9. *Methode zur Bestimmung der Periode electrischer Schwingungen;*
von Margaret E. Maltby.

(Aus dem Institut für physik. Chemie zu Göttingen.)

1. Einleitung.

Die folgende Methode zur Bestimmung des Verhältnisses zwischen electrostatischen und electromagnetischen Einheiten und der Periode sehr schneller electrischer Schwingungen stützt sich auf eine neue Anwendung des Princips der Wheatstone'schen Brücke, indem die Capacitäten der beiden Hälften des Messinstrumentes selbst, eines Electrometers, als zwei Zweige der Brücke dienen, während die beiden anderen einen Condensator, bez. einen Widerstand enthalten. Die Beziehung dieser beiden ist eine Function der Wechselzahl des Stromes, welcher das System durchfliesst. Die Methode ist natürlich eine Nullmethode.

Zur Bestimmung der Periode oder der Wellenlänge sehr schneller electrischer Schwingungen ist dieselbe anwendbar in einem Gebiete, wo Methoden, welche auf Resonanzerscheinungen oder Photographiren einer Funkenreihe beruhen, recht difficil oder gar unbrauchbar sind. Ausserdem aber zeichnet sich die Methode durch bequeme Handhabung aus.

2. Theorie.

Wir wollen, um die Theorie der Methode zu entwickeln, zunächst den einfachsten möglichen Fall betrachten, nämlich den, dass wir ein Electrometer von *sehr geringer* Capacität haben, z. B. ein Hankel'sches Goldblattelectrometer E (Fig. 1). Zwischen das Goldblatt N und die eine Platte desselben P_1 schalten wir einen Condensator von der Capacität C, zwischen die andere Platte des Electrometers P_2 und das Goldblättchen einen Widerstand W ohne merkliche Selbstinduction. Es sei die Potentialdifferenz zwischen a und b in einem bestimmten Augenblicke V_1, die zwischen b und d sei V_2. Der Punkt a hat dabei das Potential der Platte P_1 und des einen Conductors des Condensators C, der Punkt b das des Goldblättchens, des anderen Conductors des Condensators und des einen Endes des Widerstandes W, der Punkt d das des anderen Endes des Widerstandes und der Electrometerplatte P_2. Wenn wir durch dieses System einen Strom i schicken, welcher eine einfache Sinusfunction der Zeit ist, also

$$i = \alpha \sin \frac{\pi t}{T}, \tag{1}$$

wo α die Amplitude und T die Periode eines einmaligen Wechsels ist, dann haben wir die folgenden Bedingungsgleichungen:

$$C\,d\,V_1 = i\,d\,t \tag{2}$$

im Condensatorzweige des Stromkreises und

$$V_2 = i\,W \tag{3}$$

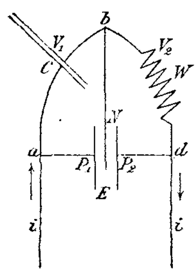

Fig. 1.

im Widerstandszweige. Da ferner die Anziehung zwischen dem Goldblättchen und einer Electrometerplatte eine Function des Quadrates ihrer Potentialdifferenz V ist, so muss sie für eine periodische electromotorische Kraft

$$\int_0^T V^2\,d\,t$$

sein; ist nun der Widerstand W so abgemessen, dass bei einem Strom von der Periode T das Goldblättchen nicht ausschlägt, so muss sein

$$\int_0^T V_1^2\,d\,t = \int_0^T V_2^2\,d\,t. \tag{4}$$

Aus diesen vier Bedingungsgleichungen erhalten wir durch Substitution und Integration

$$\frac{\alpha^2}{C^2}\,\frac{T^2}{\pi^2}\int_0^T \cos^2\frac{\pi t}{T}\,d\,t = \alpha^2\,W^2\int_0^T \sin^2\frac{\pi t}{T}\,d\,t \tag{5}$$

und schliesslich durch Integration

$$T = \pi\,C\,W, \tag{6}$$

eine sehr wichtige und einfache Beziehung zwischen den drei Variablen, einer Capacität, einem Widerstande und der Periode einer einfachen harmonischen electromotorischen Kraft.

Diese Methode kann nun angewandt werden, um eine Formel für die Beziehungen zwischen diesen drei Variablen, ferner aber auch einer vierten, nämlich der Selbstinduction abzuleiten. Der Widerstand W_1, welcher einem Condensator von der Capacität C_1 parallel geschaltet ist, habe den Selbstinductionscoefficient p_1 (vgl. Fig. 2) und die Potentialdifferenz an den Enden dieses verzweigten Leitungsstückes A und B sei V_1, eine einfache Sinusfunction der Zeit, der Strom, der in dieses System in einem bestimmten Augenblicke fliesst, sei i, der im Condensatorzweige i_1'' und der im Widerstandszweige i_1'.

Dann haben wir folgende Bedingungsgleichungen: wir setzen

(7) $$V_1 = \alpha_1 \sin \frac{\pi t}{T},$$

dann ist im Widerstandszweige

(8) $$i_1' W_1 + p_1 \frac{d i_2'}{d t} = V_1 = \alpha_1 \sin \frac{\pi t}{T}$$

und im Condensatorzweig

(9) $$i_1'' = C_1 \frac{d V_1}{d t} = C_1 \alpha_1 \frac{\pi}{T} \cos \frac{\pi t}{T}.$$

Nach dem Kirchhoff'schen Gesetze und weil i eine Sinusfunction der Zeit sein muss, da ja V_1 eine solche ist, können wir setzen

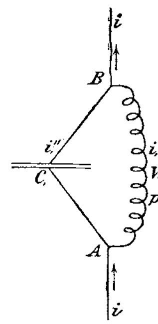

Fig. 2.

(10) $$i_1'' + i_1' = i = \beta \sin \left(\frac{\pi t}{T} + \varphi\right).$$

Aus der linearen Differentialgleichung (8) finden wir für i_1' den Werth

(11) $$i_1' = \frac{\alpha_1}{p_1} \frac{1}{\frac{W_1^2}{p_1^2} + \frac{\pi^2}{T^2}} \cdot \left(\frac{W_1}{p_1} \sin \frac{\pi t}{T} - \frac{\pi}{T} \cos \frac{\pi t}{T}\right) + C' e^{-\frac{W_1}{p_1} t}.$$

Der zweite Summand, welcher die Integrationsconstante C' enthält, verschwindet sehr schnell nach dem Beginn des Stromes, und hat daher keinen Einfluss mehr auf die Beziehung zwischen den Variablen, wenn das System im stationären Zustand ist. Setzt man diesen Werth von i_1' und den von i_1'' aus (9) in die Gleichung (10) ein, so bekommt man

$$(12)\quad \left\{\begin{aligned} \beta \sin\left(\frac{\pi t}{T} + \varphi\right) &= \frac{\alpha_1}{p_1} \frac{1}{\frac{W_1^2}{p_1^2} + \frac{\pi^2}{T^2}} \cdot \frac{W_1}{p_1} \sin \frac{\pi t}{T} \\ &\quad + \left(C_1 \alpha_1 \frac{\pi}{T} - \frac{\alpha_1}{p_1} \frac{1}{\frac{W_1^2}{p_1^2} + \frac{\pi^2}{T^2}} \cdot \frac{\pi}{T}\right) \cos \frac{\pi t}{T}. \end{aligned}\right.$$

