

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Band 172.

Nr. 4128.

24.

Auszug aus einem Schreiben an den Herausgeber
betr. die retrograde periodische Bewegung eines Körpers in der Mondtheorie.

Von Prof. Dr. A. W. Krassnow.

1. Die Behandlung der Fälle der retrograden Bewegung hat für die Astronomie keine direkte Wichtigkeit; nichtsdestoweniger hat dieselbe von der analytischen Seite her eine bedingungslose, also von der astronomischen Seite her eine indirekte Wichtigkeit; nur dann könnte man die Aufgabe der Bewegung ganz allgemein angreifen, wenn man sich die Möglichkeit verschafft, Formeln aufzustellen, welche alle möglichen Fälle umfassen; alle Reihenentwickelungen (z. B. für die Grenzkurven der Bewegung, d. h. für die singulären Auf-

lösungen, welche die Veränderlichen trennen) werden nur dann praktisch, bequem und tadellos, wenn sie einen ununterbrochenen Übergang von dem einen Falle zu dem anderen gestatten. Von diesem Gesichtspunkte aus wollte ich dem Leser die Formeln der retrograden Bewegung eines Körpers in der Mondtheorie darlegen, wie dies für die direkte Bewegung schon in Nr. 4076 der Astr. Nachr. geschehen ist.

2. Indem man so, wie es im Paragraphen 2 der Nr. 4076 angedeutet ist, verfährt, erhält man die endgiltigen Werte:

ω	$P \cdot \sigma$	R	$2\mu\sqrt{R}$	$6\mu^2 x_0^2 \cdot \cos^2 \omega$
0°	1.1100478	0.9966298	-0.1202369	0.0175395
15	1.1092512	0.9962141	-0.1202118	0.0163744
30	1.1070723	0.9950766	-0.1201431	0.0131842
45	1.1040901	0.9935164	-0.1200489	0.0088094
60	1.1011015	0.9919493	-0.1199542	0.0044147
75	1.0989096	0.9907977	-0.1198846	0.0011849
90	1.0981063	0.9903750	-0.1198590	0.0000000

ω	$R \left[\frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{x_0} \right) \right]^2$	$\frac{1}{2x_0} \cdot \frac{dR}{d\omega} \cdot \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{x_0} \right)$	σ	Die rechte Seite der Gleichung (9)
0°	0.0000000	0.0000000	1.0000000	+0.1026974
15	0.0000062	0.0000043	0.9999949	+0.1038393
30	0.0000187	0.0000130	0.9999848	+0.1069646
45	0.0000251	0.0000175	0.9999795	+0.1112471
60	0.0000188	0.0000132	0.9999845	+0.1155450
75	0.0000063	0.0000044	0.9999949	+0.1187016
90	0.0000000	0.0000000	1.0000000	+0.1198590

und somit funktional:

$$P \cdot \sigma = 1.1040836 \\ + 0.0059707 \cdot \cos 2\omega \\ - 0.0000066 \cdot \cos 4\omega$$

$$R = 0.9935094 \\ + 0.0031273 \cdot \cos 2\omega \\ - 0.0000070 \cdot \cos 4\omega$$

$$2\mu\sqrt{R} = -0.1200484 \\ - 0.0001889 \cdot \cos 2\omega \\ + 0.0000005 \cdot \cos 4\omega$$

$$6\mu^2 x_0^2 \cdot \cos^2 \omega = 0.0087896 \\ + 0.0087697 \cdot \cos 2\omega \\ - 0.0000198 \cdot \cos 4\omega$$

$$R \left[\frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{x_0} \right) \right]^2 = 2 \sin^2 2\omega \cdot [0.0000125] \quad \frac{1}{2x_0} \cdot \frac{dR}{d\omega} \cdot \frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{x_0} \right) = 2 \sin^2 2\omega \cdot [0.0000087]$$

$$1 - \sigma = 2 \sin^2 2\omega [0.0000102]$$

$$\begin{aligned} \text{Die rechte Seite der Gleichung (9)} &= +0.1112626 \\ &- 0.0085807 \cdot \cos 2\omega \\ &+ 0.0000156 \cdot \cos 4\omega \end{aligned}$$

Die Gleichung (9) ist also endgültig:

$$\left| \begin{array}{l} 1.1040836 \\ + 0.0059707 \cdot \cos 2\omega \\ - 0.0000066 \cdot \cos 4\omega \end{array} \right| \cdot \frac{d^2}{d\omega^2} \left(\frac{1}{x_0} - 1 \right) + \left(\frac{1}{x_0} - 1 \right) = \left| \begin{array}{l} + 0.1112626 \\ - 0.0085807 \cdot \cos 2\omega \\ + 0.0000156 \cdot \cos 4\omega \end{array} \right|$$

