

keitsabnahme, welche die Molecularkräfte herbeizuführen streben, fast auf mit der Löslichkeitszunahme, welche die Wärme allein bewirken würde. Bei Chlorammonium wirken beide Einflüsse im gleichen Sinn. Die Molecularkräfte tragen hier zur factisch beobachteten Löslichkeitszunahme etwa 40 Procent bei.

#### IV. *Ueber die elliptische Polarisation im Quarz; von B. Hecht.*

(Hierzu Taf. III Fig. 8.)

In einer früheren Arbeit<sup>1)</sup> versuchte ich in einigen wenigen Richtungen die elliptische Polarisation im Quarz möglichst genau zu bestimmen, indem mich dabei die Hoffnung leitete, dass die auf diese Weise gewonnenen Resultate eventuell zu einer Entscheidung zwischen verschiedenen Gruppen von Theorien der elliptischen Polarisation in Krystallen führen könnten. Zu diesem Zwecke wurden Platten, deren Normalen gegen die optische Axe geneigt waren, geschliffen und nur bei senkrechtem Durchgang des Lichtes beobachtet. Bei der angewendeten Methode, die am angeführten Orte beschrieben ist, war es nicht nöthig, den Hauptschnitt der Platte zu bestimmen; die Polarisationsprismen und der Compensator sind nur gegen einander und nicht gegen die Einfallsebene zu orientiren. Bei jeder Beobachtung war dann nur ein Gangunterschied mittelst des Compensators zu messen und ein Drehungswinkel des Polarisators zu bestimmen. Da beides gleichzeitig geschehen musste, so wurde früher ein Soleil'scher Compensator gewählt, da sich bei diesem beide Einstellungen mit annähernd gleicher Genauigkeit machen lassen, während bei dem Babinet'schen Compensator der Gangunterschied sich genauer messen lässt, der Drehungswinkel des Polarisators aber nur sehr ungenau zu bestimmen ist. Die Art der Einstellung bei dem Soleil'schen Compensator (die dem Beobachter immerhin einige Willkür lässt)

1) B. Hecht, Wied. Ann. **20**. p. 426—443. 1883.

und der Umstand, dass die senkrechte Stellung der Platte zu der Visirrichtung nicht controlirt werden konnte, mögen es verursacht haben, dass die früheren Beobachtungen keine befriedigenden Resultate lieferten.

Ich habe nun im hiesigen mineralogischen Institut mit denselben Platten nochmals Versuche angestellt nach einer Methode, die auf demselben Grundgedanken, wie die frühere beruht, aber in einigen Einzelheiten von derselben abweicht. Um Wiederholungen zu vermeiden, sollen von den Betrachtungen der früheren Arbeit, welche auch für die vorliegende Gültigkeit haben, nur die Resultate angeführt werden.

Tritt in eine Quarzplatte, deren Normale mit der optischen Axe nicht zusammenfällt, in der Richtung der Normalen linear polarisirtes Licht ein, so wird dasselbe in zwei elliptisch polarisirte Lichtstrahlen zerlegt, und zwar liegen die Hauptaxen der Schwingungsellipsen in dem Hauptschnitt der Platte und senkrecht dazu. Das Verhältniss der letzteren Axe zu der in dem Hauptschnitt liegenden Axe sei  $k_1$  für den rechts herum rotirenden und  $k_2=1/k_1$ , für den links herum rotirenden Strahl. Die Phasenverzögerungen für die beiden Strahlen seien  $r$ , resp.  $l$ .

Nach dem Durchgang durch den Krystall setzt sich das Licht wieder zu einem elliptisch polarisirten Strahle zusammen, dessen Schwingungszustand durch folgende Gleichungen dargestellt werden möge:

$$u' = a \cos \tau \quad \parallel U' \quad v' = a e \sin \tau. \quad \parallel V'.$$

Die Axe  $U'$  bilde mit der Polarisationssebene des einfallenden Lichtes  $L$  den Winkel  $\gamma^1$ , und es sei:

$$(1) \quad k_1 - k_2 = 2q \quad k_1 + k_2 = 2s \\ \frac{1}{s} \operatorname{tg} \frac{l-r}{2} = \operatorname{tg} \varphi,$$

so gilt folgende Gleichung, die l. c. p. 431—433 abgeleitet ist:

$$(2) \quad q^2 = e^2 \frac{\cos^2 (\varphi + \gamma)}{\sin^2 \varphi} + \frac{\sin^2 (\varphi + \gamma)}{e^2 \sin^2 \varphi}.$$

1) Die Fig. 8 gibt die Schnittlinien der Ebenen mit der Oberfläche der Quarzplatte und ist so gezeichnet, wie man sie von der Lichtquelle aus sehen würde.

Hierin sind  $q$  und  $\varphi$  die zu berechnenden Constanten der Krystallplatte, während  $\gamma$  und  $e$  durch die Beobachtung gefunden werden sollen.

