

Theoretischer Essai über Muskelmechanik.

Von

Dr. med. et phil. **Th. Christen**, Privatdozent in Bern.

Vorliegende Abhandlung hat über ein halbes Jahr in meinem Schreibtisch gelegen, weil ich mir wiederholt die Frage vorgelegt habe, ob dieselbe in unserer experimentellen Zeit überhaupt veröffentlicht werden dürfte. Denn sie enthält keinerlei neue Experimente, sondern bloss eine, wie mir scheint, neue Denkweise, oder vielleicht nur eine etwas präzisere Fassung einer bekannten, aber weiteren Kreisen zu wenig geläufigen Denkweise. Endlich habe ich mich doch dazu entschlossen, und zwar aus zwei Gründen:

1. Grosse Reihen von ausgezeichneten Experimenten sind von dem hervorragenden Forscher Chauveau angestellt worden, und G. Weiss hat in den Ergebnissen der Physiologie (1910, S. 369 ff.) darüber berichtet. In den theoretischen Deduktionen, welche sich an die Chauveau'schen Experimente anknüpfen, findet sich nun aber manches, was mit unseren mathematisch-physikalischen Vorstellungen nicht vereinbar ist, so vornehmlich die energetischen Argumentationen, z. B. das Problem des durch einen Motor aufrecht erhaltenen Gleichgewichtszustandes. Ich werde versuchen, durch eine möglichst eindeutige Fragestellung diese Punkte hervorzuheben.

2. Das bei weitem wichtigste Anwendungsgebiet der Muskelphysiologie ist für die Klinik die Mechanik der Frakturen und Luxationen. Durch die bahnbrechenden Arbeiten Zuppinger's und seiner Schüler ist dieses Gebiet in unerwarteter Weise erweitert und bereichert worden. Trotzdem ist auch heute noch manches lückenhaft, und es bedarf durchaus der Mithilfe der Physiologen zur Klärung mancher noch nicht völlig erledigter Fragen. Darin liegt auch der Grund, warum ich, im Gegensatz zu der Zuppinger'schen Schule, die folgenden Erörterungen in einer physiologischen Zeitschrift veröffentliche, nachdem von seiten der Chirurgen verhältnismässig wenig Interesse bekundet worden ist.

Die Gebrüder Weber haben nachgewiesen, dass der ruhende Muskel ein vom Hook'schen Gesetze abweichendes Verhalten zeigt, indem die für eine bestimmte Dehnung nötige Belastung nicht der gewollten Dehnung proportional ist, sondern dass, je grösser die bereits vorhandene Dehnung schon ist, die weitere Dehnung um einen bestimmten Betrag um so mehr Belastung erfordert.

Es ist zur Präzisierung der Ideen immer gut, alle derartigen Gesetze in mathematische Form zu kleiden, weil man so erst ermessen kann, wie weit dieselben gültig und ob sie überhaupt „Gesetze“ im strengen Sinne des Wortes sind.

Das Hook'sche Gesetz, das sich auf den elastischen Draht bezieht, ist einfach auszudrücken. Man bezeichnet mit x seine veränderliche Länge, mit p das belastende Gewicht und mit l seine Länge bei fehlender Belastung. Ausserdem muss man, da das Gesetz eine Proportionalität aufstellt, einen Proportionalitätsfaktor a einführen. Endlich erinnern wir uns, dass die Dehnung, d. h. die durch die Belastung erzeugte Verlängerung, nicht nur dem angehängten Gewicht, sondern auch der ursprünglichen Länge proportional ist. Die Verlängerung $x - l$ ist also gleich dem Produkt aus drei Faktoren: der Länge des unbelasteten Drahtes l , dem belasteten Gewichte und dem Elastizitätskoeffizienten, so dass wir haben:

$$x - l = a \cdot l \cdot p$$

oder:

$$x = l \cdot (1 + a \cdot p) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Noch einfacher ist die Form des Hook'schen Gesetzes, wenn man Gleichung (1) nach p differentiirt:

$$\frac{dx}{dp} = a \cdot l, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

d. h. bei allen Körpern, welche dem Hook'schen Gesetze unterstehen, ist die Zunahme der Länge, dividiert durch die Zunahme der Belastung eine Konstante, d. h. eine von der Belastung unabhängige Grösse. Diese Tatsache berechtigt uns, dem konstanten Quotienten einen Namen zu geben, ihn den Ausdehnungskoeffizienten zu nennen.

Daraus ergibt sich, dass auf alle Körper, welche dem Hook'schen Gesetze nicht genügen, der Begriff des „Ausdehnungskoeffizienten“ nicht angewendet werden kann. Deshalb hat auch der Muskel keinen „Ausdehnungskoeffizienten“ im üblichen Sinne des Wortes.

Welche Formel entspricht nun aber dem Weber'schen Gesetze?

So viel mir bekannt, haben die Gebrüder Weber keine Formel aufgestellt. Ein exaktes Naturgesetz ist also vorläufig das Weber'sche Gesetz nicht.

Das Weber'sche Gesetz sagt aus, dass die Verlängerung, dividiert durch die Belastung, keine Konstante, sondern um so geringer sei, je grösser die Belastung schon ist. Man kann dieses Gesetz auch in folgender Form ausdrücken: Will man einen belasteten und daher auch gedehnten Muskel durch Hinzufügen eines weiteren kleinen Gewichtes noch um einen kleinen Betrag weiter dehnen, so muss das erforderliche Gewicht um so grösser sein, je grösser die bereits vorhandene Dehnung schon ist.

Beide Sätze sagen dasselbe aus, nur in verschiedener Form. Wir wollen sie beide in mathematische Form kleiden, um aus derselben in klarer Weise die Bedeutung des Weber'schen Gesetzes abwägen zu können.

Der Satz in seiner ersten Form sagt aus, dass der Quotient

$$\frac{dx}{dp}$$

mit wachsender Belastung abnehme. Somit gilt

$$\frac{d^2x}{dp^2} < 0 \dots \dots \dots (3).$$

In der zweiten Form dagegen sagt der Satz, dass der Quotient

$$\frac{dp}{dx}$$

mit wachsender Dehnung zunehme. Die Dehnung ist $x-l$, ihr Differential ist gleich dx , weil l eine Konstante ist; es wird daher

$$\frac{d^2p}{dx^2} > 0 \dots \dots \dots (4).$$

Hieraus ergibt sich ohne weiteres, warum das Weber'sche Gesetz nicht, wie das Hook'sche, ein exaktes „Gesetz“ ist: Das Hook'sche Gesetz findet seinen Ausdruck in einer Gleichung, das Weber'sche dagegen in einer Ungleichung:

Eine exakte Lösung des Problems würde nun darin bestehen, dass man den Ursachen nachforschte, welche dieses merkwürdige Verhalten des Muskels bedingen. Sind dieselben mathematisch genau zu eruieren, so lässt sich aus ihnen die Form der Funktion

$$\frac{dx}{dp}$$

bestimmen, man erhalte an Stelle der Ungleichung eine Gleichung und damit ein exaktes Gesetz. Hiervon sind wir aber zurzeit noch weit entfernt und wir wollen recht froh sein, wenn es uns gelingt, empirisch für die Funktion

$$\frac{dx}{dp}$$

einen mathematischen Ausdruck zu finden, welcher die bestehenden Zusammenhänge mit möglichster Annäherung wiedergibt.

Zugleich muss aber auch das Bestreben obwalten, für diesen Zusammenhang einen möglichst einfachen Ausdruck zu finden, damit die Resultate übersichtlich und der Erklärung in Worten zugänglich werden.

Ausserdem kommt es vor, dass ein bestimmter mathematischer Ausdruck den Zusammenhang zwischen Belastung und Dehnung in einem begrenzten Gebiete mit grosser Genauigkeit wiedergibt, in einem anderen dagegen von den tatsächlichen Verhältnissen merklich abweicht. Wir werden einem solchen Falle in Kürze begegnen.

Nun ist zunächst ein besonders wichtiges Moment zu erörtern, welches einen prinzipiellen Unterschied zwischen belebter und unbelebter Materie bedeutet.

Wenn wir beim Hook'schen Gesetze sagen, der Differentialquotient der Länge nach der Belastung sei eine Konstante, so ist damit gemeint, dass das Produkt $a \cdot l$ sowohl von p wie von x unabhängig sei. Durchaus unveränderlich unter allen Umständen ist aber weder a noch l .

Erinnern wir uns nur an den Einfluss der Temperatur. Schon die Länge des unbelasteten Drahtes l wächst mit zunehmender Temperatur. Aber auch der Ausdehnungskoeffizient a ist von der Temperatur abhängig, mit anderen Worten: a und l sind Funktionen der Temperatur.

Etwas Ähnliches finden wir beim Muskel. Der Muskel ist, im Gegensatz zum Draht, ein lebendes Material, d. h. seine Konstanten sind Funktionen von unabhängig Variablen, welche wir in Ermangelung genauerer Kenntnisse über ihre Natur „vitale Faktoren“ nennen wollen. Dadurch wird gar nichts präjudiziert; es soll damit nur gesagt sein, dass im lebenden Organismus Faktoren in Aktion treten, welche die physikalischen Eigenschaften des Muskels zu verändern vermögen.

Der Einfluss dieser vitalen Faktoren auf den physikalischen Zustand des Muskels muss in analoger Weise in Rechnung gebracht werden, wie der Einfluss der Temperatur oder der Legierungsverhältnisse auf die Konstanten des Hook'schen Gesetzes, nur mit dem Unterschied, dass gegenüber z. B. dem Einfluss der Temperatur auf die Verlängerungen eines Drahtes der Einfluss der vitalen Faktoren auf den Zustand des Muskels quantitativ ein viel weitgehenderer ist.

Wir sehen am Hook'schen Gesetze ohne weiteres, dass wir uns jegliche Berechnung dadurch wesentlich vereinfachen können, dass wir die Wirkung der Temperatur ausschalten, oder dass wir wenigstens auf die Legierungsverhältnisse nicht Rücksicht zu nehmen brauchen, falls es uns gelingt, den Versuch in diesem Sinne zu disponieren.

Kurz gesagt: die Behandlung der Materie ist um so leichter, einfacher und übersichtlicher, je weniger unabhängig Variable in die Rechnung eintreten.

Betrachten wir die Länge des Muskels als abhängig Variable, so müssen wir als unabhängig Variable anerkennen alles, was auf diese Länge von Einfluss ist, also die Belastung und die vitalen Faktoren. Da wir aber soeben gesehen haben, dass für die möglichst einfache Behandlung der Materie eine möglichst geringe Anzahl von unabhängig Variablen von Vorteil ist, drängt sich uns vor allem die Frage auf: Wie gross ist die Anzahl der vitalen Faktoren?

Die Frage wird sich wohl nach folgendem Gedankengang entscheiden lassen: Man versucht, die beobachteten physiologischen Erscheinungen mit Hilfe eines einzigen vitalen Faktors zu erklären. Ist dies nicht möglich, so führt man deren zwei ein usw. Soviel ich die Verhältnisse übersehen kann, kommt man stets mit zwei vitalen Faktoren aus.

Schon a priori hat die Annahme zweier vitaler Faktoren am meisten Wahrscheinlichkeit für sich: Das Individuum stellt an den Muskel zwei Aufgaben, 1. die Einstellung auf eine bestimmte Verkürzung und unabhängig davon 2. die Entwicklung einer bestimmten Spannkraft.

Ich bemerke hier beiläufig, dass ich mit Vorbedacht von Spannkraft, nicht von Spannung des Muskels rede. Die Spannkraft ist diejenige Kraft, womit der gespannte Muskel an seiner

Befestigung zieht. Seine Spannung dagegen ist nach der üblichen Definition das Verhältnis dieser Kraft zum Querschnitt des Muskels. Dabei ist zu bemerken, dass der Muskel in einem bestimmten Zustande nur eine Spannkraft hat, während seine Spannung verschiedene Werte aufweist; dieselbe ist da am grössten, wo der Querschnitt am kleinsten ist.

Wir können aber in einer Reihe von Problemen die Zahl der vitalen Faktoren von zwei auf eins reduzieren. Stellen wir z. B. dem lebenden Muskel die Aufgabe, in bestimmter Stellung einer bestimmten Kraft das Gleichgewicht zu halten, so ist die Willensanstrengung zum Halten eines bestimmten Gewichtes mit der Grösse der Belastung zwangsläufig verbunden, mit anderen Worten, dieser vitale Faktor ist eine Funktion der Belastung. Da wir aber die Belastung bereits als unabhängige Variable in der Rechnung haben, so fällt der mit ihr zwangsläufig verbundene zweite vitale Faktor für dieses Problem als unabhängige Variable fort. Daraus wird es wahrscheinlich, dass man für alle statischen Probleme mit einem einzigen vitalen Faktor auskommt. Immerhin statuieren wir damit einen prinzipiellen Unterschied zwischen den Experimenten am ausgeschnittenen überlebenden und dem lebenden, vom Zentralnervensystem abhängigen Muskel. Denn beim ersteren kann von Willensäusserung nicht mehr die Rede sein, höchstens noch von Reflex. Die zwangsläufige Abhängigkeit des zweiten vitalen Faktors von der Belastung fällt also beim ausgeschnittenen Muskel fort. Dagegen hat die Voraussetzung einige Wahrscheinlichkeit für sich, dass beim ausgeschnittenen Muskel eine zwangsläufige Verbindung der beiden vitalen Faktoren unter sich bestehe. Es lässt sich diese Frage experimentell prüfen, wie ich später zeigen werde.

Es besteht somit die Möglichkeit, dass man in beiden genannten Fällen mit einem einzigen vitalen Faktor auskommt, darf aber dabei nicht ausser acht lassen, dass das in den beiden Fällen zwei prinzipiell verschiedene Elemente sind, und dass die Beziehungen derselben zu den übrigen Variablen in den zwei Fällen durchaus verschiedene sind.

Wir dürfen daher die am ausgeschnittenen Muskel gewonnenen gegenseitigen Beziehungen der Variablen nicht auf den lebenden Muskel übertragen; das wäre von vornherein ein grundsätzlicher Fehler.

Um die Fragen näher zu studieren, müssen wir zunächst den Einfluss der vitalen Faktoren näher präzisieren und mit einem unzweideutigen Namen belegen.

Ist ein Muskel zwischen zwei festen Punkten eingespannt, so bewirkt der Einfluss der vitalen Faktoren die Entstehung oder Zunahme einer Spannkraft (isometrische Zustandsänderung). Ist im Gegenteil der Muskel frei beweglich, aber durch eine unveränderliche Kraft belastet, so bewirkt der Einfluss der vitalen Faktoren keine Spannungszunahme, sondern eine Verkürzung des Muskels (isotonische Zustandsänderung).

Wir dürfen also weder die „Kontraktion“ noch die „Spannung“ des Muskels allgemein als die Wirkung der vitalen Faktoren bezeichnen; denn je nach den Versuchsbedingungen tritt die eine oder die andere der Erscheinungen oder eine Kombination beider ein. Ich werde daher für die Wirkung der vitalen Faktoren den allgemeinen Ausdruck „Aktivierung“ gebrauchen.

Die zunächst folgenden Erörterungen beziehen sich nur auf den ausgeschnittenen überlebenden Muskel, weil bei diesem die Wahrscheinlichkeit der Einheit des vitalen Faktors grösser und leichter kontrollierbar ist.

Betrachten wir zuerst den nicht belasteten Muskel. Wird derselbe aktiviert, so verkürzt er sich.

Analogie: Wird der unbelastete Draht abgekühlt, so verkürzt er sich. Die Darstellung des Einflusses der Temperatur auf die Länge des Drahtes geschieht durch eine Kurve, deren Abszissen die Temperaturen und deren Ordinaten die zugehörigen Längen des Drahtes sind.

Gelingt es den vitalen Faktor zahlenmässig zu bestimmen, so wird sein Einfluss auf die Länge des unbelasteten Muskels ebenfalls durch eine Kurve dargestellt.

Führen wir dazu noch die Belastung ein, so ist die Länge des Drahtes eine Funktion von zwei unabhängig Variablen. Dieser Zusammenhang kann nicht mehr durch eine Kurve, sondern nur noch durch eine Fläche dargestellt werden.

Ebenso wird der Einfluss der Belastung und der Aktivierung auf die Länge des Muskels durch eine Fläche dargestellt. Erhält man unter allen denkbaren Versuchsbedingungen, d. h. indem man an Stelle des vitalen Faktors die verschiedensten Reize setzt, trotz-

dem immer die gleiche Fläche, so ist die Einheit des vitalen Faktors beim ausgeschnittenen Muskel erwiesen¹⁾.

Unter Voraussetzung eines einzigen vitalen Faktors v hat die genannte geometrische Fläche folgende Gleichung

$$x = f(p, v) \dots \dots \dots (5).$$

Um diese Funktion näher zu studieren, verändern wir in einer Versuchsreihe nach und nach sowohl das p als auch das v und messen jeweilen das entsprechende x . Das sollte beim ausgeschnittenen überlebenden Muskel nicht allzuschwierig sein. Den vitalen Faktor ersetzen wir durch einen faradischen Strom von bestimmter Frequenz und bestimmter Stromstärke. Die quantitativen Veränderungen des vitalen Faktors stellen wir durch Variationen der Sekundärstromstärke dar. Qualitative Veränderungen, von denen später noch die Rede sein soll, können durch Veränderung der Frequenz oder allgemein der Form der Sekundärkurve (veränderliche Selbstinduktion) erreicht werden.

Beschränken wir uns also einstweilen auf Veränderungen der Sekundärstromstärke des Faradisationsapparates, und definieren als vitalen Faktor in dem vorliegenden Experiment die Stärke des Sekundärstromes. Dieser ist eine unabhängig Variable und kann innerhalb beliebiger Grenzen genau abgestuft werden.

Die Form der Funktion $f(x, v)$ hängt selbstverständlich davon ab, welche Form wir dem Weber'schen Gesetze geben oder, besser gesagt, in welcher Form wir den Weber'schen Satz zu einem Gesetze ausarbeiten.

Es sind in dieser Richtung meines Wissens zwei Versuche gemacht worden. Chauveau²⁾ setzt den Quotienten $\frac{dx}{dp}$ umgekehrt proportional der Belastung p , ohne sich weiter über den Proportionalitätsfaktor auszusprechen. Bevor wir aber über denselben etwas Genaueres wissen, müssen wir ihn allgemein als eine Funktion des vitalen Faktors auffassen. Dann wird

$$\frac{dx}{dp} = \frac{a(v)}{p} \dots \dots \dots (6).$$

1) Selbstverständlich unter möglichster Ausschaltung der Ermüdung.

2) G. Weiss, Die Muskelarbeit nach den Untersuchungen von Chauveau. Ergebn. d. Physiol. 1910 S. 369.

Wir wollen auch gleich das Integral dieser Differentialgleichung notieren, wobei natürlich auch die Integrationskonstante allgemein als Funktion von v zu schreiben ist:

$$x = a(v) \cdot \log \frac{p}{b(v)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (7)$$

oder:

$$p = b(v) \cdot e^{\frac{x}{a(v)}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (8).$$

Diese Gleichung hat, wie ich gleich hier bemerken will, einen grossen Übelstand: sie wird ungültig für kleine Werte von p ; denn auf Grund dieser Gleichung wird die Länge des Muskels negativ unendlich, wenn das Gewicht p gegen Null abnimmt. Dies ist natürlich unmöglich. Chauveau hat das wohl auch selbst gemerkt, denn G. Weiss in seinem genannten Bericht über Chauveau's Arbeiten zitiert folgenden „1. Satz“ von Chauveau:

„In einem Muskel, welcher durch eine statische Kontraktion in einen Zustand grosser und vollkommener Elastizität versetzt worden ist, welche den Muskel immer auf gleiche Weise verkürzt, aber mit Veränderungen des Wertes der gehaltenen Last, erzeugt ein gleiches Übergewicht Verlängerungen, deren Wert umgekehrt proportional der Last ist.“

Chauveau beschränkt also die aus seinen Experimenten abgeleitete Regel auf Zustände grosser und vollkommener Elastizität und schliesst damit eben dasjenige Gebiet aus, in welchem das aus seiner Formel abgeleitete Integral nicht mehr brauchbar ist. Da es aber entschieden von Wert ist, womöglich das ganze Gebiet mit der Formel umfassen zu können, will ich versuchen, ob nicht durch Hinzufügung eines Korrektionsgliedes die Ausdehnung der Chauveau'schen Formel auf das ganze Gebiet ermöglicht wird.

Ich setze daher an Stelle von p in der Differentialgleichung die Grösse $p + c(v)$ und überlasse es dem Experiment zu entscheiden, ob die Grösse $c(v)$ wirklich eine Funktion von v oder eine Konstante oder, wie Chauveau voraussetzt, gleich Null ist. Damit erhalten wir folgende Differentialgleichung:

$$\frac{dx}{dp} = \frac{a(v)}{p + c(v)} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (9)$$

und deren Integral

$$p = b(v) \cdot e^{\frac{x}{a(v)}} + c(v) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (10).$$

Wir nennen im folgenden diese Gleichung die „erweiterte Exponentialgleichung“, denn mit der durch Einführung von $c(v)$ ge-

gebenen Erweiterung dürfen wir sie nicht mehr „Chauveau'sche Gleichung“ nennen. Dieselbe geht über in die Chauveau'sche Gleichung, wenn das Experiment beweist, dass man $c(v)$ gleich Null setzen darf.

Ein anderer Versuch, dem Weber'schen Gesetze exakte mathematische Form zu geben, ist von Zuppinger gemacht worden¹⁾. Dieser Autor setzt den Quotienten

$$\frac{dp}{dx}$$

proportional der bereits bestehenden Verlängerung und leitet daraus ab, dass die Belastung proportional sei dem Quadrate der gesamten Verlängerung. Hier stoßen wir auf eine Schwierigkeit, nämlich die Definition des Begriffes „Verlängerung“. Wir denken uns dabei die Differenz zwischen dem belasteten und dem unbelasteten Muskel, dürfen aber nicht ausser acht lassen, dass nicht nur die Belastung, sondern auch der Grad von Aktivierung, d. h. der vitale Faktor, auf die Länge Einfluss hat. Wir müssen also zuerst angeben, wo wir mit der Messung der Verlängerung beginnen.

Wir wollen jedenfalls diejenige Verlängerung messen, die auf Rechnung der Belastung geht. Wir müssen also den vitalen Faktor konstant halten und die Belastung wegnehmen. Dann verkürzt sich der Muskel auf die seinem Aktivitätsgrad entsprechende Minimallänge.

Und im folgenden einen Ausdruck gebrauchen zu können, ohne jedesmal eine Definition wiederholen zu müssen, definiere ich ein für allemal als Nulllänge des (aktivierten oder nicht aktivierten) Muskels diejenige Länge, welche der Muskel bei dem betreffenden Aktivitätsgrad, bei aufgehobener Belastung hat. Die Nulllänge eines Muskels ist also nicht eine Konstante, sondern eine Funktion des Aktivitätsgrades. Ich bezeichne sie im folgenden stets mit $s(v)$, eben weil sie eine Funktion von v ist.

Nach dem Vorschlage Zuppinger's müsste man also schreiben:

$$\frac{dp}{dx} = a(v) \cdot [x - s(v)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

und das Integral dieser Gleichung wäre:

$$p = \text{const.} + \frac{a(v)}{2} \cdot [x - s(v)]^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12).$$

1) H. Zuppinger, Die Muskelentspannung etc. Beitr. z. klin. Chirurgie Bd. 64 (3) S. 576.

Nach der Definition der Grösse $s(v)$ ist aber $x = s(v)$, wenn $p = 0$; es muss also die Integrationskonstante gleich Null werden, und wir haben:

$$p = \frac{a(v)}{2} \cdot [x - s(v)]^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13).$$

Auf den ersten Blick scheint es, als hätte diese Gleichung vor der Exponentialgleichung den Vorzug, dass sie ohne Korrektionsglied auf das ganze Gebiet anwendbar ist. Und doch möchte ich auch hier die Möglichkeit einer Korrektion offen lassen. Es ist nämlich sehr wohl denkbar, dass in der Nulllänge der Quotient

$$\frac{dp}{dx}$$

nicht, wie die Zuppinger'sche Formel es verlangt, gleich Null ist. Es ist ja auch in der erweiterten Exponentialgleichung, sowohl wie nach der Chauveauschen, der Quotient

$$\frac{dp}{dx} = \frac{b(v)}{a(v)} \cdot e^{\frac{x}{a(v)}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

nie gleich Null; es sei denn, dass man x negativ unendlich werden lasse, was natürlich physikalisch keinen Sinn hat.

Wir erweitern daher die Zuppinger'sche Gleichung, wie folgt:

$$\frac{dp}{dx} = c(v) + a(v) \cdot [x - s(v)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

und erhalten daraus das Integral:

$$p = c(v) \cdot [x - s(v)] + \frac{a(v)}{2} \cdot [x - s(v)]^2 \quad . \quad . \quad . \quad (16).$$

Auch hier wieder muss das Experiment entscheiden, ob die Grösse c eine Funktion von v oder eine Konstante oder, wie Zuppinger voraussetzt, gleich Null ist.

Es erübrigt noch, den Begriff der Nulllänge für die Exponentialgleichung nutzbar zu machen. Auf die ursprüngliche Chauveausche Gleichung können wir ihn allerdings nicht anwenden, weil dieselbe gerade bei dem Eintritt in das Nullgebiet ihre Gültigkeit verliert, wohl aber auf die erweiterte Exponentialgleichung. Wir erhalten aus derselben für $p = 0$ und $x = s(v)$

$$c(v) = b(v) \cdot e^{\frac{s(v)}{a(v)}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

so dass sie übergeht in

$$p = c(v) \cdot \left[e^{\frac{x - s(v)}{a(v)}} - 1 \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18).$$

Reizt man den Muskel mit einem Strom von bestimmter Qualität, und belastet ihn mit verschiedenen Gewichten, so erhält man eine einer bestimmten Aktivierung entsprechende Belastungskurve (x, p), deren Konstanten die Grössen $a(v)$, $c(v)$ und $s(v)$ sind. Verändert man die Sekundärstromstärke, ohne die andern Qualitäten des Stromes zu ändern, und setzt man, wie wir oben gesagt haben, den vitalen Faktor gleich der Sekundärstromstärke, so erhält man zu jeder Stromstärke eine Belastungskurve. Für jede dieser Kurven erhalten die Konstanten $a(v)$, $c(v)$ und $s(v)$ neue Werte, sie sind also Funktionen von v . Damit haben wir die ganze Fläche (x, p, v) bestimmt.

Verändert man jetzt die Form der Sekundärkurve des Faradaysapparates, so wird damit eine neue Qualität des Reizes gesetzt. Erhält man trotzdem keine systematischen Abweichungen unter den so gefundenen Flächen (x, p, v), so wird dadurch die Einheit des vitalen Faktors für den ausgeschnittenen Muskel um so wahrscheinlicher.

Wenn wir die bereits vorhandenen Experimente durchgehen, so finden wir schon bei den Gebrüdern Weber — und Fick hat dieses Ergebnis später bestätigt¹⁾ —, dass bei hohen Werten des aktivierenden Faktors die Belastungskurve ziemlich gerade verläuft.

Durch diese Tatsache ist meine Erweiterung der Gleichungen von Chauveau und Zuppinger durch Einführung der Grösse $c(v)$ gerechtfertigt, denn ohne dies könnten die Belastungskurven nie sich der Form der geraden Linie nähern, ganz abgesehen von der Tatsache, dass die ursprüngliche Chauveau'sche Gleichung für kleinere Belastungen ungültig wird.

Allerdings sei zugegeben, dass die Chauveau'sche Gleichung vom lebenden Muskel abgeleitet ist, bei welchem andere Verhältnisse bestehen als beim ausgeschnittenen überlebenden Muskel. Wir stossen hier auf etwas schwierigere Fragen als beim ausgeschnittenen überlebenden Muskel.

A priori erscheint es notwendig, wie schon bemerkt, dass man beim lebenden Muskel zwei vitale Faktoren einführe. Ich wiederhole, dass, wenn es auch in bestimmten Fällen möglich ist, mit einem einzigen vitalen Faktor auszukommen, dennoch die geo-

1) A. Fick, Mechanische Arbeit und Wärmeentwicklung bei der Muskel-tätigkeit.

metrische Oberfläche (x, p, v) beim ausgeschnittenen überlebenden Muskel eine durchaus verschiedene Form haben wird gegenüber dem lebenden, dem Zentralnervensystem untergeordneten. Es würde also nicht richtig sein, ohne weiteres die am ausgeschnittenen Muskel bestimmte Fläche (x, p, v) auf den lebenden Menschen anzuwenden.

Wenn soeben von zwei vitalen Faktoren die Rede war, so lag dem der Gedanke zugrunde, dass es hauptsächlich zwei Aufgaben sind, welche das Zentralnervensystem an den Muskel stellt: 1. eine bestimmte Länge anzunehmen und 2. einer bestimmten Kraft das Gleichgewicht zu halten. Es gibt allerdings noch zwei andere Aufgaben, welche aber zu kompliziert sind, um hier eingehend gewürdigt zu werden, nämlich 3. der Muskel soll eine Kraft überwinden, und 4. der Muskel soll einer Kraft nachgeben. In beiden Fällen handelt es sich um dynamische Probleme, die bekanntlich immer schwieriger zu behandeln sind als die statischen. Wir beschränken uns in diesem Aufsatz auf die Möglichkeiten 1 und 2. Es sind dies zwei voneinander durchaus unabhängige Willensakte, und diesen müssen daher auch zwei unabhängig Variable, d. h. vitale Faktoren entsprechen. Durch die Bedingung des Gleichgewichtszustandes wird aber eine unabhängig Variable weggeschafft, denn die Gleichgewichtsbedingung verlangt eine bestimmte Zwangsläufigkeit zwischen den unabhängig Variablen.

Nennen wir v den vitalen Faktor, welcher die Länge des Muskels regiert, und w den anderen, welchem die Spannung untersteht, so ist die Länge des belasteten Muskels eine Funktion der Belastung p und der vitalen Faktoren v und w , so dass

$$x = f(p, v, w) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

und die Nulllänge dieses Aktivierungszustandes wird

$$s(v) = f(o, v, w) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20).$$

Gemäss Gleichung (20) muss die Funktion $f(p, v, w)$ eine solche Form haben, dass sie für $p = o$ von w unabhängig wird, d. h.

$$\frac{df(o, v, w)}{dw} = o \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Auf dem Papier sieht diese Argumentation sehr einfach aus, aber wie man praktisch das $s(v)$ bestimmen sollte, darüber kann ich mir zurzeit gar keine Idee bilden. Denn wir haben $s(v)$ definiert als diejenige Länge, welche der Muskel hat, wenn die Belastung weggenommen worden ist, ohne dass dabei der Zustand der Aktivität

verändert wird, d. h. bei Konstanz der vitalen Faktoren. Nun tritt aber der eine der vitalen Faktoren w , überhaupt erst in Aktion, wenn eine Belastung vorhanden ist, wird also nie konstant bleiben, wenn p gegen Null abnimmt. Gerade aus diesem Grunde haben wir aber ein Recht, eine Zwangsläufigkeit zwischen dem zweiten vitalen Faktor und der Belastung vorauszusetzen. Wir nehmen also an, dass bei einer bestimmten Belastung (Gleichgewicht vorausgesetzt) der zweite vitale Faktor immer den gleichen Wert habe. Zeigen sich in der Anwendung keine Widersprüche, so gewinnt die Voraussetzung der Zwangsläufigkeit zwischen p und w an Wahrscheinlichkeit. Dann hat aber die Definition der „Nulllänge“ eine Modifikation zu erfahren, indem sie überall da eintritt, wo der erste vitale Faktor konstant bleibt, der zweite aber zugleich mit der Belastung gleich Null wird.

Die beiden Formeln für die Abhängigkeit der Verlängerung eines Muskels von der Belastung sind von ihren Autoren (Chauveau und Zuppinger) auf den lebenden Muskel angewandt worden. Wir wollen daher versuchen, auch unsere beiden Gleichungen, die wir ausgehend von den erstgenannten durch Hinzufügung eines Korrektionsgliedes erhalten haben, auf den lebenden Muskel anzuwenden.

Um aber von vornherein jede Verwechslung mit den am ausgeschnittenen Muskel gewonnenen Resultaten zu vermeiden, bezeichne ich im folgenden den vitalen Faktor, der noch als unabhängig Veränderliche verbleibt, mit einem neuen Buchstaben u . Dass wir nur einen einzigen vitalen Faktor einführen, dazu sind wir berechtigt durch die Zwangsläufigkeit zwischen w und p . Führen wir diese Zwangsläufigkeit in Gleichung (19) ein so kommt

$$p = f[x, v, w(p)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

oder, wie wir künftig besser schreiben:

$$p = f(x, u) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23).$$

Wäre die Form der Funktion $f(x, v, w)$ für den lebenden Muskel bekannt, so könnte daraus die Funktion $f(x, u)$ abgeleitet werden. Wir müssen indessen auf einem ganz anderen Wege vorgehen.

Wenn Chauveau durch seine Experimente gezeigt hat, dass sein „1. Satz“ auf den lebenden Muskel anwendbar ist, so sind wir erst recht berechtigt, unsere erweiterte Exponentialgleichung anzuwenden; denn der Chauveau'sche „1. Satz“ ist ja nur ein

Spezialfall der Exponentialgleichung, den man aus einer geeigneten Form derselben stets herstellen kann durch die Vereinfachung $c(v) = 0$.

Wir haben also für den lebenden Muskel zu setzen:

$$p = c(u) \cdot \left[e^{\frac{x-s(u)}{a(u)}} - 1 \right] \dots \dots \dots (24).$$

Hierin ist u der vitale Faktor, welcher bestimmt, in welcher Lage das gegebene Gewicht gehalten werden soll. