

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

Nº 2951.

Bahnbestimmung des Planeten (28) Bellona aus 32 jähriger Beobachtung.

Von Oberstlieutenant a. D. v. d. Groeben.

Der Planet (28) Bellona ist 1854 entdeckt worden. Die neueste Reihe, einen zuverlässigen Normalort versprechender Beobachtungen datirt von 1886.)* Den Lauf des Planeten während dieses Zeitraumes in den Genauigkeitsgrenzen der unvermeidlichen Beobachtungs-Unsicherheit darzustellen, war die Absicht einer Bahnbestimmung, deren Hauptergebnisse nachfolgend mitgetheilt werden.

Vorweg sei bemerkt, dass durchgängig die Störungs-Rechnungen nach Hansen-Tietjen'scher Methode (vergl. Oppolzer's Lehrbuch der Bahnbestimmung, Band II) in den polaren Coordinaten, die Bahnverbesserungen aber nach der, von Professor Dr. Tietjen im Berliner Astronomischen Jahrbuch für 1878 veröffentlichten Methode ausgeführt worden sind. Die Zeichen G, g bedeuten daher die geocentrischen Polarcoordinaten des Planeten, bezogen auf eine, parallel seiner bekannten genäherten Bahnebene, durch den Erdmittelpunkt gelegte Hauptebene und gezählt von der aufsteigenden Knotenlinie der letzteren mit der Ekliptik.

Nach Herleitung je eines Normalortes aus den Beobachtungen der 4 Jahre 1866, 68, 69 und 70 wurden zunächst mit Elementen, osculirend 1870 Sept. 18.0 (Mittlere Berliner Zeit, was auch für alle folgenden Zeitangaben gilt), welche sich als recht zuverlässig bereits bewährt hatten, die Jupiter- und Saturnstörungen rückwärts bis 1866 berechnet. Mittelst der gefundenen Störungswerthe, sowie der

erwähnten 4 Normalörter wurde dann eine vorläufige Bahnverbesserung vorgenommen.

Mit den so erhaltenen Elementen wurden die Jupiter- und Saturn-Störungen rückwärts bis 1854 und vorwärts bis 1886 berechnet, wobei es sich als zweckmässig erwies, 3 mal die Epoche und Osculation zu wechseln. Auch für den Zeitraum von 1870 rückwärts bis 1866 wurde die Rechnung mit den vorläufig verbesserten Elementen wiederholt. Das neue Resultat stimmte indessen mit den zuerst erhaltenen so genau überein, dass es zwecklos gewesen wäre, auf die verschwindend kleinen Differenzen Rücksicht zu nehmen.

Hieran schloss sich die Herleitung von 12 weiteren Normalörtern, so dass deren, mit Hinzurechnung der schon erwähnten 4, im Ganzen 16, über den 32 jährigen Zeitraum möglichst gleichmässig vertheilt, zur Verfügung standen. Endlich folgte die Bahnverbesserung, nach der Methode der kleinsten Quadrate, auf Grund sämtlicher 16 Normalörter.

Um die Störungs-Wirkungen auch von Mars und Erde, und zwar jede für sich, kennen zu lernen, ist nachträglich die Untersuchung auch auf diese beiden Planeten ausgedehnt worden. Es wird darüber unter besonderen Abschnitten berichtet werden.

Es mögen nun die Haupt-Ergebnisse der Rechnung folgen.

Die Normalörter, bezogen auf die Ekliptik.

I	1854 April 18.5	$\lambda = 169^{\circ} 18' 25.8$	$\beta = + 9^{\circ} 2' 8.1$	M. Aequ. 1850.0
II	1856 Sept. 11.5	$= 340 56 25.8$	$= - 4 32 21.6$	» 1860.0
III	1859 Mai 12.5	$= 214 10 6.8$	$= + 13 58 36.1$	» »
IV	1861 Oct. 9.5	$= 11 58 24.3$	$= - 10 50 49.9$	» »
V	1863 Febr. 14.5	$= 136 41 2.2$	$= - 1 10 42.6$	» »
VI	1866 Nov. 5.5	$= 52 30 59.2$	$= - 14 53 11.4$	» 1870.0
VII	1868 März 21.5	$= 190 9 7.9$	$= + 10 18 41.5$	» »
VIII	1869 Juli 9.5	$= 277 56 7.9$	$= + 9 29 20.0$	» »
IX	1870 Sept. 21.5	$= 348 46 46.3$	$= - 6 29 9.2$	» »
X	1871 Dec. 30.5	$= 101 11 6.6$	$= - 11 11 17.2$	» »
XI	1873 Mai 16.5	$= 227 10 38.3$	$= + 14 21 37.6$	» »
XII	1875 Oct. 15.5	$= 23 44 39.5$	$= - 12 25 40.6$	» 1880.0
XIII	1877 März 8.5	$= 152 44 35.8$	$= + 3 56 26.7$	» »
XIV	1878 Juni 26.5	$= 257 38 25.0$	$= + 12 4 25.8$	» »
XV	1882 Mai 15.5	$= 194 38 6.0$	$= + 12 20 32.9$	» »
XVI	1886 Febr. 10.5	$= 110 23 6.3$	$= - 5 35 18.5$	» 1890.0

*) Mehrere, später veröffentlichte Beobachtungen von 1888 sind dem Verfasser erst nach Abschluss der Arbeit bekannt geworden.

