

## PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 56.

**1. Ueber absolute Temperaturbestimmung  
mittels Messung barometrischer Druckdifferenzen;  
von A. Toepler.<sup>1)</sup>**

## I.

Zum Zwecke der Beobachtung äusserst kleiner Druckkräfte, wie sie bei Gasen im magnetischen Felde vorkommen, habe ich i. J. 1888<sup>2)</sup> ein sehr einfaches und genaues Hilfsmittel angegeben, welches sich bei späteren Untersuchungen des Hrn. R. Hennig<sup>3)</sup> in gewisser Hinsicht bereits bewährt hat. Ich bemerkte damals, dass das zu bestimmtem Zwecke construirte Instrument, welches ich wegen seiner Aehnlichkeit mit einem allbekannten Hilfsmittel der Messkunst „Drucklibelle“ genannt habe, vielfältiger Benutzung fähig sei. Weitere Erwägungen haben mich auf die versuchsweise Anwendung dieser Drucklibelle zu Temperaturbestimmungen geführt; es sind in dieser Richtung bereits Beobachtungen in meinem Laboratorium ausgeführt worden. Wenngleich Temperaturmessungen dieser Art ihrer Umständlichkeit halber nur für bestimmte Fragen von Bedeutung sein können, und wenn auch die Beobachtungen in manchen Punkten noch der Ergänzung oder Erweiterung bedürfen, so halte ich ihre Mittheilung doch nicht für unnütz; ich möchte damit in praktisch-physikalischem Interesse hauptsächlich die ausserordentliche Feinheit der in Rede stehenden Druckmessung veranschaulichen. Die Absolutbestimmungen mit Quecksilbersäulen sind meistens durch relativ

1) Von den Resultaten der vorliegenden Untersuchung habe ich bereits in der Sitzung der Naturw. Gesellschaft Isis in Dresden am 8. Nov. 1894 eine kurze Uebersicht gegeben, bin aber an der ausführlichen Mittheilung bisher durch Amtsgeschäfte verhindert worden.

2) A. Toepler, Sitzungsber. d. Berl. Akad. vom 16. März u. Wied. Ann. **34**. p. 790. 1888.

3) R. Hennig, Wied. Ann. **50**. p. 485. 1893.

so bedeutende Fehlerquellen beeinflusst<sup>1)</sup>, dass Studien über die mit anderweitigen hydrostatischen Hilfsmitteln erreichte Genauigkeit gerechtfertigt erscheinen.

Es mögen in dem Schema Fig. 1 bei  $m_1$  links und  $m_2$  rechts zwei getrennte Räume (z. B. zwei mit Dämpfen oder Flüssigkeiten gefüllte Gefässe) gedacht sein, in welchen die Temperaturen  $T$  und  $t$  herrschen. In diesen Räumen seien mit trockener Luft gefüllte, verticale Rohre  $R_1$  und  $R_2$ , welche ich kurz als „Druckrohre“ bezeichne, aufgestellt. Oben und

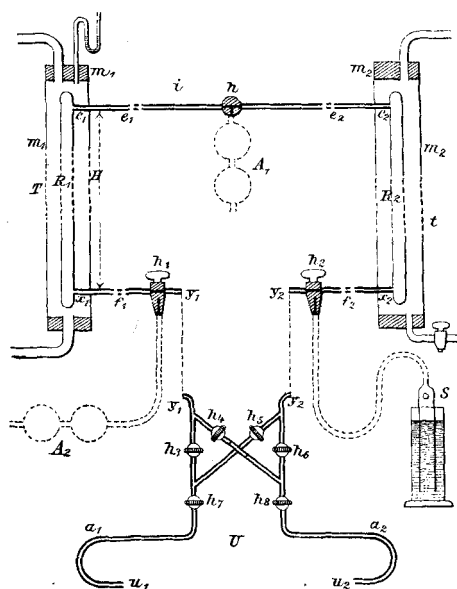


Fig. 1.

und unten seien diese Rohre durch je einen möglichst horizontalen Capillarenzug  $c_1 c_2$  und  $x_1 x_2$  verbunden. In die obere Capillarenverbindung sei der dreifach durchbohrte Hahn  $h$  eingeschaltet, dessen Seitenbohrung zu einem (daneben aufgestellten) geräumigen Trockenapparat  $A_1$  (ohne Sperrflüssigkeit) und von da zur äusseren Luft führt. Ausdrücklich ist zu bemerken, dass während der nachfolgenden Beobachtungen bei  $h$  stets freie Verbindung nach

aussen bestand, sodass sich dort der Inhalt der Druckrohre mit dem äusseren Luftdrucke ungehindert ins Gleichgewicht setzen konnte. Die untere Capillarverbindung enthalte zunächst die beiden Hähne  $h_1$  und  $h_2$ , ferner zwischen  $y_1$  und  $y_2$  den Druckmesser. Die genannten Hähne seien mit Querböhrungen und ausserdem mit zu ihren Enden führenden Schiefböhrungen versehen, sodass man den Capillarenzug entweder geradeaus fortsetzen, oder ihn bei  $h_1$  von rechts oder links mit einem

1) Vgl. die Angaben von Hrn. J. Pernet in der Zeitschr. für Instrumentenkunde, November 1886. p. 379.

seitlichen Trockenapparat  $A_2$ , bei  $h_2$  mit einer einfachen Saugpumpe  $S$  verbinden kann. Letztere besteht aus einer mittels Gummischlauchs an das Hahnende angeschlossenen, in Quecksilber tauchenden, unten offenen Glasröhre, welche in der Nähe des oberen Endes eine Seitenöffnung besitzt. Schliesst man diese mit dem Finger, so wird beim Emporziehen der Röhre Luft aus der Capillarenverbindung angesogen. Die angesogene Luft wird bei entsprechender Hahnstellung durch Senkung der Röhre und Lüftung des Fingerverschlusses ausgestossen. —

Zwischen die Punkte  $y_1$  und  $y_2$  ist zunächst eine Umschaltvorrichtung  $U$  (in Fig. 1) eingesetzt und an diese schliesst sich zwischen den Rohrenden  $u_1$  und  $u_2$  die in Fig. 2 besonders abgebildete Drucklibelle. Es ist zu Fig. 1 zu bemerken, dass der Umschalter, sowie alle Rohrzweige von  $x_1$  über  $y_1$  bis  $u_1$  und von  $u_2 y_2$  bis  $x_2$  in *ein und derselben Horizontalebene* angeordnet und dort gut befestigt sind. Das Schema Fig. 1 ist also (der Deutlichkeit halber) im oberen Theile im *Aufriss*, bei  $U$  im *Grundriss*, die Drucklibelle Fig. 2 endlich wieder im *Aufriss* gezeichnet. —

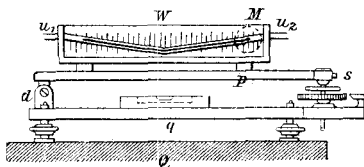


Fig. 2.

Im wesentlichen besteht nun die Drucklibelle aus einer in der Mitte schwach geknickten Röhre <sup>1)</sup>  $u_1 u_2$  von etwa 3 bis  $3\frac{1}{2}$  mm Weite. Dieselbe ist in einem Wasserbade  $W$  mit planparallelen Glaswänden dicht vor einer Millimeterscala befestigt und enthält in den abwärts geknickten Schenkeln einen mindestens 200 bis 300 mm langen, sehr leicht beweglichen Flüssigkeitsfaden, dessen eine Ende am Fadenkreuze eines stark vergrößernden, mit der Röhre fest verbundenen Mikroskope  $M$  beobachtet wird. <sup>2)</sup> Mikroskop und Libellenrohr nebst Bad sind auf einer Metallplatte  $P$  befestigt. Letztere kann

1) In der Zeichnung ist die Ausknickung der Röhre der Deutlichkeit wegen übertrieben gezeichnet.

2) Das Einfüllen der Libellenflüssigkeit geschieht mit einem Trichter, dessen Spitze schief zu einer Capillare ausgezogen ist. Bequemlichkeits halber wäre vielleicht zu empfehlen, ein nach oben vorstehendes kleines Trichterrohr mit konischem Glasverschlusse an der Knickungsstelle der Libellenröhre anzubringen.

um eine vorsichtig in konischen Spitzen gelagerte Drehaxe  $d$  mittels der fein getheilten Elevationsschraube  $s$  auf einem feststehenden Gestell  $g$  gedreht werden, wobei das Mikroskop seine relative Lage zu der Libellenröhre nicht ändert. Das Wasserbad  $W$  hat den Zweck möglichst vollkommenen Temperatureausgleiches zwischen den Libellenschenkeln. In dasselbe war bei meinen Versuchen ein empfindliches Thermometer eingetaucht.<sup>1)</sup>

Die Benutzung des Instrumentes für den vorliegenden Zweck ist leicht zu übersehen. Mögen zunächst in dem Druckrohr  $R_1$  und  $R_2$  identische Temperaturen herrschen und seien die Hähne so eingestellt, dass von  $x_1$  über  $h_1 y_1 h_3 h_7 u_1$  einerseits und von  $x_2$  über  $h_2 y_2 h_6 h_8 u_2$  andererseits je eine ununterbrochene Verbindung besteht, wobei  $h_4$  und  $h_5$  geschlossen sind, so herrscht in den beiden symmetrischen, nur durch den Flüssigkeitsfaden getrennten, horizontalen Capillarenzügen übereinstimmender Barometerdruck. Durch Mikroskopverschiebung oder Handhabung der Elevationsschraube  $s$  kann der rechte Libellenmeniscus mit dem Mikroskopfadekreuz zur Deckung gebracht werden. Entsteht nun in  $R_1$  und  $R_2$  ein merklicher Temperaturunterschied, z. B.  $T > t$ , so wird der auf zwei Wegen von der äusseren Luft über  $h$  einerseits nach  $u_1$ , andererseits nach  $u_2$  fortgepflanzte Barometerdruck wegen des Dichtenunterschiedes der Luft in den Druckrohren ein verschiedener sein. Die Druckdifferenz gleicht sich durch eine sichtbare Verschiebung des Flüssigkeitsfadens, in unserem Beispiele nach links, aus. Diese Verschiebung kann, wie es früher geschah, mikroskopisch gemessen und zur Berechnung der Druckdifferenz benutzt werden. In unserem Falle ist jedoch nicht diese Fadenverschiebung, sondern diejenige Neigung der Libellenröhre mittels der Messschraube  $s$  zu bestimmen,

1) Ich muss bemerken, dass bei meiner Beobachtung die Stellung der Libelle aus örtlichen Gründen eine etwas andere war. Die Längsrichtung derselben lag ungefähr in der Symmetrieebene von  $U$ , der Anschluss war dadurch ermöglicht, dass hinter der Glasscala im Bade  $W$  von rechts nach links eine horizontale Rückleitung (Glasrohr) vorhanden war, sodass das Ende  $u_2$  (mit Bezug auf Fig. 2) dicht hinter  $u_1$  lag. Die Verbindung bei  $a_1$  und  $a_2$  Fig. 1 war also in etwas anderer Weise in der Horizontalebene angeordnet. Die obigen Lagenverhältnisse sind nur der Uebersichtlichkeit halber angenommen.

welche nöthig ist, damit der rechte Meniscus wiederum mit dem Fadenkreuze coincidire, kurz: indem man den Ausschlag des Libellenfadens durch eine zu messende Neigung desselben *compensirt*. Die Winkelbewegung des Libellenrohres ist hierbei immer eine sehr kleine; sie ist dadurch ermöglicht, dass die Verbindungsbügel  $a_1$  und  $a_2$  in Fig. 1 durch Gummischlaucheinsätze biegsam gemacht sind. Man erkennt nun sofort, dass der Umschalter  $U$ , abgesehen von sonstigen Vortheilen, eine Verfeinerung der Beobachtung durch Umkehrung der Druckrichtung ermöglicht. Werden nämlich nach Anstellung der vorhergehenden Beobachtung nunmehr die Hähne  $h_3$  und  $h_6$  geschlossen, dafür aber  $h_4$  und  $h_5$  geöffnet, so wirkt der kleinere Druck der heisseren Luftsäule  $R_1$  nunmehr auf die rechte Libellenseite,  $R_2$  auf die linke. Wird daher wiederum durch Handhabung von  $s$  Compensation herbeigeführt, so misst die Differenz der Schraubenablesungen die *doppelte* barometrische Differenz an den unteren Enden der Säulen  $R_1$  und  $R_2$ .