Tritt nun das Licht in einen Compensator, dessen Hauptschnitte  $U''$  und  $V''$  sind, und bezeichnet man den Winkel  $U'OU''$  mit  $w$  und die Phasendifferenz, die durch den Compensator hervorgerufen wird, mit  $\Delta$ , so ist der Schwingungszustand des aus dem Compensator tretenden Lichtes dargestellt durch:

$$\begin{aligned} u'' &= a \cos w \cos \tau - a e \sin w \sin \tau & \parallel U'' \\ v'' &= a \sin w \cos (\tau + \Delta) + a e \cos w \sin (\tau + \Delta) & \parallel V''. \end{aligned}$$

Lässt man dann das Licht durch eine aus vier Theilen bestehende Quarzplatte, von denen zwei die Polarisationssebene um den Winkel  $\delta$  rechts herum, zwei um denselben Winkel links herum drehen, und darauf durch einen Analysator, dessen Polarisationssebene  $A$  mit  $U''$  den Winkel  $\psi$  bildet, gehen, so erhält man für das durch die rechts drehenden Platten gegangene Licht:

$$u_r = u'' \cos (\psi - \delta) + v'' \sin (\psi - \delta) \quad \parallel A$$

und für das durch die links drehenden Platten gegangene Licht:

$$u_l = u'' \cos (\psi + \delta) + v'' \sin (\psi + \delta). \quad \parallel A.$$

Es ist also:

$$\begin{aligned} u_r &= a [\cos (\psi - \delta) \cos w + \sin (\psi - \delta) \{ \sin w \cos \Delta + e \cos w \sin \Delta \}] \cos \tau \\ &- a [e \cos (\psi - \delta) \sin w + \sin (\psi - \delta) \{ \sin w \sin \Delta - e \cos w \cos \Delta \}] \sin \tau. \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich die Intensität:

$$\begin{aligned} A_r &= a^2 \cos^2 (\psi - \delta) [\cos^2 w + e^2 \sin^2 w] \\ &+ a^2 \sin^2 (\psi - \delta) [\sin^2 w + e^2 \cos^2 w] \\ &+ a^2 \sin 2 (\psi - \delta) [(1 - e^2) \sin w \cos w \cos \Delta + e \sin \Delta]. \end{aligned}$$

Analog:

$$\begin{aligned} A_l &= a^2 \cos^2 (\psi + \delta) [\cos^2 w + e^2 \sin^2 w] \\ &+ a^2 \sin^2 (\psi + \delta) [\sin^2 w + e^2 \cos^2 w] \\ &+ a^2 \sin 2 (\psi + \delta) [(1 - e^2) \sin w \cos w \cos \Delta + e \sin \Delta]. \end{aligned}$$

Als Bedingung dafür, dass  $A_r = A_l$ , dass also alle Theile der Quarzplatte gleich hell erscheinen, erhält man:

$$(3) \quad 0 = \sin 2\psi \sin 2\delta (1 - e^2) \cos 2w - \cos 2\psi \sin 2\delta \\ [(1 - e^2) \sin w \cos w \cos A + e \sin A].$$

Die Dicke der vierfachen Quarzplatte sei so gewählt, dass  $\sin 2\delta$  nicht gleich Null ist. Macht man dann  $\psi = \pi/4$ , also  $\cos 2\psi = 0$ , so ist:

$$(1 - e^2) \cos 2w = 0.$$

Wäre der Factor  $1 - e^2$  gleich Null, also das aus der zu beobachtenden Quarzplatte tretende Licht circular polarisirt, so würde die Gleichung (2) ergeben:

$$q^2 = \frac{1}{\sin^2 \varphi}.$$

Diese Relation zwischen  $k_1$ ,  $k_2$  und  $l-r$  kann nur für bestimmte Platten erfüllt sein, und da man  $l-r$  durch passende Wahl der Dicke der Platte beliebig abändern kann, so lässt sich dieser Fall immer vermeiden.

Im allgemeinen wird also  $A_r$  nur gleich  $A_t$ , wenn  $\cos 2w = 0$  ist. Hieraus folgt  $w = \pm \pi/4 \pm \pi/2$ . Also fällt eine der Hauptaxen der Ellipsen mit  $A$  zusammen, und es soll diese jetzt mit  $U'$  bezeichnet werden, indem vorher die Wahl von  $U'$  noch willkürlich war. Es ist dann  $w = \pi/4$ , und der Winkel  $\gamma = U'OL$  ist gleich dem Winkel  $AOL$ , der wie unten angegeben werden wird, gemessen werden kann.

Für  $w = \pi/4$  wird:

$$(4) \quad A_r = A_t = a^2 \frac{1 + e^2}{2} + a^2 \cos 2\delta \left[ \frac{1 - e^2}{2} \cos A + e \sin A \right].$$

Wählt man die Dicke des vierfachen Quarzes so, dass  $\cos 2\delta = 0$  ist, was allerdings immer nur für eine Farbe der Fall sein kann, so ergibt sich:

$$A_r = A_t = a^2 \frac{1 + e^2}{2}.$$

Also ist dann die Intensität des Lichtes nach dem Durchgang durch den vierfachen Quarz und den Analysator unabhängig von der Grösse der Phasendifferenz  $A$ , welche im Compensator den Lichtstrahlen ertheilt wird, und man kann auch bei Benutzung des Babinet'schen Compensators durch Drehung des Polarisators allein die Intensität in den vier Feldern der Quarzplatte gleich machen. Ist dieses erreicht, so muss, wie oben gezeigt,  $U'$  mit  $A$  zusammenfallen.

