

Biometrika Trust

Tables of Poisson's Exponential Binomial Limit

Author(s): H. E. Soper

Source: *Biometrika*, Vol. 10, No. 1 (Apr., 1914), pp. 25-35

Published by: [Biometrika Trust](#)

Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/2331738>

Accessed: 17/06/2014 08:21

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at <http://www.jstor.org/page/info/about/policies/terms.jsp>

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.



Biometrika Trust is collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *Biometrika*.

<http://www.jstor.org>

TABLES OF POISSON'S EXPONENTIAL BINOMIAL LIMIT.

BY H. E. SOPER, M.A.

IN his treatise, *Recherches sur la Probabilité des Jugements*, Paris, 1837, Poisson* shows that the series of frequencies

$$p^n + np^{n-1}q + \frac{n(n-1)}{2!}p^{n-2}q^2 + \dots + \frac{n!}{r!(n-r)!}p^{n-r}q^r + \dots,$$

given by the expanded terms of the binomial

$$(p + q)^n,$$

becomes in the limit, when q is diminished, and n increased, indefinitely, but so that nq remains finite and equal to m , the exponential series

$$e^{-m} \left(1 + m + \frac{m^2}{2!} + \dots + \frac{m^r}{r!} + \dots \right);$$

and he points out that the terms of this series will give the proportional frequencies of the occurrences

$$0, 1, 2, \dots, r, \dots$$

times, in any sample, of an event, every occurrence of which is equally likely in the sample and independent of the other occurrences, and which is of such frequency that m events occur in the sample on an average.

The series is arrived at by "Student†," when considering the theoretical frequencies in sample drops of a liquid of minute corpuscles supposed distributed at random throughout the mass of the liquid.

The event may also occur in time, each occurrence being supposed to take place with equal probability in any finite period taken as the sample, and to act independently of the occurrences of all the other events. A physical example, which appears by the closeness of the observed to the theoretical frequencies to

* pp. 205 *et seq.*

† *Biometrika*, Vol. v. p. 351, "On the Error of counting with a Haemacytometer."

satisfy these conditions, is the number of α -particles discharged per $\frac{1}{8}$ -minute or $\frac{1}{4}$ -minute interval from a film of polonium*.

In vital statistics the sample may be an individual or house or community and the event an accident or disease and so on. But it must be borne in mind that for such series as the above to be applicable the occurrence of one event in the sample must not preclude or influence in any way the occurrence of a second.

The probability of x occurrences, m being the mean number, in a sample, is

$$e^{-m} m^x/x!$$

and in the tables which follow this is evaluated for $m = 0.1, 0.2 \dots$ to 15.0 and for $x = 0, 1, 2 \dots$ up to such an integer as gives a figure in the sixth place of decimals, the number of places tabulated.

The terms of the series were calculated, each by a fractional operation upon the preceding, beginning with the modal term and going both forward and back. Thus if $m = 7.6$ the term $e^{-7.6} \times (7.6)^7/7!$ was first calculated by tables of logarithms, and the succeeding terms were then obtained seriatim by the operations

$$\frac{7.6}{8}, \frac{7.6}{9}, \frac{7.6}{10}, \text{ etc.},$$

and the preceding ones by the operations

$$\frac{7}{7.6}, \frac{6}{7.6}, \frac{5}{7.6}, \text{ etc.},$$

done with a mechanical calculator, first a multiplication and then a division.

Seven places of decimals were thus calculated and the series is checked by the total, which differs from unity by the remainder (a figure in the eighth or later place of decimals in all the present cases) and the algebraical sum of the errors of seventh figure approximations.

Poisson's exponential series has been previously calculated to four places of decimals by L. von Bortkewitsch† for values of m from 0.1 to 10.0.

The present tables give the probability of each number of times of occurrence of the event. For the sums of these values, that is, the probability of occurrence of the event, a given number of times or greater, or a given number of times or less, reference must be made to a second paper in this issue of *Biometrika*‡, where such probabilities are calculated for integral values of m from 1 to 30.

* See Rutherford and Geiger: "The Probability Variations in the Distribution of α -Particles," *Philosophical Magazine*, Vol. xx. p. 700, 1910. See also E. C. Snow, "Note on the Probability Variations, &c.," Vol. xxii. p. 198, 1911, who finds the variance of experiment from theory to be such as would occur once in six experiments and once in three experiments respectively of the limited time taken, were theory exact. In a note to the first paper H. Bateman gives a proof of the exponential series of probabilities arrived at from considerations of this problem.

† *Das Gesetz der kleinen Zahlen*, 1898. A comparison of the table printed therein with the present table shows agreement except as to the fourth figure; the nearest fourth figure is not given, in rather many instances, in the tables of Bortkewitsch.

‡ Lucy Whitaker, B.Sc. "On the Poisson Law of Small Numbers," Vol. x. p. 37 *et seq.*

TABLE of $e^{-m}m^x/x!$: General Term of Poisson's Exponential Expansion ("Law of Small Numbers").