Die zu messende barometrische Druckdifferenz ist natürlich sehr klein; die Ausführbarkeit der Methode beruht wesentlich auf der Feinheit des Druckmessers, welche sich von vornherein nach bekannten Thatsachen beurtheilen lässt. Berechnet man z. B. die hydrostatische Druckdifferenz, die eine 2 cm lange Luftblase einer astronomischen Röhrenlibelle in Bewegung setzt, falls diese Röhre um eine halbe Winkelsecunde geneigt wird, so ergiebt sich ein Druck von weniger als 1 Zweihundertmilliontel einer Atmosphäre. Da aber so kleine Winkel von feinen Libellen sicher angezeigt und bekanntlich mit der Messschraube ausgewerthet werden, so folgt ohne weiteres die Möglichkeit, Drucke der angegebenen Kleinheit hydrostatisch zu messen. Dies wurde schon in meiner Publication von 1888 erwähnt. — Ich habe daselbst auch bemerkt, dass die Drucklibelle eine barometrische Höhenmessung nach Millimetern ermöglicht.<sup>1)</sup>

Die Empfindlichkeit der Drucklibelle hängt von deren Knickungswinkel  $2\alpha$  (Fig. 3) ab. Eine kleine Gasdruckdiffe-

---

1) In jener Abhandlung ist auch erwähnt, dass die Anwendung geeigneter Röhre zur Verfeinerung von Druckmessungen bereits mehrfach mit Erfolg versucht ist, z. B. von Riess, Recknagel, Quincke u. A.

renz  $\Delta p$  diesseits und jenseits des Fadens, bewirkt, wie l. c. gezeigt wurde, bei feststehender Röhre eine Verschiebung des Fadens längs der Schenkel von der Grösse

$$(1) \quad \Delta l = \frac{\Delta p}{\sigma 2 \cdot \sin \alpha}$$

unter  $\sigma$  das specifische Gewicht der Flüssigkeit verstanden. Diese Relation, welche bei der älteren Benutzungsweise der Libelle zur Bestimmung von  $\Delta p$  diente, zeigt, dass die Fadenverschiebung  $\Delta l$  um so grösser, also messbarer wird, je kleiner  $\alpha$ . Für jene Methode ist ein möglichst kleines  $\alpha$  vortheilhaft.

Eine nicht minder einfache Relation besteht für die *Druckberechnung bei dem Compensationsverfahren*. Sei die Libelle in der Normallage annähernd symmetrisch zur Lothrichtung eingestellt, nimmt man einstweilen genau gleiche Beschaffen-

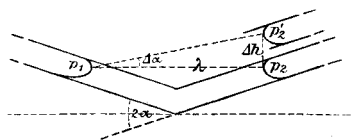


Fig. 3.

heit der Libellenschenkel, also auch der beiden Menisken an, odass letztere nach Lage und Gestalt gewissermaassen Spiegelbilder zueinander sind, nimmt man ferner an, der Kreuzungspunkt der Mikro-

skopfäden sei auf einen Punkt  $p_2$  des rechten Meniscusbildes eingestellt, welcher der *Stelle der grössten horizontalen Ausbauchung*, die wir kurz *Kuppe* nennen wollen, entspricht, sei endlich  $\lambda$  der (an der Scala bis auf Zehntel Millimeter direct ablesbare) *Horizontalabstand beider Kuppen*, so wird ein kleiner Ueberdruck  $\Delta p$ , z. B. von links, durch eine kleine Hebung  $\Delta h$  der rechten über die linke Kuppe äquilibrirt werden, wenn man  $\Delta h \cdot \sigma = \Delta p$  macht. Ist die Hebung durch Neigung des Instruments um den im Bogenmaass gemessenen Winkel  $\Delta \alpha$  entstanden, dann ist die Erhebung  $\Delta h$  von  $p_2'$  über  $p_1$  durch  $\lambda \cdot \Delta \alpha$  bestimmt, wobei wir *vorläufig* wegen der Kleinheit des Drehwinkels  $\Delta \alpha$  von jeder Gestaltsänderung der Kuppen absehen und somit die capillaren Oberflächenspannungen in den Punkten  $p_1$  und  $p_2$  bez.  $p_2'$  als gleichbleibend voraussetzen wollen. Nun kann für die Elevationsschraube  $s$  unserer Drucklibelle derjenige kleine Winkel  $\varphi$ , welcher einer Drehung um je ein

Theilungsintervall der Messschraube (Schraubentheil) entspricht, durch bekannte Methoden der Präcisionstechnik mit jeder wünschenswerthen Schärfe ermittelt werden. Seien die Lesungen an der Maassschraubentrommel mit  $z$  bezeichnet und erfordere die Neigung  $\Delta\alpha$  eine Drehung um  $\Delta z$  Schraubentheile, dann ist die Erhebung  $\Delta h = \lambda \cdot \varphi \cdot \Delta z$ . Wird endlich mittels des Umschalters die Erhebung  $\Delta h$  einmal rechts, dann links hervorgerufen, so entspricht die zu jedesmaliger Compensation nöthige Schraubendrehung  $\Delta z$  dem Doppelten von  $\Delta h$ . — Daraus rechnet sich die zu beobachtende Druckdifferenz.<sup>1)</sup>

$$(2) \quad \Delta p = \lambda \cdot \sigma \frac{\Delta\alpha}{2} = \lambda \cdot \sigma \cdot \frac{\varphi}{2} \cdot \Delta z.$$

Die hier vorkommenden Grössen sind direct messbar. Bei den zu den nachfolgenden Beobachtungen benutzten Instrumente betrug beispielsweise die Constante  $\varphi/2$  der Formel nach übereinstimmenden Ermittlungen von mir und Hennig 0,000001263, wobei die Unsicherheit kleiner ist, als eine Einheit der letzten Stelle. Die Constante blieb innerhalb der Beobachtungstemperaturen unverändert, weil die Schraube  $s$  und die Drehplatte  $P$  Fig. 2 aus Material von fast identischer Wärmeausdehnung (Neusilber und Messing) gefertigt waren.<sup>2)</sup>

Nun sind aber in Wirklichkeit die gemachten Voraussetzungen bezüglich der Capillarkräfte an den Kuppen nicht streng erfüllt; die Formel ist demgemäss noch weiter zu discutiren.

Schon in der „Normallage“ der Libelle können (etwa wegen nicht genau gleichen Rohrquerschnittes) die Kuppen ungleich sein. Die ohne Rücksicht aufs Vorzeichen mit

$$o = k \cdot \left[ \frac{1}{q'} + \frac{1}{q''} \right] \text{ )}$$

---

1) Für die Gültigkeit der aufgestellten Relationen ist nur nöthig, dass die Knickungsebene des Libellenrohres nahe senkrecht zur Drehaxe  $d$ , und diese in der Horizontalebene orientirt sei. In den auf die Libelle bezüglichen Formeln ist das Zeichen  $\Delta$  symbolisch für Differenzwerthe (Variationen) benutzt, wobei die Zahlenwerthe selbstverständlich je nach den Einheiten grosse sein können.

2) Die Ganghöhe der benutzten Messschraube betrug etwa 0,3 mm zu je 300 Schraubentheilen, der Dreharm  $P$  ungefähr 40 cm.

3) Der additiv hinzutretende Cohäsionsdruck der ebenen Begrenzung kommt natürlich bei den Differenzwerthen nicht in Betracht.

bezeichnete *Oberflächenspannung in den Kuppen*, woselbst  $\rho'$  und  $\rho''$  die Krümmungsradien der verticalen und horizontalen Schnittcurve bedeuten, sei schon zu Anfang beiderseits ungleich,  $o_1$  links sei z. B. grösser als  $o_2$  rechts, dann besteht schon zu Anfang zwischen  $p_1$  und  $p_2$  eine kleine Niveaudifferenz  $\delta h$  derart, dass

$$o_1 = o_2 + \delta h \cdot \sigma.$$

Bei der Neigung der Libelle tritt nun noch eine Aenderung der Oberflächenspannung hinzu, von welcher von vornherein gesagt werden kann, dass sie in den beiden Schenkeln ein entgegengesetztes Vorzeichen haben wird, weil die Schenkel ihre Lage im entgegengesetzten Sinne ändern; wird die Neigung gegen die Horizontale *rechts*  $\alpha + \Delta\alpha$ , so wird sie *links*  $\alpha - \Delta\alpha$ , wie es z. B. bei einem Ueberdrucke von links nach rechts der Fall ist. Ferner zeigen die Beobachtungen (vgl. Abschn. IV), dass die Krümmung an derjenigen Kuppe, deren  $\alpha$  kleiner wird, *zunimmt* und umgekehrt, und dass diese Aenderung *sehr langsam* geschieht. Man kann also,  $o$  als Function von  $(\alpha \pm \Delta\alpha)$  aufgefasst, in der Taylor'schen Entwicklung für kleine  $\Delta\alpha$  Glieder mit  $\Delta\alpha^2$  etc. vernachlässigen<sup>1)</sup> und danach die durch die Drehung an den Kuppen erzeugten Spannungen durch  $o \mp (do/d\alpha) \cdot \Delta\alpha$  ausdrücken. Das hydrostatische Gleichgewicht, welches bei der Compensation des von links nach rechts gedachten Ueberdruckes vermittels der Libellendrehung  $\Delta\alpha$  entsteht, wird also durch die Gleichung

$$\Delta p - \left\{ o_1 + \frac{do_1}{d\alpha} \cdot \Delta\alpha \right\} = \lambda \cdot \Delta\alpha \cdot \sigma - \left\{ o_2 - \frac{do_2}{d\alpha} \cdot \Delta\alpha + \delta h \cdot \sigma \right\}$$

dargestellt, woraus mit Rücksicht auf die vorhergehende Gleichung und unter Annahme angenähert gleicher Schenkelquerschnitte und beiderseits gleichen Flüssigkeitszustandes, sodass die beiden Differentialquotienten gleichzusetzen sind<sup>2)</sup>, folgt, dass:

1) Bei den unten mitgetheilten Beobachtungen war  $\Delta\alpha$  in Winkelmaass stets kleiner als 8 Min., wenn Fäden von mindestens 20 cm Länge benutzt wurden.

