

**7. Der Einfluß von Druckspannungen  
auf die elliptische Polarisierung des total  
reflektierten Lichtes;  
von Martin Volke.**

(Auszug aus der Breslauer Dissertation.)

Nach den Fresnelschen Formeln<sup>1)</sup> ist der reflektierte Strahl bei der gewöhnlichen Reflexion an durchsichtigen isotropen Medien stets linear, im Gebiet der Totalreflexion dagegen durchweg elliptisch polarisiert. Durch die Beobachtung wird dies für die Totalreflexion gut bestätigt; dagegen hat es sich gezeigt, daß auch bei gewöhnlicher Reflexion an durchsichtigen Medien, besonders in der Nähe des Brewsterschen Winkels, elliptische Polarisierung auftritt. Zur Erklärung dieser zuerst von Jamin<sup>2)</sup> beobachteten Elliptizität sind die an der reflektierenden Grenzfläche auftretenden Oberflächenschichten herangezogen worden, auf die schon Seebeck<sup>3)</sup> 1830 hingewiesen hat. Experimentelle und theoretische Untersuchungen darüber sind besonders von L. Lorenz<sup>4)</sup>, Drude<sup>5)</sup>, Lord Rayleigh<sup>6)</sup> und Kynast<sup>7)</sup> ausgeführt worden.

Bei anisotropen Medien werden die Polarisationsverhältnisse bedeutend verwickelter und sind noch wenig untersucht. Für die akzidentelle Doppelbrechung ist fast ausschließlich die

---

1) Fresnel, Ann. de chim. et phys. (2) 17. p. 190 u. 312. 1821. Tabellen für die Fresnelschen Reflexionskoeffizienten finden sich bei H. Schulz, Dissert. Breslau 1908.

2) J. Jamin, Ann. de chim. et phys. (3) 29. p. 263. 1850; Pogg. Ann., Ergänzungsbd. 3. p. 232 u. 269. 1853.

3) A. Seebeck, Pogg. Ann. 20. p. 27. 1830.

4) L. Lorenz, Pogg. Ann. 111. p. 460. 1860; 114. p. 238. 1861.

5) P. Drude, Wied. Ann. 36. p. 865 u. 532. 1889; 43. p. 126. 1891.

6) Lord Rayleigh, Phil. Mag. 33. p. 1. 1892; 16. p. 444. 1908.

7) R. Kynast, Inaug.-Diss. Breslau 1906; abgedruckt in Ann. d. Phys. 22. p. 726. 1907.

im durchgegangenen Licht auftretende Phasendifferenz beobachtet und stets dem wirkenden Druck proportional gefunden worden.<sup>1)</sup> Im Gebiet der Totalreflexion dagegen ist hier der Einfluß des Druckes auf den Verlauf der Phasendifferenz noch völlig unerforscht. Die Untersuchung dieses Einflusses in seiner Abhängigkeit vom Einfallswinkel und für verschiedene Werte des Brechungsquotienten bildet den Hauptgegenstand der vorliegenden Arbeit; gleichzeitig ist mit Hilfe der gewonnenen Erfahrungen die von Zakrzewski<sup>2)</sup> theoretisch erörterte Methode zur Messung von Phasendifferenzen experimentell verwirklicht und das Lummersche<sup>3)</sup> Halbschattenprinzip auf seine Genauigkeit untersucht worden.

#### Elliptische Polarisation des total reflektierten Lichtes.

Als *Lichtquelle* diente die Aronssche Quecksilberdampflampe in der Lummerschen Form<sup>4)</sup> und die Quarzlampe von Heraeus.<sup>5)</sup> Gemessen wurde mit den Quecksilberlinien:

rot: 690 u. 622  $\mu\mu$ ; gelb: 579  $\mu\mu$ ; hellgrün: 546  $\mu\mu$ ; blau: 436  $\mu\mu$ .

Alle Messungen der Phasendifferenz und des Reflexionsazimuts wurden mit dem „Lummer-Kynastschen *Spektralapparat*“<sup>6)</sup> für Polarisations- und Phasendifferenzmessung“ ausgeführt. Den Strahlengang zeigt Fig. 1. Das Licht der Quecksilberlampe fällt auf den Kollimatorsplatt *S*, wird dann durch die Linsen *KL* parallel gemacht und spektral zerlegt im Wadsworthschen Prisma. Nach Durchdringen des Polarisators fällt der nun linear polarisierte Strahl auf die zu untersuchende reflektierende Fläche und wird dort im allgemeinsten Fall bei

1) F. Pockels, Physik. Zeitschr. 2. p. 693. 1901; Ann. d. Phys. 7. p. 745. 1902; Historische Übersicht Wied. Ann. 37. p. 144. 1889.

2) C. Zakrzewski, Bull. de l'acad. Krakau, Nov. 1907, Math. p. 1106.

3) O. Lummer, Verh. d. Ges. deutscher Naturf. und Ärzte, Wien 1894. II, 1. p. 79.

4) O. Lummer, Zeitschr. f. Instrumentenk. 15. p. 294. 1895; 21. p. 201. 1901.

5) R. Küch u. T. Retschinsky, Ann. d. Phys. 20. p. 536. 1906.

6) O. Lummer u. R. Kynast, Ann. d. Phys. 22. p. 721. 1907; auch Müller-Poulliet-Lummer, „Strahlung“ 2. 10. Aufl. p. 895.

der Reflexion elliptisch polarisiert. Das Licht gelangt weiter durch den Soleil-Babinetschen Kompensator<sup>1)</sup> und den Analysator in das Beobachtungsfernrohr; durch dessen Linsen wird dem Auge des Beobachters ein deutliches Bild des Kollimatorspaltes dargeboten. — Um eine Erweiterung des bisher auf mittlere Einfallswinkel beschränkten Reflexionsgebietes zu ermöglichen, wurde der Lichtstrahl nach Austritt aus dem zu untersuchenden Prisma durch nochmalige gewöhnliche Reflexion an einem Hilfsprisma in den Kompensator geleitet. Eine geringe, vorher bestimmte Phasendifferenz, die durch diese Hilfsreflexion entsteht, tritt als Korrekionsgröße in das Resultat ein. Für ganz hohe Einfallswinkel im Gebiet der Totalreflexion (etwa  $80\text{--}86^\circ$ ) wurde keine Hilfsreflexion verwandt, sondern das zu untersuchende Prisma um ungefähr  $180^\circ$  gedreht, so daß jetzt der Ablenkungswinkel ein stumpfer wird. Bei beiden Modifikationen ist eine starke Lichtquelle

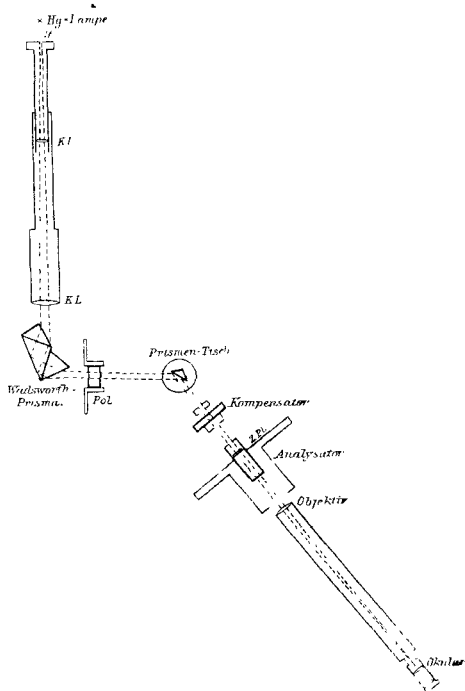


Fig. 1.

nötig. Die Justierung von Analysator und Polarisator geschah in derselben Weise wie bei Kynast.<sup>2)</sup> Der Kompensator mußte für die benutzten Wellenlängen geeicht, d. h. es mußte seine Dispersion festgestellt werden. Die in der folgenden Tabelle mitgeteilten Werte  $B_\pi - B_0$  sind die Kompensatorzahlendifferenzen, die einer Phasenverschiebung von  $\pi$  entsprechen. Diese

1) Vgl. P. Drude, Lehrbuch d. Optik, p. 243. Leipzig 1906.