x	m										x
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	
0	.904837	.818731	.740818	.670320	.606531	.548812	.496585	.449329	.406570	.367879	0
1	.090484	.163746	.222445	.268128	.303265	.329287	.347610	.359463	.365913	.367879	1
2	.004524	.016375	.033337	.053626	.075816	.098786	.121663	.143785	.164661	.183940	2
3	.000151	.001092	.003334	.007150	.012636	.019757	.028388	.038343	.049398	.061313	3
4	.000004	.000055	.000250	.000715	.001580	.002964	.004968	.007669	.011115	.015328	4
5	—	.000002	.000015	.000057	.000158	.000356	.000696	.001227	.002001	.003066	5
6	—	—	.000001	.000004	.000013	.000036	.000081	.000164	.000300	.000511	6
7	—	—	—	—	.000001	.000003	.000008	.000019	.000039	.000073	7
8	—	—	—	—	—	—	.000001	.000002	.000004	.000009	8
9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.000001	9
x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	x
0	.332871	.301194	.272532	.246597	.223130	.201897	.182684	.165299	.149569	.135335	0
1	.366158	.361433	.354291	.345236	.334695	.323034	.310562	.297538	.284180	.270671	1
2	.201387	.216860	.230289	.241665	.251021	.258428	.263978	.267784	.269971	.270671	2
3	.073842	.086744	.099792	.112777	.125510	.137828	.149587	.160671	.170982	.180447	3
4	.020307	.026023	.032432	.039472	.047067	.055131	.063575	.072302	.081216	.090224	4
5	.004467	.006246	.008432	.011052	.014120	.017642	.021615	.026029	.030862	.036089	5
6	.000819	.001249	.001827	.002579	.003530	.004705	.006124	.007809	.009773	.012030	6
7	.000129	.000214	.000339	.000516	.000756	.001075	.001487	.002008	.002653	.003437	7
8	.000018	.000032	.000055	.000090	.000142	.000215	.000316	.000452	.000630	.000859	8
9	.000002	.000004	.000008	.000014	.000024	.000038	.000060	.000090	.000133	.000191	9
10	—	.000001	.000001	.000002	.000004	.000006	.000010	.000016	.000025	.000038	10
11	—	—	—	—	—	.000001	.000002	.000003	.000005	.000007	11
12	—	—	—	—	—	—	—	—	.000001	.000001	12
x	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	x
0	.122456	.110803	.100259	.090718	.082085	.074274	.067206	.060810	.055023	.049787	0
1	.257159	.243767	.230595	.217723	.205212	.193111	.181455	.170268	.159567	.149361	1
2	.270016	.268144	.265185	.261268	.256516	.251045	.244964	.238375	.231373	.224042	2
3	.189012	.196639	.203308	.209014	.213763	.217572	.220468	.222484	.223660	.224042	3
4	.099231	.108151	.116902	.125409	.133602	.141422	.148816	.155739	.162154	.168031	4
5	.041677	.047587	.053775	.060196	.066801	.073539	.080360	.087214	.094049	.100819	5
6	.014587	.017448	.020614	.024078	.027834	.031867	.036162	.040700	.045457	.050409	6
7	.004376	.005484	.006773	.008255	.009941	.011836	.013948	.016280	.018832	.021604	7
8	.001149	.001508	.001947	.002477	.003106	.003847	.004708	.005698	.006827	.008102	8
9	.000268	.000369	.000498	.000660	.000863	.001111	.001412	.001773	.002200	.002701	9
10	.000056	.000081	.000114	.000158	.000216	.000289	.000381	.000496	.000638	.000810	10
11	.000011	.000016	.000024	.000035	.000049	.000068	.000094	.000126	.000168	.000221	11
12	.000002	.000003	.000005	.000007	.000010	.000015	.000021	.000029	.000041	.000055	12
13	—	.000001	.000001	.000001	.000002	.000003	.000004	.000006	.000009	.000013	13
14	—	—	—	—	—	.000001	.000001	.000001	.000002	.000003	14
15	—	—	—	—	—	—	—	—	—	.000001	15

TABLE—(continued).

<i>x</i>	<i>m</i>										<i>x</i>
	3·1	3·2	3·3	3·4	3·5	3·6	3·7	3·8	3·9	4·0	
0	·045049	·040762	·036883	·033373	·030197	·027324	·024724	·022371	·020242	·018316	0
1	·139653	·130439	·121714	·113469	·105691	·098365	·091477	·085009	·078943	·073263	1
2	·216461	·208702	·200829	·192898	·184959	·177058	·169233	·161517	·153940	·146525	2
3	·223677	·222616	·220912	·218617	·215785	·212469	·208720	·204588	·200122	·195367	3
4	·173350	·178093	·182252	·185825	·188812	·191222	·193066	·194359	·195119	·195367	4
5	·107477	·113979	·120286	·126361	·132169	·137680	·142869	·147713	·152193	·156293	5
6	·055530	·060789	·066158	·071604	·077098	·082608	·088102	·093551	·098925	·104196	6
7	·024592	·027789	·031189	·034779	·038549	·042484	·046568	·050785	·055115	·059540	7
8	·009529	·011116	·012865	·014781	·016865	·019118	·021538	·024123	·026869	·029770	8
9	·003282	·003952	·004717	·005584	·006559	·007647	·008854	·010185	·011643	·013231	9
10	·001018	·001265	·001557	·001899	·002296	·002753	·003276	·003870	·004541	·005292	10
11	·000287	·000368	·000467	·000587	·000730	·000901	·001102	·001337	·001610	·001925	11
12	·000074	·000098	·000128	·000166	·000213	·000270	·000340	·000423	·000523	·000642	12
13	·000018	·000024	·000033	·000043	·000057	·000075	·000097	·000124	·000157	·000197	13
14	·000004	·000006	·000008	·000011	·000014	·000019	·000026	·000034	·000044	·000056	14
15	·000001	·000001	·000002	·000002	·000003	·000005	·000006	·000009	·000011	·000015	15
16	—	—	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000003	·000004	16
17	—	—	—	—	—	—	—	—	·000001	·000001	17