2) Diese letztere beschränkende Voraussetzung ist für die Betrachtung nicht wesentlich; sie dient nur zur Bequemlichkeit, um  $do_1$  und  $do_2$  zusammenzufassen in  $2 do$ .



$$\Delta p = \left\{ \lambda \cdot \sigma + 2 \frac{d\sigma}{d\alpha} \right\} \Delta \alpha$$

und da  $\Delta \alpha = \Delta z \cdot (\varphi/2)$ , endlich:

$$(3) \quad \Delta p = \lambda \sigma \cdot \frac{\varphi}{2} \left\{ 1 + \frac{2}{\sigma \lambda} \frac{d\sigma}{d\alpha} \right\} \cdot \Delta z.$$

Es folgt hieraus also eine *Correction wegen der Oberflächenspannung*, deren Betrag um so kleiner ist, je längere Fäden benutzt werden. Für die Auswerthung dieser Correction bietet die barometrische Temperaturmessung selbst das Hilfsmittel (vgl. Abschn. IV).<sup>1)</sup>

Im Uebrigen sind die Vorzüge der Druckbeobachtungen mit Compensation vor den Beobachtungen, welche auf der Flüssigkeitsverschiebung in feststehenden geneigten Rohren beruhen, augenfällig. Die Methode bedarf nicht der Kenntniss des Knickungswinkels, oder der Prüfung der Geradheit der Rohrschenkel. Verschiedenheiten der Querschnitte längs dieser Schenkel und damit zusammenhängende Verschiedenheiten der Capillarkräfte haben keinerlei Einfluss. Auch der Einfluss des sogenannten Nachrinnens von den benetzten Wänden ist bei der Kleinheit der vorkommenden Verschiebungen unwesentlich. Ein sehr wesentlicher Vorzug des Verfahrens ist aber noch in dem Umstande zu suchen, dass der Einfluss der Wärmeausdehnung der Messflüssigkeit eliminirt wird. Dies ergibt sich sofort aus Formel (2), wenn man von der Ausdehnung der Glasröhre zunächst ganz absieht. Die cubische Ausdehnung der Flüssigkeit tritt dann nur als Fadenverlängerung auf. Sei  $l$  die längs der Schenkel gemessene Gesamtlänge des Fadens, sodass  $\lambda = l \cdot \cos \alpha$  ist, seien ferner  $\lambda_0$ ,  $l_0$  und  $\sigma_0$  die auf  $0^\circ$  bezogenen Maassgrößen,  $k$  die mittlere cubische

1) Unter den vorkommenden Größen ist streng genommen noch  $\lambda$  eine Function von  $\alpha$ . Man erkennt aber sofort, dass, wenn man von der Mittelstellung der Libelle ausgeht, der Werth von  $\lambda$  sich bei Neigungen nach rechts und links in gleichem Sinne ändert. In der Mittelstellung hat also  $\lambda$  jedenfalls einen Grenzwert,  $d\lambda/d\alpha$  ist Null, ganz im Gegensatz zu  $d\sigma/d\alpha$ . Die Justirung der Libelle auf die Mittelstellung geschieht mit der Elevationsschraube  $s$  in Fig. 2. Der Knickungspunkt hat bei druckfreier Communication zwischen  $u_1$  und  $u_2$  die Fadenlänge zu halbiren; angenäherte Justirung genügt.

Flüssigkeitsdehnung bis zur herrschenden Celsiustemperatur  $t$ , so wird stets sehr nahe

$$\lambda \cdot \sigma = l_0 \cos \alpha [1 + k t] \cdot \frac{\sigma_0}{1 + k t} = \lambda_0 \sigma_0 = \text{const.}$$

Der nach Formel (3) gerechnete Werth von  $\Delta p$  ist also von  $t$  unabhängig.<sup>1)</sup> Man kann bei Benutzung jener Formel auf irgend eine Beobachtungstemperatur bezogene, aber *zusammengehörige* Werthe von  $\lambda$  und  $\sigma$  einsetzen. Wenn man bei *genauerer* Betrachtung auch noch die Glasausdehnung mit dem Coefficienten  $\gamma$  in Rechnung zieht, so ergibt sich leicht, dass

$$\Delta p = \frac{g}{2} \cdot \lambda \cdot \sigma \cdot [1 - 2 \gamma \cdot \delta t] \cdot \Delta z,$$

worin  $\lambda$  und  $\sigma$  wieder zwei zusammengehörige Werthe des Kuppenabstandes und des specifischen Gewichtes der Flüssigkeit bei irgend einer Temperatur  $t$  des Libellenbades  $W$  bedeuten und  $\delta t$  die bis zu einer späteren Druckmessung eingetretene Aenderung von  $t$  bezeichnet. Da es leicht ist,  $\delta t$  klein zu halten, so ist in der Regel von dem  $\gamma$  enthaltenden Gliede *abzusehen*.

Aus dem zuletzt gesagten geht nun auch hervor, dass, wenn ein und dieselbe Druckdifferenz  $\Delta p$  mit der Libelle bei um wenige Grade verschiedenen, aber constanten Temperaturen des Wasserbades  $W$  gemessen wird, wohl andere Ablesungen an der Messschraube zum Vorschein kommen; aber die *Differenz* der Ablesungen bei Handhabung des Umschalters bleibt merklich constant, wenn sonst fehlerfreie Anordnung besteht. Dieser vortheilhafte Umstand ist *in der Gestalt des Druckmessers begründet* und insofern von Bedeutung, als die in Frage kommenden Messflüssigkeiten sämmtlich eine bedeutende Wärmedilatation besitzen.

---

1) Dieser Umstand ist ein *principieller Unterschied zwischen der Compensationsbeobachtung und der Beobachtung nach Fadenverschiebungen* [Gl. (1)]. Um  $\Delta p$  zu rechnen, muss die gemessene Grösse  $\Delta l$  oder  $\Delta z$  mit einem Factor multiplicirt werden, welcher im ersteren Falle von der Temperatur beeinflusst ist, im zweiten nicht. Bei voller Strenge müsste an obiger Formel noch eine kleine Correction angebracht werden mit Rücksicht auf die am Schlusse des Abschnittes beigebrachte Bemerkung über den Rechnungswerth von  $\sigma$ . Diese Correction fällt aber wegen ihrer Kleinheit ausser Betracht.

Ferner geht aus dem Gesagten hervor, dass man bei einer zusammenhängenden Beobachtungsreihe mit ein und demselben Flüssigkeitsfaden auf die Temperatur der Libelle weniger zu achten braucht. Es genügt, sie nur gegen *zu rasche* Temperaturänderung zu schützen und sich einer passenden Mittelwerthberechnung zu bedienen. Die Formeln (2) und (3) behalten dann ihre Berechtigung.<sup>1)</sup> Die besprochene Unabhängigkeit der Libelle von der Temperatur entbindet aber wie man leicht einsieht, keineswegs von der Nothwendigkeit, möglichst cylindrische Libellenröhren auszuwählen.

Bei genauen Beobachtungen endlich darf die nachfolgende, wenn auch kleine Correction nicht vergessen werden. Die Capillarenzweige, welche die Hähne  $h_7$  und  $h_8$  über  $u_1$  und  $u_2$  in Fig. 1 mit der Libelle verbinden, enthalten Luft, welche mit den Dämpfen der Messflüssigkeit stets gesättigt ist, während die Capillaren jenseits  $h_7$  und  $h_8$  von den Dämpfen befreit werden können, wie unten folgt. Wird nun irgend eine Druckdifferenz  $\Delta p$  mittels Neigung der Libelle compensirt, so hebt man nicht nur eine Flüssigkeit von der Höhe  $\lambda \cdot \Delta \alpha$ , sondern man führt in die Verbindung von  $h_7$  und  $h_8$  auch eine dem Verticalstande der Kuppen entsprechende, mit Dampf gesättigte Luftsäule ein, welche entgegengesetzt wirkt. Die hydrostatische Kraft, welche  $\Delta p$  ausgleicht, ist aus der Differenz beider Säulen zu berechnen, d. h. in den Formeln (2) und (3) ist für  $\sigma$  die Differenz des specifischen Gewichtes der Libellenflüssigkeit und derjenigen der dampfhaltigen Luft einzusetzen, welche Differenz in der Folge mit  $\sigma_1$  bezeichnet sei. Schon dieser Umstand erweist die Nothwendigkeit des Wasserbades  $W$ . Dasselbe hat nämlich die Temperatur des Luftinhaltes beider Libellenschenkel auszugleichen. Ohne diese

1) Eine continuirliche Verschiebung der Einstellungspunkte an der Messschraube, wie sie infolge der Temperaturänderung des Fadens, der Verdunstung etc. eintritt, ist innerhalb eines Beobachtungssatzes daran zu erkennen, dass die aus den nacheinanderfolgenden Einstellungen abgeleiteten Differenzwerthe  $\Delta z$  abwechselnd grösser und kleiner ausfallen. Compensirt man in gleichen Zeitabständen, combinirt man dann bei der Differenzberechnung das Mittel aus der ersten und dritten Ablesung mit der zweiten, das Mittel aus der zweiten und vierten mit der dritten etc., so erhält man die zeitlich corrigirten  $\Delta z$ -Werthe. Diese Correction ist bei den Angaben der Tabellen in Abschn. III bereits berücksichtigt.

Ausgleichung können, wie ich schon l. c. erwähnt habe, merkliche Fehler entstehen.<sup>1)</sup> Die Verbindungsbügel  $a_1$  und  $a_2$  waren bei meinen Beobachtungen stets durch Wattebedeckung geschützt. —

*Von entscheidender Wichtigkeit ist natürlich die Wahl der Libellenflüssigkeit.* Anstatt Petroleum benutzte ich käufliches Xylol, dessen auf den leeren Raum bezogenes spezifisches Gewicht zwischen 15° und 21° C. von 0,8638—0,8585 variierte.

Diese Flüssigkeit ist äusserst beweglich und sehr gut benetzend (Reibungsconstante = 0,627, Wasser = 1 gesetzt), hat sehr hohen Siedepunkt (137°) und daher bei Zimmertemperatur geringe Dampftension (1,8 cm) und wegen des hohen Moleculargewichts ( $C_8H_{10}$  = 106) geringe Diffusionsgeschwindigkeit der Dämpfe<sup>2)</sup>, was die Beseitigung aus den Capillaren (vgl. unten!) erleichtert. Mit Xyloldampf gesättigte Luft hat bei 17° ein spezifisches Gewicht = 0,00134, woraus  $\sigma_1$  zu rechnen ist. Mit grosser Annäherung folgt aus den Daten:

$$\sigma_1 = 0,8625 - 0,0009(t - 15)$$

für Temperaturen zwischen 15° und 21° C. Die Capillarität ist nahe so klein, wie beim Alkohol. Auch Toluol ist anstatt Xylol zu empfehlen.

## II.

Nach den vorstehenden Erwägungen und Thatsachen war zu erwarten, dass die barometrische Temperaturmessung ausführbar sei. Versteht man unter  $T$  und  $t$  (wegen Vereinfachung der Formeln) *absolute Temperaturen*, dann kann der mit Einschaltung der Drucklibelle hergestellte Gleichgewichtszustand in der Ebene des unteren Capillarensystems in Fig. 1 durch folgende Gleichung dargestellt werden:

1) Gegen diese Temperaturungleichheiten ist das Instrument fast ebenso empfindlich, wie die Röhrenlibelle. Bei den unten mitgetheilten Beobachtungen war das Bad noch mit einer schützenden Papphülle überdeckt. Das Licht einer entfernten Lampe traf mit Zwischenschaltung einer mit Alaunlösung gefüllten Flasche nur den anvisirten Meniscus vor dem Mikroskope.