Das periodische Integral dieser Gleichung ist:

$$\frac{1}{x_0} = \begin{array}{l} 1.1112926 \\ + 0.0025117 \cdot \cos 2\omega \\ - 0.0000027 \cdot \cos 4\omega \end{array}$$

Daher ist die Bahn der retrograden periodischen Bewegung:

$$\frac{1}{r_0} = \begin{array}{l} 1.2841254 \\ + 0.0029023 \cdot \cos 2\omega \\ - 0.0000031 \cdot \cos 4\omega \end{array}$$

Man hat weiter mit Benutzung dieses Integrals:

ω	$\frac{dS_0}{d\omega}$	S_1	$\frac{dt}{d\omega}$
0°	-0.9497694	-0.0000000	-0.6500533
15	-0.9495384	-0.0024976	-0.6505803
30	-0.9488981	-0.0043303	-0.6520251
45	-0.9480113	-0.0050071	-0.6540109
60	-0.9471094	-0.0043422	-0.6560106
75	-0.9464395	-0.0025095	-0.6574837
90	-0.9461921	-0.0000000	-0.6580248

oder funktional:

$$\frac{dS_0}{d\omega} = \begin{array}{l} -0.9479962 \\ - 0.0017889 \cdot \cos 2\omega \\ + 0.0000152 \cdot \cos 4\omega \end{array}$$

$$S_1 = \begin{array}{l} -0.0050071 \cdot \sin 2\omega \\ + 0.0000069 \cdot \sin 4\omega \end{array}$$

$$\frac{dt}{d\omega} = \begin{array}{l} -0.6540250 \\ + 0.0039856 \cdot \cos 2\omega \\ - 0.0000141 \cdot \cos 4\omega \end{array}$$

$$\text{Also: } \omega + \tau = \begin{array}{l} + 0.0030470 \cdot \sin 2\omega \\ - 0.0000054 \cdot \sin 4\omega \end{array}$$

Warschau, k. Universitätssternwarte, 1906 Juni 5.

wo gesetzt ist:

$$\tau = \frac{t - t_0}{0.6540250} = 1.5289933 \cdot (t - t_0)$$

und t_0 der Moment einer beliebigen Konjunktion ist, wovon man die Elongationen ω in der Richtung der Sonnenbewegung zu zählen hat.

Die mittlere synodische Bewegung ist

$$-1.5289933$$

und die siderische Sonnenbewegung ist

$$+0.0748013;$$

daher ist die mittlere siderische Bewegung in der periodischen Bahn

$$-1.4541920.$$

Nimmt man jetzt in der Hillschen Formel der Seite 18 Z. 3 v. o. oder 146 Z. 12 v. u. des Amer. Journal of Math., vol. 1:

$$n = -1.4541920; \quad n' = +0.0748013$$

und bedenkt man, daß die Hillsche Größe μ von uns gleich 1 angenommen wurde, so erhält man den Hillschen Wert

$$\frac{1}{2C} = 0.8654084; \text{ in unserer Bezeichnung ist aber } 2C = \frac{1}{a},$$

also haben wir $a = 0.8654084$, was sich von dem von uns angenommenen Wert $a = 0.8654082$ kaum unterscheidet; wir haben also darin eine partielle Rechnungskontrolle.

Wir können also sagen:

Die Duplizität der Lösung der Aufgabe (direkte und retrograde Bewegung) offenbart sich in der Hillschen Theorie dadurch, daß die oben erwähnte Gleichung von Hill, — bei den im voraus gegebenen Werten n' und $2C$, — in bezug auf n zwei Wurzeln hat, von denen die eine positiv, die andere negativ ist.

Prof. Dr. A. W. Krassnow.

On the hypothetical disturbing body in the system of 61 Cygni.

By E. E. Barnard.

In a paper published in the Sitzungsberichte der Kgl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin for 1893 Oct. 26, p. 879-887, Dr. J. Wilsing of the Potsdam Observatory, from his photographic measures, finds an apparent periodic oscillation in the distance between the components of 61 Cygni to the extent of 0".3 in a period of 22 months. Dr. Wilsing's observations extend over some three years. After he had reduced his measures to the epoch 1890.0 with a relative motion of 0".10 annually in distance, he found a decided periodical discordance as stated above. As the differences from the mean were greater than the probable errors of the observations he concluded that the oscillation was probably

due to one of the components of 61 Cygni revolving about a dark body in a period of 22 months.

If this oscillation is a real one, as Dr. Wilsing inferred, it must have a very important bearing upon the various determinations of the distance of 61 Cygni for, unless taken into account, it would cause large discordances in any determinations of the parallax. In this way the large differences in the parallax obtained for this star by different astronomers might readily be explained.

It appeared to me, therefore, that a verification of Wilsing's theory would be of the highest importance in all investigations of the parallax of this remarkable star.