Aus dieser trigonometrischen Beziehung[1]) ergiebt sich, dass die Amplitude des Stromes gleich

$$\beta = \alpha_1 \sqrt{\frac{W_1^2}{p_1^4}\left(\frac{1}{\frac{W_1^2}{p_1^2} + \frac{\pi^2}{T_2}}\right)^2 + \left(C_1 \frac{\pi}{T} - \frac{\pi}{T p_1} \cdot \frac{1}{\frac{W_1^2}{p_1^2} + \frac{\pi^2}{T^2}}\right)^2}$$

$$= \alpha_1 \sqrt{\frac{1}{W_1^2}\left(\frac{1}{1 + \frac{\pi^2 p_1^2}{T^2 W_1^2}}\right)^2 + \frac{\pi^2}{T^2}\left(C_1 - \frac{p_1}{W_1^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 p_1^2}{T^2 W_1^2}}\right)^2}$$

und die Amplitude der electromotorischen Kraft gleich

$$(13)\quad \alpha_1 = \beta \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{W_1^2}\left(\frac{1}{1 + \frac{\pi^2 p_1^2}{T_2 W_1^2}}\right)^2 + \frac{\pi^2}{T^2}\left(C_1 - \frac{p_1}{W_1^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 p_1^2}{T^2 W_1^2}}\right)^2}}$$

ist. Wenn wir nun in B einen zweiten getheilten Stromweg derselben Art anschliessen, welcher einen Condensator von der Capacität C_2, einen Widerstand W_2 mit dem Selbstinductionscoefficienten p_2 enthält, so bekommen wir, wenn V_2 die Potentialdifferenz an den Enden desselben ist, i_2'' den Strom im Condensatorzweige, i_1' den im Widerstandszweige bezeichnet, ganz analoge Bedingungsgleichungen, und haben also für die Amplitude der electromotorischen Kraft in diesem zweiten getheilten Stromzweig

$$(14)\quad \alpha_2 = \beta \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{W_2^2}\left(\frac{1}{1 + \frac{\pi^2 p_2^2}{T_2 W_2^2}}\right)^2 + \frac{\pi^2}{T_2}\left(C_2 - \frac{p_2}{W_2^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 p_2^2}{T^2 W_2^2}}\right)^2}}.$$

Unterwerfen wir diese beiden getheilten Stromzweige derselben Bedingung wie vorher, nämlich dass

$$\int_0^T V_1^2 \, dt = \int_0^T V_2^2 \, dt,$$

---

1) $A \sin \vartheta + B \cos \vartheta = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\vartheta + \psi)$ wo $\psi = \operatorname{arctg}(B/A)$.

das heisst

$$\alpha_1^2 \int\limits_0^T \sin^2 \frac{\pi t}{T}\, d t = \alpha_2^2 \int\limits_0^T \sin^2 \frac{\pi t}{T}\, d t,$$

so muss sein

$$\alpha_1 = \alpha_2 \tag{15}$$

oder

$$\frac{1}{W_1^2}\left(\frac{1}{1+\frac{\pi^2 p_1^2}{T^2 W_1^2}}\right)^2 + \frac{\pi^2}{T^2}\left(C_1 - \frac{p_1}{W_1^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{\pi_2 p_1^2}{T^2 W_1^2}}\right)^2$$

$$= \frac{1}{W_2^2}\left(\frac{1}{1+\frac{\pi^2 p_2^2}{T^2 W_2^2}}\right)^2 + \frac{\pi^2}{T^2}\left(C_2 - \frac{p_2}{W_2^2}\cdot\frac{1}{1+\frac{\pi^2 p_2^2}{T^2 W_2^2}}\right)^2$$

oder

$$\left\{\begin{aligned} &\left(\frac{1}{1+\frac{\pi^2 p_1^2}{T^2 W_1^2}}\right)^2 \left\{\frac{1}{W_1^2} + \frac{\pi_2}{T^2}\left[C_1\left(1+\frac{\pi_2 p_1^2}{T^2 W_1^2}\right) - \frac{p_1}{W_1^2}\right]^2\right\} \\ &= \left(\frac{1}{1+\frac{\pi^2 p_2^2}{T^2 W_2^2}}\right) \left\{\frac{1}{W_2^2} + \frac{\pi^2}{T^2}\left[C_2\left(1+\frac{\pi^2 p_1^2}{T^2 W_2^2}\right) - \frac{p_2}{W_2^2}\right]^2\right\}. \end{aligned}\right. \tag{16}$$

Irgend welche Phasendifferenz zwischen den Strömen verschiedener Zweige kommt bei dieser allgemeinen Gleichung des Gleichgewichtes in unserem System nicht in Betracht — oder, genauer gesagt, diese Differenzen sind bei der Integration eliminirt worden —, nur die *Amplituden der electromotorischen Kräfte* in den beiden getheilten Stromzweigen müssen gleich sein, und damit dies der Fall ist, muss die Beziehung zwischen den Widerständen, Selbstinductionscoefficienten, Capacitäten und der Periode bestehen, welche in Gleichung (16) ausgedrückt ist.

Wenn wir den Selbstinductionscoefficienten in den Zweigen so hinreichend klein machen, so wird

$$\frac{1}{W_1^2} + C_1 \frac{\pi^2}{T^2} = \frac{1}{W_1^2} + C_2 \frac{\pi^2}{T^2}$$

und wenn wir ferner die Capacität in dem einen getheilten Zweige unmerklich klein, den Widerstand des anderen dagegen unendlich gross machen, so nimmt die Gleichung (16) die einfache Form der Gleichung (6) an.

Gebrauchen wir als Messinstrument ein Electrometer, dessen Capacität gegenüber der des Condensators nicht zu vernachlässigen ist, dann ist die Capacität in einem der getheilten Zweige gleich der Summe der Capacitäten des Condensators C_1 und der der Electrometernadel und des einen Quadrantenpaares c_3, da diese beiden Capacitäten parallel geschaltet sind, und die Capacität C_2 des anderen getheilten Zweiges ist nicht Null, wie wir vorhin annahmen, sondern c_3', wo c_3' die Capacität der Nadel und des anderen Quadrantenpaares ist. Ist dann W_1 unendlich gross und sind die Glieder, welche Selbstinductionscoefficienten enthalten, zu vernachlässigen, so nimmt Gleichung (16) die Form an

$$(17) \qquad \frac{\pi^2}{T^2}(C_1 + c_3)^2 = \frac{1}{W_2^2} + \frac{\pi^2}{T^2} c_3'^2 ,$$

oder, wenn das Electrometer symmetrisch, d. h. wenn $c_3 = c_3'$ ist,

$$\frac{\pi^2}{T^2}(C_1^2 + 2\,C_1\,c_3) = \frac{1}{W_2^2}$$

und

$$(18) \qquad T = \pi\,W_2 \sqrt{C_1^2 + 2\,C_1\,c_3} ,$$

was sich von (6) nur durch die Correction für die Capacität des Electrometers unterscheidet.

Wenn die Periode T in *Secunden*, der Widerstand W in *absoluten electromagnetischen Einheiten* und die Capacität in *absoluten electrostatischen Einheiten* ausgedrückt ist, so muss der Factor v^2 eingeführt werden, damit wir eine homogene Gleichung erhalten. Gleichung (6) wird dann

$$(19) \qquad T = \pi\,W \frac{C}{v^2}$$

und

$$(20) \qquad v = \sqrt{\frac{\pi\,W\,C}{T}} .$$

Diese zwei Formeln geben eine bequeme und einfache Methode zur Bestimmung 1. der Periode einer alternirenden electromotorischen Kraft, welche eine einfache harmonische Function der Zeit ist, und 2. einer wichtigen physikalischen Constanten — der Beziehung zwischen electrostatischen und electromagnetischen Einheiten. Die experimentellen Details geben Cap. 3 und 4.

