

Geschwindigkeitsmessung auf Schiffen.

Yves Delage beschreibt die Konstruktion eines Instrumentes, das zur Messung der Schiffsgeschwindigkeit und Aufzeichnung des durchlaufenen Weges dienen soll (*Comptes rendus*, Paris, Bd. 171, 1920, S. 646–651). Es besteht im wesentlichen aus einer Pitotschen Röhre, deren Anzeige elektrisch nach dem Schiffsinnern übertragen wird. Um die Unabhängigkeit der Anzeige von der Ladung bzw. dem Tiefgang des Schiffes zu erzielen, ist der Apparat schwimmend angeordnet. Eine komplizierte Einrichtung dient dazu, die Aufzeichnung auf einer Meßtrommel der Geschwindigkeit selbst, statt ihrem Quadrat, proportional werden zu lassen. Zu diesem Zwecke werden die Nivcauschwimmungen der Pitotschen Röhre erst auf einen Schwimmer von parabolischem Längsschnitt übertragen. Mesnager (ebda. S. 689–691) bemerkt dazu, daß die Frage der Übertragung und der Unabhängigkeit vom Tiefgang des Schiffes schon früher in einfacherer Weise gelöst worden sei.

Messung der Zähigkeit. Um den Koeffizienten der inneren Reibung in Flüssigkeiten zu bestimmen, sind in der letzten Zeit mannigfache Verfahren angegeben worden. Nach einem Referat in den „Physikalischen Berichten“ Bd. 1, 1920, S. 1469 beschreiben W. H.

Gibson und L. M. Jacobs (*Journ. chem. soc.* 117/118, 1920, S. 473–478) die folgende auf den Stokesschen Gesetzen für die Bewegung kleiner Kugeln beruhende Meßanordnung. In einem Glasrohr von 2 cm Durchmesser und etwa 29 cm Länge wird das Fallen eines Kügelchens von 0,15 cm Durchmesser beobachtet. Längs des Rohres sind 4 Teilstrecken zu je 5 cm gekennzeichnet; innerhalb der ersten erwirbt die fallende Kugel hinreichend genau ihre Endgeschwindigkeit, die Zeiten, in denen sie die drei übrigen durchläuft, geben ein Maß für diese Geschwindigkeit. Es genügt, die Fallzeit selbst zu messen, die bei gegebenem Kugelgewicht der Zähigkeitszahl direkt proportional ist. Die mit diesem Verfahren erzielten Ergebnisse stimmten sehr gut mit anderweitigen Bestimmungen der Zähigkeitszahl des Ricinusöls überein. — Andere, mehr technische Methoden zur Messung der Zähigkeit sind die von L. Gumbel (*Zeitschr. f. techn. Physik*, Bd. 1, 1920, S. 72–75) beschriebene, bei der der Ausfluß einer Flüssigkeit aus einem kreisringförmigen Spalt, und die von O. Faust angegebene, bei der das Aufsteigen einer Luftblase in einer mit der Flüssigkeit gefüllten Glasröhre beobachtet wird (*Zeitschr. f. physikal. Chemie*, Bd. 93, 1919, S. 758–761). 18

Mises.

BUCHBESPRECHUNGEN

GEORG DUFFING, Ingenieur: Erzwungene Schwingungen bei veränderlicher Eigenfrequenz und ihre technische Bedeutung. Sammlung Vieweg. Heft 41/42. Braunschweig 1918. VI + 134 S.

Bekannt ist von der Theorie der erzwungenen harmonischen Schwingung, d. h. von der Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha x = k \sin \omega t, \quad \alpha > 0 \quad \text{I}$$

allgemein, daß sie für $\alpha \neq \omega^2$ eine periodische Lösung

$$\frac{k}{\alpha - \omega^2} \sin \omega t$$

hat, die für $\alpha > \omega^2$ die gleiche, für $\alpha < \omega^2$ entgegengesetzte Phase wie die erregende Schwingung $k \sin \omega t$ besitzt. Für $\alpha = \omega^2$ liegt Resonanz vor. Die Gleichungen, welche zahlreiche Schwingungsprobleme der Technik bieten, sind komplizierter, Gleichung I gilt angenähert nur für kleine Schwingungen. Schon das einfache Pendel führt auf die Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \sin x = k \sin \omega t \quad \text{II,}$$

