

VII. *Ueber die Geschwindigkeit des Schalls;*
von Hrn. A. Bravais,

Professor an der Polytechnischen Schule.

(*Ann. de chim. et de phys. Ser. III. T. XXXIV, p. 82.*)

Beim Lesen der Abhandlung des Hrn. Potter über die Geschwindigkeit des Schalls, im letzten Hefte dieser Zeitschrift ¹⁾, schien mir, daß man die Theorie des Verfassers nicht füglich unbeantwortet lassen könne; denn dieselbe hat nichts weniger im Sinn, als die Laplace'sche Formel umzustürzen, die bekanntlich auf die abwechselnd entgegengesetzten thermischen Effecte, welche die Schallfortpflanzung begleiten, gegründet ist.

Hr. Potter unterdrückt im Ausdruck für das Quadrat der Schallgeschwindigkeit den Laplace'schen Factor $\frac{c}{c_1}$, welcher das Verhältniß der specifischen Wärme unter constantem Druck zu der bei constantem Volume vorstellt; allein andererseits multiplicirt er, nach einer unrichtigen Betrachtungsweise der Contractionen und Dilatationen, jene Zahl mit 3, und zugleich dividirt er, in Folge einer gewissen Combination von antagonistischen Drucken, die auf das Gaselement einwirken, die bewegende Kraft dieses Elements durch die Zahl 2. Nachdem er so den Factor $\frac{3}{2}$ für den Laplace'schen Factor $\frac{c}{c_1}$ gesetzt, schließt er mit der Behauptung, die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung sey vollkommen hergestellt.

Ich will versuchen zu zeigen, daß diese Sätze falsch sind. Zuvörderst scheint Hr. Potter zu glauben, daß die durch die Ausdehnung erregte Kälte die Schallgeschwindigkeit um ein Sechstel zu klein mache. Aber niemals hat Laplace eine solche Meinung gehegt, wovon man sich überzeugen kann, wenn man einen Blick auf seine Ab-

1) D. h. *Ann. de chim. et de phys. Ser. III. T. XXXIII. p. 327* (wo der Aufsatz aus dem *Philos. Magaz.* 1851 T. I. p. 101 genommen ist).

handlung in den *Connaissances des Temps* f. 1825 p. 304 wirft; Laplace citirt daselbst zur Stütze seiner Theorie zwei Versuche: den einen von Clément und Desormes, die mit Luft auf dem Wege der Verdichtung operirt hatten, und den andern von Gay-Lussac und Welter, die dagegen den *Weg der Verdünnung* eingeschlagen hatten. Beide Methoden gaben gleichmäfsig für den Quotienten der Veränderung des Drucks durch die Veränderung der Dichtigkeit eine Zahl, welche die aus dem Mariotte'schen Gesetz abgeleitete übertraf, und zwar sehr nahe in dem Verhältnifs 1,37 zu 1. Was den Grund des Einwurfs betrifft, so haben wir uns kaum damit zu beschäftigen; denn es ist einleuchtend, dafs die Ausdehnungskälte die Schallgeschwindigkeit um eben so viel vergröfsert, als es die Verdichtungswärme thut.

Etwas weiterhin setzt Hr. Potter hinzu, dafs man weder die durch die Verdichtungen entwickelte Wärme, noch die durch die Ausdehnungen erregte Kälte in Rechnung zu ziehen brauche, da die Geschwindigkeit des Schalls, wie er sagt, weder mit dessen Stärke, noch mit dessen Tiefe oder Höhe variirt.

Was die Höhe des Tons betrifft, so wird man bemerken, dafs sie von der Art des Abwechsels der successiven Erschütterungen abhängt, und nichts gemein hat mit der Fortpflanzung dieser Erschütterungen. Die Einflufslosigkeit der Intensität des Schalls auf die Geschwindigkeit desselben, bei starken oder schwachen Erschütterungen, beweist nur, dafs die bewegende Kraft des Gaselements beständig proportional bleibt dem Unterschiede der Verdichtungen vor und hinter dem Element. Diefs scheint *a priori* hinreichend klar, wenigstens für einen gegebenen Barometerdruck der Luft und für kleine Verdichtungen, wie sie bei der Bewegung der Schallwellen gewöhnlich erzeugt werden; allein es ist auch klar, dafs diefs nichts vorausschliessen läfst über den absoluten Werth des Verhältnisses, welches zwischen dem Unterschiede der Drucke auf die vordere und hintere Fläche und dem Unterschiede der Verdichtungen im Contact

tact dieser selben Flächen existirt. Und gerade um den absoluten Werth dieses Verhältnisses dreht sich die gegenwärtige Discussion allein.