Wir können diese Schaltung noch in anderer Weise verwenden. Durch die Einführung verschiedener Dielectrica in den Condensator muss es möglich sein, mit dieser Schaltung die dielectrischen Constanten derselben zu bestimmen. Experimentelle Daten für eine solche Anwendung der Methode sind aber noch nicht vorhanden.

Schliesslich scheint das Princip dieser Methode einen verhältnissmässig einfachen Weg zur Messung eines *Selbstinductionscoefficienten* zu geben. Um den Einfluss der Capacität und des Widerstandes des Electrometers und irgend eines Mangels an Symmetrie in demselben zu eliminiren, könnten wir durch *Substitution in demselben Theile* des Electrometerzweiges nacheinander bestimmen: 1. einen Widerstand W_1, dessen Selbstinductionscoefficient gemessen werden soll; 2. einen Widerstand W_2 ohne Selbstinduction; 3. eine Capacität, von denen jedes im Gleichgewicht mit der Capacität oder dem Widerstand — gleichviel welchem von beiden — des anderen Theiles des Electrometerzweiges ist, welcher während der drei Messungen constant gehalten wird.

Setzen wir wie vorhin die electromotorische Kraft gleich

$$(1') \qquad V = \alpha \sin \frac{\pi t}{T}.$$

Die Bedingungsgleichungen sind:

$$(2') \qquad i_1 W_1 + p \frac{d i_1}{d t} = V,$$

$$(3') \qquad i_2 W_2 = V$$

und

$$(4') \qquad i_3 \, d t = C \, d V.$$

Aus (3') und (4') erhalten wir die Periode ausgedrückt als Function von C und W_2, nämlich $T = \pi C W_2$. Setzen wir (1') in (2') ein und integriren die sich ergebende Differentialgleichung wie vorhin, so ist

$$i_1 = \frac{\alpha}{\sqrt{W_1^2 + \frac{\pi^2 p^2}{T^2}}} \sin\left(\frac{\pi t}{T} - \varphi\right),$$

ferner

$$i_2 = \frac{\alpha}{W^2} \sin \frac{\pi t}{T}.$$

Offenbar muss unter den vorliegenden Umständen die mittlere

Intensität des Stromes i_1 gleich der des Stromes i_2 sein. Dann ergiebt sich, dass

$$W_2^2 = W_1^2 + \frac{p^2 \pi^2}{T^2} = W_1^2 + \frac{p^2 \pi^2}{\pi^2 C^2 W_2^2},$$

$$p = C W_2 \sqrt{W_2^2 - W_1^2}.$$

3. Die Bestimmung der Periode sehr schneller electrischer Schwingungen.

1. Um die Gültigkeit der Formel (6) $T = \pi W C$ für sehr schnelle electrische Schwingungen zu beweisen, bedarf man einer electromotorischen Kraft, welche eine einfache harmonische Function der Zeit ist und deren Periode unabhängig bestimmt werden kann. Daher wurden die oscillirenden Entladungen eines Condensators von bekannter Capacität $\mathfrak{C}$ durch einen Conductor von bekanntem Selbstinductionscoefficienten p benutzt. Die Periode T dieser Oscillationen ist gegeben durch die Thomson'sche Formel[1])

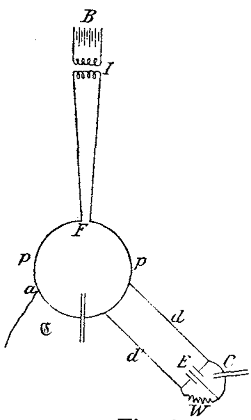

Fig. 3.

$$(21) \qquad T = \pi \sqrt{p \mathfrak{C}}.$$

Die Anordnung des Apparates für die oscillirenden Entladungen war im wesentlichen die von Feddersen (vgl. Fig. 3). B, die Batterie (8 Volt) erregte das Inductorium J (mit Hammerunterbrechung). Die Pole der Secundärspule waren mit den Platten des Condensators verbunden durch zwei Kupferdrähte, welche zu einem fast vollständigen Kreise gebogen waren. Die Funkenstrecke F war in der Mitte des Conductors pp und führt zu den Polen der Secundärwickelung des Inductoriums. Die electrischen Schwingungen werden dann in dem System $\mathfrak{C} p F p$ erregt.[2]) Wenn man von zwei Punkten dieses Drahtkreises zwei Leiter d und d' zu einem Electrometer E

1) Sir Wm. Thomson, Phil. Mag. (4) **5.** p. 393. 1853.

2) Durch eine Rolle von etwa 20 m Kupferdraht (0,2 mm Durchmesser) war aus später anzugebenden Gründen bei a eine Erdleitung hergestellt.

führt, zwischen dessen Nadel und einem Quadrantenpaar ein Condensator von der Capacität C eingeschaltet, und zwischen dessen Nadel und anderem Quadrantenpaar ein selbstinductionsfreier Widerstand W geschaltet ist, dann muss die Periode der erregenden electromotorischen Kraft ausgedrückt werden durch die Beziehung

$$T = \pi\, C\, W \tag{6}$$

und daher

$$T \doteq \pi \sqrt{p\, \mathfrak{C}} = \pi\, C\, W, \tag{30}$$

wenn die Schwingungen durch die Verbindung mit diesem Electrometersystem nicht beeinflusst werden. Die experimentellen Daten, welche dies bestätigen, werden unter 3. und 4. gegeben werden.

2. *Apparat. Der Widerstand* W war ein Electrolyt, dessen *galvanische Leitfähigkeit* genügend gross war, dass man die dielectrische Leitfähigkeit dagegen vernachlässigen konnte. Die Vortheile eines solchen Widerstandes sind, dass er praktisch frei von *Selbstinduction* und *bequem zu ändern* ist innerhalb weiter Grenzen. Je nach der Grösse des erforderlichen Widerstandes wurden verschiedene Formen von electrolytischen Zellen benutzt. Für kleine Widerstände erwies sich ein cylindrisches Glasgefäss von etwa 3 cm Durchmesser und 10 cm Höhe geeignet, welches zwei horinzontale kreisförmige platinirte Platinelectroden enthielt, deren eine in verticaler Richtung beweglich war. Der Widerstand dieser electrolytischen Zellen (in Ohms) wurde jedesmal sofort bestimmt, nachdem sie mit Hülfe des Electrometers auf Gleichgewicht mit dem Condensator C eingestellt waren. Alle bei diesen Messungen gebrauchten Widerstände konnten durch directen Vergleich mit einem calibrirten Widerstandskasten in der Wheatstone'schen Brücke mit auf die Walze aufgewundenem Messdraht mittels Wechselstrom und Telephon bestimmt werden.

