

XXXIV. Zur Kenntniss des Anorthits vom Vesuv.

Von

C. Viola in Rom.

(Mit 3 Textfiguren.)

I.

Prof. E. Scacchi in Neapel hatte die Güte, mir einen flächenreichen, durchsichtigen und gut entwickelten Anorthitkrystall vom Vesuv zum Zwecke der Bestimmung der optischen Constanten zu überlassen.

Die Dimensionen dieses Krystalles sind folgende:

4	mm	nach	der	Axe	a ,
5	-	-	-	-	b ,
2	-	-	-	-	c .

Die meist entwickelten Zonen sind $[010]$, $[400]$, $[101]$ und $[\bar{1}00]$.

Die 29 schon von anderen Beobachtern constatirten Flächen sind:

(001) , (021) , (010) , $(02\bar{1})$, $(00\bar{1})$, $(0\bar{2}\bar{1})$, $(0\bar{6}\bar{1})$, $(0\bar{1}0)$, $(0\bar{2}1)$.
 (201) , (100) , $(20\bar{1})$, $(10\bar{1})$, $(\bar{2}0\bar{1})$, $(\bar{1}00)$, $(\bar{2}01)$, $(\bar{1}01)$.
 (110) , $(\bar{1}10)$, $(\bar{1}\bar{3}0)$, $(\bar{1}\bar{1}0)$, $(1\bar{1}0)$.
 $(22\bar{1})$, $(11\bar{1})$, $(\bar{2}\bar{2}1)$, $(4\bar{2}\bar{3})$, $(\bar{1}\bar{1}1)$.
 $(1\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}11)$.

Diesen von G. vom Rath, Marignac, Strüver etc.¹⁾ schon mitgetheilten Flächen muss ich noch die Vicinalflächen beifügen, nämlich:

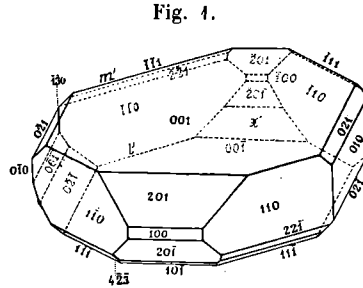
x' ungefähr in der Zone $(00\bar{1}) : (\bar{2}0\bar{1})$,
 l' - - - - - $(00\bar{1}) : (\bar{1}\bar{1}0)$,
 m' in der Zone $(00\bar{1}) : (\bar{1}\bar{1}0)$.

1) A. Des Cloizeaux, Manuel de Minéralogie 1862, 1, 294. — G. Strüver, Su una nuova legge di geminazione della Anortite. Atti R. Accad. delle scienze di Torino 1868, 4, 38. — G. Rose, Ueber den Feldspath, Albit, Labrador und Anorthit. L. W. Gilbert's Ann. d. Physik 1823, 13 (73), 473—497. — G. Strüver, Note Mineralogiche. Atti R. Accad. d. scienze di Torino 1874, 6, 358. — G. vom Rath, Mineralogische Mittheilungen. Poggend. Ann. 1872, 147, 22.

Die beigegebene Figur giebt in schiefer Projection den von mir untersuchten, nach Des Cloizeaux orientirten Krystall wieder. Obwohl der Krystall ziemlich gleichmässig ausgebildet ist, wie die Fig. 4 zeigt, fehlen doch die inversen Flächen $(0\bar{6}1)$, $(1\bar{3}0)$, $(\bar{4}23)$ und die zu x' , l' , m' gehörigen.

Fig. 4.

Wiik¹⁾ schlug vor, den Anorthit in die asymmetrische Klasse einzureihen. Dieser Auffassungsweise schloss sich Hintze²⁾ an, und es scheint mir mit Recht. Die theilweise fehlenden inversen Flächen und die nicht entsprechenden Vicinalflächen sprechen sehr für die aus der Theorie von Wiik sich ergebenden Folgerungen.



Um Fehler zu vermeiden, welche eventuell von der Beugung und Brechung des Lichtes herrühren mögen, da einige Flächen sehr schmal sind, beobachtete ich die Signale mit zwei verschiedenen Incidenzwinkeln des Goniometerfernrohres. Uebrigens sind schon a priori alle bunten Bilder des Signals aus der Untersuchung auszuschliessen. Ganz oder doch genügend ebene am Anorthit beobachtete Flächen sind:

$$(010), (1\bar{1}0), (0\bar{1}0), (\bar{1}\bar{3}0), (\bar{1}\bar{1}1), (\bar{2}\bar{2}1), (11\bar{1}), (22\bar{1}), (\bar{2}01), (20\bar{1}), (1\bar{1}\bar{1}), (4\bar{2}\bar{3}), (0\bar{2}1), (0\bar{6}\bar{1}), (0\bar{2}\bar{1}), (02\bar{1}), (201).$$

Die übrigen Flächen sind gekrümmt, und geben daher verschiedene Bilder des Signales. Die stark gekrümmten Flächen sind (110), ($\bar{1}\bar{1}0$), ($\bar{1}10$) und ($\bar{1}\bar{1}1$). Hier folgen einige Messungen desselben:

Zone [110]				Zone [001]			
Fläche	Gewicht	Ablesung	Mittel und Gewicht	Fläche	Gewicht	Ablesung	Mittel und Gewicht
(110)	$\frac{1}{2}$	180° 50' 0"	$181^{\circ} 3' 47''$ $11\frac{1}{2}$	(110)	2	344° 58' 30"	$345^{\circ} 5' 26''$ 14
	$\frac{1}{2}$	180 59 30			4	345 2 30	
	9	184 3 30			8	345 5 0	
	$\frac{1}{2}$	184 6 30			4	345 7 30	
	$\frac{1}{2}$	184 11 30			4	345 12 0	
	$\frac{1}{2}$	184 16 30	$0^{\circ} 52' 40''$ 9		4	345 17 0	$134^{\circ} 49' 47''$ $40\frac{1}{2}$
(110)	$\frac{1}{2}$	0 48 0			$\frac{1}{2}$	133 45 0	
	0	29 0			$\frac{1}{2}$	134 17 0	
	4	0 38 30			$\frac{1}{2}$	134 29 30	
	4	0 46 0			$\frac{1}{2}$	134 40 30	
	2	0 52 0			7	134 47 0	
	2	4 1 30			$\frac{1}{2}$	134 54 0	
	2	4 9 30			$\frac{1}{2}$	135 7 30	
					$\frac{1}{2}$	135 18 30	
					$\frac{1}{2}$	135 35 0	

4) F. J. Wiik, diese Zeitschr. **23**, 379.