2) R. Kynast, l. c. p. 13.

Werte ändern sich, wie man sieht, annähernd proportional der Wellenlänge

$$\begin{array}{ccccccc} B_{\pi} - B_0 = & 12,11 & 13,88 & 15,54 & 16,56 & 18,00 & 20,00 \\ \lambda = & 436 & 492 & 546 & 579 & 622 & 690 \mu\mu \end{array}$$

Der Kompensator-Nullpunkt war 56,46 (für alle Wellenlängen). Er ist mit einer Genauigkeit von mindestens  $\frac{1}{2000} \lambda_{546}$  bestimmt worden. Wegen der — leicht zu erheblichen Fehlern führenden — *Orientierungsungenauigkeit*<sup>1)</sup> des Kompensators gegen die Einfallsebene wurde die Phasendifferenz stets bei zwei symmetrischen Polarisatorstellungen gemessen. Die Teilkreise konnten am Analysator bis auf 3,6'', am Polarisator bis auf 1' und am Prismentisch bis auf 1'' abgelesen werden. Ein Kompensatortrommelteil entspricht 0,00064  $\pi$  Phasendifferenzänderung für die Wellenlänge 546  $\mu\mu$  oder einem Gangunterschied von 0,00032  $\lambda_{546}$ .

Über das untersuchte *Prismenmaterial* möge die folgende Tabelle Auskunft geben.

Nr	Brechungsverhältnis $n$ für			Prismenwinkel			Material	Hypotenuse cm <sup>2</sup>
	$\lambda = 579$	546	436 $\mu\mu$	(II, III)	(I, III)	(I, II)		
1	1,4593	1,4605	1,4664	43° 13,5'	43° 13,5'	93° 33'	SiO <sub>2</sub> amorph	2,2 × 2,9
2	1,4593	1,4605	1,4664	43 12,2	43 14	93 33,8'	SiO <sub>2</sub> amorph	2,4 × 4,5
3	—	1,5188	—	—	—	—	Glas	4 × 5
4	—	1,5196	—	44 46,8	45 13,8	89 59,4	,,	4 × 2,5
5	—	1,5196	—	—	—	—	,,	4 × 2,5
6	1,9067	1,9166	1,9632	31 27,8	31 26,8	117 5,4	Silikat- Flint-Glas 79 % PbO 21 % SiO <sub>2</sub>	4 × 5

*Bemerkungen:* Nr. 1 und 2 sind geliefert von Heraeus-Hanau, geschliffen von Zeiss. — Nr. 3 von Zeiss. — Nr. 4 und 5 bildeten früher einen Würfel. — Nr. 6 von Zeiss.

1) R. Hennig, Gött. Nachr. **3.** p. 374. 1887.

Bei 1, 2 und 6 durchsetzt der Grenzstrahl zwischen gewöhnlicher und totaler Reflexion die Kathetenflächen für  $\lambda = 546 \mu\mu$  sehr nahezu senkrecht. — Prisma 1 und 6 sind schon von Kynast<sup>1)</sup> untersucht worden, der einen auffallend anomalen Verlauf der Phasendifferenz im Gebiet der Totalreflexion beobachtet hat.

Unsere *Messungen* wurden folgendermaßen ausgeführt: Der Polarisator blieb zunächst auf ein Einfallssazimut ( $\alpha$ ) von  $+45^\circ$  gestellt. Durch gleichzeitiges Bewegen des Kompensators und Analysators wurde die Stellung mit größter Dunkelheit im Gesichtsfelde gesucht und hierfür am Analysator das Reflexionsazimut

$$\chi = \arctg \left( \frac{R_p}{R_s} \right) = \arctg \left( \frac{\sigma_p}{\sigma_s} \cdot \tg \alpha \right)$$

und am Kompensator die Kompensatorzahl  $B$  abgelesen. Derselbe Satz von Beobachtungen mußte dann bei  $\alpha = -45^\circ$  wiederholt werden. Alle für denselben Einfallswinkel  $\varphi$  beobachteten Werte  $B$  bzw.  $\chi$  wurden zu einem arithmetischen Mittel vereinigt. Die Prismen wurden vor dem Gebrauch mit Säuren und Alkohol gereinigt und dann vor jeder Messung mit einem weichen Lederlappen abgewischt.

In dieser Weise kamen im Gebiet der Totalreflexion zunächst elf Beobachtungsreihen zustande, und zwar für Prisma 1 mit  $\lambda = 622,5, 579, 546, 436 \mu\mu$ , für Prisma 2 mit  $\lambda = 690, 579, 546, 436 \mu\mu$  und für Prisma 6 mit  $\lambda = 579, 546$  und  $436 \mu\mu$ . Für jeden Einfallswinkel wurden bei Prisma 6 in der Regel vier Beobachtungen gemacht (zwei bei  $+\alpha$  und zwei bei  $-\alpha$ ); bei Prisma 1 und 2 war diese Beobachtungsanzahl 6, für die Wellenlänge  $436 \mu\mu$  aber stets mindestens 8.

Das *Reflexionsazimut*  $\chi$  lag in gesetzmäßiger Weise nahe bei  $\mp 45^\circ$ , dem gewählten Einfallssazimut von  $\pm 45^\circ$  entsprechend.

Die gefundenen Werte der *Phasendifferenz* sind in Figg. 2, 3 und 4 graphisch dargestellt. In diesen Zeichnungen sind außerdem für zwei verschiedene Wellenlängen die theoretischen Kurven gestrichelt angegeben (nach der Fresnelschen Formel

$$\tg \frac{\Delta}{2} = \frac{\cos \varphi \sqrt{\sin^2 \varphi - n^2}}{\sin^2 \varphi}$$

1) R. Kynast, l. c. p. 23.

berechnet) und durch kleine Buchstaben kenntlich gemacht worden ( $b$  = blau,  $g$  = grün theoretisch). Zum Vergleich ist die für „Grün“ ( $\lambda = 546 \mu\mu$ ) von Kynast gemessene Kurve, in Fig. 2 mit „K.G.“ bezeichnet, eingetragen worden. Abszissen sind die Einfallswinkel  $\delta\varphi$ , die vom Grenzwinkel ( $\varphi_g$ ) der

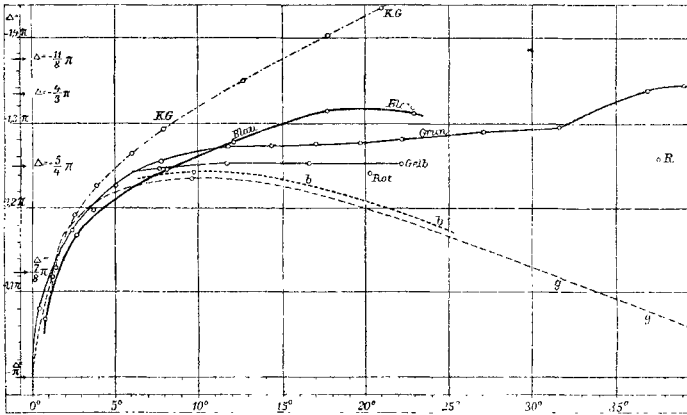


Fig. 2. Prisma 1.

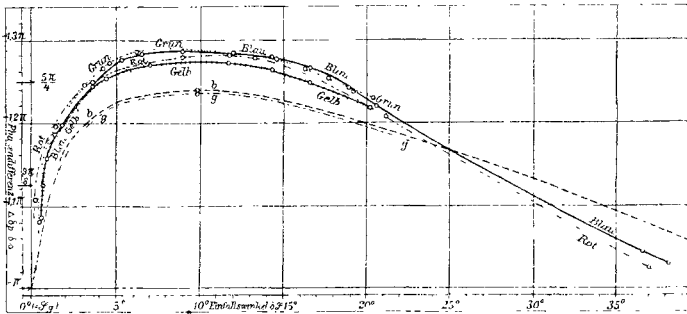


Fig. 3. Prisma 2.

totalen Reflexion ab gerechnet werden, so daß  $\delta\varphi = \varphi - \varphi_g$  wird. Ordinate ist die Phasendifferenz  $\Delta = \delta_p - \delta_s$ , in Teilen von  $\pi$  angegeben. Sie läßt sich aus der abgelesenen Kompensatorzahl  $B$  nach folgender Formel berechnen:

$$\Delta = \frac{56,46 - B}{B_\pi - B_0} \cdot \pi.$$

Dabei sind die Werte  $B_\pi - B_0$  aus der oben mitgeteilten Dispersionstabelle zu entnehmen. Aus diesen Messungen ergibt sich folgendes:

1. Bei Prisma Nr. 1 (Fig. 2) verläuft die  $\Delta$ -Kurve jetzt für  $\lambda = 546 \mu\mu$  bedeutend niedriger als bei der Messung von R. Kynast. Es liegt die Vermutung nahe, daß inzwischen Änderungen im Material vorgekommen sind. Anomal bleibt

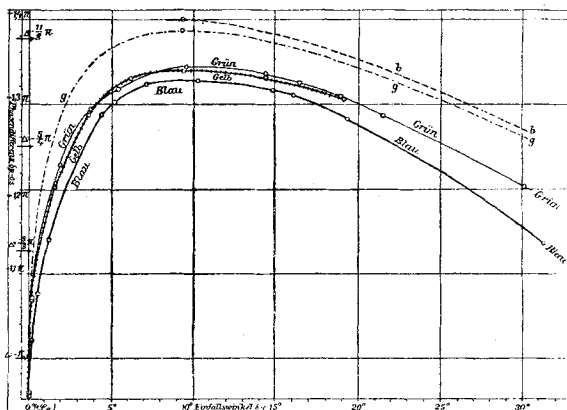


Fig. 4. Prisma 6.

die Phasendifferenz noch immer, da  $|\Delta|$  bei hohem Einfallswinkel weiter wächst, anstatt bis zum Wert  $-\pi$  bei streifenförmiger Inzidenz abzunehmen.

Mit wachsender Wellenlänge nimmt  $|\Delta|$  bei demselben Einfallswinkel im allgemeinen ab, wie in der Theorie verlangt, nur erfolgt diese Abnahme für den mehr horizontalen Teil der gemessenen Kurven etwa zehnmal so stark, als sich theoretisch für dieselbe Stelle ergibt. Der mittlere Fehler  $M_\Delta$  betrug für „Rot“  $\pm 0,0067 \pi$ , für die anderen Farben  $\pm 0,0047 \pi$ . Hierbei bezeichnet  $M_\Delta$  den Durchschnittswert für den mittleren Fehler

$$\sqrt{\frac{\sum(v^2)}{p(p-1)}}$$

eines Partialresultates  $\Delta_1$ , das aus  $p$  Kompensatorablesungen bei demselben Einfallswinkel  $\delta\varphi$  und demselben Einfallszinuit  $\alpha$  gewonnen ist. (Der Durchschnitt ist aus allen  $M_\Delta$  einer Reihe als arithmetisches Mittel berechnet.)

2. Das Prisma Nr. 2 (Fig. 3) zeigt die geringste Anomalie. Die Phasendifferenz sinkt wie bei Nr. 1 mit wachsender Wellenlänge, und zwar hier ungefähr in dem von der Theorie geforderten Maße. Rot und gelb haben allerdings falsche Reihenfolge, doch liegt ihre Differenz wohl innerhalb der Fehlergrenzen. Diese waren  $M_A = \pm 0,0080 \pi$  für Rot, sonst  $\pm 0,0045 \pi$ .

3. Während bei diesen niedrigbrechenden amorphen  $\text{SiO}_2$ -Prismen 1 und 2 die gemessenen Werte von  $|\Delta|$  fast durchweg größer sind als die theoretischen, ist beim hochbrechenden Prisma 6 (Fig. 4) das Umgekehrte der Fall.<sup>1)</sup> Die für  $\lambda = 546 \mu\mu$  erhaltenen Werte stimmen sehr genau mit den früher von Kynast gefundenen überein. Ferner zeigt Prisma 6 eine Zunahme der Phasendifferenz mit der Wellenlänge, wenigstens für blau und grün. Dies widerspricht der Theorie und dem Verhalten von Nr. 1 und 2. Die Beobachtungsfehler sind hier bei Nr. 6 am geringsten und können nicht zur Erklärung der Abweichungen herangezogen werden. Als Werte für  $M_A$  ergaben sich:  $\pm 0,0021 \pi$  bei  $\lambda = 579 \mu\mu$ ,  $\pm 0,0015 \pi$  bei  $\lambda = 546 \mu\mu$  und  $\pm 0,0043 \pi$  bei  $\lambda = 436 \mu\mu$ .

Damit ist zunächst erwiesen, daß das Prisma 1 ein besonders merkwürdiges Exemplar ist und daß amorphes  $\text{SiO}_2$  an sich nicht solche Anomalien zeigt, wie die Kynastsche Messung an Nr. 1 vermuten ließ. Es war weiter zu untersuchen, wie weit diese großen Abweichungen von der Theorie bei 1 und die kleineren bei 2 und 6 auf Spannungen im Prismenmaterial zurückgeführt werden können. Mittels einer sehr empfindlichen von K. Sorge angegebenen Methode zum Beobachten kleiner Phasendifferenzen<sup>2)</sup> wurden daher alle drei Exemplare 1, 2 und 6 zunächst im durchgehenden Licht untersucht; sie zeigten sämtlich Spannungen, am meisten Nr. 1, am wenigsten Nr. 2. Gleichzeitig erwies sich das Prisma 4 als praktisch spannungsfrei.

An diesem Prisma 4 wurde daher eine eingehende *Untersuchung über den Einfluß des Druckes auf den Phasendifferenzverlauf* für  $\lambda = 546 \mu\mu$  durchgeführt. Das Prisma stand dabei

---

1) In der Abhandlung von R. Kynast ist die theoretische Phasendifferenz für  $n = 1,9166$  unrichtig (zu klein) angegeben, l. c. p. 23.

2) K. Sorge, Inaug.-Diss. Breslau 1909.



in einem Metallgestell zwischen zwei Pappscheiben von etwa 1 mm Dicke. Durch Schraubendrehung ließ sich von oben eine Eisenplatte mehr oder weniger stark anpressen, so daß ein beliebig starker und ziemlich gleichmäßiger Druck in der gewünschten Richtung parallel oder senkrecht zur brechenden Kante des Prismas ausgeübt werden konnte.

Die beobachteten Reflexionsazimute  $\chi$  zeigten kaum eine merkliche Änderung infolge des Druckes. Anders die Phasendifferenzen. Diese sind in Fig. 5 graphisch dargestellt. Abszisse

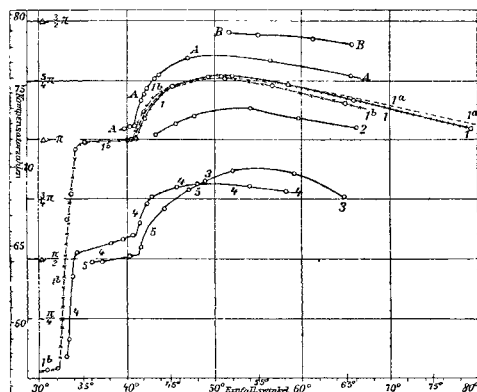


Fig. 5. Prisma 4. Druckmessungen.

ist der Einfallswinkel  $\varphi$ , Ordinate  $A$  bzw.  $B$ . Kurve Nr. 1 gibt die Messungsergebnisse bei Druck Null an; Nr. 2, 3, 4 und 5 enthalten die Phasendifferenz bei einseitigem Druck parallel zur brechenden Kante, also senkrecht zur Einfallsebene, und zwar nimmt der Druck in der angegebenen Reihenfolge zu.  $A$  und  $B$  entsprechen einseitigem Druck in der Einfallsebene, also senkrecht zur brechenden Kante. Nr. 1b enthält die Resultate einer Messung unmittelbar nach dem Aufhören der Druckwirkung 3. Hinzugefügt ist noch die nach der Fresnelschen Formel berechnete Kurve 1a. Um die Wirkung des Druckes auf die Phasendifferenz auch im nicht total reflektierenden Gebiet zu prüfen, wurde die Messung, soweit es technisch möglich war, auf Einfallswinkel ausgedehnt, die kleiner als der Grenzwinkel waren. Die Änderung des Druckes von einer Messung zur folgenden konnte nach der

Methode von Sorge qualitativ verfolgt werden. Bei Kurve 3 war der Druck deutlich unregelmäßig verteilt, woraus sich wohl auch die dort erheblich geringere Genauigkeit erklärt.