die für $k = 0$ durch elliptische Funktionen integriert werden kann, für $k \neq 0$ der Behandlung erhebliche Schwierigkeiten zu bieten scheint. Herr Duffing beschäftigt sich mit der Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha x + \beta x^2 + \gamma x^3 = k \sin \omega t \quad \text{III,}$$

$$(\alpha > 0, \gamma < 0)$$

die für $\beta = 0, \gamma = -1/6 \alpha$ Gleichung II besser annähert als I. Die Zusatzglieder sind nun von wesentlichem Einfluß. Der Begriff der Resonanz wird hinfällig: die homogen gemachte Gleichung II (oder III) besitzt je nach Amplitude

Frequenzen, die von $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\alpha}$ bis gegen null

abnehmen. Unter der Annahme, daß eine periodische Lösung von III für $k = 0$ existiert, berechnet der Verfasser nach drei Methoden (Variation der Konstanten, Methode der sukzessiven Annäherung und Ritzsches Verfahren) die Grundschwingung

$$x = A \sin \omega t$$

und findet für A (bei $\beta = 0$) eine Gleichung dritten Grades, die für $\omega^2 \geq \alpha$ nur eine Lösung, für $\omega^2 < \alpha$ und hinreichend kleines (!) k aber drei Lösungen besitzt, von denen eine stetig in die Lösung von I übergeht. Aber gerade diese vereinigt sich für ein kritisches k mit der dritten und wird für noch größere k komplex, während die dann noch übrig bleibende eine reelle Lösung die entgegengesetzte Phase wie die Lösung von I ergibt. Bei kleinem k liegen also die Lösungen von III in der Nähe der Lösungen von I, doch gibt es für $\omega^2 < \alpha$ und hinreichend kleines k noch zwei andere

Lösungen; für größeres k gibt es nur eine Lösung, die jedoch auch für $\omega^2 < \alpha$ die entgegengesetzte Phase wie die erregende Schwingung hat. Experimente zeigen qualitativ richtig das entsprechende Ueberspringen aus einer Bewegungsform in die andere und stimmen auch quantitativ bis auf etwa 10 vH. Die dritte Schwingungsmöglichkeit realisiert sich nicht, scheint also instabil zu sein: der Verfasser beweist die Instabilität für den Fall, daß die dritte mit der zweiten zusammenfällt, also für das kritische k . Die Anwendung auf die Praxis, der Fall $\beta \neq 0$, Dämpfung u. a. wird noch kurz besprochen, der Anhang bringt eine Zusammenstellung von Formeln der Weierstraßschen Theorie der elliptischen Funktionen, deren Kenntnis aber nur zum Verständnis der ersten Methode bis zu einem gewissen Grade erforderlich ist.

Merkwürdige Schwingungserscheinungen in verhältnismäßig einfachen Fällen werden durch die Untersuchung aufgeklärt, dem Ingenieur zum Dank und dem Mathematiker zur Anregung, tiefer zu forschen. Hamel.

Berlin, den 5. Oktober 1920. 1

EMILE COTTON. Cours de mécanique générale, introduction à l'étude de la mécanique industrielle (Bibliothèque de

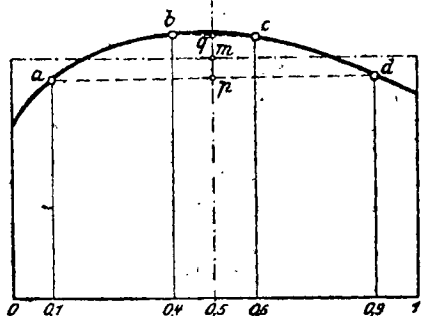
l'élève ingénieur). Grenoble bei Jules Rey, Paris bei Gauthier-Villars et Co. 1920. 138 S.

