

7. *Über die selektiven Eigenschaften von Resonatorengittern;* *von Clemens Schaefer.*

Wie Garbasso¹⁾ gezeigt hat, haben Systeme von linearen Resonatoren selektive Eigenschaften gegenüber elektrischen Wellen, deren Länge von derselben Größenordnung wie ihre eigene Lineardimension ist. Diese Resonatorengitter reflektieren in beträchtlichem Maße nur diejenige Wellenlänge, die der Eigenperiode der Resonatoren entspricht. Wenn man also die Anordnung so trifft, daß zwischen Sender und Empfänger ein solches Resonatorengitter in den Strahlengang eingeschaltet wird, so zeigt der Empfänger, z. B. ein Klemenčičsches Thermoelement, eine durch diese Gitter hervorgebrachte Absorption an, die um so beträchtlicher ist, je näher die Periode der auffallenden Strahlung der Eigenperiode des Systems kommt.

Vor einiger Zeit haben ferner Aschkinass und ich²⁾ gezeigt, daß diese Gitter, wenn sie in Medien von verschiedener Dielektrizitätskonstante eingetaucht sind, eine analoge Regel befolgen, wie sie aus der Optik der sichtbaren Strahlen als „Kundtsche Regel“ bekannt ist. Endlich gelang Garbasso und Aschkinass³⁾ der Nachweis, daß man durch dreidimensional aufgebaute Resonatorengitter sogar Dispersion der Strahlen elektrischer Kraft erzielen kann.

Nach alledem verhalten sich diese Systeme linearer Resonatoren gegenüber elektrischen Wellen analog wie dispergierende Körper mit einem Absorptionsstreifen gegenüber der Licht- und Wärmestrahlung.

Vor kurzem hat nun Planck⁴⁾ eine Theorie der Dispersion und Absorption auf elektromagnetischer Grundlage entwickelt, in der unter anderem die Abhängigkeit der Absorption von

1) A. Garbasso, Atti Acc. di Torino 28. 1893; Journal de physique (3) 2. p. 259. 1893.

2) E. Aschkinass u. Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. 5. p. 489. 1901.

3) A. Garbasso u. E. Aschkinass, Wied. Ann. 53. p. 534. 1894.

4) M. Planck, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. zu Berlin I. p. 470. 1902; L. c. p. 480. 1903.

der Anzahl der absorbierenden Resonatoren in der Volumeneinheit untersucht wird. Diese Untersuchung hat zu einer ganz bestimmten Lösung dieser Frage geführt, die sich leider aus Mangel an experimentellem Material nur in recht unvollkommener Weise hat prüfen lassen. Dies legte mir den Gedanken nahe, zu untersuchen, wie die selektiven Eigenschaften von solchen Resonatoren Gittern sich ändern, wenn sowohl die *Anordnung* als auch die *Dichte* der Resonatoren variiert wird; im besonderen legte ich mir die Frage vor, ob sich Anordnungen realisieren lassen, die analoge Erscheinungen darbieten, wie sie von der Planckschen Theorie verlangt werden.

In der Tat haben sich solche Ähnlichkeiten in dem Verhalten der Gitter gezeigt; allein auch — was in Anbetracht der vielen einschränkenden Voraussetzungen der Planckschen Theorie nicht unerwartet kommen konnte — abweichende Ergebnisse.

Die Darlegung der beobachteten Erscheinungen ist das Ziel dieser Arbeit. Zum Zwecke dieser Untersuchung bedurfte ich einer Vorrichtung, um die Wellenlänge in einem bestimmten Intervalle ändern zu können. Man kann das sehr einfach in der Weise machen, daß man durch übergeschobene oder eingesteckte Stifte die Länge des Erregers und des Empfängers verändert. Ich konstruierte deshalb einen Erreger dieser Art ähnlich wie Hr. Lindman¹⁾ es getan hat; es erübrigt deshalb eine genaue Beschreibung desselben. Der Empfänger bestand aus einem Thermoelement Klemenčičscher Konstruktion; der Resonator desselben konnte in derselben Weise durch Einstecken von Metallstäbchen verlängert werden wie der Erreger. Ich stellte mir so Wellen von ungefähr 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 cm Länge her; die Längen des Erregers und Empfängers sind dann ungefähr gleich der halben Wellenlänge. Die Perioden sind, streng genommen, langsamer als es der Wellenlänge in Luft zukäme, da beide Apparate in Hartgummi eingebettet sind; dasselbe gilt von den später zu besprechenden Resonatoren.