Die vorläufig verbesserten Elemente, welche sowohl den Störungs-Rechnungen, als auch den späteren Bahnverbesserungen zu Grunde liegen.

$$\begin{aligned} \text{Ep. u. Osc. 1861 Sept. 25.0} \\ M &= 264^\circ 54' 26''.25 \\ \omega &= 338 \ 10 \ 32.14 \\ \Omega &= 144 \ 39 \ 20.20 \\ i &= 9 \ 21 \ 25.40 \\ \varphi &= 8 \ 38 \ 12.41 \\ \mu &= 765''.9239 \\ \log a &= 0.4438807 \end{aligned} \quad 1860.0$$

$$\begin{aligned} \text{Ep. u. Osc. 1866 Oct. 9.0} \\ M &= 296^\circ 28' 23''.82 \\ \omega &= 338 \ 20 \ 43.19 \\ \Omega &= 144 \ 38 \ 28.74 \\ i &= 9 \ 21 \ 37.64 \\ \varphi &= 8 \ 47 \ 5.84 \\ \mu &= 766''.8556 \\ \log a &= 0.4435287 \end{aligned} \quad 1870.0$$

$$\begin{aligned} \text{Ep. u. Osc. 1870 Sept. 18.0} \\ M &= 243^\circ 24' 25''.60 \\ \omega &= 338 \ 6 \ 56.40 \\ \Omega &= 144 \ 37 \ 16.50 \\ i &= 9 \ 21 \ 46.60 \\ \varphi &= 8 \ 51 \ 1.00 \\ \mu &= 767''.3548 \\ \log a &= 0.4433403 \end{aligned} \quad 1870.0$$

$$\begin{aligned} \text{Ep. u. Osc. 1882 April 28.0} \\ M &= 64^\circ 44' 28''.52 \\ \omega &= 339 \ 18 \ 25.03 \\ \Omega &= 144 \ 37 \ 34.80 \\ i &= 9 \ 21 \ 30.79 \\ \varphi &= 8 \ 34 \ 11.63 \\ \mu &= 765''.8925 \\ \log a &= 0.4438925 \end{aligned} \quad 1880.0$$

Zur Uebertragung der Osculation von 1870 auf 1866 dienten folgende Störungswerthe:

$$\begin{aligned} \Delta M &= +28' 3''.15; \Delta \omega = -7' 11''.40; \nu = +19248.61; \frac{d\nu}{dt} = +1124.90; \\ z &= +1437.34; \frac{dz}{dt} = -234.12; \int \Sigma U dt = +4461.11. \end{aligned}$$

Desgleichen für den Uebergang von 1866 auf 1861:

$$\begin{aligned} \Delta M &= +52' 49''.20; \Delta \omega = -12' 23''.47; \nu = +10968.36; \frac{d\nu}{dt} = +3659.85; \\ z &= +10087.92; \frac{dz}{dt} = -1206.10; \int \Sigma U dt = +9084.15. \end{aligned}$$

Desgleichen für den Uebergang von 1870 auf 1882:

$$\begin{aligned} \Delta M &= -2^\circ 31' 37''.93; \Delta \omega = +35' 10''.62; \nu = +22640.04; \frac{d\nu}{dt} = -7612.14; \\ z &= +3546.27; \frac{dz}{dt} = -1413.84; \int \Sigma U dt = +15701.77. \end{aligned}$$

Abgesehen von den Winkelgrößen ΔM und $\Delta \omega$ bedeuten diese Zahlen Einheiten der 7. Decimalstelle, was auch für alle späteren, gleichartigen Angaben gilt. Die Zeiteinheit ist das Intervall von 40 Tagen.

A. Bahnverbesserung unter alleiniger Berücksichtigung der Störungen durch Jupiter und Saturn.

Die Störungswerthe, interpolirt auf die Epochen der Normalörter.