Die Messungen zeigen folgendes:

1. Das Prisma 4 ergab ohne Druck sehr nahezu der Theorie entsprechende Phasendifferenzwerte (Kurve 1).

2. Wachsendem Druck in Richtung der brechenden Kante entspricht ein Sinken der Phasendifferenz an der Stelle  $|\Delta_{\max}|$  von  $|\frac{5}{4}\pi|$  nach Null hin.

3. Art und Verlauf der ganzen Kurve bleibt ungefähr erhalten, insbesondere die Unstetigkeitsstellen am Grenzwinkel  $\varphi_g$  und Polarisationswinkel  $\varphi_p$  (bei dem  $\chi$  ein Minimum ist). Die Kurven werden also annähernd parallel verschoben. Durch den Druck wird die Größe von  $\varphi_g$  und  $\varphi_p$  kaum geändert. Ferner bleibt der charakteristische Typus der Phasendifferenzkurve um so mehr gewahrt, je gleichmäßiger der Druck in einer Richtung verteilt ist.

4. Druck senkrecht zur brechenden Kante (in der Einfallsebene) gibt Phasendifferenzänderungen nach der anderen Seite, also ein Anwachsen von  $|\Delta|$ .

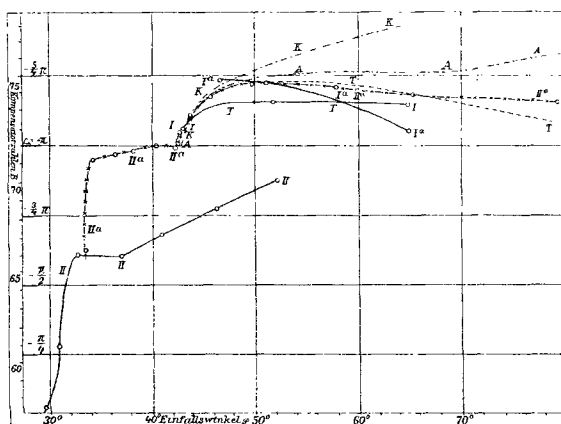
5. Direkte Trennung in zwei Strahlen bei den letztgenannten Versuchen war nur bei sehr hohem Druck zu erkennen.

6. Nach Aufhören des Druckes ergaben sich sogleich wieder die normalen  $\Delta$ -Werte.

Wie zu erwarten ist, bewirkt ein Druck in Richtung der brechenden Kante eine stärkere Änderung der Phasendifferenz, da hier der Lichtstrahl stets senkrecht zur optischen Achse des gepreßten Glases verläuft, welches nun wie ein Kristall wirkt, während er bei der anderen Druckrichtung einen spitzen Winkel mit der optischen Achse bildet.

Da der Druck die  $\Delta$ -Kurve nahezu parallel verschiebt, scheint die im Glas durchlaufene Schichtdicke wenig für die Erscheinung in Betracht zu kommen. Nahe am Grenzwinkel  $\varphi_g$  ist die durchlaufene Strecke am kleinsten, um für streifende Inzidenz ihr Maximum zu erreichen. Wenn sie also zur Wirkung kommt, müßte der Einfluß des Druckes im Gebiet der Totalreflexion mit wachsendem Einfallswinkel zunehmen. Das ist jedoch nach den Messungen nur in ganz geringem Maße

der Fall. Man würde wohl höheren Druck und verschiedene Prismengrößen anwenden müssen, um zu entscheiden, wie der im Prisma durchlaufene Weg auf die Phasendifferenzänderung durch Druck einwirkt und welchen Einfluß darauf die durch Druck etwa erzeugte Modifikation der reflektierenden Fläche hat.



I und II bei Druck  $\parallel$  brechende Kante, K, A, Ia, IIa ohne Druck,  
T theoretisch.

Fig. 6. Prisma 1.

Dieselbe Methode wurde auf das Prisma 1 angewandt. In Fig. 6 sind die Messungen dargestellt. Die Kurven I und II entsprechen einseitigem Druck parallel zur brechenden Kante. Ia und IIa sind Messungen ohne Druck, sogleich nach der Beseitigung des bei I bzw. II wirkenden Druckes angestellt.

Außerdem ist noch die Messung Kynast (K), die theoretische Kurve (T) und meine Anfangsmessung (A) von Fig. 2 (Grün) zum Vergleich eingezeichnet.

Es zeigte sich folgendes:

1. Durch einen gewissen Druck in Richtung der brechenden Kante wurde ein Verlauf der Phasendifferenz erzielt, der annähernd den nach Fresnel berechneten Werten für diesen Brechungsindex entspricht (Kurve I auf Fig. 6).

2. Nach dem Versuch I blieb das Prisma fast unverändert in Größe und Verlauf der Phasendifferenz, sobald der Druck wegfiel (Kurve Ia).

3. Ein größerer Druck rief, wie beim Glasprisma 4, weiteres Sinken der Phasendifferenz hervor (Kurve II).

4. Nach der Messung II kehrte es zum normalen Phasendifferenzverlauf zurück (IIa), so daß also jetzt ein ziemlich normales Prisma daraus geworden war, das nach jeder Pressung wieder nahezu die theoretisch richtige Phasendifferenz ergab. Auffallend ist, daß bei der letzten Messung IIa (ohne Druck) ein um etwa  $2^\circ$  kleinerer Grenzwinkel auftritt. Man könnte daher eine Änderung des Brechungsquotienten vermuten. Derselbe wurde deshalb nochmals für die Wellenlängen  $546\ \mu\mu$  und  $436\ \mu\mu$  bestimmt; er zeigte aber innerhalb der Fehlergrenzen den gleichen Wert wie früher.

Endlich war noch die Frage zu erörtern, ob wohl ein Grund für das verschiedene Vorzeichen der Phasendifferenzanomalie bei Nr. 6 und die dort auftretende falsche Farbenfolge (im Gegensatz zu dem Verhalten von Nr. 1 und 2) zu finden ist. Nach den Messungen von Pockels<sup>1)</sup> wird im durchgehenden Licht Glas von hohem Brechungsindex bei einseitigem Druck nicht mehr negativ, sondern positiv doppelbrechend. Die Grenze zwischen beiden Arten der Druckwirkung liegt bei  $n = 1,88$ . Für unser Prisma 6 mit dem Brechungsindex 1,9166 war also auch im Gebiet der Totalreflexion eine Wirkung des Druckes zu erwarten, die der bei den übrigen Prismen entgegengesetzt ist. Die Beobachtungen haben dies durchaus bestätigt. Die Resultate sind in Fig. 7 enthalten. Es stellt dar: Kurve I und II (gestrichelt) eine Messung ohne Druck für  $546\ \mu\mu$  bzw.  $436\ \mu\mu$ , III und IV enthalten Phasendifferenzwerte für  $546\ \mu\mu$  bei Druck senkrecht zur brechenden Kante. Derselbe Druck wie bei IV lieferte für  $\lambda = 436\ \mu\mu$  die in IVa mitgeteilten Werte.