Erreger und Empfänger waren beide im Brennpunkte von Hohlspiegeln angebracht, in der Weise, daß der Vektor der

1) K. F. Lindman, *Ann. d. Phys.* 4. p. 617. 1901.

elektrischen Kraft horizontal lag; die Versuchsanordnung selbst war folgende.

In einer Entfernung von 50 cm vor dem Erreger stand ein großer Metallschirm mit einer rechteckigen Öffnung von $35 \times 45 \text{ cm}^2$; dahinter, in einem Abstände von 20 cm ein zweites Metalldiaphragma von $24 \times 32 \text{ cm}^2$ Öffnung; unmittelbar hinter diesem stand ein Hertzsches Gitter mit vertikalen Drähten. Dann folgte in einem Abstände von 35 cm ein Holzschirm mit einem Ausschnitt von der Größe des zweiten Diaphragmas; der Ausschnitt konnte durch die benutzten Resonatoren gitter ausgefüllt werden. Führungsleisten und Anschläge sorgten dafür, daß die Stellung der Gitter bei allen Versuchen die nämliche blieb. Dann folgte in einer Distanz von 30 cm der Empfänger, von dem Drähte zu einem in Juliusscher Aufhängung befindlichen Du Bois-Rubensschen Kugelpanzergalvanometer führten. Dies war zu einer Empfindlichkeit von 10^{-9} Amp. astasiert. Wurde nun in den Strahlengang ein Hertzsches Gitter mit horizontalen Drähten eingeschaltet, so verschwand der Ausschlag nicht vollständig, wie es eigentlich hätte der Fall sein sollen. Durch Umwickeln der Galvanometerleitung mit Stanniol gelang es indessen, diese Störung auf den Betrag von 3 bis 4 mm herabzudrücken, welcher bei den beobachteten Ablesungen in Abrechnung gebracht wurde.

Die Resonatoren wurden aus Stanniol geschnitten und auf dünne Hartgummiplatten aufgeklebt; sie hatten eine Länge von 5 cm, eine Breite von 0,3 cm.

Wenn man nun in den Strahlengang ein Gitter mit sehr wenigen Resonatoren (6—10) brachte, so erhielt man eine vollkommen symmetrische Absorptionskurve, die sich bei Zunahme der Resonatoren in bescheidenem Maße erhöhte, ohne daß sich das Maximum der Absorption jedoch verschob. Dieser Fall entspricht dem Planckschen Typus II von Absorptionskurven. Da dieser Fall schon häufig bei Gittern beobachtet worden ist, so verzichte ich darauf, ihn durch Beispiele und Kurven zu belegen.

Bei weitem interessanter ist nun der Fall, den Planck als Typus III bezeichnet und der aus dem Typus II sich entwickelt, wenn die Dichte der Resonatoren gesteigert wird. Ich legte

demgemäß besonderen Wert darauf, die Erscheinungen zu verfolgen, die sich bei immer größerer Zunahme der Resonatorenanzahl ergaben.

Wenn man nun von einem Gitter A mit relativ großer Resonatorenzahl (20—70) ausgehend zu einem anderen B übergeht, das aus A dadurch entstanden ist, daß die sämtlichen Entfernungen zwischen den Resonatoren im nämlichen Verhältnisse verkleinert werden, so erhält man bei Vergleichung der Absorptionskurven A und B zwar im allgemeinen das Resultat, daß die Maximalabsorptionen gegeneinander verschoben sind; aber während die Planck'sche Theorie eine Verschiebung des Maximums nach größeren Wellenlängen (nach rechts) mit zunehmender Resonatordichte fordert, ergibt sich hier je nach den Umständen eine Verschiebung nach *rechts* oder links; ja es lassen sich Fälle realisieren, in denen überhaupt keine Verschiebung zu konstatieren ist, obwohl die Absorption beträchtlich, der Plancksche Typus II also *nicht* mehr vorliegt.

Man wird dadurch zu dem Schlusse gedrängt, daß bei Verringerung des Abstandes zwischen den Resonatoren zwei entgegengesetzt gerichtete Wirkungen, eine nach *rechts*, eine nach links verschiebende, tätig sind, die bei geeigneter Anordnung sich gegenseitig kompensieren können. In der Tat läßt sich dies leicht durch folgende Überlegung zeigen, wenn wir uns der Einfachheit halber auf die Betrachtung von zwei Resonatoren beschränken.