Für die *Capacität* C wurde manchmal ein Luftcondensator gebraucht, aber öfter ein Glascondensator und letzterer immer für $\mathfrak{C}$. Dieser war aus sehr dünnen Glasplatten gefertigt, auf welche Stanniol geklebt wurde. Hierzu wurde Stärkekleister in einer *sehr dünnen, ebenen* Lage über das Glas gestrichen, das Stanniol darauf gelegt und dann mit einer

Gummirolle solange darauf gerollt, bis Luft und Kleister *soweit als möglich* zwischen dem Stanniol und Glas entfernt waren. Stanniolbänder bildeten die Contacte. Diese Condensatoren zeigten sich, wenn sie rein und trocken waren, genügend constant für unseren Zweck.[1]) Ihre electrostatische Capacität wurde sowohl zu Beginn, als am Schluss des Experimentes durch directen (nur im Falle grosser Capacitäten indirecten) Vergleich mit einem Luftcondensator nach der Thomson'schen Modification der Methode von de Santy[2]) in der Wheatstone'schen Brücke mit zwei Widerständen und einem Telephon bestimmt. Es wurden zu diesem Zweck im allgemeinen electrolytische Widerstände verwandt und das Verhältniss derselben in der Wheatstone'schen Brücke mit Walzenmessdraht und Telephon bestimmt. Der Wechselstrom wurde von einem Inductorium mit Drahtunterbrecher geliefert.[3]) Die electrostatische Capacität des Luftcondensotors (zwei dicke kreisförmige Metallplatten, durch drei Glasstückchen getrennt gehalten) wurde aus den Dimensionen nach Kirchhoff's[4]) Formel berechnet. Die für die Zuführungsdrähte nöthige Correction wurde experimentell durch Vergleichung der Capacitäten der Platten bei zwei verschiedenen Abständen (a_1 und a_2) mit einer constanten Capacität C_3 bestimmt. Wenn C die Capacität der Platten ist, welche man aus den Dimensionen beim Abstand a_1 berechnet und C_2 diejenige beim Abstand a_2 und x die der Zuleitungsdrähte, wenn ferner

$$K_1 = \frac{C_1 + x}{C_3} \quad \text{und} \quad K_2 = \frac{C_2 + x}{C_3}$$

ist (wo K_1 und K_2 experimentell bestimmt werden), so ist

$$x = \frac{K_1 C_2 - K_2 C_1}{K_2 - K_1}.$$

Electrometer. Die Vorversuche wurden mit einem Hankel'schen Electrometer gemacht, in welchen ein feiner versilberter

1) Einige dieser dünnen Glasplatten wurden versilbert und so zu Condensatoren gemacht, aber die Schwierigkeit, gute Contacte zu sichern, wog jeden anderen Vortheil auf. Thatsächlich haftete das Stanniol so fest am Glas, dass ein Silberniederschlag in der Hinsicht kaum überlegen war.

2) Heydweiller, Electrische Messungen, p. 211.

3) Nernst, Zeitschr. f. phys. Chem. (4) **14**. p. 629. 1894.

4) Kohlrausch, Leitfaden d. prakt. Physik, 8. Aufl. p. 409.

Quarzfaden an Stelle des Goldblättchens gesetzt war.[1]) Die Vorzüge eines solchen Ersatzes sind eine sehr kleine, zu vernachlässigende Capacität im Messinstrument und bequeme Handhabung. Aber es zeigte sich beim Experimentiren mit sehr schnellen electrischen Schwingungen, dass dieser versilberte Quarzfaden einen so grossen Widerstand hatte, dass das Instrument nicht lange die nöthige Empfindlichkeit behielt.

Dann wurde zur Erzielung grösserer Empfindlichkeit eine Form des Quadrantelectrometers mit flüssigem Dielectricum benutzt. Die Quadranten waren rechtwinkelige Stücke von Platinblech. Dieselben waren in eine Form gebogen, wie sie bei Q in Fig. 4, welche nur wenige Theile des Instrumentes zeigt, zu sehen ist. Diese wurden von Platinbändern B gehalten, die mit Stiften und Schrauben in dem Glasdeckel des Gefässes (zusammengekittete Glasplatten), welches das Dielectricum enthielt, befestigt waren. Die diagonalen Quadranten waren durch Kupferbänder zwischen den Schrauben am Deckel verbunden. Die Nadel N (5 cm lang) war von Platinblech[2]) in Biscuitform gebogen und hing an einem *sehr feinen* Platindraht[3]) (25 cm lang). Ein Spiegel M war an der Aufhängung befestigt und die Ablenkungen der Nadel wurden

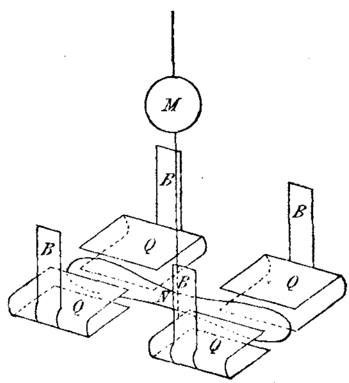

Fig. 4.

1) Maltby, Zeitschr. f. phys. Chem. 18. p. 157. 1895.

2) Platin wurde gewählt, damit die Theile des Instrumentes, welche in das Dielectricum eintauchten, von keiner Flüssigkeit, die man hierzu wählen könnte, angegriffen werden könnten.

3) Der Draht war dort, wo er in das Dielectricum eintaucht, nach einer von Kohlrausch (vgl. Leitfaden, 8. Aufl. p. 55 und 56) empfohlenen Methode behandelt, um Capillarwirkungen an einem Platindraht zu vermeiden, nämlich der, ihn erst zu platiniren und dann einen Augenblick zur Weissgluth zu erhitzen.

mit Scale und Fernrohr in einem Abstande von ungefähr 1,75 m vom Electrometer abgelesen. Letzteres war gut isolirt auf einem Dreifuss mit Stellschrauben befestigt. Der Apparat wurde in sehr befriedigender Weise vom Institutsmechaniker, Hrn. Schlüter, hergestellt.

Toluol erwies sich als ein in jeder Weise zufriedenstellendes Dielectricum; es isolirt fast vollkommen, sodass keine Correction für den Widerstand des Electrometers nöthig ist und seine dielectrische Constante (2,35) ist so klein, dass die Capacität des Instrumentes nur ein kleines Correctionsglied giebt. Eine Potentialdifferenz von einem Volt zwischen den Quadrantenpaaren gab einen Ausschlag von ungefähr 1,5 mm, und in der Schaltung wie in Fig. 3 gab eine Aenderung des Widerstandes W um 1 Proc. noch eine deutliche Ablenkung, eine Empfindlichkeit, welche für unseren Zweck genügt.

Auch mit destillirtem Wasser, Aether, Alkohol und Aethylenchlorid wurden Versuche gemacht, aber aus verschiedenen Gründen zeigten sie sich weniger brauchbar als Dielectrica für das Electrometer.

Die Funkenstrecke bei F (Fig. 3) bestand aus zwei kurzen cylindrischen Zinkstücken, die mit den Enden des kreisförmigen Drahtconductors und den Polen der Secundärspule des Inductionsapparates verlöthet waren. Die Länge der Funkenstrecke konnte mit zwei isolirten Haltern regulirt werden. Die Oberfläche der Zinkconductoren wurde an der Funkenstrecke glatt und rein erhalten.

Es zeigte sich niemals eine Aenderung in der *Periode* der Schwingungen bei Aenderung der Beschaffenheit der *Oberfläche* an der Funkenstrecke oder der *Länge* derselben innerhalb der Grenzen, in denen ein continuirlicher Funken möglich ist, aber es zeigte sich, dass, wenn die Oberflächen rein waren, die *electromotorische Kraft* der Schwingungen eine *höhere* war und das für eine bestimmte Länge der Funkenstrecke dieselbe ein Maximum war. Der Conductor, dessen *Selbstinductionscoefficient* zu berechnen war, war ein Kupferdraht von einem Millimeter Durchmesser, der so genau wie möglich in Kreisform gebogen war, da der Selbstinductionscoefficient eines Ringes mit kreisförmigem Querschnitt sich berechnen lässt nach der Formel von M. Wien[1]) (Glieder höherer als zweiter Ordnung sind vernachlässigt)

$$P = 4\pi R\left[\left\{1 + \frac{\varrho^2}{8 R^2}\dots\right\}\log\frac{8 R}{\varrho} - 1{,}75 - 0{,}0083\frac{\varrho^2}{R^2}\right],$$

wo R der Radius des Kreises und ϱ der des kreisförmigen Querschnittes ist, oder nach der wesentlich gleichen Formel von Maxwell.[2])