2) K. Hintze, Handbuch der Mineralogie, 2, 1532.

Wie man sieht, ist die Krümmung der Flächen (110) und $(\bar{1}\bar{1}0)$ eine doppelte, nämlich sowohl in der Zone [110], als auch in der Zone [001]. Ausserdem zeigt sich neben dem mittleren Pol $(\bar{1}\bar{1}0)$ der vicinale Pol l' , der durch die Winkel

$$l' : (\bar{1}\bar{1}0) = 4^{\circ} 57' 54'' \text{ in der Zone } [1\bar{1}0]$$

$$\text{und } l' : (\bar{1}\bar{1}0) = 3 \ 36 \ 40 \quad - \quad - \quad - \quad [001]$$

bestimmt ist.

Der Vicinalpol x' liegt kaum 2 bis 3 Min. von der Zone [010] entfernt und in dieser hat man

$$x' : (\bar{2}0\bar{1}) = 4^{\circ} 34' 21'' \text{ gegen den Pol } (00\bar{1}).$$

Der Vicinalpol m' befindet sich in der Zone $[\bar{1}\bar{1}0]$ und wird durch den Winkel

$$m' : (\bar{1}\bar{1}1) = 3^{\circ} 36' 2'' \text{ gegen } (001)$$

bestimmt.

Die für die Bestimmung der Fundamentalwinkel des Anorthitkrystalles brauchbaren Zonen sind [001] und [010]. In ersterer finden sich die Flächen (010), $(0\bar{1}0)$, (110) und $(1\bar{1}0)$, die für die Rechnung benutzt werden können. Die drei Flächen (010), $(0\bar{1}0)$ und (110) gaben ganz deutliche Reflexe mit einem verhältnissmässig grossen Gewicht; die Fläche (110), obwohl gekrümmt, gab einen befriedigenden Mittelwerth.

In der anderen Zone wird nur über zwei gute Flächen verfügt, nämlich (001) und $(\bar{2}01)$. Die dritte mögliche Fläche (100) wird durch die erste Zone festgesetzt. Die dazu gemessenen Winkel sind:

$$(010) : (110) = 57^{\circ} 54' 11''$$

$$(0\bar{1}0) : (1\bar{1}0) \quad 62 \ 38 \ 58$$

und somit

$$(110) : (1\bar{1}0) = 59^{\circ} 26' 54''.$$

Ferner

$$(001) : (010) = 85^{\circ} 52' 55'' \left(\begin{array}{ll} 85^{\circ} 56' 30'' & \text{Strüver} \\ 85 \ 50 & \text{Des Cloizeaux} \end{array} \right)$$

$$(001) : (110) \quad 65 \ 44 \ 33$$

$$(001) : (\bar{2}01) \quad 84 \ 43 \ 44 \left(\begin{array}{ll} 84 \ 43 & \text{Strüver} \\ 84 \ 44 & \text{Des Cloizeaux} \end{array} \right)$$

In der Zone [001] werden die Flächen (110) und $(1\bar{1}0)$ von den Flächen (010) und (100) harmonisch geschnitten, und dadurch ist die Lage der möglichen Fläche (100) bestimmt, d. h. es ist

$$\cotg (010)^{\wedge}(100) = \frac{1}{2} \cotg (010)^{\wedge}(110) + \frac{1}{2} \cotg (010)^{\wedge}(1\bar{1}0)$$

und daher

$$(010) : (100) = 86^{\circ} 54' 40''.$$

Es wird ferner noch berechnet:

$$\begin{aligned}\alpha &= 93^{\circ} 2' 25'' \text{ (} 93^{\circ} 13' 22'' \text{ Marignac)} \\ \beta &= 116 \ 10 \ 4 \text{ (} 115 \ 55 \ 30 \quad - \quad) \\ \gamma &= 91 \ 28 \ 45 \text{ (} 91 \ 11 \ 40 \quad - \quad)\end{aligned}$$

und man hat

$$\begin{aligned}A &= 94^{\circ} 7' 5'' \\ B &= 116 \ 18 \ 16 \\ C &= 93 \ 8 \ 50\end{aligned}$$

Mit Hülfe dieser Fundamentalwinkel sind noch folgende Werthe berechnet worden:

		Gemessen:
$(\bar{2}04):(110) = 134^{\circ} 31' 53''$	$134^{\circ} 36' 11''$	
$(004):(1\bar{1}0) \quad 69 \ 2 \ 30$	$69 \ 8 \ 14$	
$(004):(021) \quad 42 \ 28 \ 8$	$42 \ 39 \ 17$	$\left(\begin{array}{l} 42^{\circ} 39' \ 0'' \text{ Des Cloiz.} \\ 42 \ 41 \ 25 \text{ Strüver} \end{array} \right)$
$(\bar{2}04):(021) \quad 84 \ 34 \ 38$	—	

Die anderen gemessenen Winkel sind:

$(001):(201) = 41^{\circ} 23' 35''$
$(001):(\bar{2}01) \quad 81 \ 13 \ 14$
$(\bar{2}01):(\bar{2}0\bar{1}) \quad 51 \ 23 \ 11$
$(00\bar{1}):(10\bar{1}) \quad 51 \ 28 \ 16$
$(001):(110) \quad 65 \ 44 \ 33$
$(110):(010) \quad 57 \ 54 \ 11$
$(110):(1\bar{1}0) \quad 59 \ 26 \ 51$
$(0\bar{1}0):(\bar{1}\bar{3}0) \quad 29 \ 27 \ 17$
$(110):(22\bar{1}) \quad 29 \ 19 \ 40$
$(22\bar{1}):(11\bar{1}) \quad 27 \ 0 \ 28$
$(11\bar{1}):(00\bar{1}) \quad 57 \ 55 \ 25$
$(010):(021) \quad 43 \ 13 \ 38$
$(021):(001) \quad 42 \ 39 \ 17$
$(001):(0\bar{2}1) \quad 46 \ 43 \ 2$
$(0\bar{1}0):(0\bar{6}\bar{1}) \quad 18 \ 14 \ 49$
$(1\bar{1}0):(11\bar{1}) \quad 56 \ 34 \ 30$
$(11\bar{1}):(00\bar{1}) \quad 54 \ 17 \ 16$
$(110):(20\bar{1}) \quad 45 \ 23 \ 49$
$(20\bar{1}):(4\bar{2}\bar{3}) \quad 23 \ 42 \ 55$
$(11\bar{1}):(0\bar{2}\bar{1}) \quad 44 \ 5 \ 12$
$(0\bar{2}\bar{1}):(1\bar{1}0) \quad 50 \ 18 \ 25$

II.

Für die Bestimmung der optischen Constanten stand mir das Präcisions-Totalreflectometer von Abbe im königl. physikalischen Institute zu Rom zur Verfügung, wofür ich Herrn Prof. Blaserna sehr dankbar bin.

Zunächst bediente ich mich der ziemlich ebenen natürlichen Fläche (001); dann aber liess ich sie schleifen und poliren, und bei wiederholten Messungen erhielt ich überraschende Resultate.

Eine optische Axe des Anorthits fällt genau in die Fläche (001), und in dieser Richtung berühren sich die beiden Grenzlinien der Totalreflexion in einem Punkte.

In diesem speciellen Falle sind die Brechungsindices und die Lage der anderen optischen Axe vollständig bestimmt mit Hülfe der einzigen Fläche (001), ohne dass wir die Polarisations Ebenen in Rechnung zu bringen haben; immerhin sind sie in der hier beigefügten Tabelle angegeben.

Um zwei oder drei Einheiten in der fünften Decimalstelle der Brechungsindices sichern zu können, muss nicht nur grosse Sorgfalt auf die Correctur des Instrumentes verwendet, sondern auch die von mir vorgeschlagene und angewendete Differentialmethode in Anwendung gebracht werden.

Nach der schönen Arbeit von Pulfrich¹⁾ bleibt wenig zu sagen über die Correctur des Apparates.

Nachdem zuerst die Ebene der Halbkugel in senkrechte Stellung zu ihrer Drehaxe gebracht worden ist, bringt man diese Axe in Coincidenz mit der Symmetrieaxe der Halbkugel. Wenn zu diesem Zwecke nicht eine Fühlfeder zur Verfügung steht, so suche man ein Signal im Spiegelchen zu erhalten, und mit dem gesenkten und festgemachten Fernrohre beobachte man die Verschiebung des Signalbildes, indem die Halbkugel gedreht wird.

Es bleibt in dritter Linie übrig, die Drehungsaxe der Halbkugel durch die Drehungsaxe des Fernrohres durchschneiden zu lassen.

Pulfrich legt das Fernrohr horizontal an, und indem er es als Taster dienen lässt, schlägt er das Fernrohr bald auf die eine, bald auf die andere Seite um, bis der kleine Zwischenraum zwischen Objectiv und Halbkugel derselbe bleibt. Aber um den wahren Grenzwinkel der totalen Reflexion zu bekommen, braucht man weder den Nullpunkt des verticalen Kreises zu kennen, noch die soeben bezeichnete Correctur vorzunehmen, da so viel der verticale Kreis zu viel angiebt, indem z. B. das Fernrohr rechts steht, ebenso viel er zu wenig angeben muss, wenn das Fernrohr links steht; das arithmetische Mittel der Ablesungen wird also von dem kleinen Fehler

1) C. Pulfrich, Ueber die Anwendbarkeit der Methode der Totalreflexion auf kleine und mangelhafte Krystallflächen. Diese Zeitschr. 1899, 30, 568.

unabhängig sein und den wahren Winkel der totalen Reflexion angeben. Indem man mit der Differentialmethode arbeitet, wird diese dritte Correctur ganz überflüssig, auch dann, wenn die Winkeldifferenzen stets durch das Fernrohr nur auf der nämlichen Seite beobachtet werden.

Die vierte Correctur besteht darin, die Halbkugel zu heben, bis ihr Centrum in die Rotationsaxe des Fernrohrs fällt. Ein Zeichen dafür ist, dass das Fernrohr einen Grenzwinkel der Totalreflexion zwischen der Luft und dem Glase der Halbkugel angiebt von $31^{\circ} 56' 13''$, d. h. entsprechend dem Index der Brechung des Glases

$$N_D = 1,89040.$$

In meiner letzten Arbeit¹⁾ sprach ich über die weiteren Correcturen und die bezüglichlichen Fehler, welche noch entweder vom Apparate beseitigt oder berechnet werden können. Aber auch nach Ausführung der genannten Correcturen bleibt der Apparat nicht durchaus constant, sei es in Folge der Temperaturunterschiede, sei es aus anderen Gründen, z. B. wenn die Genschrauben zu stark angezogen waren.