<i>x</i>	4·1	4·2	4·3	4·4	4·5	4·6	4·7	4·8	4·9	5·0	<i>x</i>
0	·016573	·014996	·013569	·012277	·011109	·010052	·009095	·008230	·007447	·006738	0
1	·067948	·062981	·058345	·054020	·049990	·046238	·042748	·039503	·036488	·033690	1
2	·139293	·132261	·125441	·118845	·112479	·106348	·100457	·094807	·089396	·084224	2
3	·190368	·185165	·179799	·174305	·168718	·163068	·157383	·151691	·146014	·140374	3
4	·195127	·194424	·193284	·191736	·189808	·187528	·184925	·182029	·178867	·175467	4
5	·160004	·163316	·166224	·168728	·170827	·172525	·173830	·174748	·175290	·175467	5
6	·109336	·114321	·119127	·123734	·128120	·132270	·136167	·139798	·143153	·146223	6
7	·064040	·068593	·073178	·077775	·082363	·086920	·091426	·095862	·100207	·104445	7
8	·032820	·036011	·039333	·042776	·046329	·049979	·053713	·057517	·061377	·065278	8
9	·014951	·016805	·018793	·020913	·023165	·025545	·028050	·030676	·033416	·036266	9
10	·006130	·007058	·008081	·009202	·010424	·011751	·013184	·014724	·016374	·018133	10
11	·002285	·002695	·003159	·003681	·004264	·004914	·005633	·006425	·007294	·008242	11
12	·000781	·000943	·001132	·001350	·001599	·001884	·002206	·002570	·002978	·003434	12
13	·000246	·000305	·000374	·000457	·000554	·000667	·000798	·000949	·001123	·001321	13
14	·000072	·000091	·000115	·000144	·000178	·000219	·000268	·000325	·000393	·000472	14
15	·000020	·000026	·000033	·000042	·000053	·000067	·000084	·000104	·000128	·000157	15
16	·000005	·000007	·000009	·000012	·000015	·000019	·000025	·000031	·000039	·000049	16
17	·000001	·000002	·000002	·000003	·000004	·000005	·000007	·000009	·000011	·000014	17
18	—	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	·000003	·000004	18
19	—	—	—	—	—	—	—	·000001	·000001	·000001	19

<i>x</i>	5·1	5·2	5·3	5·4	5·5	5·6	5·7	5·8	5·9	6·0	<i>x</i>
0	·006097	·005517	·004992	·004517	·004087	·003698	·003346	·003028	·002739	·002479	0
1	·031093	·028686	·026455	·024390	·022477	·020708	·019072	·017560	·016163	·014873	1
2	·079288	·074584	·070107	·065852	·061812	·057982	·054355	·050923	·047680	·044618	2
3	·134790	·129279	·123856	·118533	·113323	·108234	·103275	·098452	·093771	·089235	3

TABLE—(continued).

<i>x</i>	<i>m</i>										<i>x</i>
	5·1	5·2	5·3	5·4	5·5	5·6	5·7	5·8	5·9	6·0	
4	·171857	·168063	·164109	·160020	·155819	·151528	·147167	·142755	·138312	·133853	4
5	·175294	·174785	·173955	·172821	·171401	·169711	·167770	·165596	·163208	·160623	5
6	·149000	·151480	·153660	·155539	·157117	·158397	·159382	·160076	·160488	·160623	6
7	·108557	·112528	·116343	·119987	·123449	·126717	·129782	·132635	·135268	·137677	7
8	·069205	·073143	·077077	·080991	·084871	·088702	·092470	·096160	·099760	·103258	8
9	·039216	·042261	·045390	·048595	·051866	·055192	·058564	·061970	·065398	·068838	9
10	·020000	·021976	·024057	·026241	·028526	·030908	·033382	·035943	·038585	·041303	10
11	·009273	·010388	·011591	·012882	·014263	·015735	·017298	·018952	·020696	·022529	11
12	·003941	·004502	·005119	·005797	·006537	·007343	·008216	·009160	·010175	·011264	12
13	·001546	·001801	·002087	·002408	·002766	·003163	·003603	·004087	·004618	·005199	13
14	·000563	·000669	·000790	·000929	·001087	·001265	·001467	·001693	·001946	·002228	14
15	·000191	·000232	·000279	·000334	·000398	·000472	·000557	·000655	·000766	·000891	15
16	·000061	·000075	·000092	·000113	·000137	·000165	·000199	·000237	·000282	·000334	16
17	·000018	·000023	·000029	·000036	·000044	·000054	·000067	·000081	·000098	·000118	17
18	·000005	·000007	·000008	·000011	·000014	·000017	·000021	·000026	·000032	·000039	18
19	·000001	·000002	·000002	·000003	·000004	·000005	·000006	·000008	·000010	·000012	19
20	—	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	·000003	·000004	20
21	—	—	—	—	—	—	—	·000001	·000001	·000001	21
<i>x</i>	6·1	6·2	6·3	6·4	6·5	6·6	6·7	6·8	6·9	7·0	<i>x</i>
0	·002243	·002029	·001836	·001662	·001503	·001360	·001231	·001114	·001008	·000912	0
1	·013682	·012582	·011569	·010634	·009772	·008978	·008247	·007574	·006954	·006383	1
2	·041729	·039006	·036441	·034029	·031760	·029629	·027628	·025751	·023990	·022341	2
3	·084848	·080612	·076527	·072595	·068814	·065183	·061702	·058368	·055178	·052129	3
4	·129393	·124948	·120530	·116151	·111822	·107553	·103351	·999225	·995182	·991226	4
5	·157860	·154936	·151868	·148674	·145369	·141969	·138490	·134946	·131351	·127717	5
6	·160491	·160100	·159461	·158585	·157483	·156166	·154648	·152939	·151053	·149003	6
7	·139856	·141803	·143515	·144992	·146234	·147243	·148020	·148569	·148895	·149003	7
8	·106640	·109897	·113018	·115994	·118815	·121475	·123967	·126284	·128422	·130377	8
9	·072278	·075707	·079113	·082484	·085811	·089082	·092286	·095415	·098457	·101405	9
10	·044090	·046938	·049841	·052790	·055777	·058794	·061832	·064882	·067935	·070983	10
11	·024450	·026456	·028545	·030714	·032959	·035276	·037661	·040109	·042614	·045171	11
12	·012429	·013669	·014986	·016381	·017853	·019402	·021028	·022728	·024503	·026350	12
13	·005832	·006519	·007263	·008064	·008926	·009850	·010837	·011889	·013005	·014188	13
14	·002541	·002887	·003268	·003687	·004144	·004644	·005186	·005774	·006410	·007094	14
15	·001033	·001193	·001373	·001573	·001796	·002043	·002317	·002618	·002949	·003311	15
16	·000394	·000462	·000540	·000629	·000730	·000843	·000970	·001113	·001272	·001448	16
17	·000141	·000169	·000200	·000237	·000279	·000327	·000382	·000445	·000516	·000596	17
18	·000048	·000058	·000070	·000084	·000101	·000120	·000142	·000168	·000198	·000232	18
19	·000015	·000019	·000023	·000028	·000034	·000042	·000050	·000060	·000072	·000085	19
20	·000005	·000006	·000007	·000009	·000011	·000014	·000017	·000020	·000025	·000030	20
21	·000001	·000002	·000002	·000003	·000003	·000004	·000005	·000007	·000008	·000010	21
22	—	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	·000003	·000003	22
23	—	—	—	—	—	—	—	·000001	·000001	·000001	23

TABLE—(continued).