Ich komme nun zu den Berechnungen des Hrn. Potter, bei welchen er kubische Molecüle annimmt, was man ohne Schwierigkeit zulassen wird, obgleich eine solche Betrachtungsweise keineswegs erwiesen ist; allein es ist nicht hierin, worin der Widerspruch zwischen der neuen und alten Theorie eigentlich liegt. Weitergehend nimmt Herr Potter an, daß, bei Fortpflanzung der Bewegung, nicht allein die mit der Fortpflanzungsaxe parallelen Dimensionen dieser Würfel Condensationen oder Dilatationen erleiden, sondern auch die beiden anderen Dimensionen, die Querdimensionen, und zwar in *gleichem Maafse*. Dieß aber kann in keiner Weise zugegeben werden; denn man weiß sehr wohl, daß bei der Bewegung in einem Cylinder von unbegrenzter Länge kein Druck winkelrecht gegen die Wände ausgeübt wird; und bei der Bewegung in einem unbegrenzten Mittel ist die Sache nicht minder klar, denn wenn man z. B. eine sehr dünne verdichtende Welle betrachtet, die den ursprünglichen Erschütterungsmittelpunkt zum Centrum hat, so ist es unmöglich transversale, d. h. für die Schicht tangentielle, Condensationen bei jedem der kleinen Würfel dieser Schicht anzunehmen, ohne nicht zugleich eine allgemeine Vergrößerung der die Würfel trennenden Räume zuzulassen, und eine solche Hypothese würde zu neuen durchaus gezwungenen und unzulässigen Voraussetzungen nöthigen. Bisher hat man niemals angenommen, daß bei der Schwingungsbewegung der Luft in parallelen Schichten transversale Vibrationen vorhanden seyen. Eine solche Betrachtungsweise ist nur für das Licht angenommen, und selbst für diesen Fall betrachtet man die Transversalvibrationen des Aethers zusammengesehend, d. h. ohne Dichtigkeitsänderung, ohne Contraction oder Dilatation in der Ebene der Welle.

Indem er die einfache lineare Condensation in Richtung der Fortpflanzungsaxe ersetzt durch eine kubische von

gleichem Werthe nach den drei Dimensionen, gelangt Herr Potter zu einer drei Mal zu grofsen Druckveränderung und multiplicirt also die bewegende Kraft der Schicht oder des Gaselements durch 3.

Nennen wir nun mit Hrn. Potter x die Abscisse des erschütterten Punkts, gelegen auf der Fortpflanzungsaxe, die zur Axe der x genommen ist; diese Abscisse bezieht sich auf einen der Erschütterung vorausgegangenen Zustand. Beim Bewegungszustand verändert sich x in y . Es ist also $y - x$ die Verschiebung längs der Axe, und $\frac{d(y-x)}{dx}$ oder $\frac{dy}{dx} - 1$ repräsentirt den Zustand linearer Dilatation einer unendlich dünnen Schicht, die auf der Axe winkelrecht ist, und durch den Punkt, dessen Abscisse x ist, geht. Giebt man nun, mit Hrn. Potter, dem Gaselement, dessen Bewegung man sucht, in Richtung der Axe eine Dicke $2\delta x$, so wird sein Dilatationszustand, da er an der Hinterfläche durch $\frac{dy}{dx} - 1$ repräsentirt ist, an der Vorderfläche seyn:

$$\frac{dy}{dx} - 1 + 2\delta x \frac{d\left(\frac{dy}{dx} - 1\right)}{dx}$$

Der Ueberschufs der vorderen Dilatation über die hintere wird also: $2\delta x \frac{d^2y}{dx^2}$, und nimmt man den Querschnitt des Elements zur Flächeneinheit und die actuelle Dichtigkeit zur Dichtigkeitseinheit, so wird der entsprechende propulsive Druck: $2\delta x \frac{d^2y}{dx^2} Hg$, wo H und g dieselbe Bedeutung haben wie in dem Aufsatz des Hrn. Potter. Dividirt man endlich durch die Masse, welche gleich $2\delta x$ ist, so erhält man den Werth der beschleunigenden Kraft $\frac{d^2y}{dt^2}$, welche das Element antreibt sich von hinten nach vorne zu bewegen, und so kommt man auf die bekannte und von allen Physikern angenommene Formel zurück:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = Hg \frac{d^2y}{dx^2}.$$

Allein Hr. Potter räsonnirt nicht also. Er sucht die Werthe von y , welche $x + \frac{1}{2}(2\delta x)$ und $x - \frac{1}{2}(2\delta x)$ entsprechen. Für den ersten dieser beiden Werthe, den er mit y'' bezeichnet, findet er durch die Taylor'sche Formel:

$$y'' = y + \frac{dy}{dx} \delta x + \frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{\delta x^2}{2} + \dots$$

und stillschweigends nimmt er an, daß $\frac{y'' - y}{\delta x}$ den Dilatationszustand an der Vorderfläche im Sinne parallel der Axe vorstelle, was aber nicht der Fall ist; denn um diesen Dilatationszustand zu erhalten, müßte er y'' in Bezug auf δx differenziren, was gäbe

$$\frac{dy''}{d\delta x} = \frac{dy}{dx} + \frac{d^2y}{dx^2} \delta x + \dots$$

während Hr. Potter für denselben Dilatationszustand findet:

$$\frac{y'' - y}{\delta x} = \frac{dy}{dx} + \frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{\delta x}{2} + \dots$$