Ich machte nacheinander innerhalb 15 Tagen folgende Messungen an einer am Apparate angebrachten Quarzscheibe:

$\omega_D = 1,54489$	$\epsilon_D = 1,55404$	$(\epsilon - \omega)_D = 0,00915$
1,54523	1,55440	0,00917
1,54599	1,55516	0,00917

Nach Mascart: $(\epsilon - \omega)_D = 0,00917$.

Dies zeigt, dass, während der Fehler in ω und ϵ ziemlich gross war, die Genauigkeit der Doppelbrechung laut der mit der Mikrometerschraube vorgenommenen Messung in der fünften Decimale blieb.

Dabei muss bemerkt werden, dass das Fernrohr des Reflectometers von Abbe von der ersten Construction dreimal gebrochen ist und drei Glasprismen für die totale Reflexion besitzt. Im neuen Modelle dagegen findet sich nur ein einziges Prisma, und darum kann man mit grösserer Leichtigkeit die optische Axe des Fernrohrs corrigiren, welche die Drehungsaxe desselben treffen muss, und es besteht auch grössere Sicherheit dafür, dass die Axe sich in constanter Lage erhalte.

Wenn für die Genauigkeit der Resultate gefordert wird, dass die optische Axe des Fernrohrs ihre Drehungsaxe treffen muss, ist dagegen nicht nothwendig, dass sie auch die Drehungsaxe der Halbkugel treffe, da jedenfalls, mag der Strahl der totalen Reflexion an der Oberfläche der Halbkugel gebrochen werden oder nicht, er sich immer in dem Meridian erhält, welcher durch die Drehungsaxe des Fernrohrs geht.

1) C. Viola, Ueber einige im mineralogischen Institute zu München ausgeführte Untersuchungen. Diese Zeitschr. 1899, 30, 418.

Aber ich wiederhole: die kleinen Fehler, welche im Instrumente zurückbleiben können, haben gar keinen Einfluss auf die Differenz der Brechungsindices, da die Unsicherheit einiger Einheiten in der fünften Decimale innerhalb der Fehlergrenze der Einstellung bleibt, welche ungefähr 4 Minute ist durch so viel Mal dividirt, als die Vergrösserung des Fernrohres beträgt.

Aus diesen Betrachtungen folgt, dass wir die Hauptbrechungsindices des Anorthits mit einem Fehler von einigen Einheiten in der fünften Decimale bestimmen können durch Anwendung der Differentialmethode.

Zu diesem Zwecke bediene ich mich zur Vergleichung des Brechungsindex ϵ_D des Quarzes, welcher nach Mascart ist

$$\epsilon_D = 1,55338$$

und in der Halbkugel für das Licht D einem Grenzwinkel der Totalreflexion von

$$55^\circ 15' 25''$$

entspricht.

Ich stelle also das Fernrohr ein auf die Grenzlinie des Quarzes in zwei Lagen, welche 180° von einander abweichen. Ohne das Fernrohr zu drehen, nehme ich das Quarzscheibchen weg und setze an dessen Stelle das Anorthitblättchen, und führe die Messungen der Grenzlinie aus mit Hülfe der Mikrometerschraube für die Lagen von 15° zu 15° , indem ich mit den ersten Differenzen die Lagen der Maxima und Minima bestimme.

Die beigefügte Tabelle giebt die Unterschiede an zwischen der Lage der Grenzlinie des Quarzes und den Grenzlinien des Anorthits, abgelesen mit der Mikrometerschraube.

Horizontal- kreis .	Aeussere Grenzlinie		Innere Grenzlinie	
	Mikrometer- schraube	Nicol	Mikrometer- schraube	Nicol
$0^\circ - 180^\circ$	$40\ 40' 40''$	68°	$40\ 30' 20''$	158°
$13\frac{1}{4} - 198\frac{1}{4}$	$\beta\ 1\ 37\ 25$	75	$\beta\ 1\ 37\ 25$	165
$15 - 195$	$1\ 39\ 40$	—	$1\ 36\ 8$	—
$30 - 210$	$1\ 44\ 58$	95	$1\ 34\ 45$	185
$45 - 225$	$1\ 49\ 35$	—	$1\ 27\ 23$	—
$60 - 240$	$1\ 52\ 50$	120	$1\ 22\ 30$	210
$75 - 255$	$1\ 54\ 48$	—	$1\ 17\ 35$	—
$73\frac{1}{2} - 253\frac{1}{2}$	Zone [010]			
$85 - 265$	$\gamma\ 1\ 54\ 33$	138	—	312
$90 - 270$	$1\ 54\ 40$	—	$1\ 13\ 40$	—
$105 - 285$	$1\ 54\ 23$	—	$1\ 11\ 20$	—
$115 - 295$	—	140	$\alpha\ 1\ 10\ 50$	340
$120 - 300$	$1\ 54\ 30$	—	$1\ 11\ 3$	—
$135 - 315$	$1\ 49\ 40$	130	$1\ 13\ 8$	340
$150 - 330$	$1\ 46\ 48$	—	$1\ 18\ 8$	—
$165 - 345$	$1\ 43\ 40$	115	$1\ 24\ 20$	195

Da der Krystallschnitt, welcher in diesem Falle die Fläche (001) ist, durch eine der optischen Axen geht, so erhält man ein Maximum in der äusseren Grenzcurve, welches dem Index γ entspricht, ein Minimum in der inneren Grenzlinie, welches dem Index α entspricht, und schliesslich da, wo die beiden Grenzlinien sich treffen, ist der mittlere Index β gegeben. Obwohl es in diesem speciellen Falle nicht nothwendig ist, die Lage der Polarisations Ebenen zu kennen, da für den Werth von β keine Zweideutigkeit entstehen kann, giebt die Tabelle doch auch die an dem Nicol gemachten Ablesungen.