Bezeichnet w den Widerstand, L_{11} den Koeffizienten der Selbstinduktion, L_{12} den der wechselseitigen Induktion, C die Kapazität jedes der beiden vollkommen identischen Resonatoren, i_1 und i_2 die Stromstärke zur Zeit t , so bestehen die Differentialgleichungen¹⁾

$$(1) \quad \frac{d^2 i_1}{d t^2} + \frac{w_1}{L_{11}} \frac{d i_1}{d t} + \frac{i_1}{L_{11} C} = - \frac{L_{12}}{L_{11}} \frac{d^2 i_2}{d t^2},$$

$$(2) \quad \frac{d^2 i_2}{d t^2} + \frac{w_1}{L_{11}} \frac{d i_2}{d t} + \frac{i_2}{L_{11} C} = - \frac{L_{12}}{L_{11}} \frac{d^2 i_1}{d t^2},$$

1) Vgl. z. B. P. Drude, Physik des Äthers p. 358. Gleichung (18) und (19). Bei Drude sind infolge eines Druckfehlers die rechten Seiten der Gleichungen (18) und (19) mit dem *positiven* Vorzeichen geschrieben.

Durch Elimination, z. B. von i_2 aus Gleichung (1), erhält man eine Differentialgleichung 4^{ter} Ordnung für i_1 sowohl wie für i_2 . Wenn man die Glieder mit ω_1 vernachlässigt, so erhält man das allgemeine Integral in der Form:

$$i_1 = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_1} + \delta_1 \right) + B \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_2} + \delta_2 \right),$$

$$i_2 = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_1} + \delta_1 \right) - B \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_2} + \delta_2 \right),$$

wo A , B , δ_1 , δ_2 Integrationskonstanten sind und

$$T_1 = 2\pi \sqrt{(L_{11} + L_{12})C},$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{(L_{11} - L_{12})C}$$

ist. Da nun die beiden Resonatoren vollkommen identisch sind und auch die Anfangsbedingungen gleich sind, so ist ferner:

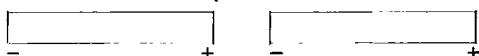
$$i_1 = i_2, \text{ d. h. } B = 0.$$

Also erhält man das Resultat:

$$i_1 = i_2 = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T_1} + \delta_1 \right).$$

Statt der Schwingungsdauer $T_0 = 2\pi \sqrt{L_{11}C_0}$, wo C_0 die Kapazität eines einzelnen Resonators bedeutet, führen die beiden zusammen jeder eine Schwingung von der Periode T_1 , die den angegebenen Wert hat, aus. Bei der Beurteilung des Unterschiedes zwischen T_1 und T_2 darf nicht übersehen werden, daß sich durch Annäherung des zweiten Resonators auch die Kapazität C_0 verändert hat. Man kann nun folgende zwei einfache Fälle unterscheiden:

1. Die Resonatoren liegen *horizontal* nebeneinander:



Dann kehren sie sich die ungleichnamig geladenen Enden zu; die Kapazität eines Resonators C_1 ist also jetzt größer wie seine ursprüngliche C_0 ; also ist die Periode

$$T_1 = 2\pi \sqrt{(L_{11} + L_{12})C_1} > T_0.$$

Je näher die beiden Resonatoren aneinander rücken, desto größer werden L_{12} und C ; d. h. das Maximum der Absorption verschiebt sich bei Verringerung des *horizontalen* Abstandes

Da es mir im folgenden lediglich auf die qualitative Seite ankommt, so werde ich in diesem Sinne L_{12} in beiden Fällen gleich Null annehmen.

Um den zweiten Fall *rein* zu haben, kann man folgenden Versuch machen: Man stellt sich ein Gitter her aus *einer einzigen Vertikalkolumne* von Resonatoren, welches an einer bestimmten Stelle sein Absorptionsmaximum hat. Aus diesem Gitter nimmt man dann eine bestimmte Anzahl von Resonatoren, z. B. jeden zweiten und dritten fort, wodurch die *Vertikalabstände* sich auf ungefähr das Dreifache vergrößerten. Dann nimmt der kapazitätsverkleinernde Einfluß ab, das Maximum dieses zweiten Gitters muß gegen das des ersten nach *rechts* verschoben sein.

Die Konstanten des Gitters, mit dem ich diesen Versuch ausführte, waren folgende:

Die Resonatoren hatten die oben angegebenen Dimensionen; für einen einzelnen hätte das Maximum des Mitschwingens ungefähr bei der Empfängerlänge 5 cm ($\lambda = 10$ cm) liegen müssen. Bei dem benutzten Gitter waren 26 Resonatoren vertikal untereinander in Abständen von 1 cm angeordnet; das Resultat war eine solche Verschiebung des Absorptionsmaximums nach *links*, daß dasselbe bei der Empfängerlänge 3 cm ($\lambda = 6$ cm) bereits überschritten ist, wie Fig. 1, Kurve *B* zeigt.