Normal-Ort	Ep. u. Osc. der Elemente	ΔM	$\Delta \omega$	ν	z
I	1861 Sept. 25.0	+10' 56''.9	+12' 22''.2	-34483	-3201
II	" "	-6 56.4	+1 6.5	+3599	+9511
III	" "	+4 54.2	-0 6.1	+4565	-760
IV	" "	0 0.0	0 0.0	0	0
V	1866 Oct. 9.0	+15 11.1	-6 56.8	+34047	-9755
VI	1870 Sept. 18.0	+26 40.6	-7 2.1	+19950	+1269
VII	" "	+4 9.1	-2 56.1	+9785	-1714
VIII	" "	-0 10.0	-0 29.7	+47	-614
IX	" "	0 0.0	0 0.0	0	0
X	" "	+0 33.4	+0 33.4	-41	+607
XI	" "	-10 57.6	+1 56.2	+14987	+2173
XII	" "	-13 44.2	+4 5.6	-7596	-1893
XIII	" "	-22 1.0	+7 20.2	+22726	+2594
XIV	" "	-46 49.8	+9 32.7	+9245	-291
XV	1882 April 28.0	0 0.0	0 0.0	0	0
XVI	" "	-8 52.9	-0 39.1	-6077	+834

Die Bedingungs-Gleichungen für die 4 elliptischen Elemente.

+15.9	= +1.8148 dM	+1.4712 d ω ,	-10.9482 (1000 d μ)	+2.5216 d φ
+10.7	= +1.1987	+1.4812	-- 6.1486	-1.8138
+ 7.1	= +1.5402	+1.5287	-- 6.4153	+3.0527
+ 7.4	= +1.4283	+1.5293	-- 4.6698	-2.8468
+ 2.4	= +2.3009	+1.6994	-- 6.3993	+0.9930
- 0.2	= +1.8050	+1.5914	-- 2.5320	-3.1239
- 0.7	= +1.8969	+1.6268	-- 1.7080	+3.1186
0.0	= +1.1170	+1.4600	-- 0.5022	+1.1001
- 0.2	= +1.2431	+1.4890	-- 0.0094	-2.1380
- 5.6	= +2.2964	+1.6989	+ 1.0781	-1.4207
- 2.2	= +1.4506	+1.5318	+ 1.3947	+2.9072
- 5.2	= +1.5335	+1.5505	+ 2.8468	-3.0623
- 8.3	= +2.1856	+1.6624	+ 5.1338	+1.9543
- 3.5	= +1.1855	+1.4556	+ 3.3378	+1.8830
-14.2	= +1.5585	+1.4200	+ 6.5736	+2.8507
-22.2	= +2.1422	+1.5680	+11.9844	-0.4869

Die Normal-Gleichungen.

- 49.232	= +47.0159 dM	+41.7666 d ω ,	- 6.9365 (1000 d μ)	+10.3333 d φ
- 31.075	= +41.7666	+38.4427	-- 10.6916	+ 8.1147
-771.228	= -- 6.9365	-10.6916	+506.708	-- 4.022
- 12.452	= +10.3333	+ 8.1147	-- 4.022	+88.9013

Hieraus :

$$dM = -5''.1502; \quad d\omega = +4''.3716; \quad 1000 d\mu = -1''.5004; \quad d\varphi = -0''.00835.$$

Die Bedingungs-Gleichungen für Knoten und Neigung.

+0.1	= +0.9632 di	-1.1555 sin i. d Ω
-0.1	= -0.4893	+1.3980
+3.3	= +1.4793	--0.3673
+1.4	= -1.1547	+0.9922
-2.7	= -0.1221	-1.6987
0.0	= -1.5720	+0.1525
0.0	= +1.0990	--1.1962
-0.1	= +1.0120	+1.0510
0.0	= -0.6937	+1.3167
-1.8	= -1.1887	--1.1975
+0.4	= +1.5180	-0.1116
-0.1	= -1.3187	+0.7990
+0.7	= +0.4210	--1.6147
+1.5	= +1.2832	+0.6918
+5.8	= +1.3095	-0.6226
+1.4	= -0.5994	-1.4927

Normal-Gleichungen.

+15.494	= +19.244 di	- 4.195 sin i. d Ω
+ 0.641	= -- 4.195	+19.374

Hieraus :

$$di = +0''.8527; \quad \sin i. d\Omega = +0''.2177$$

Correctionen.

$$d\Omega = +1''.34; \quad di = +0''.85; \quad d\omega = -\cos i. d\Omega = -1''.32$$

Die mit alleiniger Berücksichtigung der Störungen durch Jupiter und Saturn verbesserten Elemente.

Ep. u. Osc. 1861 Sept. 25.0

$$\begin{aligned} M &= 264^\circ 54' 26''.02 \\ \omega &= 338 \ 10 \ 35.19 \\ \Omega &= 144 \ 39 \ 21.54 \\ i &= 9 \ 21 \ 26.25 \\ \varphi &= 8 \ 38 \ 12.40 \\ \mu &= 765''.9224 \\ \log a &= 0.4438812 \end{aligned} \quad 1860.0$$

Ep. u. Osc. 1866 Oct. 9.0

$$\begin{aligned} M &= 296^\circ 28' 20''.83 \\ \omega &= 338 \ 20 \ 46.24 \\ \Omega &= 144 \ 38 \ 30.08 \\ i &= 9 \ 21 \ 38.49 \\ \varphi &= 8 \ 47 \ 5.83 \\ \mu &= 766''.8541 \\ \log a &= 0.4435293 \end{aligned} \quad 1870.0$$