Um deutlich die Grenzlinien der totalen Reflexion zu beobachten, kann man den Krystall ebenso gut von oben, wie von unten beleuchten, braucht aber im zweiten Falle viel Licht. Im ersten Falle ist die Hälfte des Gesichtsfeldes vollständig dunkel, und daher kann die Grenzlinie sehr scharf sein. Da aber nur die Hälfte des Gesichtsfeldes beleuchtet ist, ist es ebenso das Fadenkreuz, und es ist daher sehr schwer, das Centrum des Fadenkreuzes genau auf die Grenzlinie zu bringen.

Man erzielt dagegen grössere Genauigkeit, indem man das Licht zum Theil von oben, zum Theil von unten einfallen lässt, und zwar auf folgende Weise, welche sich sehr bewährt hat. Man bringt das Spiegelchen in die Stellung für die Beleuchtung von unten, aber etwas tiefer, und auf den Krystall ein kleines Stück weisses Papier. Das vom Spiegelchen her einfallende Licht geht durch den Krystall, beleuchtet das Papier, welches durch Strahlung das Licht mit kleiner Incidenz von oben her sendet, und somit eine Grenzlinie von grosser Schärfe erzeugt, da das Gesichtsfeld theilweise beleuchtet erscheint.

Aus der Tabelle erhält man folgende Grenzwinkel:

$$55^{\circ}15'25'' + 1^{\circ}40'50'' = 56^{\circ}26'15'' \text{ für } \alpha,$$

$$55 \ 15 \ 25 + 1 \ 37 \ 25 = 56 \ 52 \ 50 \quad - \quad \beta,$$

$$55 \ 15 \ 25 + 1 \ 54 \ 33 = 57 \ 9 \ 58 \quad - \quad \gamma,$$

und daher

$$\alpha = 1,57524 \ (\alpha = 1,5757 \text{ nach Fouqué})^1),$$

$$\beta = 1,58327 \ (\beta = 1,5837 \quad - \quad - \quad -),$$

$$\gamma = 1,58840 \ (\gamma = 1,5884 \quad - \quad - \quad -).$$

Mit Hülfe der Formel

$$\sin V = \sqrt{\frac{\frac{1}{\beta^2} - \frac{1}{\gamma^2}}{\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\gamma^2}}} \quad (V \text{ um die Bisectrix } \alpha)$$

1) F. Fouqué, Contribution à l'étude des Feldspaths des roches volcaniques. Bull. de la soc. franç. de Minéralogie **17**, 283. Ref. diese Zeitschr. **1896**, **26**, 300.

hat man zuerst

$$l \sin V = 9,7938094, \quad V = 38^\circ 27' 50''$$

und folglich

$$2V = -76^\circ 56'.$$

Andererseits erhalten wir, wenn wir die Rechnung mit den Angaben der obigen Tabelle ausführen:

$$A = 85^\circ - 134^\circ = 74\frac{3}{4}^\circ$$

$$B = 115 - 85 = 30$$

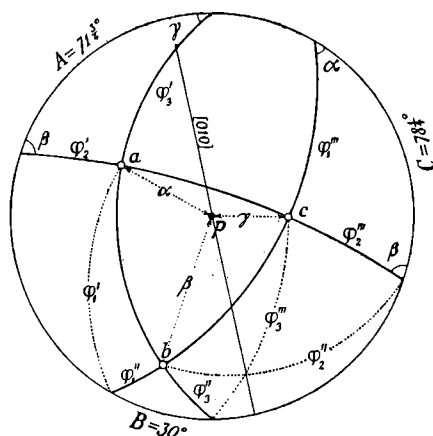
$$C = 193\frac{1}{4} - 115 = 78\frac{1}{4}^\circ$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\cos A}{\cos B \cos C}, \quad \log \operatorname{tg} \alpha = 0,4246821,$$

$$\operatorname{tg}^2 \beta = \frac{\cos B}{\cos C \cos A}, \quad \log \operatorname{tg} \beta = 0,5664461,$$

$$\operatorname{tg}^2 \gamma = \frac{\cos C}{\cos A \cos B}, \quad \log \operatorname{tg} \gamma = 9,9377823,$$

Fig. 2.



wobei α, β, γ die in der Fig. 2 angegebenen Winkel bedeuten.

$$\alpha = 53^\circ 6' 50''$$

$$\beta = 74^\circ 49' 3,2''$$

$$\gamma = 40^\circ 54' 35,4''$$

Die Nicolablesungen dagegen sind:

$$\alpha = 360^\circ - 310^\circ = 50^\circ$$

$$\beta = 75$$

$$\gamma = 180 - 138 = 42$$

Mit Hülfe der Winkel α, β, γ wurden noch weiter folgende Werthe berechnet:

$$\varphi_1'' = 19^\circ 6' 47''$$

$$\varphi_2' = 38^\circ 27' 26''$$

$$\varphi_1''' = 70^\circ 53' 43''$$

$$\varphi_2'' = 90$$

$$\varphi_1' = 90$$

$$\varphi_2''' = 54^\circ 32' 34''$$

$$\varphi_3' = 66^\circ 25' 37''$$

$$\varphi_3'' = 23^\circ 34' 23''$$

$$\varphi_3''' = 90$$

Die Uebereinstimmung von V mit φ_2' ist vollkommen; aber ich muss bemerken, dass dieselbe mir dazu gedient hat, die auf die Winkel A, B und C bezüglichen Fehler auszugleichen.

Eine zweite wichtige Controlle finden wir in der Berechnung des mittleren Index β mit Hülfe der Normalen- oder besser Indicesfläche, welche dem Gesetze von Fresnel entspricht.