<i>x</i>	<i>m</i>										<i>x</i>
	7·1	7·2	7·3	7·4	7·5	7·6	7·7	7·8	7·9	8·0	
0	·000825	·000747	·000676	·000611	·000553	·000500	·000453	·000410	·000371	·000335	0
1	·005858	·005375	·004931	·004523	·004148	·003803	·003487	·003196	·002929	·002684	1
2	·020797	·019352	·018000	·016736	·015555	·014453	·013424	·012464	·011569	·010735	2
3	·049219	·046444	·043799	·041282	·038889	·036614	·034455	·032407	·030465	·028626	3
4	·087364	·083598	·079934	·076372	·072916	·069567	·066326	·063193	·060169	·057252	4
5	·124057	·120382	·116703	·113031	·109375	·105742	·102142	·985581	·950667	·916604	5
6	·146800	·144458	·141989	·139405	·136718	·133940	·131082	·128156	·125171	·122138	6
7	·148897	·148586	·148074	·147371	·146484	·145421	·144191	·142802	·141264	·139587	7
8	·132146	·133727	·135118	·136318	·137329	·138150	·138783	·139232	·139499	·139587	8
9	·104249	·106982	·109596	·112084	·114440	·116660	·118737	·120668	·122449	·124077	9
10	·074017	·077027	·080005	·082942	·085830	·088661	·091427	·094121	·096735	·099262	10
11	·047774	·050418	·053094	·055797	·058521	·061257	·063999	·066740	·069473	·072190	11
12	·028267	·030251	·032299	·034408	·036575	·038796	·041066	·043381	·045736	·048127	12
13	·015438	·016754	·018137	·019586	·021101	·022681	·024324	·026029	·027794	·029616	13
14	·007829	·008616	·009457	·010353	·011304	·012312	·013378	·014502	·015684	·016924	14
15	·003706	·004136	·004603	·005107	·005652	·006238	·006867	·007541	·008260	·009026	15
16	·001644	·001861	·002100	·002362	·002649	·002963	·003305	·003676	·004078	·004513	16
17	·000687	·000788	·000902	·001028	·001169	·001325	·001497	·001687	·001895	·002124	17
18	·000271	·000315	·000366	·000423	·000487	·000559	·000640	·000731	·000832	·000944	18
19	·000101	·000119	·000141	·000165	·000192	·000224	·000259	·000300	·000346	·000397	19
20	·000036	·000043	·000051	·000061	·000072	·000085	·000100	·000117	·000137	·000159	20
21	·000012	·000015	·000018	·000021	·000026	·000031	·000037	·000043	·000051	·000061	21
22	·000004	·000005	·000006	·000007	·000009	·000011	·000013	·000015	·000018	·000022	22
23	·000001	·000002	·000002	·000002	·000003	·000004	·000004	·000005	·000006	·000008	23
24	—	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	·000003	24
25	—	—	—	—	—	—	—	·000001	·000001	·000001	25
<i>x</i>	8·1	8·2	8·3	8·4	8·5	8·6	8·7	8·8	8·9	9·0	<i>x</i>
0	·000304	·000275	·000249	·000225	·000203	·000184	·000167	·000151	·000136	·000123	0
1	·002459	·002252	·002063	·001889	·001729	·001583	·001449	·001326	·001214	·001111	1
2	·009958	·009234	·008560	·007933	·007350	·006803	·006304	·005836	·005402	·004998	2
3	·026885	·025239	·023683	·022213	·020826	·019517	·018283	·017120	·016025	·014994	3
4	·054443	·051740	·049142	·046648	·044255	·041961	·039765	·037664	·035656	·033737	4
5	·088198	·084854	·081576	·078368	·075233	·072174	·069192	·066289	·063467	·060727	5
6	·119067	·115967	·112847	·109716	·106581	·103449	·100328	·97224	·94143	·91090	6
7	·137778	·135848	·133805	·131659	·129419	·127094	·124693	·122224	·119696	·117116	7
8	·139500	·139244	·138823	·138242	·137508	·136626	·135604	·134446	·133161	·131756	8
9	·125550	·126866	·128025	·129026	·129869	·130554	·131084	·131459	·131682	·131756	9
10	·101696	·104031	·106261	·108382	·110388	·112277	·114043	·115684	·117197	·118580	10
11	·074885	·077550	·080179	·082764	·085300	·087780	·090197	·092547	·094823	·097020	11
12	·050547	·052993	·055457	·057935	·060421	·062909	·065393	·067868	·070327	·072765	12
13	·031495	·033426	·035407	·037435	·039506	·041617	·043763	·045941	·048147	·050376	13
14	·018222	·019578	·020991	·022461	·023986	·025565	·027196	·028877	·030608	·032384	14
15	·009840	·010703	·011615	·012578	·013592	·014657	·015773	·016941	·018161	·019431	15
16	·004981	·005485	·006025	·006604	·007221	·007878	·008577	·009318	·010102	·010930	16
17	·002373	·002646	·002942	·003263	·003610	·003985	·004389	·004823	·005289	·005786	17
18	·001068	·001205	·001356	·001523	·001705	·001904	·002121	·002358	·002615	·002893	18
19	·000455	·000520	·000593	·000673	·000763	·000862	·000971	·001092	·001225	·001370	19
20	·000184	·000213	·000246	·000283	·000324	·000371	·000423	·000481	·000545	·000617	20

TABLE—(continued).