In der Zeichnung sind als Abszissen die Empfängerlängen ($= \frac{1}{2} \lambda$), als Ordinaten die Absorptionen in Prozenten der auf fallenden Strahlung aufgetragen.

Nun wurde aus diesem Gitter jeder zweite und dritte Resonator fortgenommen; die Zahl der noch übrig gebliebenen war neun. Die Folge davon ist, daß das Maximum der Absorption jetzt nach $\lambda/2 = 5$ cm gerückt ist, wo auch angenähert das Maximum für einen einzelnen Resonator liegen müßte; der kapazitätsvermindernde Einfluß ist also hier schon fast Null geworden (Fig. 1, Kurve *A*). Das entsprechende Experiment für den Fall 1, wo man also nur eine *horizontale* Reihe von Resonatoren anzuwenden hätte, läßt sich in dieser einfachen Form nicht gut ausführen, da auf eine Reihe höchstens 3 bis 4 Resonatoren gehen und so die Absorption zu schwach werden würde; aber man kann mehrere in *großem* vertikalen Abstände befindliche Reihen nehmen, so daß der

kapazitätsvermindernde Einfluß des vorherigen Falles verschwindend klein wird.

Ich benutzte zu diesem Versuche folgende Gitter (α und β): Die horizontalen Reihen bestanden aus vier Resonatoren derselben Dimensionen, die bei α eine Distanz von 1 cm, bei β von 0,2 cm hatten. Sechs solcher Reihen befanden sich untereinander in Abständen von 6 cm bei *beiden* Gittern. Sie unterschieden sich also nur durch die horizontalen Abstände der

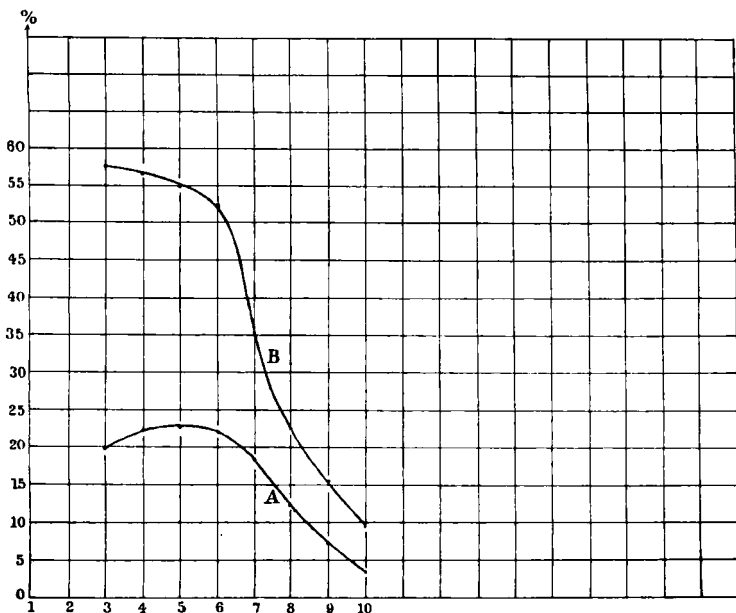


Fig. 1.

Vertikalkolumnen. In der Tat zeigt Fig. 2, Kurve β eine starke Verschiebung nach *rechts* gegenüber α .

Die Kurven α und β zeigen nun die charakteristischen Eigenschaften der Absorptionskurven vom Planckschen Typus III. Die Verschiebung des Maximums nach größeren Wellenlängen ist bereits erwähnt; die Kurven sind unsymmetrisch, nach *rechts* steiler abfallend als nach *links*, endlich nach *rechts* stärker verbreitert als nach *links*. Da ferner α und β die *nämliche* Anzahl von Resonatoren haben (24), so zeigt ein Blick auf die Kurven α und β , die an keinem Punkte

zusammenfallen, daß das *Beersche Gesetz von der Proportionalität zwischen den Extinktionskoeffizienten und der Dichtigkeit keine Gültigkeit für den vorliegenden Fall besitzt.*

Da nun die benutzten Resonatoren immer aus mehreren Reihen von Resonatoren bestehen, so ist es klar, daß beim Zusammenrücken der einzelnen Resonatoren *beide* Wirkungen, sowohl die des Falles 1 wie die des Falles 2 *gleichzeitig* auftreten. Je nach den Umständen überwiegt die eine oder andere