2) Auf die Eignung des Xylols wurde ich durch Mittheilungen des Hrn. Prof. v. Meyer hier aufmerksam gemacht; einige der angegebenen Daten sind von Hrn. Dr. J. Freyberg ermittelt.

$$(4) \quad \left\{ \begin{aligned} & \left\{ H \cdot s_0 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{b}{76} \right\} \cdot \frac{1}{T} + \left\{ \lambda \cdot \sigma_1 \cdot \frac{\varphi}{2} \left( 1 + \frac{2}{\sigma_1 \lambda} \cdot \frac{d\sigma}{d\alpha} \right) \right\} \Delta z \\ & = \left\{ H \cdot s_0 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{b}{76} \right\} \cdot \frac{1}{t} \end{aligned} \right.$$

In dieser Formel ist das erste Glied linker Hand nichts anderes als der Schweredruck der warmen Luftsäule  $R_1$ <sup>1)</sup>, das zweite die mit der Umschaltung hydrostatisch gemessene Druckdifferenz  $\delta p$ , während das Glied rechter Hand den Schweredruck der kalten Luftsäule  $R_2$  darstellt. Insbesondere bedeuten hierbei:

$H$  den Höhenabstand der beiden Capillarenzüge, zwischen den Axen von  $c_1 e_1$  und  $x_1 f_1$  zu messen;

$s_0$  das normale spezifische Gewicht der Luft = 0,001293;

$a$  den Ausdehnungscoefficienten der Luft = 0,00367;

$b$  den reducirten Barometerstand. —

$\Delta z$ ,  $\varphi$ ,  $\lambda$  und  $\sigma$  haben die schon angeführte Bedeutung. Die Druckkräfte bedeuten Gramme auf ein Quadratcentimeter, wenn  $H$ ,  $b$  und  $\lambda$  in Centimetern angegeben sind. Aus der Gleichung ist zu ersehen, dass es, um mit dem fertigen Apparate eine absolute Temperaturbestimmung vorzunehmen, der Kenntniss nur zweier Constanten bedarf, abgesehen von weiteren Correctionen, die je nach den Versuchsbedingungen etwa nöthig werden. Schreibt man die Gleichung in der Form

$$(5) \quad \frac{B}{T} + C \cdot \Delta z = \frac{B}{t},$$

worin  $B$  und  $C$  durch die entsprechenden Klammergrößen auf der linken Seite der Gleichung (4) definirt sind, so rechnet sich die Temperatur  $T$ , wenn neben  $B$  und  $C$  auch noch  $t$  als bekannt (z. B. Eisschmelztemperatur = 272,5°) vorausgesetzt wird, nach der Formel

$$(6) \quad T = \frac{B \cdot t}{B - C t \cdot \Delta z} \cdot 2)$$

1) Die Formel beruht auf der erlaubten Voraussetzung, dass das Luftgewicht auf der Höhererstreckung  $H$  mit dem mittleren Drucke, nämlich  $b$  zu rechnen ist.

2) Schreibt man die der Methode zu Grunde liegende physikalische Relation in ihrer einfachsten Form

$$\frac{1}{t} - \frac{1}{T} = \frac{C}{B} \cdot \Delta z,$$

Behufs Anwendung der Formel wird man  $B$  aus den oben bezeichneten Daten berechnen.  $C$  kann dann, wenn man nicht von dem darin enthaltenen Correctionsgliede absehen will, aus dem zwischen zwei bekannten Temperaturen  $T$  und  $t$  beobachteten  $\Delta z$  nach Gleichung (5) *empirisch* bestimmt werden, wie noch gezeigt werden wird. Die hierdurch ermöglichte *barometrische Temperaturbestimmung* beruht, wie die luftthermometrische Methode, auf der Anwendung des Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetzes der Gaszustände. Im übrigen sind die Methoden principiell verschieden. Dies gilt auch von ihren *Fehlerquellen*. Insbesondere ist hierüber Folgendes hervorzuheben:

a) Bei der barometrischen Methode spielt die cubische Ausdehnung der Gefäßwände keine Rolle; es kommt nur die lineare beim Höhenabstande  $H$  in Frage. Ohne Einfluss sind überhaupt Gestalt und Volumen der Druckrohre.

b) Beim Luftthermometer ist bekanntlich der sogenannte *schädliche Raum* die am meisten störende Fehlerquelle. Die barometrische Methode ist mit derselben *nicht* behaftet; dagegen kann ein ähnlicher Fehler entstehen, wenn durch die lineare Ausdehnung des Heissluftrohres eine Aenderung im Verlaufe der Capillaren bewirkt wird. Solange diese die horizontale Lage behalten, hat weder ein Temperaturgefälle noch eine partielle Verschiedenheit des Gasinhaltes einen Einfluss auf die Messung. Das letztere ist besonders wichtig für das untere Capillarsystem wegen der Xyloldämpfe. Hier kann ein etwaiger Fehler der Horizontalführung mit der Libelle selbst erkannt werden. Es darf nämlich beim Vordringen der Xyloldämpfe durch Diffusion in das vorher mit reiner Luft gefüllte Capillarsystem kein Ausschlag entstehen.<sup>1)</sup>

Aus dem Gesagten folgt auch, dass man je nach Umständen dem schädigenden Einflusse der Ausdehnung des

---

so sieht man, dass eigentlich nur *ein* Constantenwerth, nämlich  $C/B$ , gefordert ist. Für die Discussion empfiehlt sich aber,  $C$  und  $B$  getrennt zu lassen.

1) Zur sicheren Ausführung dieser Probe waren bei meinem Apparat die Axen der Höhen  $h_1$  und  $h_2$  horizontal gelagert, sodass man die spitzen Enden (nach Beseitigung von  $A_2$  und  $S$ ) durch ein horizontales Rohr verbinden konnte. Das weitere ergibt sich von selbst.

Heissluftrohres vorbeugen kann. Bei meinem Apparate geschah es in folgender Weise.

Das Glasrohr  $R_1$  Fig. 1 (wie auch  $R_2$ ) war mittels seiner Capillarenansätze  $c_1 e_1$  und  $x_1 f_1$  in den dünnwandigen Heizmantel  $m_1$  aus derselben Glassorte eingeschmolzen, sodass die Enden  $e_1$  und  $f_1$  um 6—7 cm hervorstanden. Der Mantel war unten fixirt, das obere Ende konnte der Dehnung nachgeben. Zwischen  $e_1$  und  $e_2$  war der Rohrzwerg  $e_1 e_2$  mittels Kautschuk beweglich eingefügt. Wegen der sehr schlechten Wärmeleitung beschränkte sich das Temperaturgefälle auf die kurze Strecke  $c_1 e_1$ , welche bei der Dehnung von  $R_1$  und  $m_1$  in horizontaler Lage gehoben wurde. Eine Rolle konnte somit wesentlich nur die zwischen  $e_1$  und  $e_2$  vorkommende Niveaudifferenz spielen, die sich leicht in Rechnung ziehen liess, da die Verbindungsstrecke  $e_1 e_2$  auf Zimmertemperatur verblieb.<sup>1)</sup> Sei  $\vartheta$  die (absolute) Zimmertemperatur, bezeichnet  $H$  wie oben den bei  $T^0$  gemessenen Höhenabstand  $e_1 f_1$ , ferner  $H - \Delta H$  den Höhenabstand  $e_2 f_2$  am Kaltluftrohre, so ergibt sich sofort, dass die Druckgrösse auf der rechten Seite der Gleichung (4) in corrigirter Form

$$(7) \quad \left(s_0 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{b}{76}\right) \frac{H - \Delta H}{t} + \left(s_0 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{b}{76}\right) \frac{\Delta H}{\vartheta}$$

heissen muss. Dieselbe Correction würde offenbar auch dann noch genügen, wenn der Höhenunterschied  $\Delta H$  nicht allein von der sehr geringen Ausdehnung des  $R$ , sondern auch von einem schon ursprünglich vorhandenen kleinen Längenunterschiede zwischen  $R_1$  und  $R_2$  herstammte. Die Formel lässt auch erkennen, dass das Experiment in einem speciellen Falle sehr vereinfacht wird. Wählt man nämlich die constante Temperatur  $t$  so, dass sie mit  $\vartheta$  während der Versuchsdauer ungefähr übereinstimmt, dann kommen die Verbindungen nicht in Betracht; die Gleichungen 4, 5 und 6 sind ohne weiteres mit dem  $H$  des wärmeren Rohres zu benutzen. Es ist also Gelegenheit zur Erzielung grosser Genauigkeit mit einfachen Mitteln geboten.

c) Selbstverständlich ist Sorge zu tragen, dass die Dämpfe

1) Wärmebestrahlung vom Heizrohre aus war durch die in den letzten Abschnitten erwähnten Schutzvorrichtungen beseitigt.

der Libellenflüssigkeit durch die untere Capillarenverbindung, woselbst sie keine Störung verursachen, nicht in die Druckrohre  $R_1$  und  $R_2$  gelangen. Dies hat aber bei der Einrichtung unseres Apparates gar keine Schwierigkeit, da man mit der Saugvorrichtung  $S$  zwischen den Compensationsbeobachtungen hin und wieder trockene Luft durch die  $h_1$  und  $h_2$  verbindenden Rohrarme saugen kann. Zu diesem Zwecke wendet man die Schiefbohrung in  $h_1$  nach  $y_1$  und schliesst  $h_7$  und  $h_8$ , dann kann man Luft aus dem Trockenapparat  $A_2$  sowohl über  $h_3$  und  $h_6$ , als auch über  $h_4$  und  $h_5$  nach  $S$  ziehen, um die Dämpfe zu verdrängen. Ich habe mich übrigens durch Beobachtungen überzeugt, dass die Xyloldämpfe in den benutzten, 1 mm weiten, mit Luft gefüllten Capillaren durch Diffusion nur sehr langsam vordringen, in einer halben Stunde keinesfalls mehr als 50 cm.

Unbedingtes Erforderniss ist ebenso, wie die Fernhaltung der Xyloldämpfe aus den Druckrohren, deren *Füllung mit ganz trockener Luft*. Man kann die Inhalte dieser Rohre in unserem Schema bei passender Hahnstellung von  $A_2$  aus über  $h_1 R_1 h R_2 h_2 S$  durch trockene Luft ersetzen. Bei meinem Apparate war mittels besonderen Hahnes bei  $i$  eine zweite Saugvorrichtung angesetzt, deren Capacität gerade dem Rohre  $R_1$  entsprach. — Dieses konnte daher mit einem Zuge in der Richtung von unten nach oben neu gefüllt werden. Hierbei zeigte sich, dass, wenn man mitten in einer Reihe von Temperaturablesungen eine Neufüllung vornahm, nach der sehr kurzen Zeit von etwa 3 Minuten genau wieder die alten Temperaturwerthe für  $R_1$  zum Vorschein kamen, was bei den Massenverhältnissen auch ganz erklärlich ist. Die geringe Masse der Luftfüllung entzieht den Rohrwänden ein so kleines Wärmequantum, dass die Restitution der Temperatur in  $R_1$  ungemein rasch erfolgen kann. —

### III.

Es kam nun darauf an, die Anwendbarkeit der barometrischen Methode durch Thatsachen zu erweisen. Dieser Nachweis ist nach zwei Richtungen zu führen. Zunächst fragt es sich, ob die Druckmessung fein genug ist, um sehr kleine Temperaturdifferenzen bei handlichen Dimensionen des



Rohrsystems sicher anzugeben. Diese Frage nach der *Einstellungssicherheit der Drucklibelle* kann auf Grund zahlreicher Beobachtungen dahin beantwortet werden, dass das Instrument in der That sehr weitgehenden Anforderungen entspricht.<sup>1)</sup> Einige charakteristische Beispiele genügen, um dies zu zeigen.