Ep. u. Osc. 1870 Sept. 18.0

$$\begin{aligned} M &= 243^\circ 24' 20''.45 \\ \omega &= 338 \ 6 \ 59.45 \\ \Omega &= 144 \ 37 \ 17.84 \\ i &= 9 \ 21 \ 47.45 \\ \varphi &= 8 \ 51 \ 0.99 \\ \mu &= 767''.3533 \\ \log a &= 0.4433408 \end{aligned} \quad 1870.0$$

Ep. u. Osc. 1882 April 28.0

$$\begin{aligned}
 M &= 64^{\circ} 44' 17''.01 \\
 \omega &= 339 \ 18 \ 28.08 \\
 \Omega &= 144 \ 37 \ 36.14 \\
 i &= 9 \ 21 \ 31.64 \\
 \varphi &= 8 \ 34 \ 11.62 \\
 \mu &= 765''8910 \\
 \log a &= 0.4438931
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} M \\ \omega \\ \Omega \\ i \\ \varphi \\ \mu \\ \log a \end{aligned}} \right\} 1880.0$$

Darstellung der Normalörter mittelst vorstehender Elemente.

	(B - R)	
	dG	dg
I	+2".1	-0".5
II	+1.3	0.0
III	-1.0	+2.1

	dG	dg
IV	+1".1	+2".2
V	-3.1	-2.2
VI	-1.8	+1.3
VII	+0.2	-0.7
VIII	-1.2	-1.2
IX	-0.4	+0.3
X	-0.2	-0.5
XI	+1.0	-0.9
XII	-0.2	+0.9
XIII	+4.0	+0.7
XIV	+1.7	+0.3
XV	-2.8	+4.8
XVI	+0.3	+2.2

B. Bahnverbesserung unter Berücksichtigung der Störungen durch Jupiter, Saturn und Mars.

Die nachträgliche Berechnung der Mars-Störungen ist, ohne Uebergang auf eine andere Osculation, von 1870 bis 1854 resp. 1886 durchlaufend erfolgt. Der Einfluss dieser Störungen auf den geocentrischen Ort für die Epochen der Normalörter wurde durch eine numerische Differenzirung ermittelt. Um die erhaltenen Beträge wurden die berechneten Oerter corrigirt, dann mit den beobachteten Oertern verglichen und die Differenzen der Bahnverbesserung, als Absolutglieder der Bedingungs-Gleichungen, zu Grunde gelegt. In nachfolgender Tabelle sind die Störungswerte, interpolirt auf die Epochen der Normalörter, zusammengestellt und unter zwei besonderen Rubriken die daraus folgenden Correctionen der geocentrischen Oerter $dG\sigma$ und $dg\sigma$ (im Sinne »Rechnung mit, minus Rechnung ohne Mars-Störungen«) hinzugefügt.

Normal-Ort	ΔM	$\Delta \omega$	ν	z	$dG\sigma$	$dg\sigma$
I	+1".0	-1".2	-29	-10	0".0	0".0
II	+1.3	-1.0	+38	+12	+0.4	+0.1
III	0.0	-0.7	-22	-2	-1.0	+0.1
IV	-1.2	-0.4	+28	+5	-2.2	+0.2
V	-2.1	-0.4	-10	-6	-5.3	-0.1
VI	-0.6	-0.2	+8	+2	-1.2	+0.2
VII	-0.5	0.0	-6	-1	-0.7	0.0
VIII	0.0	-0.2	-4	-2	0.0	0.0
IX	0.0	0.0	0	0	0.0	0.0
X	0.0	-0.2	-3	+1	0.0	0.0
XI	+0.3	0.0	-1	-2	+0.7	+0.1
XII	+1.3	-0.2	-9	-2	+1.4	0.0
XIII	+1.9	+0.1	-1	+9	+4.0	+0.1
XIV	+1.1	0.0	+19	-7	+1.2	-0.2
XV	+1.0	+0.2	+13	+5	+1.8	0.0
XVI	+0.6	+0.6	-19	+19	+2.1	+0.3

Die Bedingungs-Gleichungen
für dM , $d\omega$, $1000 d\mu$ und $d\varphi$.

+15".9 =	
+10.3 =	
+ 8.1 =	
+ 9.6 =	
+ 7.7 =	
+ 1.0 =	Rechte Seite
0.0 =	
0.0 =	wie oben
- 0.2 =	
- 5.6 =	sub A.
- 2.9 =	
- 6.6 =	
-12.3 =	
- 4.7 =	
-16.0 =	
-24.3 =	

Die Normal-Gleichungen.

- 49.974 =	Rechte Seite
- 32.210 =	wie oben
-890.114 =	sub A.
- 23.173 =	

Hieraus:

$$\begin{aligned}
 dM &= -4''.0082 \\
 d\omega &= +3.0631 \\
 1000 d\mu &= -1.7481 \\
 d\varphi &= -0.15345
 \end{aligned}$$

Die Bedingungs-Gleichungen für dz und $\sin i \cdot d\Omega$.