Wenn wir die Grösse eines Vectors mit q bezeichnen, und die Winkel, welche er mit den Axen der optischen Symmetrie a, b, c bildet, mit ψ_1, ψ_2, ψ_3 , so kann die Gleichung der Indicesfläche in folgende Form gebracht werden:

$$\left[\frac{1}{\beta^2 \gamma^2} \cos^2 \psi_1 + \frac{1}{\gamma^2 \alpha^2} \cos^2 \psi_2 + \frac{1}{\alpha^2 \beta^2} \cos^2 \psi_3 \right] q^4 - \left[\left(\frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2} \right) \cos^2 \psi_1 + \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\alpha^2} \right) \cos^2 \psi_2 + \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} \right) \cos^2 \psi_3 \right] q^2 + 1 = 0,$$

worin α, β, γ die Hauptbrechungsindices des Anorthits für die Linie D bedeuten.

In unserem Falle haben wir zu setzen:

$$\psi_1 = \varphi_2' = 38^\circ 27' 26''$$

$$\psi_2 = \varphi_2'' = 90$$

$$\psi_3 = \varphi_2''' = 51 \ 32 \ 34$$

Demnach gestaltet sich die genannte Gleichung für die Berechnung von q so:

$$0,15944 q^4 - 0,79786 q^2 + 1 = 0.$$

Das Glied zur Linken ist ein vollständiges Quadrat, abgesehen von einem kleinen Fehler in der fünften Decimalstelle. Man kann daher schreiben:

$$[0,39893 q^2 - 1]^2 = 0,$$

also

$$q = \pm 1,58327,$$

und das ist gerade der mittlere Brechungsindex $\beta = 1,58327$.

Diese Controle sagt uns, dass die Schnittfläche des Anorthits in der That durch eine der optischen Axen des Anorthits geht. Die Winkel A, B, C sind demnach richtig gewählt worden.

Eine ziemlich gute Uebereinstimmung der vorhandenen Resultate mit den berechneten finden wir, wenn wir in der Gleichung der Indicesfläche folgende Werthe einführen:

$$\psi_1 = \varphi_3' = 66^\circ 25' 37''$$

$$\psi_2 = \varphi_3'' = 23 \ 34 \ 23$$

$$\psi_3 = \varphi_3''' = 90$$

welche den Vector bestimmen, der dem Brechungsindex γ entspricht. In diesem Falle geht die Gleichung der Indicesfläche für die Bestimmung von q in folgende über:

$$q^2 = 2,504208 \pm \sqrt{6,271055 - 6,270712},$$

$$q^2 = 2,504208 \pm 0,018520,$$

und folglich werden die zwei Werthe von q^2 sein:

$$q_1^2 = 2,522728,$$

$$q_2^2 = 2,485688,$$

und daher

$$\begin{aligned} q_1 &= \pm 1,58832, \\ q_2 &= \pm 1,57660. \end{aligned}$$

Der Werth von q_1 ist von $\gamma = 1,58840$ nicht sehr verschieden. Den entsprechenden Werth von q_2 findet man aus der angegebenen Tabelle, wenn man zwischen $1^\circ 17' 35''$ und $1^\circ 13' 40''$ den für 85° entsprechenden Werth einschaltet. Man erhält aus der Tabelle also:

$$q_2 = 1,57650.$$

Dieselbe Berechnung können wir für den α entsprechenden Strahl ausführen.

Die für diesen Fall in der Gleichung für die Indicesfläche einzusetzen- den Winkel sind:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \varphi_1' = 90^\circ \\ \psi_2 &= \varphi_1'' = 49^\circ 6' 47'' \\ \psi_3 &= \varphi_1''' = 70^\circ 53' 43'' \end{aligned}$$

Daraus erhält man:

$$\begin{aligned} q^2 &= 2,504320 \pm \sqrt{6,256598 - 6,256178}, \\ q^2 &= 2,504320 \pm 0,020494, \end{aligned}$$

daher

$$\begin{aligned} q_1^2 &= 2,524844, \\ q_2^2 &= 2,480826 \end{aligned}$$

und schliesslich

$$\begin{aligned} q_1 &= \pm 1,58803, \\ q_2 &= \pm 1,57507. \end{aligned}$$

Hier findet man allerdings einen Fehler in der vierten Decimalstelle zwischen q_2 und dem beobachteten Werthe von

$$\alpha = 1,57524.$$

Aber dieser kleine Fehler rührt her von dem Fehler einiger Minuten in den Winkeln A, B, C , was offenbar für die Orientirung des Fresnel- schen Ellipsoides durchaus vernachlässigt werden kann.

Um auch hier q_1 mit dem entsprechenden beobachteten aus der Tabelle sich ergebenden Werthe vergleichen zu können, da derselbe nicht direct gemessen worden ist, haben wir zwischen

$$1^\circ 54' 23'' \text{ für } 105^\circ$$

und

$$1^\circ 54' 30'' - 120$$

zu interpoliren

$$- 115.$$

Wir erhalten also den mit der Mikrometerschraube zu messenden Winkel von

$$1^\circ 52' 30'',$$

welcher den Grenzwinkel der Totalreflexion von

$$55^\circ 15' 25'' + 1^\circ 52' 30'' = 57^\circ 7' 55''$$

bestimmt. Demnach:

Gemessen:	Berechnet:
$q_1 = 1,58780,$	$q_1 = 1,58803.$

Zum Schlusse werde ich noch mittheilen, wie die Orientirung des Fresnel'schen Ellipsoides in Bezug auf die Hauptzonen des Anorthits erreicht worden ist.

Nur die neue Construction des Abbe-Pulfrich'schen Reflectometers besitzt ein von Pulfrich beschriebenes Objectiv, welches als Lupe dient und durch welches der Krystall von unten her beobachtet werden kann. Mangels eines so bequemen Objectives verfuhr ich auf folgende Art, welche, glaube ich, in vielen Fällen sich bewähren könnte.

Die geschliffene, zur optischen Untersuchung verwertbete Fläche war (00 $\bar{1}$). Daher lag die Fläche (001) nach oben. Die Seitenflächen (201) und ($\bar{2}$ 01) hatten ausgezeichnete Reflexe gegeben. Ich stellte das Fernrohr nach oben und beobachtete einen entfernt gelegenen Gegenstand mit dem Zusatz-objectiv, wie es üblich ist, wenn es sich darum handelt, die Ebene der Halbkugel zu ihrer Drehaxe senkrecht zu bringen. Der Gegenstand, welcher das Signal des Goniometers sein kann, wurde zuerst von der Fläche (001), nachher von den beiden Flächen (201) und ($\bar{2}$ 01) gespiegelt. Hat man das Bild immer im Fadenkreuze gehabt, indem das Fernrohr gedreht wurde, so war die Zone [010] parallel zum Verticalkreise gestellt. Die am Horizontalkreise gemachte Ablesung zeigt die vorher erwähnte angegebene Tabelle.

Mit Hülfe dieser Zone ist selbstverständlich das ganze Fresnel'sche Ellipsoid und somit auch die beiden optischen Axen des Anorthits vollkommen orientirt.

Durch stereographische Projection bekomme ich folgende Lage der optischen Axe *B*. Ich will sie neben diejenigen anderer Autoren schreiben.

Coordinationen der optischen Axe:

$\varphi = 0^0$	$\lambda = -6^0$	nach v. Fedorow ¹⁾ ,
$\varphi = +3$	$\lambda = -7$	- A. Michel Lévy ²⁾ ,
$\varphi = -2,4$	$\lambda = -5,7$	- Becke ³⁾ ,
$\varphi = -1,5$	$\lambda = -5,6$	- Viola.

Die von mir erhaltenen Werthe, welche sich auf die Lage der optischen Axe *B* des Anorthits beziehen, fallen fast vollständig zusammen mit denjenigen, welche Becke erhalten hat. Ziehen wir ferner in Betracht, dass der Winkel der optischen Axen

$$2V = 77^0$$

ist, so können wir auch sagen, dass die zweite optische Axe *A* die nämliche Lage hat nach den Bestimmungen von Becke wie nach den meinigen.

1) E. v. Fedorow, Universal-(Theodolith-)Methode in der Mineralogie und Petrographie. II. Krystalloptische Untersuchungen. Diese Zeitschr. 1893, **22**, 227.

2) A. Michel Lévy, Étude sur la détermination des Feldspaths. Paris 1894.

3) Fr. Becke, Bestimmung kalkreicher Plagioklase durch die Interferenzbilder von Zwillingen. Tschermak's miner. u. petrogr. Mittheil. 1895, **14**, 445. Ref. diese Zeitschr. 1896, **26**, 347.

Die Angaben Fedorow's weichen etwas von den meinigen ab. Dagegen finden wir eine grosse Differenz in den Constanten, welche uns in dem schönen grundlegenden Werke von A. Michel Lévy geboten werden. Es ist schwer, sich bestimmte Rechenschaft darüber zu geben, dass die Constanten von Michel Lévy genau berechnet worden seien, da wir gar keine Art der Controle haben. Aber es ist zu beachten, dass bei dem den Anorthit betreffenden Diagramm von Michel Lévy der Winkel der optischen Axen 82° beträgt, welcher Werth entschieden um 5° zu gross ist.

Lassen wir in dem genannten Diagramm die Fläche der optischen Axen unverändert bestehen, tragen wir die Axe A auf die Ebene (004) auf, und machen wir den Winkel der optischen Axen $= 77^\circ$ oder $= 78^\circ$, wie Fouqué für den Anorthit vom Monte Somma angiebt, so erhalten wir die Lage der optischen Axe B fast genau so wie Becke und ich. Aus diesen Gründen bin ich der Ansicht, dass die optischen Constanten des Anorthits vom Vesuv definitiv so angenommen werden müssen, wie ich sie jetzt bestimmt habe, bis auf eine kleine Differenz übereinstimmend mit denen von Becke.

Zusatz.

Die vorliegende Arbeit wurde der Redaction dieser Zeitschrift übergeben, bevor die wichtigen Resultate von C. Klein¹⁾ über den Anorthit vom Vesuv veröffentlicht waren. Es war ein glücklicher Zufall, dass Herr C. Klein und ich gerade gleichzeitig eingehende Messungen am Anorthit vom Vesuv vornahmen, und ich habe mit grosser Genugthuung gesehen, dass unsere Resultate beinahe übereinstimmen. Ich erlaube mir daher als Ergänzung meiner Arbeit über Anorthit vom Vesuv die oben berechneten Lichtbrechungsindices zu wiederholen und sie mit denjenigen von C. Klein zu vergleichen:

$$\begin{array}{ll} \alpha_D = 1,57524 & (1,57556 \text{ C. Klein}), \\ \beta_D = 1,58327 & (1,58348 \quad - \quad), \\ \gamma_D = 1,58840 & (1,58849 \quad - \quad), \end{array}$$

und der Winkel der optischen Axen:

$$2V = 76^\circ 56' \quad (76^\circ 30' \text{ C. Klein}).$$

Die angegebenen Messungen von C. Klein ermöglichen ferner, die Lage der Ebene der optischen Axen und diejenige der optischen Axen selbst vollständig zu bestimmen.