Die Beobachtungen wurden, um die unter Punkt b) des vorigen Abschnittes erwähnte Vereinfachung zu ermöglichen, in einem grossen Raume bei wenig veränderlicher Temperatur vorgenommen. Der Mantel  $m_2$  in Fig. 1 war mit Wasser gefüllt, durch  $m_1$  wurde ein ergiebiger Wasserdampfstrom geleitet. Der Wasserinhalt von  $m_2$  war zunächst durch lange Zeit dem Wärmeaustausche mit der Umgebung überlassen worden. Beobachtet wurde nur zu Zeiten, in denen die Thermometerablesungen bei  $R_2$  von der Zimmertemperatur sehr wenig verschieden waren. Die Länge  $H$  der Heissluftsäule  $R_1$  betrug, kalt gemessen, 73,95 cm, bei Siedehitze daher 74,002, kurz 74 cm. Das Rohr  $R_2$  war um wenige Millimeter kürzer, was aber nach Punkt b) im vorliegenden Falle zu einer Correction keinen Anlass gibt. —

Da es bei der gewählten Versuchsanordnung, hinreichend constanten Barometerstand vorausgesetzt, sehr bequem ist, die höhere Temperatur  $T$  auf längere Zeit constant zu erhalten, so wurde die Methode benutzt, um mittels Gleichung (5) *die Variationen von  $t$  genau zu bestimmen*. So gelang es z. B. leicht, bei sehr langsam anwachsender Zimmertemperatur einen Zeitraum herauszugreifen, in welchem die Zunahme von  $t$  als *gleichförmig* anzusehen ist. Zwölf in einem solchen Zeitraume nach je  $2\frac{1}{2}$  Minuten wiederholte Beobachtungen ergaben die Tabelle I. Hierbei benutzte ich eine Röhre, deren Knickungswinkel  $2\alpha$  (Fig. 3)  $4,16^\circ$  betrug, mit einem Xylolfaden von 20,11 cm Länge.  $T$  war constant =  $99,47^\circ$  C., das bei  $R_2$  befindliche Thermometer zeigte vor und nach dem Versuche die Celsiustemperaturen  $17,95^\circ$  und  $18,25^\circ$ . Unter der Annahme, dass diese kleine Temperaturdifferenz gleichförmig durchlaufen wurde, ergibt sich die erste Columnne der Tabelle. Die zweite Columnne enthält die  $\Delta z$ -Bestimmungen. Das

1) Vorausgesetzt ist natürlich erschütterungsfreie Aufstellung der Libelle, womöglich auf einem Steinpfeiler ( $Q$  in Fig. 2).

Mittel aus ihnen, nämlich 881,21, entspricht also der mittleren Temperatur 18,1° C. Hieraus rechnet sich nach Gleichung (5) für den vorliegenden Zweck hinreichend genau  $C/B = 0,000\,000\,853$ , wobei  $T$  und  $t$  vom absoluten Nullpunkte ( $-272,5$ ) zu zählen sind. Die Abstände  $\delta z$  der einzelnen  $\Delta z$  vom Mittel in Columnne 3 zeigen einen ziemlich gleichmässigen Verlauf, was die oben gemachte Voraussetzung bestätigt. Nun ist für kleine  $\delta z$  die zugehörige Temperaturvariation  $\delta t$ ,  $T$  als constant vorausgesetzt, aus Gleichung (5) gegeben mit

$$(8) \quad \delta t = -t^2 \cdot \frac{C}{B} \cdot \delta z,$$

wobei  $t$  (absolut) = 290,6 zu setzen ist. Damit rechnet sich  $\delta t = -0,072 \cdot \delta z$ . Die so berechneten  $\delta t$ , zur Mitteltemperatur hinzugefügt, ergeben die Columnne 4, diese endlich durch Vergleich mit Columnne 1 die in Columnne 5 geordneten Differenzen zwischen dem als wirklich anzusehenden und dem nach barometrischer Methode gemessenen Gange des Temperaturanstiegs.

## I.

1. Temperatur- verlauf	2. 1x aus je drei Ein- stellungen	3. Abstände der $\Delta z$ vom Mittel	4. Hieraus berechnet Temperaturen	5. Unterschied der Werthe in 1. und 4.
17,950° C.				
17,973	882,8	+ 1,6	17,985 C.	+ 0,012
17,996	882,7	+ 1,5	17,992	- 0,004
18,019	882,2	+ 1,0	18,028	+ 0,009
18,042	882,5	+ 1,3	18,006	- 0,036
18,065	881,9	+ 0,7	18,050	- 0,015
18,088	881,5	+ 0,3	18,078	- 0,010
18,111	880,9	- 0,3	18,122	+ 0,011
18,134	880,2	- 1,0	18,172	+ 0,038
18,157	880,8	- 0,4	18,129	- 0,028
18,180	880,5	- 0,7	18,150	- 0,030
18,203	879,3	- 1,9	18,237	+ 0,034
18,226	879,2	- 2,0	19,244	+ 0,018
18,250				

Nach Columnne 5 betrug der grösste Fehler der einzelnen Temperaturbestimmung mittels der Libelle nur 0,038°, der entsprechende grösste Fehler der Compensationsbeobachtung 0,53 Schraubenteile. —

Mit einem längeren Hebelarme  $P$  des Libellenträgers (Fig. 2) oder mit stärkeren Mikroskopvergrößerungen (die benutzte betrug etwa 100) wäre übrigens eine noch grössere Feinheit der Einzelbestimmungen erzielt worden. Dies zeigte sich, als die  $\Delta z$ -Werthe durch Anwendung kürzerer Fäden vergrößert wurden. Mit Fäden von etwa 11 cm Länge<sup>1)</sup> ergaben sich z. B. die Beobachtungen der nachfolgenden beiden Tabellen. Tabelle II stammt von in je 2 Minuten angestellten Beobachtungen an einem durch  $m_2$  langsam fließenden Strome der Wasserleitung, wobei man öfters Temperaturmaxima und Minima wahrnehmen kann. Man sieht hier, wie die aus Columne I wie oben nach Gleichung (8) berechneten Temperaturwerthe (nach Celsius) in correctester Continuität über ein Minimum hinweggehen.

Tabelle III endlich erläutert einen bei der gewählten Anordnung nur selten beobachteten Fall, nämlich den, dass die Wassertemperatur  $t$  für längere Zeit bis in die Hundertstel Grade constant blieb. Hier hatte die Wasserfüllung lange stagnirt, der Mantel  $m_2$  war absichtlich in eine *sehr umfangliche Baumwollpackung* eingehüllt worden.

## II.

## III.

1. Libellen- angaben $\Delta z$	2. Berechnete Temperatur	1. Libellen- angaben $\Delta z$	2. Abweich. der $\Delta z$ vom Mittel	3. Berechnete Temperatur	4. Fehler der Temperatur- bestimmung
1624,3	14,356°	1599,25	− 0,31	17,612°	+ 0,012
1625,1	14,324	1599,65	+ 0,09	17,596	− 0,004
1626,4	14,272	1600,20	+ 0,64	17,574	− 0,026
1629,5	14,148	1600,10	+ 0,54	17,578	− 0,022
1630,1	14,124	1599,30	− 0,26	17,610	+ 0,010
1630,7	14,100	1599,05	− 0,51	17,620	+ 0,020
1630,7	14,100	1599,05	− 0,51	17,620	+ 0,020
1630,6	14,104	1599,90	+ 0,34	17,586	− 0,014
1630,1	14,124				
1629,9	14,132	1600,45			
1627,9	14,222	1600,80			
1625,3	14,316	etc.			

1) So kurze Fäden würden für genaue *Absolutbestimmungen* nicht ohne weiteres zu benutzen sein.

Beobachtet wurde nach je 3 Minuten mit vorsichtiger Einstellung.<sup>1)</sup> Das Thermometer bei  $R_2$  zeigte constant  $17,60^\circ \text{C.}$ , das bei  $R_1$   $99,72^\circ$ . Dementsprechend ergaben sich fast genau constante  $\Delta z$ -Werthe in Columne 1 bis zum neunten, bei welchem unvermuthet eine plötzliche Aenderung eintrat. Diese wurde aber alsbald am Steigen des Barometerstandes sowohl als des Siedethermometers bei  $R_1$  als eine durch plötzlichen Windwechsel verursachte meteorologische Veränderung erkannt. Bei stürmischem Wetter waren überhaupt keine ruhigen Stände des Xylolfadens zu erreichen. Die Drucklibelle ist in diesem Punkte weit empfindlicher als das Quecksilber des Luftthermometers. Die Berechnung der Temperaturwerthe (Columne 3) geschah analog derjenigen der Tabelle I.

Es liegt in der Natur der barometrischen Temperaturmessung, dass ihre Genauigkeit mit steigender Temperatur abnimmt. Man erkennt dies sofort aus Gleichung (8). Ein constanter Fehler  $\delta z$  der Libellenbeobachtung veranlasst einen mit  $t$  rasch wachsenden Temperaturfehler  $\delta t$ . Nach den vorausgeschickten Ermittlungen ist es leicht, die Unsicherheit, welcher die Libellenbeobachtung bei verschiedenen Temperaturen und mit Anwendung verschieden hoher Luftsäulen  $R_1$   $R_2$  ausgesetzt sein würde, anzugeben. Unter Voraussetzung sehr vorsichtiger Handhabung des Druckmessers würde sich z. B. für die Drucksäulen 74 und 15 cm das Folgende ergeben,

Zu messende Temperaturen	Unsicherheit der Temperaturangabe	
	$H = 74 \text{ cm}$	$H = 15 \text{ cm}$
$0^\circ$	0,026°	0,13°
100	0,045	0,23
1000	0,50	2,50
1730	1,23	6,15

1) Vorsichtshalber waren zwei Personen thätig. Die eine besorgte die Beseitigung der Dämpfe aus den Capillaren und die Handhabung des Umschalters; die andere vollzog die Libellenbeobachtungen, wobei sie ihre Stelle am Steinpfeiler nicht änderte, wie es auch bei der Prüfung feiner astronomischer Libellen Vorschrift ist. Dass die Handhabung der Messschraube mit aller Vorsicht z. B. unter Vermeidung des sogenannten tothen Ganges geschah, ist selbstverständlich.

wenn man nach Tabelle III  $0,026^{\circ}$  als die Unsicherheit meiner Einstellungen in der Nähe von  $0^{\circ}$  C. ansieht.<sup>1)</sup>

Die Angaben lassen erkennen, dass die Anwendung der barometrischen Methode, selbst unter Benutzung ziemlich kurzer Drucksäulen, auch für höhere Temperaturen, woselbst das Luftthermometer aus anderen Gründen ebenfalls unsicherer wird, in Betracht zu ziehen ist, wenn sonst keine Hindernisse im Wege stehen.

Von allgemeinerem Werthe sind die mitgetheilten Beobachtungen jedenfalls für die Kenntniss der überhaupt *mit der Libelle erreichbaren Feinheit der Druckmessung*. Die den grössten Temperaturfehlern der Tabellen I und III entsprechenden Variationen von  $\Delta z$  betragen  $0,53$ , bez.  $0,64$  Schraubentheile. Rechnet man für beide Fälle die entsprechenden Druckvariationen

$$\delta p = \delta z \cdot \frac{p}{2} \cdot \lambda \cdot \sigma,$$

so ergibt sich im Mittel eine relative Genauigkeit von etwa *einem Hundertmilliontel* einer Atmosphäre, was nach früheren Erörterungen keineswegs befremden kann. Bei den Versuchen waren die Libellenausschläge klein und erfolgten ziemlich langsam, sodass man dem vom Fadenkreuz fortwandernden Meniscus durch rasche Schraubendrehung einigermaassen nach-eilen konnte. Langdauerndes Nachrinnen der Flüssigkeit von den Rohrwänden war daher ausgeschlossen, es konnte in kurzen Zeitabständen beobachtet werden. Bei grossen Ausschlägen ist dies natürlich nicht zulässig.

#### IV.

Die vorher mitgetheilten, auf sehr kleine Gebiete beschränkten Relativbeobachtungen sind für die Genauigkeit von *Absolutbestimmungen* nicht maassgebend. Um solche auszuführen, wird man unter Voraussetzung gleich hoher Drucksäulen am zweckmässigsten so verfahren, dass man zunächst mittels der auf die Form

$$(9) \quad \frac{1}{t} - \frac{1}{T} = \left( \frac{C}{B} \right) \cdot \Delta z$$

1) Diese Unsicherheit der Temperaturbestimmung bezieht sich natürlich nur auf die Abwesenheit aller anderen Fehlerquellen.

gebrachten Grundgleichung die Constant  $C/B$  durch eine vorhergehende genaue  $\Delta z$ -Messung zwischen bekannten Temperaturen  $t$  und  $T$  ermittelten. Mit diesem empirischen Constantenwerthe des ganzen Apparates sind dann Bestimmungen unbekannter  $t$ - oder  $T$ -Werthe ermöglicht, Das Verfahren ist etwa analog der Temperaturmessung mit dem Luftthermometer nach vorausgegangener sogenannter Fixpunktsbestimmung. Um zu sicheren Zahlen zu gelangen, ist nach der im Abschnitte V empfohlenen Berechnungsweise vorzugehen. Mit dem dort gegebenen Beispiele könnte unsere Mittheilung vorläufig abschliessen.