Dieselbe Verschiedenheit in den Resultaten zeigt sich bei der Hinterfläche, wo Hrn. Potter's Methode für den Dilatationszustand giebt

$$\frac{dy}{dx} - \frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{\delta x}{2} + \dots$$

während die Methode aller Physiker giebt

$$\frac{dy}{dx} - \frac{d^2y}{dx^2} \delta x + \dots$$

Man begreift sonach, warum Hr. Potter, in den Unterschied der auf die Vorder- und Hinterfläche ausgeübten Wirkungen einen Factor von der Form $\frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{\delta x}{2}$ einführt, während derselbe Factor, nach der üblichen Folgerungsweise, den Werth $\frac{d^2y}{dx^2} \delta x$ hat, d. h. doppelt so groß ist.

Es bleibt nun noch zu entscheiden, welches Verfahren, vom physikalischen Standpunkt aus, den Vorzug verdiene. Darüber kann nun aber nicht der geringste Zweifel bleiben. Allerdings ist es sehr wahr, daß $\frac{y'' - y}{\delta x}$ den mittleren Zu-

stand der Dilatation, im Sinne der Fortpflanzungslinie, der Vorderhälfte des Elements ausdrückt; allein wie auch der Druck vermöge dieser Dichtigkeitsänderung in der Vorderhälfte des Elements zu- oder abnehme, so ist doch diese Veränderung ganz unfähig das Element selbst zu bewegen. In der That muß man die Ursache seiner Bewegung nicht in diesem Element suchen, sondern in den unendlich dünnen Schichten welche der Vorderfläche unendlich nahe, also nothwendig außerhalb derselben liegen. Niemals hat, unseres Erachtens, das Gesetz der Trägheit und Beweglichkeit der Körper anders ausgelegt werden können. Eben so verhält es sich bei der Hinterfläche des Elements, wenn man im Ausdruck für den Dilatationszustand δx in $-\delta x$ verwandelt.

Es bleibt mir noch übrig zu zeigen, daß die Einführung des Factors $\frac{3}{2}$ in die Wurzelgröße \sqrt{gH} keineswegs eine glückliche Uebereinstimmung zwischen der Theorie und Beobachtung herstellt. Man hat nämlich, nach den Versuchen des Hrn. Regnault¹⁾, trockne Luft, zu Paris und bei 0° genommen, vorausgesetzt:

$$H = 0^m,760 \frac{13,596}{0,0012932} = 7971^m,9;$$

man hat ferner zu Paris $g = 9^m,809$, woraus $\sqrt{gH} = 279^m,63$ und

$$\sqrt{\frac{3}{2}gH} = 342^m,88.$$

Nach der Laplace'schen Formel und $\frac{c}{c_1} = 1,37$ genommen, fände man, nach dem Resultat der zu Anfange dieser Notiz erwähnten Versuche:

$$\sqrt{gH \frac{c}{c_1}} = 327^m,3;$$

allein Hr. Masson hat, bei ganz besonders sorgfältiger Wiederholung der Clément-Desormes'schen Versuche,

1) *Relation des experiences Paris 1847, p. 158. (Ann. Bd. 74, S. 209).*

gefunden: $\frac{c}{c_1} = 1,419$ ¹⁾; mit diesem neuen Werth, der alles Vertrauen zu verdienen scheint, giebt die Formel

$$\sqrt{gH} \frac{c}{c_1} = 333^m, 1.$$

Andererseits erhielten wir, Hr. Martins und ich ²⁾, durch Discussion aller bisher gemachten Messungen der Schallgeschwindigkeit, nach deren Reduction auf 0°, die Zahl

$$332^m, 3.$$

Die Zahl des Hrn. Potter entfernt sich also um wenigstens 10 Meter von der Wahrheit, während man behaupten kann, daß gegenwärtig die aus der Laplace'schen Theorie hergeleitete Geschwindigkeit kaum um 1 oder 2 Meter von der beobachteten abweiche.

Während der Abfassung dieser Notiz sehe ich, daß die Abhandlung des Hrn. Potter einen lebhaften Streit im *Philosophical Magazine* hervorgerufen hat und daß die Laplace'sche Theorie schon durch die HH. Rankine, Stokes und Haughton gegen die Einwürfe des Hrn. Potter vertheidigt worden ist.

1) *Physique de Péclet*, 4. édit. T. I, p. 571; Hr. Péclet giebt die Zahl 1,41; allein Hr. Masson selbst giebt als Mittel seiner Versuche die Zahl 1,419.

2) *Annal. de chim. et de phys. Ser. III, T. XIII, p. 25.* (Diese Ann. Bd. 66, S. 351.)