Nachdem schon in einem ersten Teile Vektoren, Massengeometrie, allgemeine Grundsätze, Kinematik und Statik behandelt sind, werden in diesem zweiten Teil die Hauptsätze der Dynamik der Punkte und der starren Körper dargestellt. Das nur 138 Seiten starke Buch (Preis 8 francs + Teuerungszuschlag) gliedert sich in fünf Kapitel, welche die folgenden Gegenstände enthalten: Einheiten und Arbeit, Dynamik des Punktes, Allgemeine Theoreme der Dynamik der Systeme, Prinzip der lebendigen Kraft, Relativbewegung. Das Buch wendet sich an Anfänger, steigt aber immerhin bis zu den Eulerschen Gleichungen auf. Wissenschaftlich scheint es nichts Neues zu enthalten, die Darstellung ist klar. Vergleicht man mit deutschen technischen Mechanikbüchern, so fällt vor allem die starke Zusammendrängung auf. Viel Arbeit bleibt dem Leser überlassen, z. B. wird die ganze Theorie des Schubkurbelgetriebes ganz wenigen Aufgaben überwiesen. Es fehlt jedoch keineswegs an praktischen Anwendungen und wer mit dem Bleistift in der Hand liest, wird recht gut Mechanik aus dem kleinen Buch lernen können. 10

Berlin, den 12. Dezember 1920. Hamel.

KLEINE MITTEILUNGEN

Einfache Quadraturformel. Eine sehr einfache, sowohl zeichnerisch als rechnerisch leicht verwendbare Quadraturformel ist kürzlich in der „Nature“ (Bd. 105, 1920, S. 354) von A. F. Dufton angegeben worden. Ihr zeichnerischer Ausdruck ist folgender: Man halbiert das Integrations-Intervall (s. Abb.),



trägt von den äußeren Enden nach innen und von der Mitte nach beiden Seiten je ein Zehntel der Intervall-Länge ab, so daß man auf der zu integrierenden Kurve die Punkte a, b, c und d erhält. Die Sehnen ad und bc schneiden die Mittelsenkrechte in p und q ; der Halbierungspunkt m von pq gibt den Näherungswert für die gesuchte mittlere Höhe. Rechnerisch bedeutet das, wenn wir für den Anfang des Intervalls $x=0$, für das Ende $x=1$ setzen und die gegebene Funktion mit $f(x)$ bezeichnen, daß für das Integral

$$J = \int_0^1 f(x) dx$$

der Näherungsausdruck

$$J' = \frac{1}{4} [f(0,1) + f(0,4) + f(0,6) + f(0,9)]$$

gesetzt wird. Die Begründung, die Dufton gibt, sieht etwa so aus: Wenn man annimmt, daß $f(x)$ in eine Potenzreihe entwickelbar ist,

$$f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots$$

so läßt sich sowohl J als J' als linearer Ausdruck in den a_0, a_1, \dots darstellen, und zwar erhält man nach einfacher Rechnung:

$$J = a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{8} + \dots = a_0 + 0,5 a_1 + 0,3333 a_2 + 0,25 a_3 + 0,2 a_4 + 0,16667 a_5 + 0,142857 a_6 + 0,125 a_7 + 0,1111 a_8 + 0,1 a_9 + 0,090909 a_{10} + 0,08333 a_{11} + \dots$$

und demgegenüber

$$J' = a_0 + \frac{a_1}{2} + a_2 \frac{0,1^2 + 0,4^2 + 0,6^2 + 0,9^2}{4} + \dots = a_0 + 0,5 a_1 + 0,335 a_2 + 0,2525 a_3 + 0,20285 a_4 + 0,169625 a_5 + 0,14555 a_6 + 0,12698 a_7 + 0,11198 a_8 + 0,09944 a_9 + 0,08871 a_{10} + 0,07937 a_{11} + \dots$$

Aus dem Vergleich der Zahlenfaktoren erkennt man, daß der Unterschied zwischen J und J' in der Regel nur einen geringen Bruchteil des Wertes von J ausmachen wird. Der größte Unterschied zweier Zahlenfaktoren innerhalb der ersten elf Glieder (unter denen die beiden ersten genau übereinstimmen) ist 0,00296 bei a_5 .

Aus dieser Betrachtung läßt sich aber kein Urteil über die Genauigkeitsgrenze der Formel $J = J'$ gewinnen. Einen Anhaltspunkt liefert der Vergleich mit der Gaußschen Quadratur-