Zur Beurtheilung der Drucklibelle möchte ich jedoch an dieser Stelle noch eine Erörterung über den im ersten Abschnitte (Gleichung (3)) besprochenen Einfluss der Oberflächenspannung, welcher zu dem Correctionsfactor

$$\left(1 + \frac{2}{\lambda \cdot \sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d\alpha}\right)$$

geführt hat, einschalten. Die Grösse dieses Einflusses steht in Frage. Ist das zweite Glied in der Klammer thatsächlich in dem zu untersuchenden Druck- (oder Temperatur-)Bereich klein gegen die Einheit, so sind die früher gemachten Voraussetzungen erfüllt; es kommt dann wenig darauf an, ob  $d\sigma/d\alpha$  in jenem Bereiche constant ist oder nicht. Mit dem Nachweise der Kleinheit von  $1/\lambda \sigma \cdot d\sigma/d\alpha$  ist die Beobachtungsweise des letzten Abschnittes gerechtfertigt.

Orientirende Anhaltspunkte liefert schon eine genauere Beobachtung der Menisken des Xylolfadens, wenn sie in folgender Weise angestellt wird. Besitzt eine Flüssigkeit sehr nahe das Brechungsvermögen des umschliessenden Glasrohres, wie es bei Xylol thatsächlich der Fall ist, so kann man die Kuppengestalt sehr leicht studiren, indem man die die Kuppe enthaltende Röhre in einen mit *derselben Flüssigkeit gefüllten* Glastrog taucht. Man sieht dann das Kuppenbild fast ohne dioptrische Verzerrung, während die Glaswand fast unsichtbar wird.<sup>1)</sup> Wählt man eine recht dünnwandige Röhre, dann

1) Sind  $n_2$  und  $n_1$  die absoluten Brechungsindices von Glas und Xylol, so erscheint der Durchmesser des Flüssigkeitsfadens bekanntlich im Verhältniss  $n_2/n_1$  (hier nur  $=1,01$ ) vergrössert. Die mittleren Theile

haben auch die unvermeidlichen Ungleichförmigkeiten der Glasflächen wenig Einfluss.

Eine ausgesuchte Glasröhre, deren Weite wie bei den Libellenversuchen 3,3 mm und deren Wandstärke nur 0,35 mm betrug, wurde so geknickt, dass, wenn ihr einer Schenkel (III in Fig. 4) lothrecht stand, der andere (I) einen Winkel von etwa  $6^\circ$  mit der Horizontalen bildete, wie er bei den benutzten Libellen vorkommt. In Xylol getaucht und mit einem Xylolfaden versehen zeigte das Rohr ungefähr die in Fig. 4 (mittels Zeichenmikroskop) abgebildeten Verticalansichten der Menisken. Beide konnten mit der horizontal drehbaren Visirlinie eines Kathetometers bestrichen werden. Aus der Figur

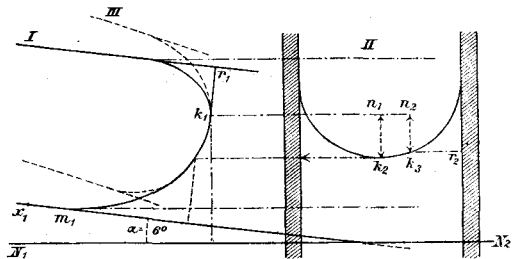


Fig. 4.

ist zu ersehen, dass die beiden Menisken in dem communicirenden Rohre ungefähr dieselbe mittlere Höhe hatten. Der Punkt  $k_1$  der grössten horizontalen Ausbauchung in I, der uns nach dem oben Vorgetragenen interessirt, liegt in einem höheren Niveau  $k_1 n_2$ , als der tiefste Meniskenpunkt  $k_2$  im Verticalschenkel; der Höhenabstand  $k_2 n_1$  beträgt aber nur Bruchtheile eines Millimeters. Der mittlere Theil des Meniskensbildes I gewährt bei allen Neigungen ungefähr den Anblick einer Verdrehung der Scheitelcurve II; wie durch Ueber-einanderlegung der Mikroskopzeichnungen (vgl. die punktirte Linie III an I) ersichtlich gemacht ist. Die Krümmung im Punkte  $k_1$ , der „Kuppe“ nach unserer früheren Bezeichnung, ändert sich also bei engen Röhren mit der Neigung sehr wenig.

des Kuppenbildes sind also kaum merklich verändert. Nebenbei bemerkt besitzt auch ein Gemisch aus etwa 30 Gewichtstheilen Benzol auf 4 Schwefelkohlenstoff den mittleren Brechungscoefficienten des gewöhnlichen Glases, sodass kleine Stücke des letzteren in der Flüssigkeit unsichtbar werden.

An weiten Röhren kann man jedoch leicht beobachten, dass im Vertical- wie im Horizontalschnitt die Krümmung stetig zunimmt, wenn der Neigungswinkel  $\alpha$  von  $90^\circ$  bis  $0^\circ$  abnimmt. Dies bedeutet, dass das Vorzeichen des Differentialquotienten  $do/d\alpha$  in den Formeln (3) und (4) der Wirklichkeit entspricht. Die Veränderung ist aber eine *sehr langsame*, auch wenn das Rohr I sich der horizontalen Lage nähert. Von  $6^\circ$  bis zur horizontalen Lage war nur noch ein Fortschreiten des unteren Randpunktes  $m_1$  etwa bis  $x_1$  bemerkbar, während die Kuppe ihren Ort im Rohre anscheinend nicht änderte. Erst bei *völlig horizontaler* Lage trat Discontinuität ein. Die Flüssigkeit verbreitete sich sehr langsam von  $x_1$  nach links, während der Meniscus ohne weitere Formänderung (ebenfalls langsam) nach rechts wanderte.

Um die Druckverhältnisse zu beurtheilen, denken wir uns die Rohrschenkel I und II getrennt, und beide in ein weites Xylolgefäß getaucht. Da die abgebildeten Menisken Gleichgewichtsgestalten zu einander sind, so werden sie jetzt beide *von ein und demselben Horizontalniveau*, z. B.  $N_1 N_2$  in jenem Gefäß *äquilibriert* werden. Sei nun der Schenkel I beweglich, und sei mit ihm ein auf  $k_1$  eingestelltes Mikroskop fest verbunden, so wird bei der Drehung des Rohres bis in die Senkrechstellung II in der Art, dass das Fadenkreuz dauernd den Meniscus tangirt (wie es die Compensationsmethode verlangt) der Punkt  $k_3$ , dessen Wandabstand  $k_3 r_2 = k_1 r_1$  ist, der neue Einstellungspunkt sein. Dieser liegt noch näher am Niveau  $k_1 n_2$ , als  $k_2$ . Die Drucksäule  $k_3 n_3$  misst offenbar die Aenderung der Capillarspannung beim Uebergange des Einstellungspunktes aus der Lage  $k_1$  in die Lage  $k_3$ , d. h. nach unserer Bezeichnungsweise die Summe

$$\int \frac{do}{d\alpha} \cdot d\alpha$$

zwischen den Grenzwerten  $6^\circ$  und  $90^\circ$  für  $\alpha$ , d. h. im Winkelraum  $84^\circ$ .<sup>1)</sup> Nun kommt aber bei den Libellenversuchen

---

1) Das an Fig. 4 geschilderte Verhalten der Oberflächen zeigt übrigens, dass in der Gegend der Rohrmitte ein Meniskenpunkt gefunden werden kann, welcher bei der Rohrneigung seine Höhenlage nicht merklich ändert. Würde er als „Einstellungspunkt“ gewählt, und auf ihn der



(vgl. unten) selbst mit nur 20,1 cm langem Faden höchstens eine Lagenänderung der Libelle von etwa 8 Winkelminuten zur Anwendung. Innerhalb dieser Beobachtungsgrenzen käme also von der obigen Drucksäule  $k_3 n_2$ , gleichförmige Veränderung vorausgesetzt, nur etwa  $\frac{1}{700}$  im Maximum in Rechnung, die Correction würde mit Bezug auf obige Fadenlänge nur wenige Tausendstel betragen können.

Dieser ganz rohen Schätzung lässt sich eine schon angedeutete experimentelle Auswerthung des Correctionsgliedes mit Benutzung unserer baro-thermometrische Methode an die Seite stellen. Ich will der Kürze halber denjenigen Factor, mit welchem die Schraubenbeobachtung  $\Delta z$  (mit Compensation und Umschaltung), zu multipliciren ist, um den zu messenden Druck  $\Delta p$  zu ergeben, als *Reductionsfactor der Libelle* bezeichnen, und zwar möge der nach Gleichung (2) aus den Daten *direct* berechnete Werth

$$(10) \quad C_1 = \lambda \cdot \frac{\varphi}{2} \cdot \sigma_1$$

den *uncorrigirten Reductionsfactor* darstellen. Der den Einfluss der Oberflächenspannung (nach Gl. 3) enthaltende, also *corrigirte Reductionsfactor*, der  $C_2$  heisse, kann experimentell nach Gl. 9 aus einer  $\Delta z$ -Messung für bekanntes  $T$  und  $t$  bestimmt werden, da die Kenntniss von  $B$  nur zwei einfache Längenmessungen ( $H$  und  $b$ ) erfordert; man findet

$$(11) \quad C_2 = \frac{B}{\Delta z} \left( \frac{1}{t} - \frac{1}{T} \right)$$

Die so ermittelten Werthe  $C_1$  und  $C_2$  stehen in der Beziehung

$$C_2 = C_1 \left( 1 + \frac{2}{\lambda \cdot \sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d\alpha} \right).$$

Man findet also das in Rede stehende additive Correctionsglied

$$(12) \quad \frac{2}{\lambda \cdot \sigma} \cdot \frac{d\sigma}{d\alpha} = \frac{C_2 - C_1}{C_1}.$$

Mit einer Libellenröhre, deren Knickungswinkel  $2\alpha = 11,5^\circ$  bei einer Weite von 0,33 cm betrug, lieferte ein Xylolfaden von (anfangs) ungefähr 30,1 cm Länge die nachfolgenden in

---

Horizontalabstand  $\lambda$  bezogen, so würde die in Rede stehende Correction ganz fortfallen. Die praktische Verwirklichung der Maassregel dürfte jedoch zu übermässigen Complicationen führen.

abwechselnder Reihenfolge an *einem* Tage ermittelten Zahlenwerthe <sup>1)</sup>:

$C_1$	$C_2$
0,0000 32673	
32674	0,0000 32826
32776	32784
32720	32774
Mittel 0,0000 32711	0,0000 32795

Aus den Mitteln rechnet sich:

$$\frac{C_2 - C_1}{C_1} = 0,0026$$

Man erkennt ohne Schwierigkeit, dass die empirische Bestimmung  $C_2$  den *schärferen* Werth lieferte; die Zahlen der zweiten Columnne nehmen nämlich continuirlich ab, wie es sein muss, weil durch das gelegentliche Absaugen der Dämpfe eine wenn auch sehr langsame Verminderung des Productes  $\lambda \sigma$ , welches bei sonst ungeändertem Faden nach Abschn. I constant bleiben sollte, stattfindet.

