

Wesentlich umgestaltet wurde der dritte Band. Die neue Anordnung besteht jetzt darin, daß nach dem geschichtlichen Überblick zuerst die zwei-blättrige Riemannsche Fläche mit vier Verzweigungspunkten und die auf ihr eindeutigen Funktionen untersucht werden. Daran schließt sich eine Beschreibung der elliptischen Integrale der drei Gattungen und speziell der konformen Abbildung durch das elliptische Integral erster Gattung. Hierauf werden die allgemeinen Sätze über doppeltperiodische Funktionen bewiesen, speziell dann die meromorphen Funktionen dieser Art, also die elliptischen Funktionen samt den vier Liouvilleschen Sätzen vorgeführt. Darauf werden die Weierstraßschen Funktionen $p(u)$, $\zeta(u)$, $\sigma(u)$ mit ihrer Partialbruchzerlegung bzw. Produktdarstellung besprochen. Dann folgt die Darstellung der elliptischen Funktionen als Quotient von ganzen Funktionen sowie das Additions- und Multiplikationstheorem der p -Funktion. Hierauf werden die elliptischen Funktionen zweiter Ordnung eingehend untersucht, ihre Differentialgleichung, konforme Abbildung, Additionstheoreme und Invarianten. Dann führt uns der Verfasser die Weierstraßschen Funktionen $\sigma_1(u)$, $\sigma_2(u)$, $\sigma_3(u)$ sowie die Abel-Jacobischen Funktionen sn , cn , dn und schließlich die vier Jacobischen ϑ -Funktionen samt ihren Produkt- und Reihendarstellungen sowie ihre Additionstheoreme vor. Hierauf wird das Umkehrproblem in Angriff genommen, das Integral erster Gattung als neue Veränderliche u eingeführt, die Integrale zweiter und dritter Gattung werden als Funktionen von u betrachtet und sodann das Abelsche Theorem abgeleitet. Der nächste Abschnitt behandelt die verschiedenen Normalformen des elliptischen Integrals erster Gattung.

Nachdem bis jetzt die Perioden oder, was auf dasselbe hinausläuft, die Invarianten g_2 und g_3 als konstant betrachtet wurden, wird nun auf ein primitives Periodenpaar eine lineare Transformation ausgeübt, die Gruppe der Modulsstitutionen aus erzeugenden Operationen aufgebaut, die Modulteilung der Halbebene vorgenommen und die Modulfunktionen $\lambda(\tau)$ und $J(\tau)$ eingeführt. Mit Hilfe der Umkehrfunktion $\tau(\lambda)$ wird der Picardsche Satz über ganze transzendente Funktionen bewiesen. Hierauf folgt ein Abschnitt über allgemeine Eigenschaften von Modulfunktionen und die Multiplikationstheoreme von $J(\tau)$ und $\lambda(\tau)$. Die Theorie der Transformation elliptischer Funktionen und Integrale sowie die ganzzahlige und komplexe Multiplikation und Teilung der elliptischen Funktionen bildet den Inhalt der nächsten drei Abschnitte. Daran schließt sich ein Kapitel über die numerische Berechnung der elliptischen Integrale und Funktionen und über deren Ausartung. Hierauf folgt als geometrische Anwendung die Parameterdarstellung der ebenen algebraischen Kurven dritter Ordnung ohne Doppelpunkt (also vom Geschlecht Eins) mit Hilfe der p -Funktion und ihrer Ableitung. Ein Abschnitt über das sphärische Pendel beschließt das Werk.

J. Lense.

Introduction to the theory of Fourier's series and integrals.
By H. S. Carslaw. Second ed., completely revised. Macmillan and Co. London 1921. XI u. 323 S. Preis 30 sh.