Entfernt man den vierfachen Quarz, so ergibt sich die Intensität  $A$  des aus dem Analysator tretenden Lichtes, indem man in Gl. (4)  $\delta = 0$  setzt:

$$A = a^2 \left[ \cos^2 \frac{A}{2} + e^2 \sin^2 \frac{A}{2} + e \sin A \right].$$

Verschiebt man den beweglichen Quarzkeil so, dass an einer durch ein Andreaskreuz fixirten Stelle im Compensator der dunkle Streifen liegt, so ist für diese Stelle:

$$e^2 \sin^2 \frac{A}{2} + e \sin A \cos^2 \frac{A}{2} = 0,$$

also: 
$$e = -\operatorname{ctg} \frac{A}{2}.$$

Da nun  $A$  durch die Verschiebung des Quarzkeiles gemessen werden kann, so sind für die Bestimmung von  $\gamma$  und  $e$  zwei gesonderte Einstellungsobjecte gegeben.

Bestimmt man diese Grössen für dieselbe Quarzplatte in zwei verschiedenen Lagen, indem man diese Platte in ihrer Ebene dreht, so erhält man zwei Gleichungen:

$$q^2 = e^2 \frac{\cos^2(\varphi + \gamma)}{\sin^2 \varphi} + \frac{\sin^2(\varphi + \gamma)}{e^2 \sin^2 \varphi},$$

$$q^2 = e_1^2 \frac{\cos^2(\varphi + \gamma_1)}{\sin^2 \varphi} + \frac{\sin^2(\varphi + \gamma_1)}{e_1^2 \sin^2 \varphi},$$

welche zur Bestimmung von  $q^2$  und  $\operatorname{ctg} \varphi$  genügen. Nur in dem Falle genügen sie nicht, wenn:

$$e^2 \cos^2 \gamma + \frac{1}{e^2} \sin^2 \gamma = e_1^2 \cos^2 \gamma_1 + \frac{1}{e_1^2} \sin^2 \gamma_1,$$

$$\left( e^2 - \frac{1}{e^2} \right) \sin 2\gamma = \left( e_1^2 - \frac{1}{e_1^2} \right) \sin 2\gamma_1,$$

$$e^2 \sin^2 \gamma + \frac{1}{e^2} \cos^2 \gamma = e_1^2 \sin^2 \gamma_1 + \frac{1}{e_1^2} \cos^2 \gamma_1$$

ist. Durch Subtraction der ersten und dritten Gleichung erhält man:

$$\left( e^2 - \frac{1}{e^2} \right) \cos 2\gamma = \left( e_1^2 - \frac{1}{e_1^2} \right) \cos 2\gamma_1.$$

Dividirt man diese Gleichung in die zweite der obigen Bedingungsgleichungen, so ergibt sich:

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \operatorname{tg} 2\gamma_1.$$

In der angeführten Arbeit p. 435 ist aber gezeigt<sup>1)</sup>, dass dies im allgemeinen nur eintreten kann, wenn die Platte in ihrer Ebene um ein Vielfaches von  $\pi/2$  gedreht ist. Man kann also durch Drehung der Platte in ihrer Ebene sich eine Reihe von Gleichungen zur Bestimmung der Grössen  $q^2$  und  $\text{ctg } q$  verschaffen und daraus dann nach (1)  $k_2$  und  $l - r$  bestimmen.

An derselben Stelle ist gezeigt, dass, wenn sich für eine Stellung der Platte die Werthe  $\gamma$  und  $e$  ergeben, dann auch das Werthepaar  $\gamma' = \gamma + \pi/2$  und  $e' = -1/e$  für dieselbe Stellung sich ergeben muss.

Die Beobachtungen wurden mit einem von R. Fuess construirten Spectrometer angestellt, auf dessen Theilkreis mit Hülfe der Nonien halbe Minuten abgelesen werden konnten. In dem vorderen Brennpunkte der Collimatorlinse befindet sich ein Diaphragma mit einem rechtwinkligen Fadenkreuz  $F_1$ , und hinter der Linse ist ein Polarisationsprisma  $P$  mit geraden Endflächen angebracht; die Drehungen desselben können an einem Theilkreise bis auf ganze Minuten abgelesen werden. Zwischen Objectiv- und Ocularlinse des Beobachtungsfernrohres befindet sich ein Babinet'scher Compensator  $C$ , über dessen feste Platte ein Andreaskreuz  $F_2$  gespannt ist;  $F_2$  liegt in dem Brennpunkte der Objectivlinse. In dem Verbindungsstück zwischen  $C$  und der Ocularlinse ist eine seitlich leicht verschiebbare Hülse angebracht, welche eine vierfache Quarzplatte  $Q$  von 2,08 mm Dicke<sup>2)</sup> enthält, bei welcher die Grenzflächen der einzelnen Theile  $45^\circ$  mit der Verticallinie bilden. Mit  $Q$  verbunden ist eine Linse, welche bewirkt, dass man nach dem Einschalten der Hülse die Quarzplatte deutlich sieht, wenn man vorher  $F_2$  deutlich

1) An dieser Stelle ist durch Versehen eine falsche Formel angeführt. Es muss Z. 11 v. u. heissen:

$$\text{tg } 2\gamma' = - \frac{\sin 2q + q^2 \sin^2 q \sin 4\alpha}{\cos 2q - q^2 \sin^2 q \cos 4\alpha}.$$

2) Da für die Linie  $D$  die Drehung der Polarisationssebene durch eine Quarzplatte von 1 mm Dicke, ca.  $21,7^\circ$  beträgt, so ist sie für obige Platte ca.  $45^\circ$ . Also ist  $\cos 2\delta$  nahezu gleich Null.

gesehen hat. Hinter der Ocularlinse befindet sich ein mit einem Theilkreise, welcher Minuten abzulesen gestattet, versehener Analysator.