<i>x</i>	<i>m</i>										<i>x</i>
	8·1	8·2	8·3	8·4	8·5	8·6	8·7	8·8	8·9	9·0	
21	·000071	·000083	·000097	·000113	·000131	·000152	·000175	·000201	·000231	·000264	21
22	·000026	·000031	·000037	·000043	·000051	·000059	·000069	·000081	·000093	·000108	22
23	·000009	·000011	·000013	·000016	·000019	·000022	·000026	·000031	·000036	·000042	23
24	·000003	·000004	·000005	·000006	·000007	·000008	·000009	·000011	·000013	·000016	24
25	·000001	·000001	·000002	·000002	·000002	·000003	·000003	·000004	·000005	·000006	25
26	—	—	—	·000001	·000001	·000001	—	·000001	·000002	·000002	26
27	—	—	—	—	—	—	—	—	·000001	·000001	27
<i>x</i>	9·1	9·2	9·3	9·4	9·5	9·6	9·7	9·8	9·9	10·0	<i>x</i>
0	·000112	·000101	·000091	·000083	·000075	·000068	·000061	·000055	·000050	·000045	0
1	·001016	·000930	·000850	·000778	·000711	·000650	·000594	·000543	·000497	·000454	1
2	·004624	·004276	·003954	·003655	·003378	·003121	·002883	·002663	·002459	·002270	2
3	·014025	·013113	·012256	·011452	·010696	·009987	·009322	·008698	·008114	·007567	3
4	·031906	·030160	·028496	·026911	·025403	·023969	·022606	·021311	·020082	·018917	4
5	·058069	·055494	·053002	·050593	·048266	·046020	·043855	·041770	·039763	·037833	5
6	·088072	·085091	·082154	·079262	·076421	·073632	·070899	·068224	·065609	·063055	6
7	·114493	·111834	·109147	·106438	·103714	·100981	·098246	·095514	·092790	·090079	7
8	·130236	·128609	·126883	·125065	·123160	·121178	·119123	·117004	·114827	·112599	8
9	·131683	·131467	·131113	·130623	·130003	·129256	·128388	·127405	·126310	·125110	9
10	·119832	·120950	·121935	·122786	·123502	·124086	·124537	·124857	·125047	·125110	10
11	·099133	·101158	·103090	·104926	·106661	·108293	·109819	·111236	·112542	·113736	11
12	·075176	·077555	·079895	·082192	·084440	·086634	·088770	·090843	·092847	·094780	12
13	·052623	·054885	·057156	·059431	·061706	·063976	·066236	·068481	·070707	·072908	13
14	·034205	·036067	·037968	·039904	·041872	·043869	·045892	·047937	·050000	·052077	14
15	·020751	·022121	·023540	·025006	·026519	·028076	·029677	·031319	·033000	·034718	15
16	·011802	·012720	·013683	·014691	·015746	·016846	·017992	·019183	·020419	·021699	16
17	·006318	·006884	·007485	·008123	·008799	·009513	·010266	·011058	·011891	·012764	17
18	·003194	·003518	·003867	·004242	·004644	·005074	·005532	·006021	·006540	·007091	18
19	·001530	·001704	·001893	·002099	·002322	·002563	·002824	·003105	·003408	·003732	19
20	·000696	·000784	·000880	·000986	·001103	·001230	·001370	·001522	·001687	·001866	20
21	·000302	·000343	·000390	·000442	·000499	·000563	·000633	·000710	·000795	·000889	21
22	·000125	·000144	·000165	·000189	·000215	·000245	·000279	·000316	·000358	·000404	22
23	·000049	·000057	·000067	·000077	·000089	·000102	·000118	·000135	·000154	·000176	23
24	·000019	·000022	·000026	·000030	·000035	·000041	·000048	·000055	·000064	·000073	24
25	·000007	·000008	·000010	·000011	·000013	·000016	·000018	·000022	·000025	·000029	25
26	·000002	·000003	·000003	·000004	·000005	·000006	·000007	·000008	·000010	·000011	26
27	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	·000002	·000003	·000004	·000004	27
28	—	—	—	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	28
29	—	—	—	—	—	—	—	—	—	·000001	29
<i>x</i>	10·1	10·2	10·3	10·4	10·5	10·6	10·7	10·8	10·9	11·0	<i>x</i>
0	·000041	·000037	·000034	·000030	·000028	·000 25	·000023	·000020	·000018	·000017	0
1	·000415	·000379	·000346	·000317	·000289	·000264	·000241	·000220	·000201	·000184	1
2	·002095	·001934	·001784	·001646	·001518	·001400	·001291	·001190	·001097	·001010	2
3	·007054	·006574	·006125	·005705	·005313	·004946	·004603	·004283	·003984	·003705	3

TABLE—(continued).

