6 35	91 20 19.42	2 17.78	665 . 72	11.00	7.75	6 . 1
7 34	20 23.71	2 13.49	665 . 92	12.88	9.75	7 . 2
8 34	20 41.14	1 56.06	666 . 30	14.25	11.13	8 . 2
9 34	20 40.15	1 57.05	666 . 39	13.38	10.25	7 . 5
10 34	20 49.64	1 47.74	666 . 30	14.38	11.13	8 . 1
11 34	20 58.23	1 38.97	666 . 35	14.75	11.38	8 . 3
12 34	21 2.08	1 35.12	666 . 28	14.50	10.88	7 . 7
1 34	21 3.22	1 33.98	666 . 39	14.75	10.75	7 . 4
2 34	21 3.08	1 34.12	666 . 44	14.75	10.75	7 . 4
3 34	20 59.47	1 37.73	666 . 30	14.75	10.75	7 . 4
4 34	20 56.32	1 40.88	666 . 19	14.13	10.63	7 . 6
5 34	29 51.63	1 45.57	666 . 08	12.88	10.50	8 . 2
Mittel	91 20 48.99	1 48.21	666 . 22	13.87	10.47	7 . 6

Die Abnahme der Temperatur mit der Höhe wurde nun vorerst gleichförmig angenommen, so dass $n_1 = n_2 = \frac{T_1 - T_2}{x}$, und damit wurden die Werthe Δz_1 und Δz_2 berechnet, deren Vergleichung mit den beobachteten folgende Tafel giebt:

Kupferkuhle Δz_1 .			Brocken Δz_2 .		
beob.	berechn.	Diff.	beob.	berechn.	Diff.
184''4	160''1	—24''3	137''8	153''8	+16''0
174.7	142.9	—31.8	133.5	138.2	+ 4.7
148.1	132.9	—15.2	116.1	129.2	+13.1
127.4	126.1	— 1.3	117.0	123.1	+ 6.1
117.3	122.2	+ 4.9	107.7	119.4	+11.7
113.0	115.0	+ 2.0	99.0	112.9	+13.9
107.1	107.8	+ 0.7	95.1	106.2	+11.1
106.1	104.8	— 1.3	94.0	103.5	+ 9.5
105.9	104.8	— 1.1	94.1	103.5	+ 9.4
110.6	105.5	— 5.1	97.7	104.2	+ 6.5
113.5	104.8	— 8.7	100.9	103.6	+ 2.7
118.3	103.2	—15.1	105.6	102.0	— 3.6
Mittel:					
127.2	119.2	— 8.0	108.2	116.6	+ 8.4

Die 4. dieser Beobachtungen wurde von Bauernfeind zur Bestätigung der von ihm aufgestellten Refractionstheorie benutzt (die atmosphärische Strahlenbrechung mit Grund einer neuen Aufstellung über die physikalische Constitution der Atmosphäre, Astr. Nachr. 67. Band [1866], S. 83), es wird berechnet $\Delta z_1 = 132''4$, $\Delta z_2 = 128''3$, mit den Abweichungen $+5''0$ und $+11''3$ von der Beobachtung, während unsere Abweichungen nur $-1''3$ und $+6''1$ betragen.

Baeyer selbst hat in dem citirten Werke nicht die Werthe Δz , sondern die ihnen entsprechenden K verglichen. Folgende Tafel giebt diese Vergleichung, sowie die entsprechende nach unseren Formeln mit $K = \frac{K_1 + K_2}{2} = \frac{K' + K''}{2}$ erhaltene Vergleichung.