Dies Buch bringt nicht nur in ausführlicher, leicht verständlicher und dabei strenger Form die Elemente der Theorie der Fourierschen Reihen und Integrale, sondern entwickelt auch alle diejenigen Begriffe und Hilfsmittel der

Analysis, die zum Verständnis dieser Theorie erforderlich sind; sogar der größere Teil des Buches ist diesen Vorbereitungen gewidmet. Es werden behandelt: die Einführung der irrationalen Zahlen (Chap. I), die unendlichen Folgen und Reihen (Chap. II), Grenzwerte von Funktionen einer Veränderlichen, Stetigkeit (Chap. III), der Riemannsche Integralbegriff (Chap. IV), unendliche Reihen, deren Glieder Funktionen sind (Chap. V), bestimmte Integrale, die Parameter enthalten (Chap. VI). Erst jetzt beginnt der eigentliche Gegenstand: die Konvergenz der Fourierschen Reihen, im wesentlichen nach Dirichlet, die Konvergenz der Fejérschen Mittel (Chap. VII), Größenordnung der Fourierschen Konstanten, gleichmäßige Konvergenz, Integration und Differentiation Fourierscher Reihen (Chap. VIII), eine neue, vom Verfasser selbst herrührende Theorie der Gibbs'schen Erscheinung (Chap. IX), die Fourierschen Integrale, im wesentlichen nach Pringsheim (Chap. X). Zu Beginn des Buches eine kurze historische Einleitung, in einem ersten Anhang einige Worte über harmonische Analyse und Verwandtes, in einem zweiten Anhang eine mit Fourier beginnende und bis 1920 fortgeführte Bibliographie. Den Kapiteln IV, V, VI, VII, X ist eine Fülle instruktiver Beispiele beigegeben. Besonders hervorgehoben seien noch die zahlreichen, sehr sorgfältigen und lehrreichen Figuren, besonders die zu Chap. VII und IX. Eigens erwähnt seien noch zwei Gegenstände, deren Behandlung über das Übliche hinausgeht: eine von Bromwich herrührende Verallgemeinerung des Abelschen Theorems über Potenzreihen (S. 151) und ein Littlewood'scher Beweis eines Hardy'schen Satzes über die Umkehrung des Satzes von den arithmetischen Mitteln (S. 239). Im übrigen sind alle die subtilen Untersuchungen, die auf der neueren Theorie der reellen Funktionen beruhen, im Hinblick darauf, daß das ganze Werk die Fourierschen Reihen und Integrale vor allem als Hilfsmittel der mathematischen Physik behandeln will, mit Absicht und mit Recht von der Behandlung ausgeschlossen worden.

H. Hahn.

Introduction to the mathematical theory of the conduction of heat in solids. By H. S. Carslaw. Second ed. London, Macmillan. 1921. 30 sh.

Dieses Buch ist die zweite Auflage des im Jahre 1906 erschienenen Werkes des Verfassers „Fourier's series and integrals and the mathematical theory of the conduction of heat“, u. zw. des zweiten Teiles desselben, während der erste Teil gleichzeitig als selbständiger Band unter dem Titel „Introduction to the theory of Fourier's series and integrals“ ebenfalls in zweiter Auflage erscheint.

Wer das Buch von Carslaw in seiner früheren Gestalt bei eigenen Arbeiten benützt hat, weiß, wie sehr er dem Verfasser dafür zu Dank verpflichtet ist, ein vollständiges und praktisch brauchbares Werk über die Fourierschen Reihen geliefert zu haben, welches sich gleicherweise von unnützen Komplikationen, wie in manchen mathematischen Werken, und von Mangel an Exaktheit, wie in gewissen elementaren Lehrbüchern, fernhält. Die zweite Auflage ist daher wärmstens zu begrüßen.

Fraglich ist nur, ob die Trennung des Werkes in zwei voneinander so ziemlich unabhängige Bände sich empfiehlt. Das klassische Gebiet der Theorie der Wärmeleitung wird dem heutigen Physiker für sich allein kaum größeres Interesse einflößen, außer als Illustration zur Theorie der Fourierschen Reihen, deren vornehmstes, aber keineswegs einziges Anwendungsgebiet es darstellt.