Aber der hier gebrauchte Conductor war nicht ein vollständig geschlossener Ring (vgl. Fig. 3). Die Länge des ungeschlossenen Bogens sei l', die Länge des Drahtes l, dann ist der Selbstinductionscoefficient des Conductors gleich

$$p = P\left(1 - \frac{l}{l + l'}\right).$$

Eine Bestimmung wurde mit einem Conductor gemacht, der einen grösseren Selbstinductionscoefficienten hatte, als sich bei kreisförmigem Conductor bequem erhalten lässt. Ein Kupferdraht von 1 mm Durchmesser und 8 m Länge wurde auf einen Holzcylinder in einer Spirale von 8 Windungen aufgewunden; der Abstand der Windungen war 0,60 cm. Der Selbstinductionscoefficient für diese Spirale wurde nach Kirchhoff's Formel berechnet.[3]) R ist der Radius der Spirale, a der Durchmesser des Drahtes, n die Zahl der Windungen, ε der Abstand zwischen zwei nebeneinander liegenden Drähten, g derjenige zwischen zwei beliebigen Drähten, — dabei ist angenommen, dass die Windungen symmetrisch sind und dass $a : R$ ein kleiner Bruch ist.

$$p = n f(0) + 2(n-1) f(\varepsilon) + 2(n-2) f(2\varepsilon) + \dots 2 f\big((n-1)\varepsilon\big),$$

wenn

$$f(g) = \frac{4\pi R}{k}\left[(2 - k^2) K - 2 E\right];$$

$$K = \int_0^{\pi:2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}}; \qquad E = \int_0^{\pi:2} \sqrt{1 - k^2\sin^2\varphi}\, d\varphi;$$

$$k = \frac{4 R^2}{4 R^2 + g^2}; \qquad f(0) = 4\pi R \log_e \frac{8 R}{a} - \frac{7}{4}.$$

---

1) M. Wien, Wied. Ann. **53.** p. 934. 1894.
2) Maxwell, Elec. and Mag. p. 345. 1892.
3) Kirchhoff, Abhandlungen, p. 176.

Werthe von $(f(g))/(4\pi R)$, worin die elliptischen Integrale K und E enthalten sind, findet man in Tabellen.[1]) Ferner wurde die Selbstinduction dieser Spirale direct verglichen mit der wechselseitigen Induction M zweier Spulen im anliegenden Zweig der Wheatstone'schen Brücke, wobei die Widerstandszweige R_1 und R_2 durch einen geraden Messdraht gebildet waren. Ein Telephon ersetzte das Galvanometer bei dieser Modification der Maxwell'schen Methode.[2]) Die Induction M war die zwischen zwei gleichen, conaxialen, kreisförmigen Spulen von rechteckigem Querschnitt, deren gegenseitiger Inductionscoefficient dadurch geändert werden konnte, dass man den Strom durch beide in gleichem oder entgegengesetztem Sinne fliessen liess und ferner auch durch Aenderung ihres Abstandes. Der Widerstand von M war dem von S annähernd gleich, sodass die Selbstinduction in R_1 und R_2 annähernd gleich sein musste. Der Inductionscoefficient M musste dann die Summe des Selbstinductionscoefficienten jeder Rolle plus oder minus (je nach der Stromrichtung) zweimal dem Coefficienten der gegenseitigen Induction beider Rollen sein. Die Selbstinduction der Spulen wurde nach Stefan's Formel[3]) berechnet, die gegenseitige Induction nach der Methode mit elliptischen Integralen.[4])

Die Aenderung des Selbstinductionscoefficienten bei Schwingungen von so hoher Frequenz, wie sie hier benutzt wurden, ist von merklicher Grösse und muss daher als Correctionsglied eingeführt werden. Lord Rayleigh's Grenzwerth[5]) für die von Maxwell gegebene Reihe[6]) wurde hierzu benutzt.

Wenn der Selbstinductionscoefficient für einen constanten Strom oder einen Strom von geringer Wechselzahl ist

$$P = l\left\{A + \frac{1}{2}\mu\right\},$$

1) Maxwell, Elec. and Mag. 2. 1892; Appendix 1. p. 347.

2) Maxwell, Elec. and Mag. 2. 3rd. ed. § 757. p. 398; Heydweiller, Electr. Messungen, p. 185.

3) Stefan, Wied. Ann. 22. p. 107. 1884.

4) Maxwell, Elec. and Mag. 2. 1892; App. 2. p. 350; Heydweiller, Electr. Messungen, p. 179 ff.

5) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 21. p. 390. 1886.

6) Maxwell, Elec. and Mag. 2. 3rd. ed. § 690.

dann ist er für Ströme hoher Frequenz

$$P' = l\left\{A + \sqrt{\frac{\sigma \mu T}{4 \pi^2 \varrho^2}}\right\} = l\left\{A + \frac{1}{2}\mu\right\}$$
$$- l\left\{\frac{1}{2}\mu - \sqrt{\frac{\sigma \mu T}{4 \pi^2 \varrho^2}}\right\},$$

wo l die Länge des Leiters, μ seine magnetische Permeabilität, σ sein specifischer Widerstand, ϱ der Radius seines Querschnittes und T die Periode einer *ganzen* Schwingung ist. Für den hier gebrauchten Kupferdraht setzten wir $\sigma = 1640$, $\mu = 1$, $\varrho = 0{,}05$ cm.

Dann wurde das Correctionsglied

$$- l\left\{\frac{1}{2}\mu - \sqrt{\frac{\sigma \mu T}{4 \pi^2 \varrho^2}}\right\} = - l\left\{\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1640\, T}{4 \pi^2 . 0{,}05^2}}\right\}$$
$$= - l\left\{\frac{1}{2} - 128{,}9\sqrt{T}\right\}.$$

Der Werth $l\{A + 1/2\mu\}$ wurde nach der Formel für einen Ring berechnet, wie bereits erwähnt.

4. Untersuchungsmethode mit Betrachtung der Fehlerquellen.

Zunächst war es nöthig festzustellen, ob die Periode der im Hauptkreise $Fp\mathfrak{C}p$ (Fig. 3) erregten Schwingungen durch die Anschaltung des Electrometerzweiges $dCEWd'$ parallel zu einem Bogen desselben messbar beeinflusst wird. Der Widerstand W war auf Gleichgewicht mit der Capacität C für eine bestimmte Schwingungsperiode regulirt, was sich daran zeigte, dass die Electrometernadel keine Ablenkung erfuhr. Dann wurde ein Condensator von ungefähr gleicher Capacität C parallel zu einem Bogen des Hauptkreises geschaltet, der ungefähr gleich dem zwischen den Enden von d und d' war, aber nicht mit ihm zusammenfiel. Wenn die Schwingungsperiode durch Einführung dieses zweiten Parallelzweiges beeinflusst wäre, so hätte sich dies in einer Ablenkung des Electrometers gezeigt, da C und W dann nicht mehr im Gleichgewicht gewesen wären. Die Thatsache, dass keine Ablenkung eintrat, lässt uns schliessen, dass *die Schwingungen im Hauptkreise durch die Gegenwart des Electrometerzweiges in Parallelschaltung mit einem Bogen desselben nicht merklich beeinflusst werden.*

Ein Fehler, welcher durch Mangel an Symmetrie im Electrometer entsteht, kann, wenn er nicht übermässig gross ist, durch Vertauschung des Widerstandes mit der Capacität (welche constant bleibt) eliminirt werden; man nimmt dann das Mittel der beiden Widerstandswerthe zur Bestimmung der wahren Periode.