Zeit	Temperaturänderung			beobachtet	Differenz	Mittlere Lufttemperatur		
	berechn. unten	berechn. oben	Mittel			berechnet	beob.	Differenz
6 ^h 35 ^m	—0.00415	0.00172	—0.00121	—0.00051	—0.00070	11°7	10°7	+1°0
7 34	—0.00333	0.00224	—0.00055	0.00218	—0.00273	13.4	13.9	—9.5
8 34	0.00139	0.00584	0.00362	0.00374	—0.00012	13.5	16.1	—2.6
9 34	0.00551	0.00581	0.00566	0.00516	+0.00050	13.9	16.1	—2.2
10 34	0.00726	0.00770	0.00748	0.00566	+0.00182	14.2	17.1	—2.9
11 34	0.00783	0.00963	0.00873	0.00695	+0.00178	15.3	18.1	—2.8
12 34	0.00884	0.01053	0.00968	0.00837	+0.00131	14.8	18.6	—3.8
1 34	0.00890	0.01075	0.00983	0.00889	+0.00094	15.2	19.1	—3.9
2 34	0.00892	0.01072	0.00982	0.00889	+0.00093	15.4	19.1	—3.7
3 34	0.00800	0.01089	0.00945	0.00875	+0.00070	15.5	19.0	—3.5
4 34	0.00748	0.00933	0.00840	0.00901	—0.00061	15.7	18.5	—2.8
5 34	0.00663	0.00851	0.00757	0.00955	—0.00198	15.2	17.6	—2.4
Mittel	0.00527	0.00781	0.00654	0.00639	+0.00015	14.5	17.0	—2.5

Wie man sieht, zeigen sowohl die Differenzen der berechneten und beobachteten Temperaturmittel, als auch die Differenzen der berechneten und beobachteten

Vergleichung der Werthe K.

Differenz nach Baeyer	Berechnung	Beobachtung	Berechnung nach Jordan	Differenz
—0.0010	0.2076	0.2086	0.2030	—0.0056
—0.0139	0.1856	0.1995	0.1820	—0.0175
+0.0022	0.1732	0.1710	0.1697	—0.0013
+0.0064	0.1647	0.1583	0.1613	+0.0030
+0.0144	0.1601	0.1457	0.1564	+0.0107
+0.0140	0.1513	0.1373	0.1476	+0.0103
+0.0115	0.1424	0.1309	0.1386	+0.0077
+0.0091	0.1389	0.1298	0.1348	+0.0050
+0.0091	0.1389	0.1298	0.1348	+0.0050
+0.0048	0.1397	0.1349	0.1357	+0.0008
—0.0002	0.1386	0.1388	0.1350	—0.0038
—0.0093	0.1357	0.1450	0.1329	—0.0121
Mittel:				
+0.0039	0.1564	0.1525	0.1527	+0.0002

Wenn man nun die Frage aufwirft, woher die theilweise bedeutenden Differenzen zwischen Rechnung und Beobachtung rühren, so findet man durch Differenzieren der Refractionsformel (7), dass nur eine falsche Annahme der Temperaturänderung n die Schuld haben kann. Man kann nun umgekehrt aus den beobachteten Δz die Temperaturabnahme n berechnen, und zwar n_1 und n_2 für beide Punkte. Ferner kann man die Mitteltemperatur $\frac{T_1 + T_2}{2}$ aus dem bekannten Höhenunterschied und aus den Barometerbeobachtungen rückwärts berechnen. Die Resultate dieser Berechnungen und ihre Vergleichung mit den Beobachtungen zeigt folgende Tafel:

Temperaturänderungen einen sehr regelmässigen Verlauf und es muss die nächste Aufgabe der Praxis sein, die tägliche mittlere Periode der letzteren Erscheinung

zu bestimmen, nachdem die tägliche Periode der aus Barometerbeobachtungen rückwärts berechneten Lufttemperatur durch Bauernfeind und Rühlmann schon ziemlich sicher bestimmt ist. Ein täglich periodisches Verhalten der Refraction ist schon im Jahr 1840 durch Baeyer bei seinem Nivellement zwischen Swinemünde und Berlin erkannt worden, es wurde dabei bekanntlich gefunden, dass die Refraction dem halben Tagbogen proportional sei (also im wahren Mittag = 0).

Dieses Gesetz hat übrigens nur für wenige Vormittags- und Nachmittagsstunden Geltung, entsprechend den auf diese Stunden concentrirten 119 Beobachtungen, aus denen es gewonnen worden ist.