Die Messung I zeigt jetzt etwas niedrigere Werte von  $B$  als die entsprechende frühere (Kurve „Grün“ auf Fig. 4). Das Prisma war in der Zwischenzeit bei anderen Versuchen durch Auffallen auf eine Eisenplatte stark erschüttert worden und hatte dadurch wohl seinen Spannungszustand geändert.

Das Ergebnis ist also folgendes: Die absoluten Werte der Phasendifferenz ( $\Delta$ ) wurden bei Prisma 6 durch Druck

1) F. Pockels, l. c.

senkrecht zur brechenden Kante erniedrigt. Ferner liegen die Werte der Phasendifferenz für die Wellenlänge  $436\text{ }\mu\mu$  bei Druck niedriger als für  $546\text{ }\mu\mu$ , da die durch den Druck hervor-

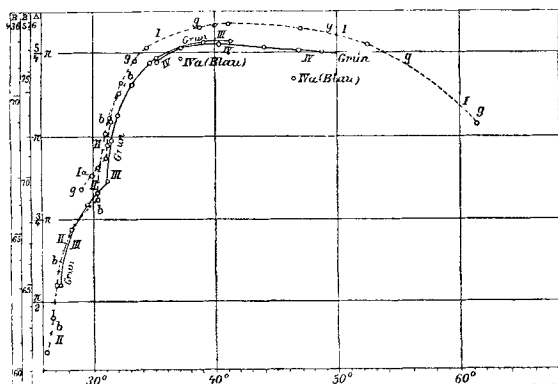


Fig. 7. Prisma 6.

gebrachte Änderung von  $|\Delta|$  auch hier mit abnehmender Wellenlänge wächst.

Man kann demnach die in Figg. 4, 2, 3 bei Nr. 6 und bei Nr. 1 und 2 aufgetretene Phasendifferenzanomalie auf dieselbe Ursache zurückführen, trotzdem  $|\Delta|$  bei Prisma 6 vom theoretischen Wert nach oben, bei Prisma 1 und 2 dagegen nach unten abweicht: es dürften nämlich alle drei Prismen in gleicher Weise bei der Herstellung, insbesondere beim Erstarren einen Druck *senkrecht* zur brechenden Kante erhalten haben, der dann bei Nr. 1 und 2 ein Anwachsen und bei Nr. 6 ein Sinken von  $|\Delta|$  in der Totalreflexion bewirkt hat. Aus den letzten Druckbeobachtungen an Nr. 6 (Fig. 7) erklärt es sich auch, daß in Fig. 4  $|\Delta_{436}|$  für dieses Prisma kleiner als  $|\Delta_{546}|$  gefunden wurde.

Damit ist klargestellt, daß für Phasendifferenzanomalien in der Totalreflexion in hohem Maße Spannungen im Prismenmaterial verantwortlich zu machen sind. Vielleicht rührt die besonders bei amorphem  $\text{SiO}_2$  und hochbrechendem Glas sich zeigende Abweichung daher, daß Prismen aus diesen Materialien infolge ihrer schwierigeren Herstellung besonders leicht Spannungen erhalten.

Als besonders auffallend und kaum erklärlich muß das hohe Ansteigen von  $|A|$  für große Einfallswinkel und die relativ große Änderung von  $A$  mit der Wellenlänge bei Prisma 1 bezeichnet werden. (Pockels<sup>1)</sup> fand gerade bei niedrigem Brechungsquotienten die durch Druck erzeugte Phasendifferenz im durchgehenden Licht ziemlich genau der Wellenlänge proportional.) Endlich sei noch bemerkt, daß bei den vielfach angestellten Versuchen mit zwei aneinander gepreßten Prismen über das bei der Totalreflexion in das zweite Medium eindringende Licht leicht der Druck im Glas das Resultat beeinflussen kann.

#### Der elliptische Halbschattenanalysator nach Zakrzewski.

Zakrzewski schlägt in seiner Abhandlung<sup>2)</sup> eine Methode vor, durch welche die in der Polarimetrie viel benutzte Einstellung auf Halbschatten auch für die Untersuchung von elliptisch polarisiertem Licht angewandt werden kann:

Es wird vor einem Nicol eine Doppel- $\lambda/4$ -Platte aus Quarz befestigt, so daß Nicol und Platte zusammen ein drehbares Ganze bilden, den sogenannten „elliptischen Halbschattenanalysator“. Die Quarzplatte ist aus zwei  $\lambda/4$ -Blättchen mit scharfer Trennungskante so zusammengefügt, daß die optischen Achsen in den beiden Hälften I und II senkrecht zueinander und zum Lichtstrahl stehen. Mit den Haupttrichtungen des Nicol bilden die Achsen einen kleinen Winkel  $\beta$ . Geht jetzt ein elliptisch polarisierter Lichtstrahl durch den Kompensator und diesen „elliptischen Analysator“, so sieht man nur dann die Felder I und II der beiden Plattenhälften gleich hell ( $J_I = J_{II}$ ), wenn der Kompensator die vorhandene Phasendifferenz kompensiert, wenn also lineares Licht auf die Doppelplatte fällt. Der elliptische Analysator zeigt dann „Halbschatten“ und behält ihn bei einer ganzen Umdrehung um  $360^\circ$ . Es ändert sich beim Drehen nur die absolute Helligkeit des Ge-

---

1) F. Pockels, l. c.

2) C. Zakrzewski, Bull. de l'acad. des sciences de Cracovie, Nov. 1907. Math. p. 1016. Krakau.

samtgesichtsfeldes. Für die dunkelste Halbschattenstellung gilt die Beziehung:

$$\operatorname{tg}(2\varepsilon) = -\operatorname{tg}(2\beta) \cdot \cos(2\pi I)^{-1},$$

wo  $\varepsilon$  der Winkel zwischen Lichtschwingung und der einen optischen Achse, und  $I$  der vom Quarzplättchen erzeugte Gangunterschied ist. Für den günstigsten Wert  $I = 1/4$  wird  $\varepsilon = 0$ . Das noch durch eine wahrnehmbare Helligkeitsdifferenz  $J_I - J_{II}$  bei der dunkelsten Stelle meßbare Ellipsenachsenverhältnis im untersuchten Licht ergibt sich nach Zakrzewski zu

$$\frac{b}{a} \geq \frac{F}{4} \cdot \operatorname{tg} \beta,$$

wobei

$$\frac{J_I - J_{II}}{\frac{1}{2}(J_I + J_{II})} \geq F$$

ist.  $F$  bezeichnet das Maß der erzielten photometrischen Genauigkeit. Zakrzewski setzt  $F = 0,01$ .

Für die Phasendifferenz  $\Delta$  folgt hieraus als untere Grenze

$$\Delta = \delta_p - \delta_s \geq \frac{F}{2} \frac{\operatorname{tg} \beta}{\sin(2\chi)},$$

wobei  $\chi$  das Reflexionsazimut  $\operatorname{arctg} R_p/R_s$  ist. Bei  $\chi = 45^\circ$  ist  $\Delta$  am genauesten bestimmbar; es wird dann, wenn wir  $\beta = 2,5^\circ$  setzen,  $\Delta \geq 4/100000 \lambda$ .

Die von mir benutzte Quarzdoppelplatte ist von Steeg und Reuter (Homburg v. d. H.) geliefert worden. Sie hat etwa 22 mm Durchmesser und ist mit den beiden Deckgläsern in einen Eisenring gefaßt. (In Fig. 1 ist die Doppelplatte durch *Z. Pl.* gekennzeichnet.) Sie wird durch Autokollimation möglichst senkrecht zum Strahlengang gestellt. Die Messung von Phasendifferenzen geschieht in folgender Weise: Man bestimmt den Einfallswinkel  $\varphi$  an der reflektierenden Fläche und stellt dann das Beobachtungsfernrohr so, daß das Bild des Kollimatorspaltes in die Mitte des Fadenkreuzes fällt.<sup>2)</sup> Entfernt man das Okularlinsensystem und setzt an die Stelle

1) In der Originalabhandlung ist irrtümlich in dieser Gleichung  $\varepsilon$  und  $\beta$  statt  $2\varepsilon$  und  $2\beta$  angegeben; l. c. p. 1020.