Als wahrscheinlich konnte angenommen werden, dass die Selbstinduction der Electrometernadel nicht in Rechnung gezogen zu werden brauchte, es wurde gleichwohl wie folgt geprüft. Ein Stück Platindraht von der Länge und Stärke der Aufhängung wurde derselben vorgeschaltet. Der Widerstand W war bei Gleichgewicht mit C 59,56 Ohm. Er wurde um 3 Proc. geändert, und die hierdurch hervorgerufene Ablenkung der Nadel notirt. Der Hülfsplatindraht wurde dann entfernt und das Gleichgewicht wieder hergestellt, worauf sich W zu 59,82 Ohm ergab (ungefähr 0,4 Proc. mehr als vorhin, eine Abweichung, die innerhalb der Beobachtungsfehler liegt). Um nun dieselbe Ablenkung wie vorher hervorzurufen, musste der Widerstand um nur 1,5 Proc. anstatt 3 Proc. geändert werden, ein Resultat, dass wohl eine *Verminderung der Empfindlichkeit* anzeigt, aber nicht eine Aenderung des Verhältnisses zwischen Capacität und Widerstand. Ein gleicher Schluss wurde bezüglich des Einflusses der Selbstinduction in den beiden Zuleitungsdrähten $d\,d'$ gemacht.

Die Hauptursache für die Abweichungen der Bestimmung der Periode nach den bei den Methoden $T = p\,W\,C$ und $T = \pi\sqrt{p\,\mathfrak{C}}$ liegt wahrscheinlich in der Bestimmung der Selbstinduction im Hauptkreise. Diese wurde, wie erwähnt, nach der Formel für einen homogenen Ring mit constantem kreisförmigen Querschnitt berechnet. Es ist aber praktisch unmöglich einen Draht von 1 mm Durchmesser und 1,6 bis 3 m Länge, der nur an 4 Punkten unterstützt ist, in einer genau ebenen Kreisform zu halten. Indessen würde ein Versuch, die Aenderung des Selbstinductionscoefficienten durch eine bekannte Abweichung des Conductors von der ebenen Kreisform und durch kleine Unregelmässigkeiten des Drahtes zu berechnen, sehr grosse, wenn nicht unüberwindliche Schwierigkeiten bieten, und das Problem würde noch complicirter werden durch den Versuch, den Einfluss der Umgebung und der Funkenstrecke auf denselben zu untersuchen. Die Schwierigkeit, so kleine Coefficienten, wie die bei diesen Messungen vorkommenden, experimentell zu bestimmen, liegt auf der Hand. Es kann daher eine Abweichung von wenigen Procenten zwischen den aus dem Hauptkreis und den aus Widerstand und Capacität im Electrometerzweige erhaltenen Werthen kaum als Einwand gegen die Genauigkeit der letzteren Methode dienen.

Eine Quelle von Störungen verursachte anfangs einige Verlegenheit. Es beeinflusste nämlich die Lage des Bogens zwischen d und d' auf dem Conductor pp das Verhältniss von C und W im Gleichgewichtszustand. Weitere Experimente zeigten, dass die scheinbar anomalen Ablenkungen des Electrometers durch verhältnissmässig langsame periodische Störungen verursacht wurden, welche wahrscheinlich von dem grossen Inductorium J (Fig. 3) herrührten, das den Condensator $\mathfrak{C}$ zu laden hatte. Diese Störungen wurden dadurch vermieden, dass man an irgend einem Punkte auf pp, wie bei a, eine Erdleitung anbrachte, durch einen Draht mit so grossem Selbstinductionscoefficienten, dass die sehr schnellen Schwingungen von ihm ausgeschlossen wurden, während die langsamen durch ihn den Weg zur Erde nahmen. Diese Erdverbindung erwies sich als eine *sehr nothwendige Vorsichtsmaassregel.*

Noch ein anderer Vorversuch scheint erwähnenswerth. Für die Capacität $\mathfrak{C}$ wurden zunächst zwei Leydener Flaschen gebraucht. Die inneren Belege derselben waren mit zwei Zinkstangen verbunden, zwischen deren Enden die Funkenstrecke war. Die äusseren Belege waren durch einen Kupferdraht in Form eines fast geschlossenen Kreises verbunden. Das Experiment zeigte bald, dass die Periode mit dieser Anordnung nicht mit genügender Genauigkeit bestimmt werden konnte, weil 1. die Capacität der Flaschen durch ihre Stellung nebeneinander beeinflusst war und 2. der Selbstinductionscoefficient des Conductors in dem Funkenstreckenkreise nicht genau genug bestimmt werden konnte. Daher wurde die Anordnung so getroffen, dass die Funkenstrecke in den Conductor pp verlegt wurde. Dieser war mit den Conductoren des Condensators verbunden, welcher aus mehrfachen Lagen von Stanniol und Glas (belastet, um die Abstände constant zu halten) in der bereits beschriebenen Weise hergestellt war.

Resultate.

Tabelle I.

Hauptkreis.				Electrometer-kreis		Berechnete Periode			
[B]erechneter Selbst[in]ductions[co]efficient	Correction für schnelle Oscillationen	p Corrigirter Selbst-inductions-coefficient	$\mathfrak{C} \times (3 \times 10^{10})^2$ Capacität	$C \times (3 \times 10^{10})^2$ Capacität	$W \times 10^{-9}$ Widerstand	$T_1 = \pi \sqrt{p\, \mathfrak{C}} \times 10^7$ sec	$T_2 = \pi\, W\, C' \times 10^7$ sec		$100 \frac{T_1 - T_2}{T_M}$
4490 cm	110 cm	4380 cm	7930	3300	54,66	6,17	6,32	6,37	– 3,2 %
4490	110	4380	7930	1270	144,5	6,17	6,43		
4490	120	4370	3300	1270	92,83	3,98	4,13		– 3,7
3510	90	3420	7930	3300	48,17	5,45	5,57	5,48	– 0,46
3510	90	3420	7930	3020	50,92	5,45	5,38		
3510	80	3430	15750	1270	178,7	7,69	7,96		– 3,5
3020	80	2940	15750	1270	159,8	7,13	7,12		+ 0,14
3010	90	2920	2980	1270	67,94	3,09	3,03		+ 2,0
36300	—	—	21200	3300	255,9	29,0	28,9		+ 3,4

In der 8. Columne unter $T = \pi\, W\, C' \times 10^7$ sec ist $C' = \sqrt{l^2 + 2\, C c}$, wenn wir die Correction für die Capacität des Electrometers

$$\left(c = \frac{10}{(3 \times 10^{10})^2} \text{ abs. electrom. Einh.} \right)$$

nach Gleichung (18) ausführen. C ist in der fünften Columne gegeben. In der letzten Columne stehen die Abweichungen zwischen den nach den beiden Methoden berechneten Perioden, angegeben als Procente des Mittels der beiden Werthe. Der Mittelwerth derselben ist 2,3 Proc., was innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler liegt. Hierdurch scheint die Anwendbarkeit der Methode erwiesen zu sein.

Es drängte sich nun die Frage auf: Beeinflusst die relative Grösse der Capacitäten $\mathfrak{C}$ und C die Genauigkeit der Methode? Die Resultate der diesbezüglichen Experimente werden in Tab. II gegeben.

Tabelle II.

Hauptkreis		Electrometerkreis		Berechnete Perioden			
p Selbst-inductions-coefficient	$\mathfrak{C} \times (3 \times 10^{10})^2$ Capacität	$C \times (3 \times 10^{10})^2$ Capacität	$W \times 10^{-9}$ Wider-stand	$T_1 = \pi \sqrt{p\,\mathfrak{C}}$ $\times 10^7$	$T_2 = \pi\, W\, C$ $\times 10^7$		$100 \frac{T_1 - T_2}{T_M}$
2760 cm	2210	1270	57,46	2,59	2,56		
2760	2210	761	94,36	2,59	2,56	2,56	+1,2%
2760	2210	267	259,0	2,59	2,55		
4650	2210	1270	79,36	3,36	3,55		
4650	2210	761	124,4	3,36	3,37	3,37	−0,3
4650	2210	267	322,9	3,36	3,18		
4350	1270	3300	17,01	2,46	1,92		+25,0
3400	1270	3300	13,65	2,17	1,58		+31,0
2050	1110	1270	31,67	1,58	1,41		+11,0

Ein Blick auf diese Tabelle zeigt, dass, solange die Capacität im Electrometerzweige C kleiner als $\mathfrak{C}$ ist, die Werthe von T gut übereinstimmen. Natürlich bilden, wenn C sehr klein ist, die Correctionsglieder einen zu grossen Procentsatz der ganzen Capacität, als dass die gewünschte Genauigkeit erreicht werden könnte. Wenn aber C grösser ist als $\mathfrak{C}$, so zeigt sich ein auffälliger Unterschied, und die Werthe, die aus dem Electrometerkreise berechnet sind, sind in jedem Falle zu klein. Eine mögliche Erklärung hierfür wäre, dass der grössere Condensator C nicht zu seinem vollen Potential geladen wird und dass daher seine scheinbare Capacität zu klein ist.

Diese Methode, die Periode aus der Beziehung zwischen einer Capacität und einem Widerstande zu bestimmen, liess sich bei verschiedenen kleinen Inductorien gut anwenden. Die dabei gebrauchten Widerstände waren von der Art derer in den gewöhnlichen Widerstandskästen, also nicht frei von Capacität und etwas Selbstinduction; es wurden aber dafür keine Correctionen angebracht, da nur Annäherungswerthe für die Perioden gewünscht wurden. Ein gewöhnlicher kleiner Hammerunterbrecher lieferte so $T = 3{,}2 \,.\, 10^{-3}$, verschiedene Saiteninductoren gaben Werthe von 10^{-3} bis 10^{-4}.

5. **Bestimmung von v, der kritischen Geschwindigkeit.**

Wie wir in der Entwickelung der Theorie der Methode gezeigt haben (vgl. p. 554), enthält die Formel $T = \pi\, W C$ (6) die Beziehung zwischen dem absoluten electromagnetischen und electrostatischen Maasssystem, wenn Widerstand und Capacität nicht in demselben System gemessen werden.

Die homogene Gleichung ist folgende

$$T = \pi \frac{W C}{v^2} \tag{19}$$

oder

$$v = \sqrt{\frac{\pi\, W C}{T}}. \tag{20}$$

1. *Apparat.* Das wesentlichste bei der Bestimmung von v ist ein Apparat, der einen Wechselstrom von angemessener mittlerer Intensität liefert, ***dessen electromotorische Kraft eine einfache harmonische Function der Periode T ist, welche direct bestimmt werden kann.***

Sinusinductor. Der Apparat, der zu diesem Zweck construirt wurde, besteht aus einer Drahtspule, innerhalb deren ein kleiner gerader Electromagnet sehr schnell rotirt; die Enden seiner Wickelung sind mit der stählernen Rotationsaxe verlöthet. Der Theil der Axe, welcher durch den Eisenkern geht, ist von Hartgummi. Um die Schwierigkeiten zu vermeiden, welche Bürstencontacte mit sich bringen, geschah die Zuleitung durch Quecksilbercontacte. Das eine Ende der Axe war durch Spiralfederübertragung mit dem Motor, das andere mit dem Tourenzähler verbunden; letzterer ist von sehr einfacher Construction: eine Schraube ohne Ende, welche einen Satz Zahnräder treibt, von denen das eine einen Hammer auslöst, der nach je hundert Umdrehungen an eine kleine Glocke schlägt.

Der Electromagnet wurde von einem kleinen Electromotor von Siemens und Halske getrieben. Die Geschwindigkeit des Electromotors wurde durch einen geeignet graduirten Widerstand in Serie mit der Armatur variirt. Es waren so zwei parallele Stromzweige mit den Polen der Accumulatorenbatterie, deren Potentialdifferenz ungefähr 72 Volt war, verbunden, nämlich die Electromagnetwickelung mit einem Widerstand und die Ankerwickelung des Motors mit einem Hülfswiderstand.

Zur Prüfung des Sinusinductors wurde seine Spannungcurve aufgenommen, die recht genau eine Sinuscurve lieferte. Die Periode T des inducirten Wechselstromes wurde durch drei bis vier Reihen von je sechs Beobachtungen wie folgt bestimmt. Hundert Umdrehungen vollendet der Electromagnet zwischen zwei aufeinander folgenden Schlägen der Glocke des Tourenzählers. Dann giebt also ein Satz von sechs Beobachtungen wobei auf Zehntel einer Secunde der Moment gemessen wird, bei dem jeder zweite Schlag erfolgt, die Zeit von tausend Umdrehungen. Eine sorgfältig regulirte Secundenuhr, welche Viertelsecunden zeigte, wurde hierzu gebraucht. Es wurden ungefähr drei oder vier Reihen von Beobachtungen für je eintausend Umdrehungen gemacht, die um eine Minute voneinander getrennt waren. Aus diesen wurde die Zeit eines einmaligen Wechsels nach folgender, von F. Kohlrausch [1]) beschriebenen Methode berechnet. Es wurde in jeder Serie die Zeit der Vollendung der 500. Umdrehung gefunden, indem man das Mittel aus der 1. und 6., der 2. und 5., und der 3. und 4. beobachteten Zeit nahm und schliesslich das Mittel aus diesen drei Mitteln. Die angenäherte Zeitdauer einer Rotation war durch $^1/_{200}$ des Mittels der fünfzehn oder zwanzig beobachteten Intervalle gegeben, und dieser Werth wurde benutzt, um die ganze Zahl vollständiger Umdrehungen zwischen der 500. in jeder der aufeinander folgenden Beobachtungsreihen zu finden. Das Mittel schliesslich aus zwei oder drei Quotienten, welche man durch Division des Intervalles zwischen zwei aufeinander folgenden Reihen durch die ganze Zahl der in dem Intervall gemachten Umdrehungen erhält, giebt den wahrscheinlichsten Werth für die Zeitdauer einer Umdrehung des Electromagneten, d. h. eines vollständigen Wechsels in der inducirten electromotorischen Kraft. Die Hälfte dieser Zeit, die Periode eines einfachen Wechsels, ist gegeben durch T in der Formel

$$v = \sqrt{\frac{\pi\, W\, C}{T}}.$$

Die *Capacität des Luftcondensators* in der Electrometerschaltung wurde für diese Bestimmung von v aus den Dimensionen berechnet nach der bereits erwähnten Formel von

1) F. Kohlrausch, Leitf. d. prakt. Phys. 7. Aufl., p. 214 ff.

Kirchhoff (vgl. Cap. 3.). Der Durchmesser der einen Platte war 25,06 cm, der der anderen 25,08 cm, zur Berechnung wurde das Mittel 25,07 verwandt. Der Abstand der Platten war 0,1386 cm, wie sich aus der Dicke der drei Glasstückchen ergab. Dieselbe wurde sorgfältig mit einer Mikrometerschraube gemessen, deren Ganghöhe mit einem Normalkathetometer genau bestimmt war. Die Platten waren so eben wie möglich geschliffen, und ihre Dicke 1,10 cm gab ihnen genügende Formfestigkeit. Die Capacität dieses Condensators war 295,9 absolute electrostatische Einheiten. In dem Centrum der einen Seite jeder Platte war ein dünner Messingstift eingeschraubt, an welchem die Zuleitungsdrähte befestigt wurden. Die Capacität von diesen kann, wie schon beschrieben, experimentell bestimmt werden.