Eine so nahe Uebereinstimmung von  $C_1$  und  $C_2$ , wie sie aus den Beobachtungen hervorging, hatte ich übrigens kaum erwartet, vielmehr hatte ich vermuthet, dass ein etwas grösserer Werth von  $d\sigma/d\alpha$  auftreten werde. Um mich zu orientiren, stellte ich selbst an zwei aufeinanderfolgenden Tagen mit einem noch flacheren Libellenrohre, dessen Knickwinkel  $2\alpha$  nur  $4,16^\circ$  betrug, Beobachtungen an, deren Ergebniss mit sämmtlichen für die Rechnung nöthigen Versuchsdaten folgt, wobei zu bemerken ist, dass, wie in den vorigen Abschnitten

$$H = 74,00$$

$$\frac{\varphi}{2} = 0,000001263$$

$$s_0 = 0,001293$$

$$\frac{1}{a} = 272,5 \quad \text{und}$$

$$B = H \cdot s_0 \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{b}{76}$$

1) Diese Zahlen, sowie diejenigen des letzten Abschnittes rühren von Beobachtungen meines Sohnes Dr. M. Toepler her.

zu setzen sind. Selbstverständlich sind unter den Angaben für  $\sigma_1$ ,  $b$ ,  $\Delta z$ ,  $t$  und  $T$  für die jeweilige Versuchsdauer berechnete Mittelwerthe verstanden.<sup>1)</sup>

Bezeichnet	1. Beobachtet	2. Beobachtet
$b$	75,19	74,5
$\lambda$	20,12	20,11
$\sigma_1$	0,8587	0,8584
$\Delta z$	889,12	881,21
$t$	290,60°	290,60°
$T$	372,24°	371,97°
	Berechnet	Berechnet
$B$	25,7954	25,5587
$C_1$	0,0000 21821	0,0000 21803
$C_2$	0,0000 21896	0,0000 21833

Wiederum hat von der ersten zur zweiten Beobachtung das Product  $\lambda \cdot \sigma$  wegen der Xylolverdunstung<sup>2)</sup> ein wenig abgenommen, dementsprechend auch die  $C$ -Werthe. Wiederum ist  $C_2 > C_1$  in beiden Fällen. Nimmt man die Mittel  $C = 0,000021812$  und  $C_2 = 0,000021865$  aus beiden Versuchen, so rechnet sich:

$$\frac{C_2 - C_1}{C_1} = 0,0024. \text{ } ^3)$$

Die Beobachtungen zeigen also übereinstimmend, dass der Einfluss der Variationen der Oberflächenspannung selbst bei ziemlich flacher Libellenform und bis zu Rohrweiten von 3,5 mm ein kleiner ist. Einen noch erheblich kleineren Corrections-

1) Die  $t$  wurden nahe der (absoluten) Zimmertemperatur constant erhalten, aus schon entwickelten Gründen. Dass die mittleren  $t$  beider Versuche übereinstimmten, ist ein bedeutungsloser Zufall. Zu bemerken ist bezüglich der zweiten Beobachtung, dass die directen Libellenlesungen, welche zu den Mittelwerthen  $\Delta z = 881,21$  führten, schon in der Tab. I des Abschn. III zu anderem Zwecke Verwendung gefunden haben. Der sehr kleine Ueberschuss der Dampftemperatur  $T$  über den aus  $b$  berechneten Siedepunkt erklärt sich aus einem kleinen Ueberdruck im Dampfrohr.

2) Auch bei geschlossenen Libellenhähen transfundirt Xyloldampf, wenn auch äusserst langsam durch die Kautschukverbindungen.

3) Der Werth  $C_2$  würde noch ein wenig grösser ausfallen, wenn man nach Wiebe die Thermometerangabe  $t$  auf das Luftthermometer corrigirt hätte.

werth würde die Berechnung aus den Beobachtungen des nächsten Abschnittes liefern.

Lässt man aber vorsichtshalber für flache Libellen den Quotienten 0,0025 im Mittel bei 25 cm Fadenlänge gelten, so folgt aus den Definitionen und den Beziehungen zwischen  $t$  und  $C$  in Gl. (9), dass jedenfalls im Bereiche der angewandten Knickungswinkel *Fäden von 50 cm Länge genügen, um ohne Beachtung jener Correction zwischen 0 und 100° bis auf etwa 0,1° genau zu messen.* Nach den (vielleicht noch besseren) Daten des letzten Abschnittes würden hierzu schon Fäden von 20 cm genügen.<sup>1)</sup> Man wird indessen, wenn man nicht zur Anwendung langer Fäden greifen will, vorläufig bei *absoluten* Messungen auf die im letzten Abschnitt behandelte Art der empirischen Constantenbestimmungen angewiesen sein.

Mehr als diese allgemeinen praktischen Anhaltspunkte kann man aus den Versuchen einstweilen nicht ableiten. Zu wünschen wäre es freilich, die Correction wenigstens für *eine* bestimmte Libellengestalt und Fadenlänge *sehr genau* zu kennen, um von ihr durch Rechnung auf andere Fadenlängen überzugehen.<sup>2)</sup> Die Unsicherheit der vorliegenden Versuche beruht sowohl im  $C_1$  als im  $B$ . Die in  $m_1$  eingeschmolzenen Capillaransätze waren leider nicht ganz gerade,  $H$  kann daher fehlerhaft sein. Auch hätte das Thermometer für die schwankenden  $t$ -Werthe im Innern von  $R_2$  angebracht sein sollen, ganz abgesehen davon, dass genauere Constanthaltung von  $t$  erforderlich gewesen wäre. Bei der ersten Zusammenstellung des Apparates und seiner Nebenbestandtheile konnte leider für Eiskühlung nicht Vorsorge getroffen werden. — Ueberhaupt ist zu bemerken, dass die experimentelle Feststellung des fraglichen Unterschiedes zwischen  $C_1$  und  $C_2$  viel schwieriger ist, als die im nächsten Abschnitte behandelten Absolut-

1) Der Anwendung langer Fäden steht übrigens praktisch nichts im Wege; man gibt ja bekanntlich dem Hebelarme ( $P$  in Fig. 2) bei den sogenannten Libellenproben bis gegen 1 m Länge.

2) Ob die vorgetragene Berücksichtigungsweise der Oberflächenspannung für sehr grosse Temperaturintervalle ausreicht oder ob sie noch durch ein Glied mit  $\Delta\alpha^2$  zu ergänzen wäre, bleibt zu untersuchen. Die Libellenneigungen würden bei den oben gewählten Dimensionen *immer* klein sein, bis zu den höchsten Temperaturen nicht grösser als etwa 35 Winkelminuten für 30 cm Fadenlänge.

bestimmungen, weil bei letzteren die unsichersten Maassgrößen durch das Verfahren eliminirt sind.

Eine verfeinerte Untersuchung der in Rede stehenden Fehlerquelle wird indessen mit entsprechenden Abänderungen, insbesondere mit längeren Druckrohren keine Schwierigkeit bieten, und wenn die barometrische Methode auch nur hierzu gut wäre, so würde sie nicht ganz ohne Werth sein in Anbetracht der mannichfaltigen Anwendungen, deren ein so empfindliches Hülfsmittel wie die Drucklibelle fähig ist.

Endlich wäre noch zu untersuchen, ob man durch Verringerung des Durchmessers des Xylolfadens den Einfluss der Oberflächenspannung (Meniskengestalt) nicht für alle Fälle beseitigen könnte. Ich habe nur deshalb ziemlich weite Libellenrohre benutzt, um ein möglichst rasches und sicheres Einspielen beim Fadenkreuz zu erzielen.

## V.

Nach dem bisher Mitgetheilten erübrigt nur noch, an einem einfachen praktischen Beispiele *die absolute Temperaturmessung mit empirischer Constantenbestimmung* zu zeigen. Für die Ausführung bestand die Schwierigkeit, drei bis auf Hundertel Grade constante Temperaturen in Anwendung zu bringen. Von Eiskühlung musste, wie oben bemerkt, aus localen Gründen abgesehen werden. Eine gute Gelegenheit bot sich bei der Prüfung eines von O. Leuner gefertigten Thermostaten für Temperaturen zwischen 0° und 50° C., welcher etwa folgende Einrichtung hatte.

Aus einem mit automatischer Niveauregulirung versehenen Druckreservoir floss ein constanter Wasserstrom durch ein sehr weites Verticalrohr, in welchem die langsam aufsteigende Flüssigkeit durch ein centrales, von den Verbrennungsgasen einer kleinen, vor Störungen geschützten Gasflamme bestrichenes Heizrohr erwärmt wurde. Im oberen Theile der Warmwassersäule war eine sehr dünnwandige Messingrohrspirale gewissermaassen als Luftthermometergefäß angebracht. Ihr Inneres communicirte mittels einer Glascapillare mit einem Manometer, dessen aufsteigende Quecksilbersäule (nach bekanntem Constructionsprincip) bei gewisser Stellung den aus der Mündung eines abwärtssteigenden Eisenrohres austretenden

Leuchtgaszufluss zur Heizflamme verminderte, bis Gleichgewicht eintrat. Die zu erzielende Temperatur der Warmwassersäule konnte durch Verticalverschiebung der genannten Rohrmündung variiert werden.

Der in dieser Weise regulirte Warmwasserstrom wurde nun durch das in Watte gehüllte Mantelrohr  $m_2$  (Fig. 1) geleitet<sup>1)</sup>, und zwar schon viele Stunden lang, bevor die Beobachtung begann. Wiederum wurde  $R_1$  mit einem Dampfstrom erhitzt, während in  $R_2$  der vom Thermostaten aufrecht erhaltene Zustand unverändert blieb. Die Heisslufttemperatur  $T$  wurde von aussen abgelesen. Alle Apparatheile, insbesondere auch das untere Capillarensystem, waren durch Watteschirme vor gegenseitiger Bestrahlung, auch derjenigen des Beobachters geschützt.

Als Aufgabe galt die Bestimmung der Warmwassertemperatur  $t$  in  $R_2$ . Es wurde daher 17 mal nach je  $2-2\frac{1}{2}$  Minuten je eine Libellenlesung  $\Delta z$  mit Umschaltung vorgenommen. Natürlich wurde für Füllung des Apparates mit trockener Luft gesorgt.

Schreiben wir für unseren Fall alle Versuchsdaten mit den früheren Buchstaben ohne Indexbezeichnung, so ist mittels der zu benutzenden Hauptrelation Gleichung (9)

$$K \cdot \Delta z = \frac{1}{t} - \frac{1}{T}, \text{ wo } K = \frac{C}{B},$$

$$\frac{1}{t} = K \cdot \Delta z + \frac{1}{T}$$

zu berechnen. Behufs empirischer  $K$ -Bestimmung war nun am folgenden Tage das vorsichtig verpackte Rohr  $m_2$  mit stagnirendem, ungeheiztem Wasser von sehr constanter Temperatur  $t_0$  gefüllt; letztere wurde durch eine verschliessbare Oeffnung in der Umhüllung abgelesen und stimmte selbstverständlich mit dem Mittel aus der weniger constanten Zimmertemperatur ungefähr überein. Seien beim zweiten Versuche alle Daten durch den Index Null gekennzeichnet, sei  $T_0$  z. B. die Siedetemperatur in  $R_1$ , so wurden wieder mit demselben Xylolfaden 17 einzelne  $\Delta z_0$ -Werthe gelesen, sodass

1) Dieses Rohr war durch ein neues ersetzt worden, welches mit  $R_1$  nahe gleiche Länge  $H$ , nämlich nahe 74 cm, besass.

$$K_0 = \left( \frac{1}{t_0} - \frac{1}{T_0} \right) \frac{1}{\Delta \pi_0} = \frac{C_0}{B_0}$$

bekannt war. Jetzt konnte  $K$  aus  $K_0$  berechnet werden. Da jede Veränderung am Apparate zwischen beiden Versuchen sorgfältig vermieden war, so kommen für beide Fälle nur noch die gleichfalls ermittelten Grössen  $b$ ,  $\lambda$  und  $\sigma$ , desgleichen  $b_0$ ,  $\lambda_0$  und  $\sigma_0$  in Betracht, wobei unter  $\sigma$  und  $\sigma_0$  die nach Abschnitt I schon mit Rücksicht auf die Dämpfe corrigirten ( $\sigma_1$ -)Werthe bedeuten. Man hat also nach den Definitionen:

$$C = C_0 \frac{\lambda \sigma}{\lambda_0 \sigma_0} \quad \text{und} \quad B = B_0 \frac{b}{b_0} {}^1),$$

also mit Rücksicht auf die vorige Gleichung:

$$K = \frac{C_0}{B_0} \frac{(\lambda \cdot \sigma) b_0}{(\lambda_0 \sigma_0) b} = \left( \frac{1}{t_0} - \frac{1}{T_0} \right) \frac{(\lambda \sigma) b_0}{(\lambda_0 \sigma_0) b} \cdot \frac{1}{\Delta \pi_0},$$

oder endlich:

$$(13) \quad \frac{1}{t} = \left( \frac{1}{t_0} - \frac{1}{T_0} \right) \frac{(\lambda \sigma) b_0}{(\lambda_0 \sigma_0) b} \cdot \frac{\Delta \pi}{\Delta \pi_0} + \frac{1}{T}.$$

Die Versuchsweise erspart die Kenntniss von  $H$ ,  $S_0$  und  $\varphi$ . Um Weitschweifigkeiten zu vermeiden, lasse ich sogleich die gewonnenen Mittelzahlen für die einzelnen Beobachtungsdaten folgen; die Temperaturen sind selbstverständlich absolut verstanden.