2) So beseitigt man die von Zehnder störend empfundene Schwierigkeit genauer Einfallswinkelmessung. L. Zehnder, *Ann. d. Phys.* **26**, p. 995. 1908

des Fadenkreuzes einen Okularspalt, so sieht man mittels des Fernrohrobjektivs als Lupe (eventuell unter Benutzung eines geeigneten Brillenglases) in dem runden Gesichtsfeld scharf die Trennungslinie der Plättchenhälften. Jetzt dreht man den Kompensator so lange, bis das ganze Gesichtsfeld gleichmäßig hell ist (bei dem benutzten Plättchen verschwand hierbei im Halbschattenfelde die Trennungslinie nur teilweise); in der Analysatorstellung, welche größte Dunkelheit des Gesichtsfeldes hervorruft, ist diese Halbschatteneinstellung sehr empfindlich, schon eine kleine Verrückung des Kompensators aus der richtigen Lage ruft eine deutliche Helligkeitsverschiedenheit hervor.

In dieser Weise wurde eine Reihe von Phasendifferenzmessungen mit der Wellenlänge  $546\mu\mu$  an Prisma Nr. 4 und 6 in der Umgebung von  $\varphi_g$  angestellt. Die erhaltenen Werte sind in den folgenden Tab. a) und b) mitgeteilt.

a) Prisma 4 bei  $\varphi_g$ .

$\varphi$	$\delta_\varphi$	$B_1(+\alpha)$	$B_2(-\alpha)$	$B$	$m_1$	$m_2$	$M$
39° 13' 35''	-1° 56' 35''	71,62	71,65	71,637	0,0088	0,0088	0,0029
40 4 53	-1 4 17	71,67	71,71	71,69	0,0082	0,0200	0,0054
41 3 51	-0 5 19	71,70	71,88	71,79	0,0082	0,0150	0,0043
41 17 0	+0 7 50	72,51	72,82	72,67	0,0141	0,0082	0,0041
41 43 13	+0 34 3	73,30	73,50	73,40	0,0224 (0,0295)	0,0133 (0,0575)	0,0065

b) Prisma 6 bei  $\varphi_g$ .

29° 5,6'	-2° 21,4'	67,94	71,39	69,65	0,012	0,150	0,0380
30 8,2	-1 18,8	69,44	71,155	70,24	0,058	0,089	0,0265
30 38,5	-0 48,5	69,78	71,45	70,62	0,037	0,040	0,016
31 10,8	-0 16,2	70,042	71,735	70,89	0,022	0,043	0,0122
31 26,5	-0 0,5	71,292	71,915	71,553	0,015 (0,058)	0,039 (0,034)	0,0103
31 42,2	+0 15,2	72,38	72,96	72,67	0,033	0,023	0,0103

Hierin bedeutet:

1.  $\varphi$  den Einfallswinkel.
2.  $\delta_\varphi$  den Winkel  $\varphi - \varphi_g$ .
3.  $B_1$  das aus vier Kompensatorablesungen bei positivem Einfallssazimut  $(+\alpha)$  gewonnene arithmetische Mittel.
4.  $B_2$  dasselbe für  $-\alpha$ .
5.  $B$  den Wert  $\frac{1}{2}(B_1 + B_2)$ .
6.  $m_1$  den mittleren Fehler  $\sqrt{\frac{1}{3} \sum (v^2)}$  für eine Beobachtung der Reihe, aus



welcher  $B_1$  gewonnen ist. 7.  $m_2$  das gleiche für die zu  $B_2$  gehörenden vier Beobachtungen. 8.  $M = \frac{1}{4} \sqrt{m_1^2 + m_2^2}$  den mittleren Fehler des Gesamtergebnisses  $B$ . ( $m$  und  $M$  ist hier in Teilen von  $B$  angegeben.)

In der Totalreflexion machte sich jede etwa vorhandene Spannung im durchstrahlten Material störend durch Inhomogenität des Halbschattenfeldes bemerkbar. Daher sind Prisma 4 und 6 in der Genauigkeit sehr verschieden, da Nr. 6 Spannungen hatte, Nr. 4 dagegen fast gar nicht. Die mittlere Genauigkeit beträgt nach Tab. a) und b)

$$\text{bei 4: } m_A = \frac{42}{100000} \lambda; \text{ bei 6: } m_A = \frac{154}{100000} \lambda.$$

Ferner ist bei Prisma 4 die Umgebung des Haupteinfallswinkels bei gewöhnlicher Reflexion in Luft an Glas nach der Zakrzewskischen Methode auf Phasendifferenzen untersucht worden, um die Brauchbarkeit des Verfahrens in diesem Gebiet zu prüfen.

Die Resultate dieser Beobachtungen sind in der folgenden Tab. c) wiedergegeben.

c) Prisma 4 in der Umgebung von  $\varphi_p$ .

$\varphi$	$\delta\varphi = \varphi - \varphi_p$	$B_1$	$B_2$	$B$	$m_1$	$m_2$	$M$
53° 11,8'	- 3° 27,4'	54,795	56,415	55,605	0,013	0,030	0,0082
54 11,8	- 2 27,4	54,570	55,870	55,220	0,041	0,028	0,0125
56 11,8	- 0 27,4	51,350	47,71	49,530	0,033	0,185	0,0805
56 51,8	+ 0 12' 34''	47,970	43,493	45,731	0,101	0,111	0,038
57 40,4	+ 1 1,2'	44,535	42,150	43,342	0,058 (0,234)	0,052 (0,204)	0,020
58 51,8	+ 2° 12,6	42,895	41,893	42,494	0,033	0,014	0,014
59 51,8	+ 3 12,6	42,195	41,602	41,907	0,031	0,027	0,0104

Die Genauigkeit wächst hier annähernd proportional  $\sin(2\chi)$ , wie die angegebene Formel verlangt. Am Polarisationswinkel (mit  $\chi_{\min.}$ ) ist sie am geringsten. Es ergab sich dort:  $m_A = \frac{400}{100000} \lambda$ , also eine noch ziemlich befriedigende Genauigkeit.

In allen drei Tabellen sind noch bei je einem Einfallswinkel in Klammern Werte von  $m_1$  und  $m_2$  angegeben, welche die Genauigkeit der entsprechenden Kompensatorbeobachtungen

$B_1$  und  $B_2$  ohne Benutzung der Zakrzewskischen Quarzplatte zeigen.

Die Quarzplatte erhöht also die Genauigkeit in normalen Fällen auf etwa das Doppelte. Sie ist nicht anwendbar bei Totalreflexion in gepreßtem Glas und allen Spannungen zeigenden Medien, auch Unebenheiten einer Fläche setzen die Genauigkeit bei der gewöhnlichen Reflexion herab. Am meisten zeigt sich der Vorteil der Methode bei Messungen von  $\Delta$  in der Nähe des Polarisationswinkels.

Nach Abschluß dieser Versuche erschien eine Arbeit von Zehnder.<sup>1)</sup> Der Verfasser teilt darin Messungen von Phasendifferenzen mit, die er mit Hilfe seines Halbschattenanalysators (Nicol und Rauchglasplatte nebeneinander) angestellt hat. Soweit es sich nach seinen Angaben beurteilen läßt, hat er  $\Delta$  etwa ebenso genau bestimmen können, wie bei den in diesem Abschnitt mitgeteilten Messungen nach dem Verfahren von Zakrzewski.