Widerstand. Für Perioden innerhalb der Grenzen, die mit diesem Sinusinductor erreichbar, ist ein Widerstand von mehreren Millionen Ohm erforderlich, um unserem Luftcondensator das Gleichgewicht zu halten, dessen Capacität für eine befriedigende Bestimmung von v vielleicht etwas zu gering ist. Hierzu wurde ein Graphitwiderstand genommen, ein paar Striche, die mit dem Bleistift auf ein Glasplättchen gezogen waren, dessen Oberfläche, um dem Widerstande eine grössere Constanz zu sichern, *ausserordentlich fein* geschliffen war. Die Oberfläche des Glases war an den Enden der Striche ganz mit Graphit und Stücken von fest darauf haftenden dünnem Stanniol bedeckt, worauf cylindrische Messingklötze ruhten, schwer genug, um einen guten Contact zu sichern. Die Zuleitungsdrähte waren an diese Klötze angelöthet.

Der Widerstand wurde jedesmal unmittelbar vor und nach der Periode T gemessen und zwar nach folgender Methode. Ein Strom von vier Accumulatoren, deren Klemmenspannung ungefähr 8 Volt war, wurde durch den unbekannten Graphitwiderstand X in Serie mit einem empfindlichen Uppenborn'schen Spiegelgalvanometer, dessen Widerstand bei 17° 3677,4 Ohm war, geschickt. Eine Reihe von Ablenkungen wurde unter Commutiren des Stromes beobachtet. Der doppelte Ausschlag α_1 war ungefähr 8 cm bei einem Scalenabstand von mehr als anderthalb Metern. Ein Strom von derselben Batterie wurde darauf durch einen Widerstand von 10000 Ohm R in

Serie mit einem getheilten Leitungsstück geschickt, dessen einer Zweig das Galvanometer und einen Hülfswiderstand von gleichfalls 10000 Ohm enthielt, während der andere, der Nebenschluss, den Widerstand s enthielt, welcher solange variirt wurde, bis annähernd derselbe Ausschlag wie mit X erfolgte. Dieser Ausschlag sei α_2. Dann haben wir offenbar

$$K\alpha_1 = \frac{E}{X+\gamma} \text{ und } K\alpha_2 = \frac{E}{\left(1+\frac{R}{s}\right)(r+\gamma)+R},$$

wo K die Galvanometerconstante und E die electromotorische Kraft der Batterie ist. Aus diesen Beziehungen folgt

$$X = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}\left[\left(1+\frac{R}{s}\right)(r+\gamma)+R\right] - \gamma.$$

X entspricht dann dem W in der Formel

$$v = \sqrt{\frac{\pi W C}{T}}.$$

2. *Die Versuchsmethode.* Anstatt die Periode und die Capacität constant zu halten, was die Art unseres Vorgehens bei sehr schnellen Schwingungen war, war es in diesem Fall angebrachter, die Capacität und den Widerstand constant zu halten und die Periode zu variiren. Der Widerstand wurde so gewählt, dass er im Gleichgewicht mit dem Luftcondensator war, wenn der Motor, der den Electromagneten des Sinusinductors trieb, mit einer Geschwindigkeit innerhalb der Grenzen lief, in denen sie leidlich constant gehalten werden konnte. Der Widerstand wurde zunächst gemessen. Ein Beobachter regulirte dann die Geschwindigkeit des Motors durch Aenderung des Widerstandes, welcher in Serie mit seiner Armatur geschaltet war, bis das Electrometer keine Ablenkung mehr gab, was anzeigte, dass die Bedingung $T = \pi W C$ erfüllt war. Eine Aenderung von 0,1 Proc. bei T brachte eine Ablenkung von 0,9 mm hervor (beobachtet 5,5 Proc. bei einer Ablenkung von 50 mm). Dieser Beobachter konnte, indem er beständig das Electrometer im Auge behielt, mit einem bequem zu variirenden Widerstand verhältnissmässig leicht die mittlere Schwankung der Geschwindigkeit innerhalb 0,1 Proc. für drei oder vier Minuten halten — die Zeit, welche der andere Beobachter gebrauchte, um eine vollständige Bestimmung der Periode zu machen. Es ist gut, einen Stromschlüssel in dem Zweige zu

haben, welcher den Electromagneten des Sinusinductors enthält, sowohl um die Constanz des Nullpunktes der Electrometernadel zu prüfen, als auch um Aenderungen am Electrometer vornehmen zu können, ohne den Motor zum Stillstand zu bringen. Unmittelbar nach Beendigung der Beobachtungen zur Bestimmung der Periode wurde der Graphitwiderstand noch einmal gemessen. Es wurden dann in dem Electrometerzweige Widerstand und Capacität vertauscht und der Widerstand wieder vor und nach einer zweiten Bestimmung der Periode gemessen. Wenn das Electrometer nicht symmetrisch ist, wird offenbar die Periode in beiden Fällen nicht die gleiche sein. Aber die Wirkung eines Mangels an Symmetrie kann man dadurch eliminiren, dass man die mittlere Periode nimmt, vorausgesetzt, dass Capacität und Widerstand merklich constant bleiben — eine Bedingung, die annähernd erfüllt war. Das Mittel aus den vier Bestimmungen des Widerstandes wurde als Werth für W in die Formel eingesetzt. Die mittlere Abweichung vom mittleren Ausschlag des Galvanometers in Serie mit dem Graphitwiderstand war 0,13 Proc. des Mittels, während die mittlere Abweichung vom Mittel der Ausschläge mit den bekannten Widerständen R, r, s und γ nur 0,09 Proc. war. Diese Differenz zeigt eine Inconstanz im Graphitwiderstande, welche zu gross ist, um auf Schwankungen der electromotorischen Kraft, oder der Temperatur zurückgeführt werden zu können.

Resultate.

Folgende Resultate mögen als vorläufige Bestimmungen betrachtet werden, denen später solche mit grösserem Condensator und geringerem Widerstand folgen sollen.

Tabelle III.

Reihe	W Abs.electrom. Einheiten	T Secunden	C Abs. electrost. Einheiten	v cm / sec	Abweichungen
1	$12,90 \times 10^{15}$	$1,380 \times 10^{-2}$	306	$2,996 \times 10^{10}$	0,019
2	11,24	1,186	306	3,014	0,001
3	12,63	1,317	306	3,034	0,019
			Mittel	3,015	

Wenn $3{,}001 \times 10^{10}$ cm/sec als das Mittel aus den besten Messungen als wahrscheinlichster Werth betrachtet werden kann, so differirt unser Werth $3{,}015 \times 10^{10}$ von diesem nur um eine Grösse, die kleiner ist als der mittlere Beobachtungsfehler.

Meinen herzlichsten Dank bin ich Hrn. Prof. Nernst schuldig, unter dessen freundlicher Leitung diese Untersuchung ausgeführt wurde, sowohl für seine werthvollen Rathschläge, wie für seine Unterstützung bei den Beobachtungen des zweiten Theiles der Untersuchung. Der experimentelle Theil dieser Arbeit wurde August 1896 abgeschlossen; die Ausarbeitung verzögerte sich infolge meiner Rückkehr nach Amerika.

(Eingegangen 21. Mai 1897.)