<i>x</i>	<i>m</i>										<i>x</i>
	10·1	10·2	10·3	10·4	10·5	10·6	10·7	10·8	10·9	11·0	
4	·017811	·016764	·015773	·014834	·013946	·013107	·012313	·011564	·010856	·010189	4
5	·035979	·034199	·032492	·030855	·029287	·027786	·026350	·024978	·023667	·022415	5
6	·060565	·058139	·055777	·053482	·051252	·049089	·046991	·044960	·042995	·041095	6
7	·087387	·084716	·082072	·079458	·076878	·074334	·071830	·069367	·066949	·064577	7
8	·110326	·108013	·105668	·103296	·100902	·098493	·096072	·093646	·091218	·088794	8
9	·123810	·122415	·120931	·119364	·117720	·116003	·114219	·112375	·110475	·108526	9
10	·125048	·124863	·124559	·124139	·123606	·122963	·122215	·121365	·120418	·119378	10
11	·114817	·115782	·116633	·117368	·117987	·118492	·118882	·119159	·119323	·119378	11
12	·096637	·098415	·100110	·101719	·103239	·104667	·106003	·107243	·108386	·109430	12
13	·075080	·077218	·079318	·081375	·083385	·085344	·087248	·089094	·090877	·092595	13
14	·054165	·056259	·058355	·060450	·062539	·064618	·066683	·068730	·070754	·072753	14
15	·036471	·038256	·040071	·041912	·043777	·045663	·047567	·049485	·051415	·053352	15
16	·023022	·024388	·025795	·027243	·028729	·030252	·031810	·033403	·035026	·036680	16
17	·013678	·014633	·015629	·016666	·017744	·018863	·020022	·021220	·022458	·023734	17
18	·007675	·008292	·008943	·009629	·010351	·011108	·011902	·012732	·013600	·014504	18
19	·004080	·004451	·004848	·005271	·005720	·006197	·006703	·007237	·007802	·008397	19
20	·002060	·002270	·002497	·002741	·003003	·003285	·003586	·003908	·004252	·004618	20
21	·000991	·001103	·001225	·001357	·001502	·001658	·001827	·002010	·002207	·002419	21
22	·000455	·000511	·000573	·000642	·000717	·000799	·000889	·000987	·001093	·001210	22
23	·000200	·000227	·000257	·000290	·000327	·000368	·000413	·000463	·000518	·000578	23
24	·000084	·000096	·000110	·000126	·000143	·000163	·000184	·000208	·000235	·000265	24
25	·000034	·000039	·000045	·000052	·000060	·000069	·000079	·000090	·000103	·000117	25
26	·000013	·000015	·000018	·000021	·000024	·000028	·000032	·000037	·000043	·000049	26
27	·000005	·000006	·000007	·000008	·000009	·000011	·000013	·000015	·000017	·000020	27
28	·000002	·000002	·000003	·000003	·000004	·000004	·000005	·000006	·000007	·000008	28
29	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	·000002	·000003	·000003	29
30	—	—	—	—	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	30
<i>x</i>	11·1	11·2	11·3	11·4	11·5	11·6	11·7	11·8	11·9	12·0	<i>x</i>
0	·000015	·000014	·000012	·000011	·000010	·000009	·000008	·000008	·000007	·000006	0
1	·000168	·000153	·000140	·000128	·000116	·000106	·000097	·000089	·000081	·000074	1
2	·000931	·000858	·000790	·000727	·000670	·000617	·000568	·000522	·000481	·000442	2
3	·003445	·003202	·002976	·002764	·002568	·002385	·002214	·002055	·001907	·001770	3
4	·009559	·008965	·008406	·007879	·007382	·006915	·006476	·006062	·005674	·005309	4
5	·021221	·020082	·018997	·017963	·016979	·016043	·015153	·014307	·013504	·012741	5
6	·039259	·037487	·035778	·034130	·032544	·031017	·029549	·028137	·026782	·025481	6
7	·062253	·059979	·057755	·055584	·053465	·051400	·049388	·047432	·045530	·043682	7
8	·086376	·083970	·081579	·079206	·076856	·074529	·072231	·069962	·067725	·065523	8
9	·106531	·104496	·102427	·100328	·989204	·979060	·969900	·961728	·953548	·945364	9
10	·118249	·117036	·115743	·114374	·112935	·111430	·109863	·108239	·106562	·104837	10
11	·119324	·119164	·118899	·118533	·118068	·117508	·116854	·116110	·115281	·114368	11
12	·110375	·111220	·111964	·112607	·113149	·113591	·113933	·114175	·114320	·114363	12
13	·094243	·095820	·097322	·098747	·100093	·101358	·102539	·103636	·104647	·105570	13
14	·074721	·076656	·078553	·080409	·082219	·083982	·085694	·087350	·088950	·090489	14
15	·055294	·057236	·059177	·061110	·063035	·064946	·066841	·068716	·070567	·072391	15
16	·038360	·040065	·041793	·043541	·045306	·047086	·048877	·050678	·052484	·054293	16
17	·025047	·026396	·027780	·029198	·030648	·032129	·033639	·035176	·036739	·038325	17
18	·015446	·016424	·017440	·018492	·019581	·020706	·021865	·023060	·024288	·025550	18
19	·009023	·009682	·010372	·011095	·011852	·012641	·013465	·014322	·015212	·016137	19

TABLE—(continued).