#### Das Lummersche Halbschattenprinzip.

Lummer<sup>2)</sup> hat folgende Anordnung für ein Halbschattenpolarimeter angegeben: Man versilbert die Hypotenusenfläche eines spannungsfreien rechtwinkligen Glasprismas und nimmt einen Teil des Silberbelages wieder fort. Dabei hat man dafür zu sorgen, daß die beiderlei Felder (das „Glasfeld“ und das „Silberfeld“) mit scharfen Rändern aneinander stoßen und eine zur brechenden Prismenkante senkrechte Richtung haben. Dieses Prisma setzt man auf den Spektrometertisch und orientiert es so, daß die durch einen Polarisator gegangenen Kollimatorstrahlen durch die eine Kathetenfläche eintreten, am Glasfeld der Hypotenusenfläche gerade eben total reflektiert werden und durch die andere Kathete das Prisma verlassen. Das Licht gelangt dann in das Beobachtungsfernrohr, welches anstatt des Fadenkreuzes einen Okularspalt mit einer nach vier Seiten variablen rechteckigen Öffnung besitzt. Dieselbe muß bei richtiger Anordnung vollkommen von dem Bilde des Kollimatorspaltes ausgefüllt werden.

1) L. Zehnder, l. c. p. 990.

2) O. Lummer, Verh. d. Ges. deutsch. Naturf. u. Ärzte, Wien 1894. II, 1. p. 79; Zeitschr. f. Instrumentenk. 15. p. 293. 1895.

Nach Fortnahme des Okulars sieht das durch den Spalt blickende Auge die ganze Prismenfläche leuchtend und kann mittels des Fernrohrobjektivs als Lupe wiederum eventuell unter Benutzung eines geeigneten Brillenglases scharf auf die Trennungslinie zwischen dem Glas- und Silberfeld der Hypotenusenfläche akkomodieren. Bringt man jetzt vor dem Objektiv einen Analysator in den Strahlengang, so ist das Halbschattenprinzip verwirklicht. Das Entstehen des Halbschattens läßt sich leicht aus den Polarisationsverhältnissen bei der Reflexion am „Glasfeld“ und am „Silberfeld“ übersehen. Für das von mir benutzte Prisma Nr. 4 betrug die Phasendifferenz am Grenzwinkel  $\varphi_g$  der totalen Reflexion für das Glasfeld  $-\pi$  und für das Silberfeld etwa  $+\pi/7$ . Das Reflexionsazimut  $\chi$  ist beim Glasfeld gleich  $-\alpha$  und beim Silberfeld nahezu gleich  $+\alpha$ , wenn  $+\alpha$  das Einfallszimut bedeutet. Da aber der Wert  $-\pi$  für  $\Delta$  nur einem Vorzeichenwechsel von  $\chi$  entspricht, so wird das Glasfeld ( $\Delta = -\pi$ ,  $\chi = -\alpha$ ) unter dem gleichen Azimut  $+\alpha$  linear polarisiert sein, wie der einfallende Strahl. Das Silberfeld dagegen ist schwach elliptisch polarisiert. Genähert kann man es jedoch auch als lineares Feld, aber mit dem Azimut  $-\alpha$ , betrachten. Daher hat man ein Halbschattenfeld in den beiden Gesichtsfeldhälften vor sich, dessen Schwingungsebenen den „Halbschattenwinkel“  $2\alpha$  einschließen, und zwar wird Halbschatten eintreten, sobald die Analysatorschwingungsebene in der Reflexionsebene oder senkrecht dazu steht.

Diese Betrachtung gilt zunächst für den Winkel  $\varphi_g$ . Es werden aber eine Reihe benachbarter Einfallswinkel ebenfalls zur Wirkung kommen, da von jedem Punkte der Hypotenusenfläche ein ganzer Strahlenkegel nach der Pupille des beobachtenden Auges verläuft. Für jeden dieser Winkel unterhalb von  $\varphi_g$  liegen die Polarisationsverhältnisse ähnlich, im Gebiet der Totalreflexion wird jedoch auch das Glasfeld elliptisch.

Lippich<sup>1)</sup> hat bei einer Besprechung dieser Anordnung auf mehrere Fehlerquellen hingewiesen, die im folgenden näher untersucht werden sollen. Er erwähnt als solche insbesondere

---

1) F. Lippich, Wien. Sitzungsber. Abt. IIa. p. 351. 1896.

1. die durch die Elliptizität hervorgerufene Herabsetzung der Halbschatteneinstellungsgenauigkeit,
2. die Schwierigkeit, eine exakte Trennungslinie zwischen beiden reflektierenden Feldern herzustellen, und
3. die störenden, im Glas sehr leicht auftretenden Spannungen.

Den ersten Punkt können wir theoretisch genau erörtern, während die Fehler 2 und 3 experimentell geprüft und möglichst beseitigt werden müssen.

Wir bestimmen also zunächst die theoretische Genauigkeit mit und ohne Berücksichtigung der Phasendifferenz des Silberfeldes. Die Hauptkomponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene haben (falls wir  $E = 1$  setzen) für den reflektierten Strahl die Werte:

$$R_p = \sigma_p \cdot \sin \alpha,$$

$$R_s = \sigma_s \cdot \cos \alpha,$$

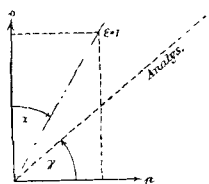


Fig. 8.

wo  $\sigma_p$  und  $\sigma_s$  die Reflexionskoeffizienten bezeichnen. Der beliebig gestellte Analysator lasse nur eine Schwingung durch, die unter dem Winkel  $\gamma$  gegen die Einfallsebene geneigt ist. Das zur Beobachtung gelangende Licht hat dann die Intensität

$$J = R_p^2 \cdot \cos^2 \gamma + R_s^2 \sin^2 \gamma + 2 R_p \cdot R_s \sin \gamma \cos \gamma \cos \Delta_{\text{H}}.$$

Unterscheiden wir durch eingestrichene Buchstaben das am Glasfeld I und durch zweigestrichene das am Silberfeld II reflektierte Licht, so wird Halbschatten ( $J'_I - J''_I = 0$ ) bei einem Analysatorazimut  $\gamma_0$  eintreten, welches der Gleichung genügt

$$0 = (R_p'^2 - R_p''^2) \cos^2 \gamma_0 + (R_s'^2 - R_s''^2) \sin^2 \gamma_0 \\ + (R_p' R_s' \cos \Delta' - R_p'' R_s'' \cos \Delta'') \sin (2 \gamma_0).$$

Hieraus folgt (wenn wir mit  $G$  eine Funktion des Einfallswinkels  $\varphi$ , des Brechungsquotienten  $n$  und des Absorptionsindex  $k$  bezeichnen):

$$(Ia) \quad \operatorname{tg} \gamma_0 = G \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sigma_s'^2 - \sigma_s''^2} \left\{ \begin{array}{l} - \sigma_p' \sigma_s' \cos \Delta' \\ + \sigma_p'' \sigma_s'' \cos \Delta'' \end{array} \right. \\ \pm \sqrt{ \frac{ - (\sigma_p'^2 - \sigma_p''^2) \cdot (\sigma_s'^2 - \sigma_s''^2) }{ + (\sigma_p' \sigma_s' \cos \Delta' - \sigma_p'' \sigma_s'' \cos \Delta'')^2 } } \}$$

Nehmen wir an, daß man auf 1 Proz. genau photometrieren kann, so wird

$$\frac{J_I}{J_{II}} = 1 + \frac{1}{100},$$

und bezeichnen wir diesen Wert mit  $C$ , so erhalten wir für den Analysatorwinkel  $\gamma_C$ , bei dem gerade noch eine Helligkeitsverschiedenheit der beiden Felder sichtbar ist:

$$(Ib) \quad \operatorname{tg} \gamma_C = \mathfrak{S} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sigma_s'^2 - C \sigma_s''^2} \left\{ -\sigma_p' \sigma_s' \cos \Delta' \right. \\ \left. + C \sigma_p'' \sigma_s'' \cos \Delta'' \right. \\ \left. \pm \sqrt{-(\sigma_p'^2 - C \sigma_p''^2) \cdot (\sigma_s'^2 - C \sigma_s''^2)} \right. \\ \left. + (\sigma_p' \sigma_s' \cos \Delta' - \sigma_p'' \sigma_s'' \cos \Delta'')^2 \right\}.$$

Die Genauigkeit der Halbschatteneinstellung wird durch die Differenz  $\gamma_0 - \gamma_C$  angegeben, für welche man erhält

$$\operatorname{tg} (\gamma_0 - \gamma_C) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \cdot (\mathfrak{G} - \mathfrak{S})}{1 + \mathfrak{G} \cdot \mathfrak{S} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} = (\mathfrak{G} - \mathfrak{S}) \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (\text{für kleines } \alpha).$$

Vernachlässigt man die Elliptizität des Silberfeldes, setzt also  $\Delta' = 0$  und  $\Delta'' = -\pi$ , so vereinfachen sich die Formeln sehr erheblich, es wird

$$(II) \quad \operatorname{tg} \gamma_0 = \operatorname{tg} \alpha \frac{\sigma_p'' - \sigma_p'}{\sigma_s'' + \sigma_s'}; \quad \operatorname{tg} \gamma_C = \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{\sigma_p'' \sqrt{C} - \sigma_p'}{\sigma_s'' \sqrt{C} + \sigma_s'},$$

wo die  $\sigma$  jetzt absolut zu nehmen sind.