Die Anordnung der Versuche war folgende. Nachdem die Fernrohre ohne die Polarisationsprismen justirt waren, wurde  $P$  hinzugefügt. Es zeigte sich, dass bei der Drehung von  $P$  das Bild von  $F_1$  um  $F_2$  einen kleinen Kreis beschrieb. Der Durchmesser dieses Kreises wurde mittelst einer Mikrometerschraube gemessen, welche bei einer ganzen Umdrehung das Beobachtungsfernrohr um 13 Minuten verschob, und deren Trommel in 100 Theile getheilt war. Die Ablenkung des Bildes von  $F_1$  betrug 1,80 Minuten, und zwar fand sie nach oben, resp. unten statt, wenn  $P$  auf  $101,5^\circ$ , resp.  $281,5^\circ$ , nach der Seite, wenn  $P$  auf  $11,5^\circ$ , resp.  $191,5^\circ$  stand. Kam es in der Folge bei einer Einstellung auf die richtige Höhe des Bildes von  $F_1$  an, so wurde  $P$  auf  $11,5^\circ$  gestellt. Sollte dagegen das Bild nicht nach der Seite abgelenkt sein, so wurde  $P$  auf  $101,5$  gestellt.

Fügte man den Analysator hinzu, so zeigten sich im Compensator  $C$  die farbigen Streifen. Um die Hauptschnitte von  $C$  zu bestimmen, wurden  $A$  und  $P$  abwechselnd solange gedreht, bis das ganze Gesichtsfeld dunkel war. Dieses kann nur eintreten, wenn die Polarisations Ebenen von  $A$  und  $P$  je einem Hauptschnitt von  $C$  parallel sind, und wenn in  $C$  selbst die Hauptschnitte der beiden Quarzkeile zusammenfallen. Das letztere konnte durch eine im Compensator angebrachte Schraube bewirkt werden, durch welche der bewegliche Quarzkeil in seiner Ebene gedreht wird. An dem Compensator war auch der feste Quarzkeil in seiner Ebene drehbar. Da er aber mit dem Andreaskreuz fest verbunden ist, so wurde diese Drehung nicht benutzt. Durch dieselbe ist es indessen ermöglicht, die Hauptschnitte von  $C$  parallel und senkrecht zur Drehungsaxe des Spectrometers zu stellen.

Als Mittel aus je vier Beobachtungen in den acht möglichen verschiedenen Stellungen von  $P$  und  $A$  zu einander wurde gefunden, dass die Polarisations Ebene von  $P$  und  $A$  senkrecht zu einander und parallel zu den Hauptschnitten

von  $C$  sind, wenn z. B.  $P$  auf  $157,65^\circ$  und  $A$  auf  $83,1^\circ$  steht. Darauf wurde  $A$  auf  $38,1^\circ$  gestellt und in dieser Lage während der ganzen Dauer der Beobachtungen belassen.

Am Anfang jeder Beobachtungsreihe wurde die optische Axe des Beobachtungsfernrohres parallel der des Collimators gestellt und seine Stellung abgelesen, dann wurde die zu beobachtende Quarzplatte auf der drehbaren Axe des Spectrometers befestigt, sodass ihre Normale ungefähr einen Winkel von  $45^\circ$  mit der Collimatoraxe bildete, und ihre Ebene nahezu parallel der Drehungsaxe war. Nun wurde das Beobachtungsfernrohr soweit seitwärts gedreht, dass das an der Quarzplatte gespiegelte Bild von  $F_1$  gesehen werden konnte; durch Justiren der Platte konnte dasselbe in die richtige Höhe gebracht werden ( $P$  stand dabei auf  $11,5^\circ$ ). Durch Drehen des Fernrohres wurde dann der Mittelpunkt von  $F_2$  auf den verticalen Faden von  $F_1$  gebracht ( $P$  stand hierbei auf  $101,5^\circ$ ). Diese Stellung des Fernrohres wurde abgelesen. Nachdem man so den Winkel  $R$  bestimmt hatte, um welchen das Fernrohr gedreht war, wurde letzteres in seine ursprüngliche Lage zurückgeführt und die Axe, welche die Quarzplatte trägt, um den Winkel  $90^\circ - R/2$  gedreht, sodass dann die Quarzplatte senkrecht zur Axe des Collimators und des Fernrohres stand. Darauf wurden die am Compensator befindlichen Schieber so weit vorgeschoben, dass nur ein schmaler Spalt hell blieb, in dessen Mitte sich  $F_2$  befand, und an Stelle der bis dahin benutzten Petroleumlampe eine Kochsalzflamme gesetzt.