+0.1	
-0.2	
+3.2	
+1.2	
-2.6	
-0.2	Rechte Seite
0.0	
-0.1	wie oben
0.0	
-1.8	sub A.
+0.3	
-0.1	
+0.6	
+1.7	
+5.8	
+1.1	

Die Normal-Gleichungen.

+16.169	Rechte Seite
+0.898	wie oben sub A.

Hieraus:

$$dz = +0.8924$$

$$\sin i \cdot d\Omega = +0.2396$$

Correctionen.

$$d\Omega = +1.47$$

$$dz = +0.89$$

$$d\omega = -\cos i \cdot d\Omega = -1.46$$

Die mit Berücksichtigung der Störungen durch Jupiter, Saturn und Mars verbesserten Elemente.

Ep. u. Osc. 1861 Sept. 25.0

$$M = 264^\circ 54' 27.98$$

$$\omega = 338 10 33.74$$

$$\Omega = 144 39 21.67$$

$$i = 9 21 26.29$$

$$\varphi = 8 38 12.26$$

$$\mu = 765.9222$$

$$\log a = 0.4438813$$

Ep. u. Osc. 1866 Oct. 9.0

$$M = 296^\circ 28' 22.33$$

$$\omega = 338 20 44.79$$

$$\Omega = 144 38 30.21$$

$$i = 9 21 38.53$$

$$\varphi = 8 47 5.69$$

$$\mu = 766.8539$$

$$\log a = 0.4435293$$

Ep. u. Osc. 1870 Sept. 18.0

$$M = 243^\circ 24' 21.59$$

$$\omega = 338 6 58.00$$

$$\Omega = 144 37 17.97$$

$$i = 9 21 47.49$$

$$\varphi = 8 51 0.85$$

$$\mu = 767.3531$$

$$\log a = 0.4433409$$

Ep. u. Osc. 1882 April 28.0

$$M = 64^\circ 44' 17.10$$

$$\omega = 339 18 26.63$$

$$\Omega = 144 37 36.27$$

$$i = 9 21 31.68$$

$$\varphi = 8 34 11.48$$

$$\mu = 765.8908$$

$$\log a = 0.4438931$$

Darstellung der Normalörter mittelst vorstehender Elemente.

(B—R)

	dG	dg
I	-0.2	-0.6
II	-0.5	-0.1
III	-1.3	+2.0
IV	+2.2	+2.0
V	+0.7	-2.1
VI	-1.0	+1.2
VII	0.0	-0.7
VIII	-0.4	-1.3
IX	0.0	+0.3
X	-0.2	-0.4
XI	+1.1	-1.0
XII	-1.2	+0.9
XIII	+0.1	+0.6
XIV	+1.1	+0.4
XV	-2.5	+4.8
XVI	+0.8	+2.0

C. Bahnverbesserung unter Berücksichtigung der Störungen durch Jupiter, Saturn, Mars und Erde.

Die obigen Erläuterungen, bezüglich Ermittlung und Anrechnung der Mars-Störungen, gelten auch für die Erd-Störungen, welche aus nachfolgender Tabelle zu ersehen sind.

Normal-ort	ΔM	$\Delta \omega$	ν	z	$dG\delta$	$dg\delta$
I	-1' 56.2	+26.5	-88	-24	-2' 51.7	-1.6
II	-1 48.3	+23.1	-133	+36	-1 35.9	+0.9
III	-1 20.3	+18.0	-91	+7	-1 37.0	+1.2
IV	-1 9.4	+14.8	-127	+6	-1 17.4	+1.0
V	-0 55.4	+12.1	-199	-21	-1 48.1	-0.3

Normal- ort	ΔM	$\Delta \omega$	r	z	$dG\delta$	$d\gamma\delta$
VI	-0' 32".3	+ 6".4	-108	-12	-0' 48".4	+0".1
VII	-0 17.0	+ 3.4	-232	+ 1	-0 26.6	+0.8
VIII	-0 3.2	+ 1.5	-103	+18	-0 1.2	+0.2
IX	0 0.0	0.0	0	0	0 0.0	0.0
X	+0 4.4	- 2.3	-153	-10	+0 6.3	-0.7
XI	+0 24.6	- 5.1	-260	+16	+0 27.4	+0.6
XII	+0 34.6	- 8.3	+ 44	-16	+0 39.8	-0.7
XIII	+0 43.8	-11.2	-291	+ 9	+1 17.1	+0.6
XIV	+1 7.1	-13.4	-229	+ 9	+0 59.7	+0.3
XV	+1 27.8	-19.8	-399	+20	+1 45.6	+1.5
XVI	+1 42.6	-25.6	-198	+16	+2 57.3	0.0

