

übrigen Teilen der Arithmetik zu wenig verwendet. In dem betreffenden Kapitel selbst wird die Methode der algebraischen Analysis bevorzugt, die anschauliche Methode der Differentialrechnung nicht benützt, ein Vorgang, der zwar mit F. Kleins Grundsätzen nicht übereinstimmt, sich aber gleichwohl in der Unterrichtspraxis bewähren könnte; dann aber sollte wohl der Nachteil geringerer Anschaulichkeit durch völlige mathematische Strenge aufgewogen werden. Man dürfte dann nicht zwei Grenzübergänge ohne weiteres vertauschen (S. 196, 198), die Konvergenz einer Reihe von positiven Zahlen, deren Teilsummen begrenzt sind, nicht als selbstverständlich hinstellen (S. 209 u. 210); der Beweis und der Ausdruck des Satzes, daß zwei in der Umgebung einer Stelle gleichwertige Potenzreihen, identisch sind (S. 213), ist nicht ganz korrekt. F.

Lehrbuch der Geometrie und Lehrbuch der analytischen Geometrie der Ebene, beide für die Oberstufe der höheren Lehranstalten und zum Selbstunterricht. Von G. Häring, 96 u. 59 S. München und Berlin, R. Oldenburg, 1908.

Das erste der beiden Hefte umfaßt die Lehre von der harmonischen Teilung, der Polare und der ähnlichen Lage von Kreisen, die projektive Beziehung zwischen Gebilden erster Stufe und eine recht ausführliche synthetische Darstellung der Kegelschnitte; diese werden vom ebenen Schnitt des Rotationskegels und dessen Beziehung zu den Berührungskugeln ausgehend, behandelt, ein Lehrgang, der für den Schüler tatsächlich der interessanteste sein dürfte. Das Aufgabenmaterial ist reichhaltig, die Figuren sind sorgfältig gezeichnet. — Die analytische Geometrie wird in der gewöhnlichen, wenig anziehenden Weise behandelt hier um so weniger, als die meisten Tatsachen aus der synthetischen Geometrie der Kegelschnitte als bekannt vorausgesetzt erscheinen. Die analytische Geometrie wird so zu einem bloßen Mittel, Bekanntes algebraisch darzustellen und Aufgaben, die konstruktiv längst gelöst sind, in unbequemen Koordinatensystemen rechnerisch zu formulieren, während die analytische Methode im Unterricht gerade dadurch belebend wirken kann, daß sie teils neue Tatsachen aufdeckt, teils durch Anleitung zu geeigneter Wahl eines Koordinatensystems übersichtliche Aufstellung und vollständige Lösung von Problemgruppen vermittelt. Nimmt man, wie es hier und auch sonst meist geschieht, in der Mehrzahl der Aufgaben das Achsensystem als willkürlich gegeben an, so verlieren die Gleichungen und die Resultate Klarheit und Interesse. Gegen den Text und die Aufgaben dieses Heftes ließe sich noch manches didaktische und auch sachliche Bedenken erheben. F.

Über das Wesen der Mathematik. Von A. Vöb. 98 Seiten. Preis geh. M. 3 60. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1908.

Das vorliegende Buch ist eine erweiterte und mit Anmerkungen versehene Wiedergabe einer in der Bayrischen Akademie gehaltenen Rede. Es wird auf die fundamentale Bedeutung hingewiesen, die der Mathematik in unserer Kultur zukommt, dann folgt eine Skizze der Entwicklung der Mathematik von den ältesten Zeiten an bis zu den Triumphen der Infinitesimalrechnung. Dann wird die (reine) Mathematik definiert als die Wissenschaft von den Zahlen, die Zahlen aber als von uns geschaffene Zeichen für

ordnende Tätigkeiten unseres Verstandes. Es folgt eine Skizze der Entwicklung der Begriffe der negativen, komplexen und irrationalen Zahlen, ferner des Funktionsbegriffes. Die Frage nach der Existenz der Lösungen von Differentialgleichungen wird gestreift, ebenso der Integralbegriff. Von hier gelangt der Verfasser zur Besprechung der Mengenlehre, die mir allerdings wenig geklückt scheint (findet sich doch hier, unter manchen anderen Versuchen, die Behauptung, die Zahl ω sei die Kardinalzahl der Menge der natürlichen Zahlen). Ausführliche Erörterung finden auch die prinzipiellen Fragen der Geometrie. Es wird die Unvollkommenheit der Anschauung in Gegensatz gebracht zur Schärfe des Zahlbegriffes, wir finden eine ausführliche Erörterung der Möglichkeit der nichteuklidischen Geometrien und einen Hinweis auf die Frage der Unabhängigkeit und Widerspruchslosigkeit der Axiomensysteme. Mit einer starken Betonung des Wertes mathematischer Spekulation, ganz abgesehen von jeder praktischen Anwendbarkeit, mit dem Wunsche nach Berücksichtigung der für unsere ganze Kultur so fundamental wichtigen Grundbegriffe der Analysis im Schulunterricht, und mit der Zuversicht, daß es in der Mathematik keine unlösbaren Fragen geben könne, schließt diese ungemein anregende und instruktive Rede, der wir weite Verbreitung, auch unter Nichtmathematikern wünschen.

Hans Hahn.

Die nichteuklidische Geometrie. Historisch-kritische Darstellung ihrer Entwicklung. Von R. Bonola. Deutsche Ausgabe besorgt von H. Liebmann. VIII u. 244 Seiten. Preis geb. 5 M. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner, 1908. (Sammlung Wissenschaft und Hypothese Bd. IV.)

Was den Inhalt dieses Buches anlangt, sei verwiesen auf die Besprechung des italienischen Originals in Bd. 18 dieser Zeitschrift. In den Abschnitten über Saccheri und Gauß sind in der deutschen Ausgabe einige Beweise hinzugefügt, die in der italienischen Ausgabe übergegangen waren. Auf die Deutung der nichteuklidischen Geraden durch Kreise gewisser euklidischer Kreisbündel, von der im Original nicht die Rede war, wird in einer Anmerkung hingewiesen (S. 194). Ferner kommt die Zuordnung der rechtwinkligen Dreiecke der hyperbolischen Geometrie zu den dreieckigen Vierecken und ihrer Verwertung zur Lösung der Parallelenkonstruktion in einem neu hinzugefügten Anhang III zur Sprache. Die Literaturangaben sind an verschiedenen Stellen vervollständigt, doch vermissen hier, wie im Original anlässlich der Besprechung der Lieschen Untersuchungen einen Hinweis auf die Hilbertsche Arbeit (Grundlagen der Geometrie, zweite Aufl., Anhang IV). — Da dieses Buch zweifellos viele Leser finden wird, so ist es vielleicht nicht unangebracht, wenn ich einige Stellen anführe, die einer Korrektur bedürfen. S. 77 Z. 13 v. u. muß es heißen „eines rechtwinkligen, gleichschenkligen Dreieckes“. In § 45 bedeutet a nicht den Erdbahnhalmmesser, sondern den Erdbahndurchmesser. Ebenda beruht die Behauptung: „Damit im wirklichen Raume die euklidische Geometrie gilt, müßte es Sterne geben mit beliebig kleiner Parallaxe“ auf einer logisch unzulässigen Umkehrung; es könnten ja die Abstände sämtlicher Sterne von uns unter einer endlichen Grenze liegen. Der Anfang von § 77 ist falsch übersetzt; es muß heißen: „auch wenn man die Annahme macht, daß den Resultaten