Nach der Einschaltung des vierfachen Quarzes  $Q$  wurde dann der Polarisator  $P$  so eingestellt, dass die vier Theile von  $Q$  gleich hell erschienen. Es war dieses bei zwei zu einander senkrechten Stellungen von  $P$  der Fall, bei  $g^\circ$  und  $g^\circ + 90^\circ$ . Wenn zu  $g^\circ$  das Axenverhältniss  $e = \operatorname{tg} n$  gehört, so gehört zu  $g^\circ + 90^\circ$  das Axenverhältniss  $-1/e = -\operatorname{ctg} n = \operatorname{tg}(n + 90^\circ)$ . Es müssen also auch die beiden Stellungen des Compensators, welche bei jenen Lagen von  $P$  nach Entfernung von  $Q$  den schwarzen Streifen in die Mitte des Spaltes bringen, zwei Werthe von  $A$  geben, die sich um  $180^\circ$  unterscheiden. Stellte man also mit  $P$  auf  $g^\circ$  den Streifen



in die Mitte des Spaltes, und drehte dann nach Einschaltung von  $Q$  den Polarisator um  $90^\circ$ , so musste nach Entfernung von  $Q$  der Quarzkeil in  $C$  um eine Strecke verschoben werden, welche einer Phasendifferenz von  $180^\circ$  entspricht. Hierauf wurde wieder  $Q$  eingeschaltet,  $P$  eingestellt,  $Q$  entfernt,  $C$  eingestellt u. s. w. So wurden die Beobachtungen immer bei vier verschiedenen Stellungen des Polarisators gemacht. Die einzelnen Einstellungen wurden in jedem Falle viermal wiederholt und das Mittel aus diesen Beobachtungen genommen. Die Abweichungen der einzelnen Ablesungen bei  $P$  betrugen selten 15 Minuten, erreichten aber nie die Grösse von 30 Minuten.

Um diejenigen Stellungen des Compensators zu ermitteln, welche als Werthe für  $\Delta$  die ganzen Vielfachen von  $180^\circ$  gaben, wurde zum Schlusse jeder Beobachtungsreihe die Quarzplatte von der Spectrometeraxe entfernt,  $P$  auf  $112,65^\circ$ , resp.  $202,65^\circ$  gestellt, und die dunklen Streifen an verschiedenen Stellen von  $C$  in die Mitte des Spaltes gebracht. Diese Ermittlung fand am Schlusse jeder Beobachtungsreihe statt, weil die Stellung des Spaltes etwas variierte.

Als Beispiel soll hier die erste Beobachtungsreihe, die überhaupt gemacht wurde, angeführt werden:

Stellung von $P$	$316,5^\circ$	$46,75^\circ$	$137,1^\circ$	$227,0^\circ$
	6,5	7,0	7,0	6,6
	7,1	6,5	6,9	6,9
	6,5	6,9	7,0	6,8
Mittel	$316,65^\circ$	$46,8^\circ$	$137,0^\circ$	$226,8^\circ$
Stellung von $C$	$40,38^\circ$	$50,83^\circ$	$60,99^\circ$	$71,11^\circ$
	57	93	1,01	00
	56	83	0,88	12
	46	83	0,89	00
Mittel	$40,49^\circ$	$50,86^\circ$	$60,94^\circ$	$71,06^\circ$

Ferner war:

$\Delta =$	$-360^\circ$	$-180^\circ$	$0^\circ$	$180^\circ$	$360^\circ$
für $C$ auf	30,33	40,37	50,58	60,68	70,78.

Aus sämmtlichen Einstellungen ergab sich als Mittel, dass  $\Delta$  um  $360^\circ$  wuchs, wenn die Mikrometerschraube an  $C$  um 20,22 Umdrehungen gedreht wurde. Um  $\Delta$  in Graden zu erhalten, muss man die Schraubenumgänge mit  $360:20,22$

= 1000:56 multipliciren. Es ergeben sich so als zusammengehörige Werthe:

$$g^0 \quad 316,65^0 \quad 46,8^0 \quad 137,0^0 \quad 226,8^0 \\ \frac{A}{2} \quad 0,12^0 \cdot \frac{1000}{112} - 90^0 \quad 0,28^0 \cdot \frac{1000}{112} \quad 0,26^0 \cdot \frac{1000}{112} + 90^0 \quad 0,28^0 \cdot \frac{1000}{112} + 180^0.$$

Es sollten eigentlich  $g$  und  $A/2$  immer um  $90^0$  wachsen; folglich werden sich als Mittel folgende zusammengehörige Werthe ergeben:

$$g = 46,8^0, \quad \frac{A}{2} = 0,24 \cdot \frac{1000}{112} = 2,1^0 \text{ oder } g = 136,8^0, \quad \frac{A}{2} = 92,1^0.$$

Nun ist:

$$\gamma = 202,65^0 - g, \quad e = \operatorname{tg} n = -\operatorname{ctg} \frac{A}{2}, \quad \text{also } n = \frac{A}{2} - 90^0.$$

Hieraus ergibt sich:  $\gamma = 65,8^0$ ,  $n = 2,1^0$ .