Die Bedingungs-Gleichungen
für dM , $d\omega$, $1000 d\mu$ und $d\varphi$.

$$\begin{aligned}
 +187".6 &= \\
 +106.2 &= \\
 +105.1 &= \\
 + 87.0 &= \\
 +115.8 &= \\
 + 49.4 &= \\
 + 26.6 &= \text{Rechte Seite} \\
 + 1.2 &= \\
 - 0.2 &= \text{wie oben} \\
 - 11.9 &= \text{sub A.} \\
 - 30.3 &= \\
 - 46.4 &= \\
 - 89.4 &= \\
 - 64.4 &= \\
 -121.6 &= \\
 -201.6 &=
 \end{aligned}$$

Die Normal-Gleichungen.

$$\begin{aligned}
 + 125.49 &= \\
 + 177.42 &= \text{Rechte Seite} \\
 -8775.99 &= \text{wie oben sub A.} \\
 - 74.60 &=
 \end{aligned}$$

Hieraus:

$$\begin{aligned}
 dM &= +10".4014; & 1000 d\mu &= -17".4269 \\
 d\omega &= -11.1483; & d\varphi &= - 1.8189
 \end{aligned}$$

Die Bedingungs-Gleichungen für dz und $\sin i \cdot d\delta$.

$$\begin{aligned}
 +1".8 &= \\
 -1.1 &= \\
 +2.2 &= \text{Rechte Seite} \\
 +0.1 &= \\
 -2.3 &= \text{wie oben} \\
 -0.3 &= \\
 -0.7 &= \text{sub A.} \\
 -0.2 &= \\
 0.0 &=
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -1".1 &= \\
 -0.3 &= \text{Rechte Seite} \\
 +0.5 &= \\
 0.0 &= \text{wie oben} \\
 +1.3 &= \\
 +4.3 &= \text{sub A.} \\
 +1.1 &=
 \end{aligned}$$

Die Normal-Gleichungen.

$$\begin{aligned}
 +12.028 &= \text{Rechte Seite} \\
 - 1.511 &= \text{wie oben sub A.}
 \end{aligned}$$

Hieraus:

$$\begin{aligned}
 dz &= +0".6381 \\
 \sin i \cdot d\delta &= +0.0602
 \end{aligned}$$

Correctionen.

$$\begin{aligned}
 d\delta &= +0".37 \\
 dz &= +0.64 \\
 d\omega_{\text{,,}} &= -\cos i \cdot d\delta = -0".37
 \end{aligned}$$

Die mit Berücksichtigung der Störungen durch Jupiter,
Saturn, Mars und Erde verbesserten Elemente.

Ep. u. Osc. 1861 Sept. 25.0

$$\begin{aligned}
 M &= 264^\circ 55' 33".8 \\
 \omega &= 338 10 20.6 \\
 \delta &= 144 39 20.6 \\
 i &= 9 21 26.0 \\
 \varphi &= 8 38 10.6 \\
 \mu &= 765".9065 \\
 \log a &= 0.4438873
 \end{aligned}
 \quad 1860.0$$

Ep. u. Osc. 1866 Oct. 9.0

$$\begin{aligned}
 M &= 296^\circ 28' 59".3 \\
 \omega &= 338 20 31.6 \\
 \delta &= 144 38 29.1 \\
 i &= 9 21 38.3 \\
 \varphi &= 8 47 4.0 \\
 \mu &= 766".8382 \\
 \log a &= 0.4435352
 \end{aligned}
 \quad 1870.0$$

Ep. u. Osc. 1870 Sept. 18.0

$$\begin{aligned} M &= 243^{\circ} 24' 36''.0 \\ \omega &= 338 \quad 6 \quad 44.9 \\ \Omega &= 144 \quad 37 \quad 16.9 \\ i &= 9 \quad 21 \quad 47.2 \\ \varphi &= 8 \quad 50 \quad 59.2 \\ \mu &= 767''3374 \\ \log a &= 0.4433469 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} M \\ \omega \\ \Omega \\ i \\ \varphi \\ \mu \end{aligned}} \right\} 1870.0$$

Ep. u. Osc. 1882 April 28.0

$$\begin{aligned} M &= 64^{\circ} 43' 25''.0 \\ \omega &= 339 \quad 18 \quad 13.5 \\ \Omega &= 144 \quad 37 \quad 35.2 \\ i &= 9 \quad 21 \quad 31.4 \\ \varphi &= 8 \quad 34 \quad 9.8 \\ \mu &= 765''8751 \\ \log a &= 0.4438991 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} M \\ \omega \\ \Omega \\ i \\ \varphi \\ \mu \end{aligned}} \right\} 1880.0$$

Darstellung der Normalörter mittelst vorstehender Elemente.