Beobachtung mit dem Thermostaten		Beobachtung mit bekanntem Temperaturintervall	
$T$	371,88°	$T_0$	372,11°
$t$	zu berechnen	$t_0$	290,93°
$b$	74,30	$b$	74,93
$\lambda$	20,246	$\lambda_0$	20,238
$\sigma$	0,8598	$\sigma_0$	0,8577
$\Delta \pi$	716,50	$\Delta \pi_0$	878,52

Zu bemerken ist, dass die Temperaturen schon nach Wiebe auf das Luftthermometer bezogen, und dass natürlich auch die Aichungsangaben der Phys.-Techn. Reichsanstalt zu den benutzten Thermometern beachtet sind.

1) Hierbei ist von der linearen Glasausdehnung des Rohres  $R_2$  abgesehen, was wegen des geringen Betrages hier statthaft ist. Durch die Reduction des  $C$  ist der Fadenverminderung durch Verdunstung Rechnung getragen. Mit  $C$  verschwindet auch die in ihm erhaltene Oberflächenspannung aus Gleichung (13).

Man sieht wiederum, dass das Product  $\lambda \cdot \sigma$  aus bekannten Gründen von der ersten zur zweiten Beobachtung ein wenig abgenommen hat. Das Ergebniss der Formel (13) ist:

$$t = 302,342^{\circ} \text{ absolut}$$

oder

$$= 29,842^{\circ} \text{ nach Cels.}$$

Gleichzeitig ausgeführte directe Ablesungen an dem bei  $R_2$  befindlichen Thermometer hatten den Mittelwerth

$$t = 29,88^{\circ} \text{ C.}$$

ergeben. Der Unterschied  $0,04^{\circ}$  kann in Anbetracht der vielen Bestimmungsstücke, aus denen sich die Rechnung zusammensetzt, als sehr befriedigend gelten. Freilich ist eine solche Genauigkeit nur bei ruhigem Wetter und scharfer Beobachtung zu erreichen. Wenn man z. B. bei dem weniger vorsichtigen Versuche des vorigen Abschnittes die Temperatur  $t$  der einen Beobachtung als die unbekannte ansieht und in gleicher Weise wie hier die andere Beobachtung zur Constantenbestimmung heranzieht, so erhält man etwa das Dreifache obigen Unterschiedes. Man sieht, dass es keine Schwierigkeit hatte, mit den benutzten, zum Theil nicht sehr vollkommenen Hilfsmitteln und Vorkehrungen nach der Methode dieses Abschnittes Absolutbestimmungen bis auf  $0,1^{\circ}$  für mässige Temperaturen auszuführen. Mit Verfeinerung der Einzelheiten wird man noch weiter kommen, wie sich ja nach Abschnitt III erwarten lässt.

Die Thatfachen bestätigen also im ganzen das früher Vorgetragene. Die barometrische Methode ist für den gewöhnlichen Gebrauch viel zu subtil. Dagegen dürfte sie eine willkommene wissenschaftliche Ergänzung des Luftthermometers sein in solchen Fällen, wo dessen Angaben unsicher werden oder überhaupt, insofern dieselben der Controle bedürfen. Ich denke hierbei z. B. an die genaue Aichung der zu pyrometrischen Zwecken bestimmten Thermoelemente. Aus der sehr sorgfältigen Untersuchung der Hrn. Holborn und Wien<sup>1)</sup> in der Phys.-Tech. Reichsanstalt ist zu schliessen, dass eine der bedenklichsten Fehlerquellen des Luftthermometers bei sehr hohen Temperaturen in dem Auftreten störender Verän-

1) Holborn u. Wien, Ztschr. f. Instrumentenk. 1892, Heft 8 u. 9.



derungen des Gasinhaltes besteht, welche wahrscheinlich, wie noch näher zu untersuchen ist, mit Transfusions- oder Occlusionserscheinungen zusammenhängen. Mit derartigen Fehlerquellen liefert das Luftthermometer keine volle Garantie für hohe Temperaturen. Bei der barometrischen Methode lässt sich, wie schon im Abschnitt II bemerkt wurde, der Inhalt des Heisslufttraums jeden Augenblick mitten in der Beobachtungsreihe erneuern, was beim Luftthermometer ausgeschlossen ist, abgesehen davon, dass die barometrische Methode von den etwaigen *Veränderungen des Gefässvolumens* (durch Erweichung etc.) *ganz unabhängig* ist. Es käme nur darauf an, die bei hohen Temperaturen auftretenden technischen Schwierigkeiten zu überwinden. Um für kurze Luftsäulen die Empfindlichkeit zu erhöhen, liesse sich eine Anordnung treffen, auf die ich an anderer Stelle zurückzukommen gedenke.

‘Hier will ich nur noch bemerken, dass, wie Gleichung (4) lehrt, die Methode mit entsprechender Abänderung auch zur exacten Bestimmung der Ausdehnungskoeffizienten verschiedener Gase geeignet wäre. Eine derartige Ergänzung der Regnault'schen Bestimmungen würde deshalb nicht ganz ohne Werth sein, weil bei der Anwendung luftthermometerartiger Instrumente Molecularwirkungen der festen Wandflächen eine Rolle spielen, auf welche Regnault selbst beim Studium der Dämpfe aufmerksam gemacht hat. Dieser Einfluss würde bei der barometrischen Methode nicht in Frage kommen.

Der Vollständigkeit halber lasse ich schliesslich die Reduktionsformel folgen, welche sich für die Temperaturmessung *unter Rücksicht auf alle wesentlichen Correctionen* ergibt, einschliesslich des im Abschnitt II Punkt b) behandelten Einflusses nicht ganz gleicher Längen der Drucksäulen. Ich will dabei den wohl häufiger in Frage kommenden Fall voraussetzen, dass es sich um Bestimmungen einer höheren Temperatur handelt.

Wiederum seien nacheinander zwei Versuche mit demselben Faden angestellt wie vorher, der eine zum Zwecke der empirischen Constantenbestimmung, der andere zur eigentlichen Temperaturmessung. Die zu ersterem Versuche gehörigen Grössen seien wiederum durch den Nullindex kenntlich gemacht. Rationeller Weise wird man in beiden Fällen Eiskühlung an-

wenden, sodass  $t = t_0$  wird. Das Quecksilberthermometer dient nur bei der Auswerthung der Correctionen. Besitze nun beim ersten Versuche die Heissluftsäule ( $T_0$ ) im Vergleich zur constanten Kaltluftsäule ( $t_0$ ) einen kleinen relativen Längenunterschied  $= \Delta H_0 / H_0$ , betrage derselbe beim zweiten Versuche  $\Delta H / H_0$  und mögen auf den verbindenden Capillarenstrecken die (Zimmer-)Temperaturen  $\vartheta_0$  bez.  $\vartheta$  herrschen, so stellt sich das Druckgleichgewicht in beiden Fällen in folgender Weise<sup>1)</sup> dar.

$$C_0 \cdot \Delta z_0 = \frac{B_0}{t_0} + \frac{B_0}{\vartheta_0} \cdot \frac{\Delta H_0}{H_0} - \frac{B_0}{T_0} \left( 1 + \frac{\Delta H_0}{H_0} \right)$$

und

$$C \cdot \Delta z = \frac{B_0}{t_0} \cdot \frac{b}{b_0} + \frac{B_0}{\vartheta} \cdot \frac{b}{b_0} \cdot \frac{\Delta H}{H_0} - \frac{B_0}{T} \cdot \frac{b}{b_0} \left( 1 + \frac{\Delta H}{H_0} \right).$$

Daraus folgt die in geeignete Form gebrachte Gleichung

$$(14) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{T} = \frac{1}{t_0} - \frac{\lambda \sigma \cdot b_0 \cdot \Delta z}{\lambda_0 \sigma_0 \cdot b \cdot \Delta z_0} \left[ \left( \frac{1}{t_0} - \frac{1}{T_0} \right) + \left( \frac{1}{\vartheta_0} - \frac{1}{T_0} \right) \frac{\Delta H_0}{H_0} \right] \\ + \left( \frac{1}{\vartheta} - \frac{1}{T} \right) \frac{\Delta H}{H_0}. \end{aligned} \right.$$

Da das letzte Glied rechts klein ist, so kann man zunächst ohne dasselbe einen Näherungswerth für  $1/T$  rechnen, der dann in jenes letzte Glied eingesetzt einen verbesserten Werth ergibt u. s. w. Die kleinen Quotienten mit  $H_0$  im Nenner sind im einzelnen Falle besonders festzustellen; natürlich genügen dafür Näherungswerthe.

Die Gleichung (14) hat mit (13) die schon dort entwickelten Annehmlichkeiten gemein, sie eliminirt wie jene den unbekannten Einfluss der Oberflächenspannung. Auf eine praktisch brauchbare Eigenschaft mag hier noch hingewiesen sein. Wählt man die willkürliche Vergleichstemperatur  $T_0$  so, dass sie der zu bestimmenden Temperatur  $T$  nicht allzufern liegt, so kommen auch die Werthe  $\Delta z_0$  u.  $\Delta z$  einander nahe. Dann ist der Factor vor der Klammer des zweiten Gliedes von Eins wenig verschieden. Auch  $\vartheta_0$  und  $\vartheta$ , wie die anderen

1) Angenommen ist, dass der Höhenunterschied auf der kurzen Capillarenstrecke dicht bei der Heissluftsäule, woselbst sich ein sehr starkes Temperaturgefälle ausbildet, nicht besonders in Betracht komme. Es lassen sich zu diesem Zwecke wahrscheinlich noch andere Vorkehrungen vorschlagen, als die in Abschnitt II Punkt b) angegebenen.

Temperaturen absolut zu verstehen, werden nicht sehr verschieden sein. Zerlegt man dann das zweite Glied in seine beiden Hauptsummanden, so heben sich offenbar die Correctionsglieder mit  $\Delta H_0$  und  $\Delta H$  nahe auf; *die Correction wegen des Höhenunterschiedes der Drucksäulen verschwindet*. Dieser Kunstgriff wird sich gelegentlich verwerthen lassen. Es erklärt sich nun auch, weshalb die von mir für die Absolutmessung angeführten Beispiele mit wenig genauen Längenmessungen doch schon ein beachtenswerthes Resultat ergeben konnten.

---