<i>x</i>	<i>m</i>										<i>x</i>
	11·1	11·2	11·3	11·4	11·5	11·6	11·7	11·8	11·9	12·0	
20	·005008	·005422	·005860	·006324	·006815	·007332	·007877	·008450	·009051	·009682	20
21	·002647	·002892	·003153	·003433	·003732	·004050	·004388	·004748	·005129	·005533	21
22	·001336	·001472	·001620	·001779	·001951	·002136	·002334	·002547	·002774	·003018	22
23	·000645	·000717	·000796	·000882	·000975	·001077	·001187	·001307	·001435	·001575	23
24	·000298	·000335	·000375	·000419	·000467	·000521	·000579	·000642	·000712	·000787	24
25	·000132	·000150	·000169	·000191	·000215	·000242	·000271	·000303	·000339	·000378	25
26	·000057	·000065	·000074	·000084	·000095	·000108	·000122	·000138	·000155	·000174	26
27	·000023	·000027	·000031	·000035	·000041	·000046	·000053	·000060	·000068	·000078	27
28	·000009	·000011	·000012	·000014	·000017	·000019	·000022	·000025	·000029	·000033	28
29	·000004	·000004	·000005	·000006	·000007	·000008	·000009	·000010	·000012	·000014	29
30	·000001	·000002	·000002	·000002	·000003	·000003	·000003	·000004	·000005	·000005	30
31	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	·000002	31
32	—	—	—	—	—	—	—	·000001	·000001	·000001	32
<i>x</i>	12·1	12·2	12·3	12·4	12·5	12·6	12·7	12·8	12·9	13·0	<i>x</i>
0	·000006	·000005	·000005	·000004	·000004	·000003	·000003	·000003	·000002	·000002	0
1	·000067	·000061	·000056	·000051	·000047	·000042	·000039	·000035	·000032	·000029	1
2	·000407	·000374	·000344	·000317	·000291	·000268	·000246	·000226	·000208	·000191	2
3	·001641	·001522	·001412	·001309	·001213	·001124	·001042	·000965	·000894	·000828	3
4	·004966	·004643	·004341	·004057	·003791	·003541	·003307	·003088	·002882	·002690	4
5	·012017	·011330	·010679	·010062	·009477	·008924	·008400	·007905	·007436	·006994	5
6	·024233	·023037	·021892	·020794	·019744	·018740	·017781	·016864	·015988	·015153	6
7	·041889	·040151	·038467	·036836	·035258	·033733	·032259	·030837	·029464	·028141	7
8	·063358	·061230	·059142	·057095	·055091	·053129	·051212	·049339	·047511	·045730	8
9	·085181	·083000	·080828	·078665	·076515	·074381	·072266	·070171	·068100	·066054	9
10	·103069	·101261	·099418	·097544	·095644	·093720	·091777	·089819	·087849	·085870	10
11	·113376	·112308	·111168	·109959	·108686	·107352	·105961	·104516	·103023	·101483	11
12	·114321	·114180	·113947	·113624	·113215	·112720	·112142	·111484	·110749	·109940	12
13	·106406	·107153	·107811	·108380	·108860	·109251	·109554	·109769	·109897	·109940	13
14	·091965	·093376	·094720	·095994	·097197	·098326	·099381	·100360	·101263	·102087	14
15	·074185	·075946	·077670	·079355	·080997	·082594	·084143	·085641	·087086	·088475	15
16	·056103	·057909	·059709	·061500	·063279	·065043	·066788	·068513	·070213	·071886	16
17	·039932	·041558	·043201	·044859	·046529	·048208	·049895	·051586	·053279	·054972	17
18	·026843	·028167	·029521	·030903	·032312	·033746	·035204	·036683	·038193	·039702	18
19	·017095	·018086	·019111	·020168	·021258	·022379	·023531	·024713	·025925	·027164	19
20	·010342	·011033	·011753	·012504	·013286	·014099	·014942	·015816	·016721	·017657	20
21	·005959	·006409	·006884	·007383	·007908	·008459	·009036	·009640	·010272	·010930	21
22	·003278	·003554	·003849	·004162	·004493	·004845	·005216	·005609	·006023	·006459	22
23	·001724	·001885	·002058	·002244	·002442	·002654	·002880	·003122	·003378	·003651	23
24	·000869	·000958	·001055	·001159	·001272	·001393	·001524	·001665	·001816	·001977	24
25	·000421	·000468	·000519	·000575	·000636	·000702	·000774	·000852	·000937	·001028	25
26	·000196	·000219	·000246	·000274	·000306	·000340	·000378	·000420	·000465	·000514	26
27	·000088	·000099	·000112	·000126	·000142	·000159	·000178	·000199	·000222	·000248	27
28	·000038	·000043	·000049	·000056	·000063	·000071	·000081	·000091	·000102	·000115	28
29	·000016	·000018	·000021	·000024	·000027	·000031	·000035	·000040	·000046	·000052	29
30	·000006	·000007	·000009	·000010	·000011	·000013	·000015	·000017	·000020	·000022	30
31	·000002	·000003	·000003	·000004	·000005	·000005	·000006	·000007	·000008	·000009	31
32	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	·000002	·000002	·000003	·000003	·000004	32
33	—	—	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	33
34	—	—	—	—	—	—	—	—	—	·000001	34

TABLE—(continued).