(B—R)

	dG	d φ
I	-0.2	+1.3
II	0.0	-0.9
III	-0.3	+1.3
IV	+2.2	+0.8
V	-0.2	-2.1
VI	-2.0	+0.7
VII	+0.9	-1.3
VIII	-1.2	-0.9
IX	-0.9	+0.4
X	-0.9	-0.3
XI	+1.1	-1.3
XII	-1.4	+1.3
XIII	-0.1	-0.2
XIV	+1.8	+0.4
XV	-1.8	+3.5
XVI	+1.3	+1.6

Die auffallende Erscheinung, dass die Erd-Störungen, obwohl denjenigen durch Mars numerisch bedeutend überlegen, doch auf das Endresultat nur von sehr geringem Einfluss sich erwiesen haben, hat, wie die Details der Rechnung erkennen lassen, ihren Grund zum grossen Theil in dem Umstande, dass für Erde — Bellona die Grösse

$K = \frac{1}{\rho^3} - \frac{1}{r_1^3}$ stets das negative Vorzeichen beibehält, und dass in Folge dessen die störenden Kräfte ihr Vorzeichen in ganz regelmässigen, kurzen Perioden wechseln. Für Mars traf dies noch nicht zu. Für Venus aber gilt offenbar dasselbe, wie für die Erde, nur mit der Aenderung, dass wegen der kürzeren Umlaufszeit um die Sonne die Perioden noch kürzer sind, und dass somit die Störungswerthe, mögen sie im Einzelnen auch ungefähr ebenso gross sein, doch bei der Integration sich nicht zu gleich hohen Beträgen summiren können, wie die Erd-Störungen. Haben aber schon diese das Schlussresultat nicht wesentlich beeinflusst, so ist daher Solches von den Venus-Störungen

noch viel weniger zu erwarten. Aus diesem Grunde ist von ihrer Berechnung gänzlich Abstand genommen worden. Auch ohne dieselbe darf der angestrebte Zweck als erreicht gelten. Denn in der That halten sich die, nach den letzten Bahnverbesserungen verbliebenen Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung in den Grenzen der unvermeidlichen Unsicherheit der Normalörter. Und zwar darf dies von den Resultaten sub B und C mit beinahe gleichem Recht behauptet werden, während die Schluss-Darstellung in G sub A allerdings noch deutlich einen Gang erkennen lässt, dessen unmittelbare Beziehung zu den Mars-Störungen ausser Zweifel steht.

Die grösste Abweichung kommt in g beim Normalort XV vor. Derselbe beruht auf den Pariser Meridian-Beobachtungen von 1882 Mai 12, 13, 15 und 17. Es sind deren aber auch von Mai 16, 19 und 23 vorhanden. Werden diese mit hinzugezogen und zwar die von Mai 16 mit halbem Gewicht, so reducirt sich der Restfehler $d\varphi$ in der Darstellung sub C von $+3''.5$ auf $+2''.1$, während gleichzeitig dG von $-1''.8$ auf $-2''.1$ steigt. Eine genauere Discussion sämmtlicher Normalörter bleibt eventuell für später vorbehalten.

Um für eine etwaige Fortsetzung der Rechnungen eine möglichst bequeme Grundlage zu schaffen, sind schliesslich die, mit Rücksicht auf die Störungen durch Jupiter, Saturn und Mars verbesserten Elemente pro 1882 noch auf die Epoche und Osculation 1886 Febr. 26.0 übertragen worden, wobei auch die Mars-Störungen für sich in Elementen-Störungen derselben Epoche umgewandelt und mit eingerechnet wurden. Die so gefundenen Elemente, welche demnach, bei auch fernerer Berücksichtigung der Störungen durch Jupiter, Saturn und Mars eine der Darstellung sub B gleichkommende Uebereinstimmung der Vorausberechnung mit den Beobachtungen erwarten lassen, sind die folgenden:

Ep. u. Osc. 1886 Februar 26.0

$$\begin{aligned} M &= 2^{\circ} 10' 24''.76 \\ \omega &= 339 \quad 40 \quad 52.53 \\ \Omega &= 144 \quad 44 \quad 35.85 \\ i &= 9 \quad 21 \quad 35.41 \\ \varphi &= 8 \quad 35 \quad 27.64 \\ \mu &= 766''1202 \\ \log a &= 0.4438065 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} M \\ \omega \\ \Omega \\ i \\ \varphi \\ \mu \end{aligned}} \right\} 1890.0$$

Zum Uebergang auf die neue Osculation dienten folgende Störungswerthe,

für Jupiter und Saturn:

$$\begin{aligned} \Delta M &= -8' 37''.79; \quad \Delta \omega = -41''.67; \quad \nu = -6718.22; \\ \frac{d\nu}{dt} &= -1638.24; \quad z = +935.37; \quad \frac{dz}{dt} = +253.57; \\ \int \Sigma U dt &= -1776.64. \end{aligned}$$

für Mars:

$$\begin{aligned} \Delta M &= +0''.62; \quad \Delta \omega = +0''.59; \quad \nu = -17.86; \\ \frac{d\nu}{dt} &= +2.53; \quad z = +19.15; \quad \frac{dz}{dt} = +1.68; \\ \int \Sigma U dt &= +12.53. \end{aligned}$$

Berlin 1889 Nov. 2.