Tragen wir in eine stereographische Projection die Pole $M(040)$, $P(004)$ und $e(024)$ ein und ziehen wir den grössten Kreis [400] mit den von C. Klein angeführten Winkeln:

¹⁾ C. Klein, Optische Studien. I. Sitzungsber. d. königl. preuss. Akademie der Wiss. 1899, 19, 346.

$$(010):(021) = 43^{\circ} 41' 35''$$

$$(021):(001) \quad 42 \quad 38 \quad 25$$

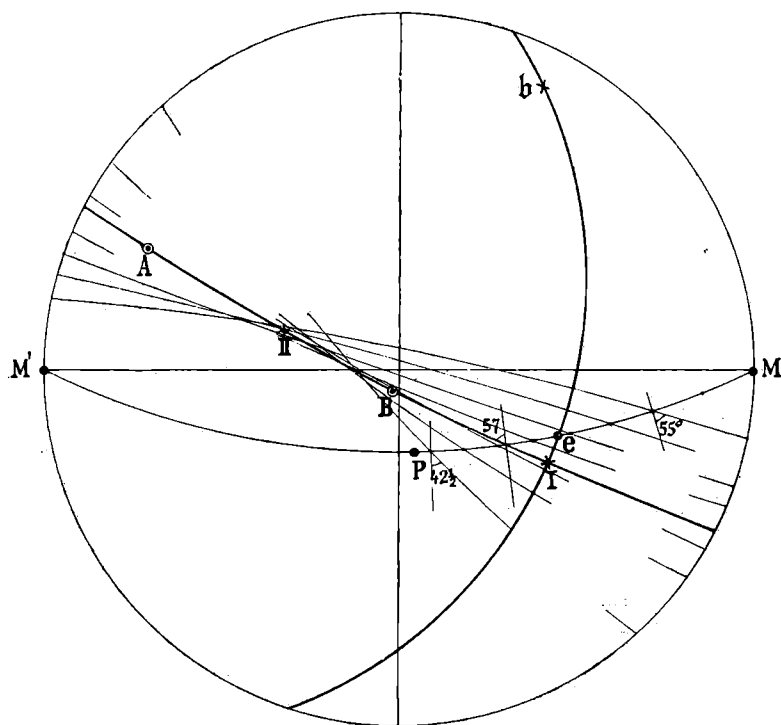
und überdies

$$\beta = 64^{\circ};$$

theilen wir die Zone $[100]$ von 10° zu 10° ein und ziehen wir durch jeden so entsprechenden Pol die bezüglichen grössten Kreise, welche mit der Trace der Spaltungsfläche (010) folgende gemessenen Auslöschungswinkel einschliessen:

Winkel mit (010)	Auslöschungsschiefe nach C. Klein:
0°	37°
10	50
20	55
30	$57\frac{1}{2}$
40	59
$43^{\circ} 41' 35''$ (e)	$60\frac{1}{2}$
50°	60
60	56
70	$52\frac{1}{2}$
80	$42\frac{1}{2}$
$85^{\circ} 50'$ (P)	—

Fig. 3.



Mit Hülfe der genannten grössten Kreise, welche die Richtung der Auslöschung in den betreffenden Polen angeben, wird eine Involutioncurve auf der Sphäre bestimmt. Die umstehende Fig. 3 zeigt die Construction an. Eine solche Involutioncurve besteht in der Nähe der optischen Axen aus zwei Aesten, welche unter spitzem Winkel gegeneinander laufen. Nun muss die Ebene der optischen Axen durch diese Spitze gehen und tangential zu den beiden Aesten sein. Wiederholt man eine solche graphische Construction, so erhält man stets dieselbe Lage der Ebene der optischen Axen. Darum glaube ich, dass sie mit Hülfe der in der Zone [400] von C. Klein gemessenen Auslöschungsschiefe vollständig bestimmt ist. Eine so bestimmte Ebene geht nicht genau durch die Normale auf der Krystallfläche e (021), wie aus den weiteren Beobachtungen von C. Klein hervorgehen sollte; sie geht vielmehr durch einen Pol in der Zone [400], der etwa 58° von M (040) entfernt liegt und mit der Trace von (040) 57° macht.

Erlaubt man sich diese kleine Correction, so bekommt man folgende Werthe, welche ich Klein zuschreibe, und neben die von Anderen beobachteten stelle:

	A	B	a	c	$2V$
v. Fedorow	$\varphi = -54^\circ$ $\lambda = +62,5$	0° $-6\frac{1}{2}$	-34° $+19$	$+40^\circ$ -39	-77°
Michel Lévy	$\varphi = -59$ $\lambda = +62,5$	$+3$ -7	$-34,5$ $+15$	$+44$ -37	-82
Klein	$\varphi = -70$ $\lambda = +57$	-2 $-6,0$	$-36,6$ $+14,0$	$+47$ -34	$-76,5$
Becke	$\varphi = -63,2$ $\lambda = +57,9$	$-2,6$ $-6,2$	$-36,6$ $+12,5$	$+43,3$ $-33,0$	$-76,3$
Viola	$\varphi = -70$ $\lambda = +57$	$-1,5$ $-5,6$	$-36,3$ $+12,0$	$+49$ -35	$-76,9$

Man bekommt dadurch eine ziemlich gute Uebereinstimmung zwischen den Resultaten von C. Klein, F. Becke und den meinigen. Daraus muss man schliessen, dass die optische Axe A auch bei C. Klein in die Fläche (004) fällt, wie ich beobachtet hatte.

Wollte man dagegen genau die Angaben C. Klein's festhalten, so bekäme man Werthe, wie sie ganz kürzlich Becke¹⁾ berechnet hat, welche, was die Pole A , B und c anbelangt, von denen der anderen Beobachter verschieden sind, nämlich:

	A	B	a'	c
φ'	-67°	-2°	$-36,8^\circ$	$+46,8^\circ$
λ	$+54$	$-2,5$	$+12,2$	-26

1) Fr. Becke, Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wiss. Wien 1899, 42. Mai.