<i>x</i>	<i>m</i>										<i>x</i>	
	13·1	13·2	13·3	13·4	13·5	13·6	13·7	13·8	13·9	14·0		
0	·000002	·000002	·000002	·000002	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	0
1	·000027	·000024	·000022	·000020	·000019	·000017	·000015	·000014	·000013	·000012	·000012	1
2	·000175	·000161	·000148	·000136	·000125	·000115	·000105	·000097	·000089	·000081	·000081	2
3	·000766	·000709	·000657	·000608	·000562	·000520	·000481	·000445	·000411	·000380	·000380	3
4	·002510	·002341	·002183	·002035	·001897	·001768	·001648	·001535	·001429	·001331	·001331	4
5	·006575	·006180	·005807	·005455	·005123	·004810	·004514	·004236	·003974	·003727	·003727	5
6	·014356	·013596	·012872	·012183	·011526	·010902	·010308	·009743	·009206	·008696	·008696	6
7	·026867	·025639	·024458	·023322	·022230	·021181	·020173	·019207	·018280	·017392	·017392	7
8	·043994	·042304	·040661	·039064	·037512	·036007	·034547	·033132	·031762	·030435	·030435	8
9	·064036	·062046	·060088	·058161	·056269	·054410	·052588	·050802	·049054	·047344	·047344	9
10	·083887	·081901	·079916	·077936	·075963	·073998	·072046	·070107	·068185	·066282	·066282	10
11	·099901	·098281	·096626	·094940	·093227	·091489	·089730	·087953	·086162	·084359	·084359	11
12	·109059	·108109	·107094	·106017	·104880	·103687	·102441	·101146	·099804	·098418	·098418	12
13	·109898	·109773	·109566	·109279	·108914	·108473	·107957	·107370	·106713	·105989	·105989	13
14	·102833	·103500	·104087	·104595	·105024	·105373	·105644	·105836	·105951	·105989	·105989	14
15	·089807	·091080	·092291	·093439	·094522	·095539	·096488	·097369	·098181	·098923	·098923	15
16	·073530	·075141	·076717	·078255	·079753	·081208	·082618	·083981	·085295	·086558	·086558	16
17	·056661	·058345	·060019	·061683	·063333	·064966	·066580	·068173	·069741	·071283	·071283	17
18	·041237	·042786	·044348	·045920	·047500	·049086	·050675	·052266	·053856	·055442	·055442	18
19	·028432	·029725	·031043	·032385	·033750	·035135	·036539	·037962	·039400	·040852	·040852	19
20	·018623	·019619	·020644	·021698	·022781	·023892	·025030	·026193	·027383	·028597	·028597	20
21	·011617	·012332	·013074	·013846	·014645	·015473	·016329	·017213	·018125	·019064	·019064	21
22	·006917	·007399	·007904	·008433	·008987	·009565	·010168	·010797	·011452	·012132	·012132	22
23	·003940	·004246	·004571	·004913	·005275	·005656	·006057	·006478	·006921	·007385	·007385	23
24	·002151	·002336	·002533	·002743	·002967	·003205	·003457	·003725	·004008	·004308	·004308	24
25	·001127	·001233	·001348	·001470	·001602	·001744	·001895	·002056	·002229	·002412	·002412	25
26	·000568	·000626	·000689	·000758	·000832	·000912	·000998	·001091	·001191	·001299	·001299	26
27	·000275	·000306	·000340	·000376	·000416	·000459	·000507	·000558	·000613	·000674	·000674	27
28	·000129	·000144	·000161	·000180	·000201	·000223	·000248	·000275	·000305	·000337	·000337	28
29	·000058	·000066	·000074	·000083	·000093	·000105	·000117	·000131	·000146	·000163	·000163	29
30	·000025	·000029	·000033	·000037	·000042	·000047	·000053	·000060	·000068	·000076	·000076	30
31	·000011	·000012	·000014	·000016	·000018	·000021	·000024	·000027	·000030	·000034	·000034	31
32	·000004	·000005	·000006	·000007	·000008	·000009	·000010	·000012	·000013	·000015	·000015	32
33	·000002	·000002	·000002	·000003	·000003	·000004	·000004	·000005	·000006	·000006	·000006	33
34	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	·000002	·000003	·000003	34
35	—	—	—	—	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	35
<i>x</i>	14·1	14·2	14·3	14·4	14·5	14·6	14·7	14·8	14·9	15·0	<i>x</i>	
0	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	—	—	—	—	—	0	
1	·000011	·000010	·000009	·000008	·000007	·000007	·000006	·000006	·000005	·000005	1	
2	·000075	·000069	·000063	·000058	·000053	·000049	·000045	·000041	·000038	·000034	2	
3	·000352	·000325	·000300	·000277	·000256	·000237	·000219	·000202	·000186	·000172	3	
4	·001239	·001153	·001073	·000999	·000929	·000864	·000803	·000747	·000694	·000645	4	
5	·003494	·003275	·003070	·002876	·002694	·002523	·002362	·002211	·002069	·001936	5	
6	·008212	·007752	·007316	·006902	·006510	·006139	·005787	·005454	·005138	·004839	6	
7	·016541	·015726	·014946	·014199	·013486	·012804	·012152	·011530	·010937	·010370	7	
8	·029153	·027913	·026715	·025559	·024443	·023367	·022330	·021331	·020370	·019444	8	
9	·045673	·044040	·042447	·040894	·039380	·037907	·036472	·035078	·033723	·032407	9	
10	·064399	·062537	·060700	·058887	·057101	·055343	·053614	·051915	·050247	·048611	10	
11	·082547	·080730	·078910	·077089	·075270	·073456	·071648	·069850	·068062	·066287	11	

TABLE—(continued).

<i>x</i>	<i>m</i>										<i>x</i>
	14·1	14·2	14·3	14·4	14·5	14·6	14·7	14·8	14·9	15·0	
12	·096993	·095530	·094034	·092507	·090951	·089371	·087769	·086148	·084510	·082859	12
13	·105200	·104349	·103437	·102469	·101446	·100371	·099247	·098076	·096862	·095607	13
14	·105951	·105839	·105654	·105396	·105069	·104672	·104209	·103681	·103089	·102436	14
15	·099594	·100195	·100723	·101181	·101567	·101881	·102125	·102298	·102402	·102436	15
16	·087768	·088923	·090021	·091063	·092045	·092967	·093827	·094626	·095361	·096034	16
17	·072795	·074277	·075724	·077135	·078509	·079842	·081133	·082380	·083581	·084736	17
18	·057023	·058596	·060158	·061708	·063243	·064761	·066259	·067735	·069187	·070613	18
19	·042317	·043793	·045277	·046768	·048264	·049763	·051263	·052762	·054257	·055747	19
20	·029834	·031093	·032373	·033673	·034992	·036327	·037678	·039044	·040422	·041810	20
21	·020031	·021025	·022045	·023090	·024161	·025256	·026375	·027517	·028680	·029865	21
22	·012838	·013570	·014329	·015114	·015924	·016761	·017623	·018511	·019424	·020362	22
23	·007870	·008378	·008909	·009462	·010039	·010640	·011264	·011911	·012584	·013280	23
24	·004624	·004957	·005308	·005677	·006065	·006472	·006899	·007345	·007812	·008300	24
25	·002608	·002816	·003036	·003270	·003518	·003780	·004057	·004348	·004656	·004980	25
26	·001414	·001538	·001670	·001811	·001962	·002123	·002294	·002475	·002668	·002873	26
27	·000739	·000809	·000884	·000966	·001054	·001148	·001249	·001357	·001473	·001596	27
28	·000372	·000410	·000452	·000497	·000546	·000598	·000656	·000717	·000784	·000855	28
29	·000181	·000201	·000223	·000247	·000273	·000301	·000332	·000366	·000403	·000442	29
30	·000085	·000095	·000106	·000118	·000132	·000147	·000163	·000181	·000200	·000221	30
31	·000039	·000044	·000049	·000055	·000062	·000069	·000077	·000086	·000096	·000107	31
32	·000017	·000019	·000022	·000025	·000028	·000032	·000035	·000040	·000045	·000050	32
33	·000007	·000008	·000009	·000011	·000012	·000014	·000016	·000018	·000020	·000023	33
34	·000003	·000003	·000004	·000005	·000005	·000006	·000007	·000008	·000009	·000010	34
35	·000001	·000001	·000002	·000002	·000002	·000002	·000003	·000003	·000004	·000004	35
36	—	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000001	·000002	·000002	36
37	—	—	—	—	—	—	—	·000001	·000001	·000001	37