Für jede Platte wurden auf solche Weise sechs Beobachtungsreihen in sechs verschiedenen Stellungen gemacht und dann aus den sechs Gleichungen:

$$(5) \begin{cases} \sin^2 n \cos^2 n q^2 = (\sin^4 n \cos^2 \gamma + \cos^4 n \sin^2 \gamma) \operatorname{ctg}^2 \varphi \\ \quad + \cos 2n \sin 2\gamma \operatorname{ctg} \varphi + \sin^4 n \sin^2 \gamma + \cos^4 n \cos^2 \gamma \end{cases}$$

nach der Methode der kleinsten Quadrate  $q^2$  und  $\operatorname{ctg} \varphi$  berechnet. Wie hieraus  $k_1$ ,  $k_2$  und  $l - r$  eindeutig bestimmt werden können, ist angegeben<sup>1)</sup>:

Aus den Beobachtungen ergab sich:

Platte I	$\begin{cases} \gamma & + 65,8^0 \\ n & + 2,1 \end{cases}$	$\begin{cases} + 64,4^0 \\ + 7,2 \end{cases}$	$\begin{cases} + 66,1^0 \\ - 10,7 \end{cases}$	$\begin{cases} + 65,7^0 \\ + 1,2 \end{cases}$	$\begin{cases} + 64,6^0 \\ + 8,0 \end{cases}$	$\begin{cases} + 64,9^0 \\ - 4,0 \end{cases}$
Platte II	$\begin{cases} \gamma & - 15,9 \\ n & - 24,7 \end{cases}$	$\begin{cases} + 90,5 \\ - 7,2 \end{cases}$	$\begin{cases} + 29,7 \\ + 24,6 \end{cases}$	$\begin{cases} - 19,4 \\ - 22,3 \end{cases}$	$\begin{cases} + 90,7 \\ - 8,7 \end{cases}$	$\begin{cases} + 30,4 \\ + 25,8 \end{cases}$
Platte III	$\begin{cases} \gamma & - 0,1 \\ n & - 13,1 \end{cases}$	$\begin{cases} + 1,5 \\ - 2,4 \end{cases}$	$\begin{cases} + 1,3 \\ + 8,6 \end{cases}$	$\begin{cases} + 0,2 \\ - 6,9 \end{cases}$	$\begin{cases} + 1,3 \\ - 2,3 \end{cases}$	$\begin{cases} + 1,2 \\ + 8,7 \end{cases}$

Hieraus folgt:

	Platte I	II	III
$q^2$	0,0455	4,243	35,09
$\operatorname{ctg} \varphi$	- 0,4542	+ 0,2306	- 17,98
$k_1$	1,236	4,350	11,93
$k_2$	0,809	0,230	0,084
$(l-r)/2$	-66,05°	-95,75°	-378,5°
$D$	2,972	1,996	1,984
$d$	- 0,1235	- 0,2665	- 1,060
$\Theta$	2,37°	7,18°	14,89°

1) B. Hecht, l. c. p. 440—441.

$D$  bedeutet hierin die Dicke der Platten, die mit einem Sphärometer gemessen wurde;  $d$  ist gleich  $(l-r)/2\pi D$ , also gleich dem Gangunterschied, den eine Platte von 1 mm Dicke hervorrufen würde.  $\Theta$  ist der Winkel der optischen Axe gegen die Normale der Platten.

Die zum Vergleich herangezogenen Theorien ergeben sämmtlich:

$$k_2 = \sqrt{h^2 + 1} - h = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \psi, \quad d^2 = p^2 \sin^4 \Theta \frac{1 + h^2}{h^2} = p^2 \frac{\sin^4 \Theta}{\cos^2 \psi},$$

worin  $p$  und  $h = \operatorname{ctg} \psi$  folgende Werthe haben:

	$p$	$h = \operatorname{ctg} \psi$
Cauchy <sup>1)</sup>	$\left. \begin{aligned} &\frac{n}{n'} \frac{1}{\lambda} (n' - n) = 15,44 \\ &\frac{n^2 - 1}{n'^2 - 1} \cdot \frac{n'^2 - n^2}{2n\lambda} = 15,27 \end{aligned} \right\}$	$\left\{ \begin{aligned} &\frac{p}{d_0} \operatorname{tg}^2 \Theta \\ &\frac{p}{d_0} \operatorname{tg} \Theta \sin \Theta \end{aligned} \right.$
v. Lang I <sup>2)</sup>		
Lommel <sup>3)</sup>	$\frac{n^2 - 1}{n'^2 - 1} \cdot \frac{n'^2 - n^2}{2n\lambda} = 15,27$	$\frac{p}{d_0} \operatorname{tg} \Theta \sin \Theta$
Ketteler <sup>4)</sup>	$\frac{n'^2 - n^2}{2n\lambda} = 15,58$	$\frac{p}{d_0} \operatorname{tg} \Theta \sin \Theta$
v. Lang II <sup>5)</sup>	$\left. \begin{aligned} &\frac{n}{n'} \frac{n'^2 - n^2}{2n'\lambda} = 15,40 \end{aligned} \right\}$	$\left\{ \begin{aligned} &\frac{p}{d_0} \sin^2 \Theta. \end{aligned} \right.$
Voigt <sup>6)</sup>		

Zur Berechnung der numerischen Werthe von  $p$  wurde  $n' = 1,55338$ ,  $n = 1,54423$  und  $\lambda = 0,000\,589$  gesetzt. Führt man noch  $d_0 = 0,1207$  ein, so ergeben sich die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werthe:

Platte		Cauchy u. v. Lang I	Lommel	Ketteler	v. Lang II u. Voigt	beob.
I	$-d$	0,1234	0,1233	0,1235	0,1235	0,1235
	$k_2$	0,805	0,807	0,803	0,805	0,809
II	$-d$	0,2689	0,2665	0,2713	0,2691	0,2665
	$k_2$	0,233	0,235	0,233	0,237	0,230
III	$-d$	1,026	1,014	1,035	1,024	1,060
	$k_2$	0,055	0,056	0,057	0,059	0,084

1) Jamin, Ann. de chim. et de phys. (3) **30**. p. 68. 1850.