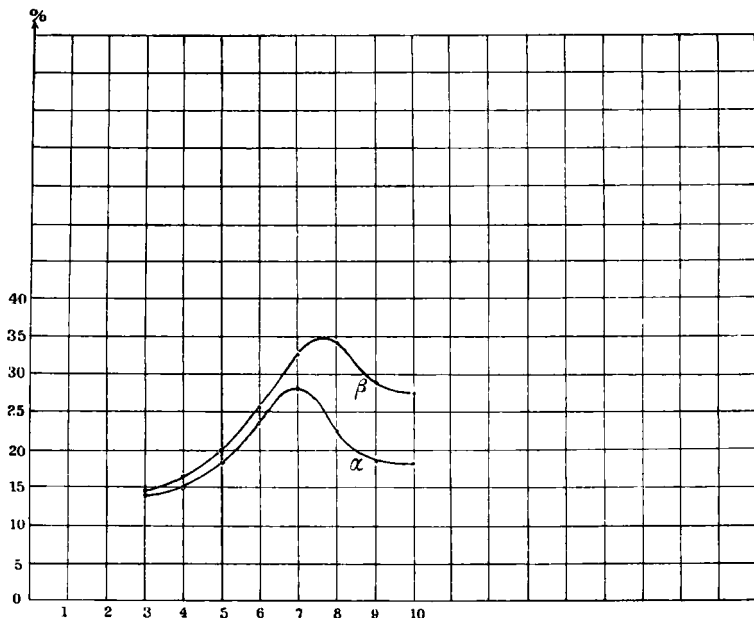


Fig. 2.

von ihnen, oder sie kompensieren sich auch vollständig, wie es oben erwähnt worden ist; die Kurven tragen je nachdem den Charakter der in Fig. 1 oder 2 dargestellten, oder sind bei Kompensation der Wirkungen vollkommen *symmetrisch*. Da sich dies bei den ca. 40 von mir untersuchten Gittern immer wieder fand, kann ich von der Reproduktion noch weiterer Kurven absehen, da sie nichts Neues zeigen.

Den Planckschen Typus I zu realisieren, bei dem namentlich die Abweichung vom Beerschen Gesetz noch augenfälliger wird, ist mir trotz mannigfacher Variation der Versuchsanord-

nung nicht gelungen; doch werden die Versuche noch fortgesetzt.

Es erhebt sich nun die Frage, woher die *Abweichungen* von der Planckschen Theorie kommen, die beobachtet wurden. Der Grund liegt darin, daß diese Theorie ziemlich viele einschränkende Voraussetzungen macht, die bei der gewöhnlichen Anordnung der Resonatoren-Gitter nicht erfüllt sind, zum Teil nicht erfüllt sein können. So z. B. soll nach Planck der mittlere Abstand zweier benachbarter Resonatoren *groß* sein gegen die Lineardimensionen eines Resonators und *gleichzeitig* die Wellenlänge ebenfalls *groß* gegen den Abstand der Resonatoren. Diese beiden Bedingungen sind bei Resonatoren-Gittern der angewendeten Konstruktion nicht gleichzeitig erfüllbar, da die Lineardimensionen eines Resonators selbst von der Größenordnung der Wellenlänge sind. Die Abweichungen bedeuten also keinesfalls eine Widerlegung der Theorie.

Es ist vielleicht von Interesse hervorzuheben, daß in der Natur selbst solche Abweichungen vorkommen unter ähnlichen Bedingungen, unter denen unsere Resonatoren stehen. So wird bei Flüssigkeiten ebensowenig wie bei den untersuchten Gittern der mittlere Abstand zweier benachbarten Resonatoren *groß* sein gegen die Lineardimensionen derselben. Flüssigkeiten werden daher — so kann man vermuten — ein ähnliches Verhalten zeigen müssen wie die Gitter. So hat z. B. Ångström¹⁾ gezeigt, daß die Maximalabsorptionen von *flüssigem* Äther, Benzol, Schwefelkohlenstoff gegenüber denen ihrer Dämpfe nach *kleinen* Wellenlängen verschoben sind, während nach Aschkinass²⁾ die Banden des Wassers nach rechts verschoben sind. Die Übereinstimmung ist also qualitativ eine vollständige.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinem verehrten bisherigen Chef Hrn. Geh.-Rat O. E. Meyer für seine Liberalität, die mir diese Arbeit ermöglichte, meinen aufrichtigsten Dank zu sagen.

Breslau, Physik. Inst. d. Univ., den 18. November 1904.

1) K. Ångström, Öfversigt af K. Vetensk. Akad. Förhandl. 47. p. 339. 1890.

2) E. Aschkinass, Wied. Ann. 55. p. 401. 1895.

(Eingegangen 20. November 1904.)