P. S. vom 8. Januar 1890. Mit den, das Schluss-Resultat meiner Arbeit bildenden Elementen habe ich nachträglich die strenge Berechnung der Störungen durch Jupiter, Saturn und Mars bis zur Opposition 1889 fortgesetzt. Die damit erhaltenen neuesten Elemente sind bereits vor mehreren Wochen für das Berl. Astr. Jahrb. für 1892 zum Druck gelangt. Sie lauten:

Ep. u. Osc. 1889 Oct. 28.0 M. Z. Berlin

$$\begin{aligned} M &= 287^{\circ} 46' 45''.79 \\ \omega &= 339 \ 19 \ 22.51 \\ \Omega &= 144 \ 39 \ 28.11 \\ i &= 9 \ 21 \ 26.70 \\ \varphi &= 8 \ 40 \ 58.52 \\ \mu &= 766''.4180 \\ \log a &= 0.4436939 \end{aligned} \quad 1890.0$$

Am 28. December v. J. hatte nun Herr Dr. de Ball die Güte, mir drei Beobachtungen des Planeten mitzutheilen, welche er in Lüttich mit dem dortigen 10 inch. Refractor erhalten hat. Ein Vergleich derselben mit einer, auf Grund obiger neuesten Elemente berechneten Oppositions-Ephemeride ergab folgende Correctionen der letzteren:

1889 Oct. 31	da	+0.17	dδ	+1''.1
Nov. 11		+0.16		-0.8
Nov. 15		+0.23		-1.8

Die Voraussage, dass eine an meine End-Resultate der Bahnbestimmung anknüpfende Fortsetzung der Rechnung auch in Zukunft eine ähnlich genaue Darstellung der Beobachtungen erwarten lasse, wie sie für die Jahre 1854 bis 1886 erreicht worden ist, hat also hiermit praktische Bestätigung gefunden.

v. d. Groeben.

Spectra of δ and μ Centauri.

Communicated by *Edward C. Pickering*, Director of Harvard College Observatory.

An examination of the photographs of stellar spectra taken by Mr. S. J. Baily at the Harvard Observatory station near Chosica, Peru, shows that the *F* line due to hydrogen is bright in the spectra of the stars δ and μ Centauri.

Cambridge Mass. 1890 Jan. 16.

M. Fleming.

Literarische Anzeige.

Astronomischer Kalender für 1890, herausgegeben von der k. k. Sternwarte in Wien, enthält in den Beilagen: I. Neue Planeten und Cometen, II. Uebersicht des Planetensystems, beide bis Aug. v. J. fortgeführt.

Notiz. Dr. *E. von Rebeur-Paschwitz* hat für 169 verschiedene Sternwarten Hülftafeln zur Berechnung der Parallaxe für Cometen- und Planetenbeobachtungen nach Hansen herausgegeben. Diese Tafeln sind zum Preise von 1 Mark 20 Pf. in der Braun'schen Hofbuchhandlung in Karlsruhe zu haben.

Anzeige.

Die Herren Abonnenten, welche die Astronomischen Nachrichten ferner zu erhalten wünschen, werden ersucht ihre Bestellung und Vorausbezahlung auf den folgenden Band baldmöglichst einzusenden, wofern es der Expedition nicht bekannt ist, dass sie als ständige Abonnenten angesehen werden wollen.

Man pränumerirt bei der Expedition der Astronomischen Nachrichten, Sternwarte Kiel, mit netto 12 Mark für den Band von 24 Nummern nebst Inhaltsverzeichniss und Register. Für die von der Expedition nummerweise franco versandten Exemplare beträgt der Preis 15 Mark. Einzelne Nummern werden zur Completirung, wenn sie vorrätzig sind, zum Preise von 60 Pfennig abgelassen.

Den Hauptdebit dieses Blattes hat, wie bisher, die Buchhandlung von W. Mauke Söhne in Hamburg.

Geschlossene Bände, von Band 100 an, können jederzeit von der Expedition, Sternwarte Kiel, zum Preise von 12 Mark pro Band bezogen werden. Von den älteren Bänden sind noch Band 32-99 vorrätzig und zu gleichem Preise bei Prof. C. F. W. Peters, Königsberg in Pr., verkäuflich.

Inhalt:

Zu Nr. 2951. *v. d. Groeben*. Bahnbestimmung des Planeten (28) Bellona aus 32jähriger Beobachtung. 369. — *E. C. Pickering*. Spectra of δ and μ Centauri. 383. — Literarische Anzeige. 383. — Notiz. 383. — Anzeige. 383.

Geschlossen 1890 Febr. 4. Herausgeber: A. Krueger. Druck von C. Schaidt, C. F. Mohr Nachf. Expedition: Sternwarte in Kiel.