Trigonometrische und barometrische Beobachtungen vereint angestellt auf Punkten, deren Höhen nivellirt sind, müssen zur Kenntniss der Vertheilung der Wärme in der Atmosphäre führen.

Carlsruhe, den 11. Mai 1876.

W. Jordan.

Schreiben des Herrn Professors Dr. R. Wolf, Directors der Sternwarte in Zürich, an den Herausgeber.

Die soeben in der „Vierteljahrsschrift der Naturforscher-Gesellschaft in Zürich“ erschienene Nr. 39 meiner „Astronomischen Mittheilungen“ enthält in erster Linie den Bericht über den Fleckenstand der Sonne im Jahre 1875. Es ergeben sich aus meinen, aus den Beobachtungsregistern der Herren Billwiller, Weber, Tacchini, Secchi und Schmidt ergänzten Beobachtungen die folgenden Relativzahlen:

1875	Relativzahlen
Januar	14.6
Februar	22.2
März	33.8
April	29.1
Mai	11.5
Juni	23.9
Juli	12.5
August	14.6
September	2.4
October	12.7
November	17.7
December	9.9
Jahr	17.1

Stellt man die für 1875 erhaltene mittlere Relativzahl mit denjenigen der Vorjahre zusammen, so ergibt sich die Reihe

1866 1867 1868 1869 1870 1871 1872 1873 1874 1875
16.3 7.3 37.3 73.9 139.1 111.2 101.7 66.3 44.6 17.1

aus welcher auf den ersten Blick hervorgeht, dass entweder schon gegen Ende 1875 ein Minimum eingetreten ist oder dann wenigstens im laufenden Jahre ziemlich sicher eintreten wird, somit die von mir längst erwartete kurze Periode bereits sicher genug vorliegt, um umfassende Vorbereitungen zum möglichst genauen Studium einer so merkwürdigen Anomalie zu treffen. In der That habe ich auch bereits begonnen, mein reiches Material über die frühern Fleckenstände der Sonne zur Er-

stattung einer möglichst langen Reihe einheitlicher Zahlen zu benutzen.

Der Relativzahl 17.1 entspricht nach meinen früher aufgestellten Formeln für Prag die Declinationsvariation 6'66,

und nach Mittheilung von Herrn Professor Hornstein ergab sie sich daselbst aus den Beobachtungen zu

6'73,

so dass die schönste Uebereinstimmung meiner Theorie und der Beobachtung besteht.

Auf die für 1819 — 1836 mitgetheilten monatlichen Relativzahlen behalte ich mir vor, bei einer spätern Gelegenheit zurückzukommen, und begnüge mich einstweilen, für dieselben auf meine „Mittheilungen“ zu verweisen. Dagegen habe ich noch anzuführen, dass ich 1872, zur Zeit, als die Längenbestimmung Pfänder-Zürich-Gäbris, deren Berechnung nun so ziemlich abgeschlossen ist, im Gange war, den Versuch machte, an einem electrischen Pendel von Hipp meine Personalcorrection zu bestimmen. Der Versuch fiel günstig aus, und ich erhielt so für mich die Personalcorrection

$$W = -0^{\circ}211 \pm 0.011,$$

während ich früher unter Anbringung meiner vielfach mit Prof. Hirsch nach verschiedenen Methoden bestimmten Gleichung an dessen am Neuenburger Apparate ermittelte Personalcorrection

$$W = -0^{\circ}202 \pm 0.017$$

gefunden hatte. Ich veranlasste hierauf auch Prof. Oppolzer, als er behufs der Gleichungsbestimmung sein auf dem Pfänder benutztes Instrument bei mir aufstellte, denselben zu wiederholen, wobei sich

$$O = -0^{\circ}051 \pm 0.007$$

fand, während sich später aus seinen in Neuenburg vorgenommenen Vergleichen mit Prof. Hirsch

$$O = -0^{\circ}050 \pm 0.025,$$

also wieder eine unerwartet gute Uebereinstimmung