2) v. Lang, Pogg. Ann. **119**. p. 85. 1863.

3) Lommel, Wied. Ann. **15**. p. 389. 1881.

4) Ketteler, Theoretische Optik. p. 419–421. 1885.

5) v. Lang, Pogg. Ann. Ergbd. **8**. p. 622. 1878.

6) Voigt, Wied. Ann. **19**. p. 899. 1883, gibt nur das Axenverhältniss.

Die Beobachtungen ergeben also Resultate, die mit allen Theorien annähernd übereinstimmen. Nur bei Platte III sind die Abweichungen grösser, und zwar wohl deshalb, weil bei ihr  $\gamma$  und  $n$  immer sehr klein sind. Dadurch werden auch die Coëfficienten der Gl. (5) sehr klein, und die Beobachtungsfehler haben einen grösseren Einfluss, sodass die Schlussresultate ungenauer werden.

Eine Entscheidung zwischen einzelnen Gruppen von Theorien herbeizuführen, ist indessen mit den vorhandenen Hilfsmitteln noch nicht möglich gewesen. Der Grund hierfür ist wohl auch darin zu suchen, dass der Zusammenhang der beobachtbaren Grössen, für welche ja bei der angewendeten Methode zwei gesonderte Einstellungsobjecte vorhanden sind, mit den gesuchten Grössen kein directer, sondern durch mehrere Gleichungen vermittelt ist. Theilweise mögen die Ungenauigkeiten auch durch die Depolarisation, welche durch die Linsen des Fernrohres hervorgerufen wird, verursacht werden.

Min. Inst. der Univ. in Königsberg i./Pr.

---

### V. *Constanz des Refraktionsvermögens;* *von E. Ketteler.*

---

Man hat bisher die Abhängigkeit der Brechungsindices ( $n$ ) fester und flüssiger Medien von der Temperatur ( $t$ ) in ähnlicher Weise wie die des Volumens ( $v$ ) und der Dichte ( $d$ ) empirisch durch eine nach Potenzen der Temperatur fortschreitende Reihe darzustellen gesucht. So brauchen Jamin<sup>1)</sup>, Rühlmann<sup>2)</sup>, Lorenz<sup>3)</sup> und andere die Formen:

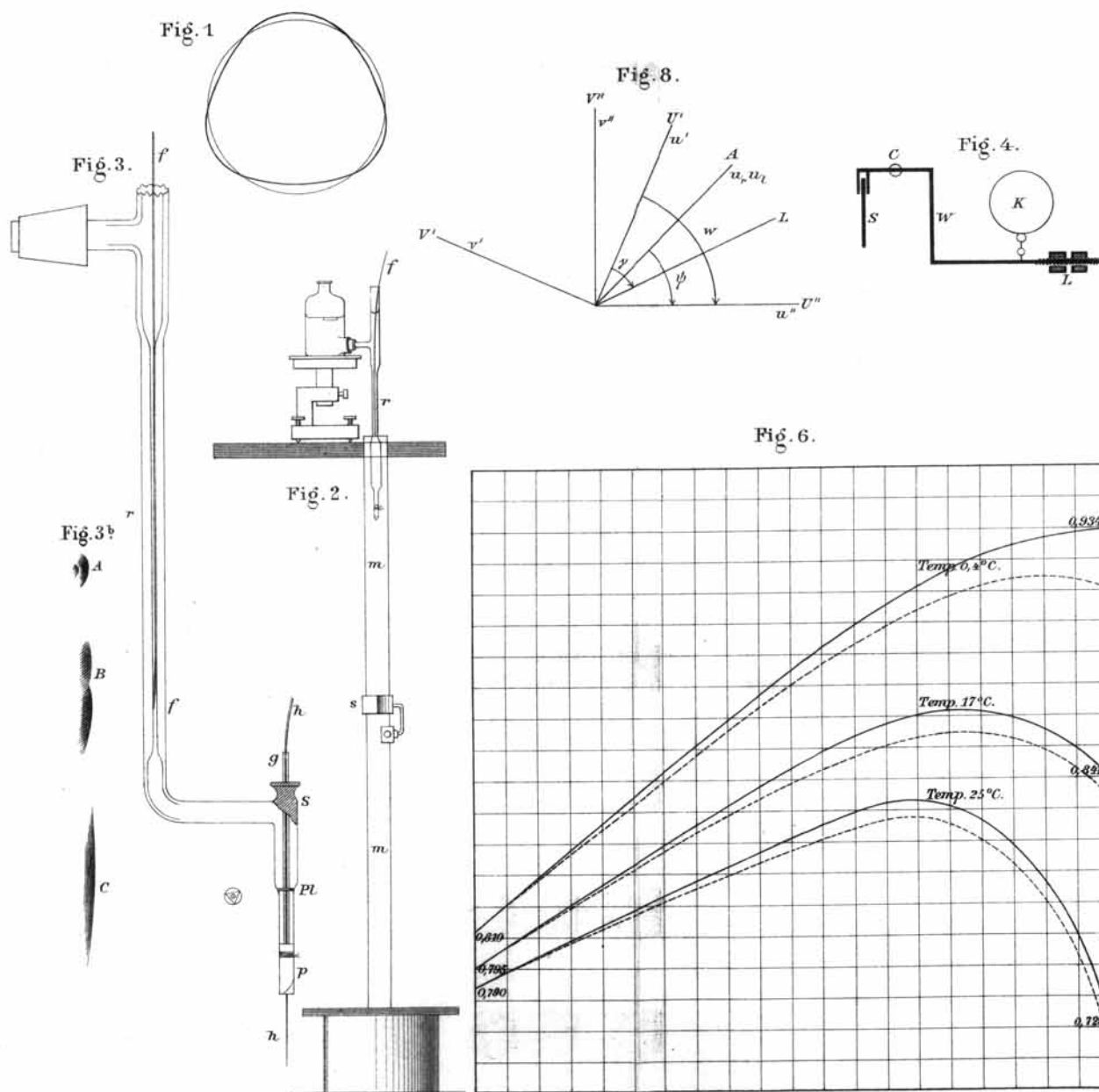
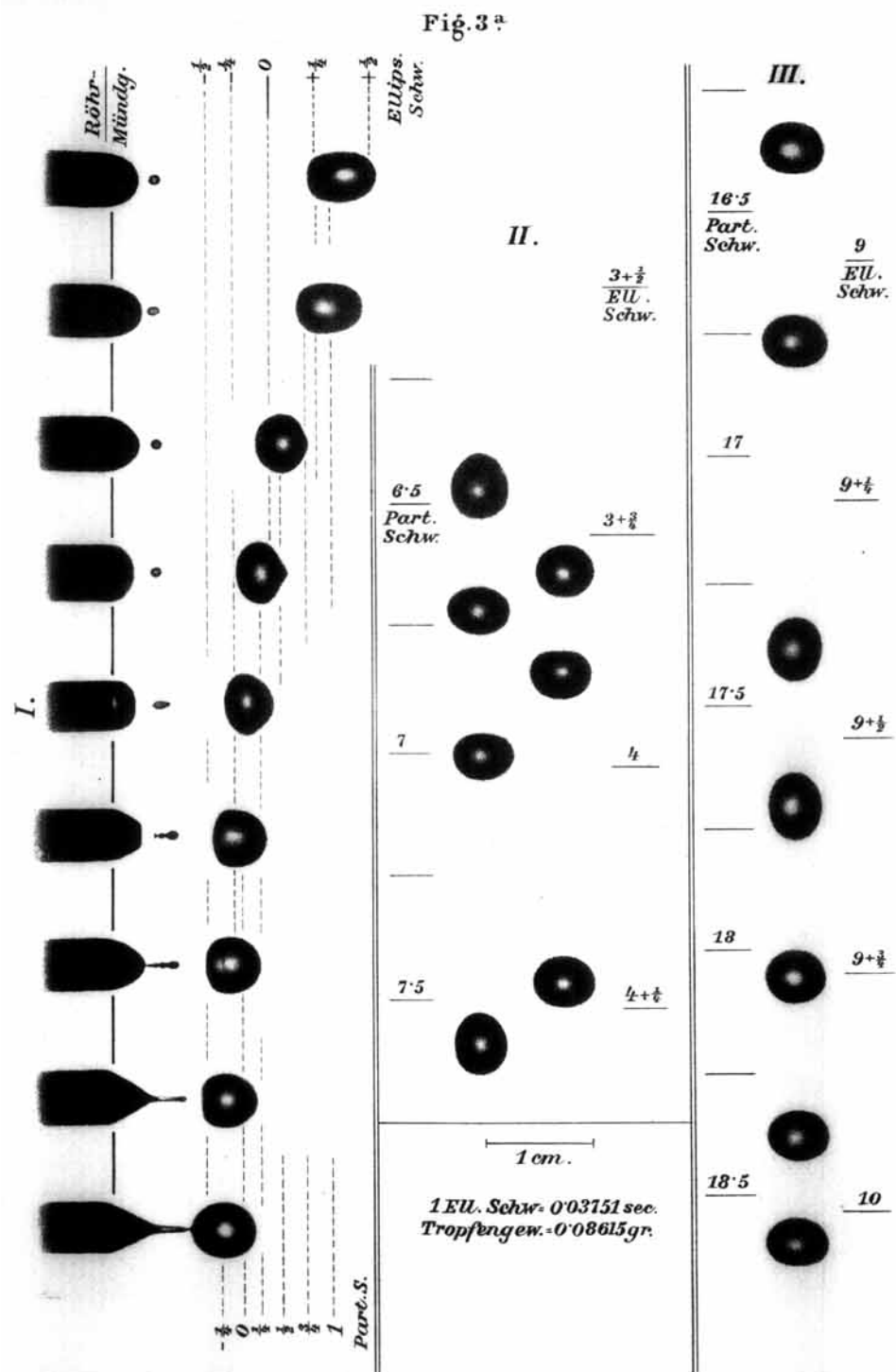
$$\begin{aligned} n &= a - bt - ct^2 \dots \\ d &= \alpha - \beta t - \gamma t^2 \dots, \end{aligned}$$

---

1) Jamin, Compt. rend. **43**. p. 1191. 1856.

2) Rühlmann, Pogg. Ann. **132**. p. 1 u. 177. 1867.

3) Lorenz, Wied. Ann. **11**. p. 78. 1880.

Lenard Fig. 1-3<sup>b</sup> Blümcke Fig. 4-7. Hecht Fig. 8.