Nach beiden Formeln (I) und (II) kann der Faktor  $\mathfrak{G}$  und  $\mathfrak{S}$  und die Genauigkeit  $\gamma_0 - \gamma_C$  berechnet werden.

Bei der experimentellen Untersuchung der Fehlerquellen 2 und 3 zeigte es sich, daß man durch sorgfältige Herstellung der Silberfelder (ausgeführt von der Firma C. Zeiss in Jena) eine im Halbschattenbilde wenigstens zum großen Teil verschwindende scharfe Trennungslinie erhalten kann. Bleibt dieselbe sichtbar, so vermindert sich die Einstellungsgenauigkeit um mindestens die Hälfte. Schwieriger zu eliminieren ist die von Spannungen des Glases und Ungleichmäßigkeit der aufliegenden Silberschicht herrührende dritte Fehlerquelle. Beides verhindert die gerade bei genauen Messungen (mit kleinem Halbschattenwinkel) notwendige gute Gleichmäßigkeit des Gesichtsfeldes.

Es wurde daher das möglichst spannungsfreie Prisma Nr. 4 versilbert und daran die Messungen angestellt. Die

Silberstreifen lagen senkrecht zur brechenden Kante und waren durch etwa 3 mm breite Glasstreifen getrennt. Die Silberschicht war nahezu undurchsichtig.

Die Größe des runden Gesichtsfeldes mußte manchmal durch eingeschaltete Blenden etwas verkleinert werden, um Aufhellungen am Rande zu beseitigen.

Eine Übersicht über die ermittelten Genauigkeitswerte gibt die folgende Tabelle. Die Serie 3 entspricht einer möglichst guten Anordnung (gleichmäßiges Gesichtsfeld ausgeblendet, große Lichtintensität, gute Silberschicht). In den Serien 1 und 2 sind Messungen an anderen weniger guten Silberschichten mitgeteilt, welche nur zur Vergleichung der Genauigkeit bei verschiedenen Einfallswinkeln dienen sollten. Als Halbschattenwinkel  $2\alpha$  ist der Winkel zwischen der Einstellung auf größte Dunkelheit des Silber- bzw. des Glasfeldes genommen worden. Die Untersuchung wurde auch in das totalreflektierende Gebiet hinein ausgedehnt, um die Änderung der Genauigkeit bei gleichzeitiger Elliptizität des Glas- und Silberfeldes zu prüfen. Unter 4 sind in der Tabelle die theoretischen Werte  $\gamma_0 - \gamma_C$  angeführt, und zwar in Reihe I nach Formel (Ia) und (Ib) und in Reihe II nach Formel (II) berechnet.

1				2			
$\varphi$	$m$	$g$	$2\alpha$	$\varphi$	$m$	$g$	$2\alpha$
$\varphi_g - 3^\circ 5'$	85''	140''	$3^\circ$	$\varphi_g$	23''	—	$1^\circ$
— 38'	116	220	10		60	101''	3
— 25'	107	200	10		106	184	4
	128	230	10		115	240	6
					1440	2320	40
$\varphi_g + 21'$	122''	215''	$10^\circ$	$\varphi_g + 2^\circ 27,6'$	63''	—	$1^\circ$
					84	—	3
					109	126''	6
				$\varphi_g + 6^\circ 39,8'$	83''	133''	$3^\circ$

3				4 (Theoret. Genauigkeit)			
$\varphi$	$m$	$g$	$2\alpha$	$\varphi$	$\gamma_0 - \gamma_C$		$2\alpha$
					I (ell.)	II (lin.)	
$\varphi_g - 42'$	12,5"	25"	0,8°				
$\varphi_g - 20,5'$	9	12,6"	0,8°	$\varphi_g - 20,5'$	9,1"	7,9"	1°
	10	14,0	0,8		91	79,0	10
	10,5	19,4	1,6				
	15,5	19,5	0,33				
				$\varphi_g$	10"	8,7"	1°
					100	87,0	10
$\varphi_g + 14'$	14"	25"	0,8°	$\varphi_g + 2^{\circ}27,6'$	11,3"		1°
					113		10

Die theoretischen Werte in 4 zeigen beim Vergleich der Reihen I und II, daß die Elliptizität praktisch sehr wenig in Betracht kommt. Als günstigster Einfallswinkel ergab sich experimentell  $\varphi_g - 20'$ . Es wurden stets zehn Beobachtungen gemacht.  $m$  gibt den mittleren Fehler einer einzelnen Beobachtung und  $g$  die größte vorkommende Abweichung vom arithmetischen Mittel an. Bei genügend heller Lichtquelle war 1° der günstigste Halbschattenwinkel. Theoretisch sollte  $\gamma_0 - \gamma_\delta$  dann ungefähr 7" sein; als mittlerer Fehler wurde 9—11" gefunden, also dem theoretischen Wert befriedigend nahe.  $m$  war wie in der Theorie ungefähr proportional dem Halbschattenwinkel. Die erreichte Genauigkeit dürfte für die Zwecke von polarimetrischen Messungen vollauf genügen. Für die Farben grün und gelb war die Genauigkeit wenig verschieden, blau dagegen ließ sich sehr schlecht einstellen.

Das *Ergebnis* der vorstehenden Untersuchungen kann etwa folgendermaßen zusammengefaßt werden:

1. Es ist zum erstenmal die Abhängigkeit des Phasendifferenzverlaufes *im Gebiet der Totalreflexion* von der durch Druckspannungen hervorgerufenen Anisotropie des total reflektierenden Materials untersucht worden. Einseitiger Druck änderte die Phasendifferenz für jeden Einfallswinkel um nahezu den gleichen Betrag. Diese Phasendifferenzänderung wächst

mit dem Druck und kehrt für hohen Brechungsquotienten ihr Vorzeichen um. Letzteres steht in Übereinstimmung mit den Messungen von Pockels über akzidentelle Doppelbrechung im durchgehenden Licht. Abweichungen von den durch die theoretische Formel von Fresnel geforderten Phasendifferenzwerten im Gebiete der Totalreflexion konnten zum großen Teil durch Druckspannungen in den betreffenden Prismen erklärt werden. Die erwähnte Formel scheint also für jeden Brechungsquotienten bei spannungsfreien Medien die Messungen richtig darzustellen.

2. Durch eingehende Genauigkeitsmessungen wurde festgestellt, daß der „elliptische Halbschattenanalysator“ nach Zakrzewski eine etwa doppelt so genaue Einstellung des Kompensators ermöglicht, wie die Auslöschungsmethode mittels des einfachen Analysators.

3. Für das von Lummer angegebene Halbschattenprinzip wurden theoretisch und experimentell die günstigsten Anordnungsbedingungen festgestellt. Zahlreiche Bestimmungen der Nullpunktsgenauigkeit ergaben, daß der relativ kleinste mittlere Fehler von  $9''$  bei etwa  $1^\circ$  Halbschatten durch Reflexion kurz vor dem Grenzwinkel der Totalreflexion zu erzielen ist.

(Eingegangen 18. Dezember 1909.)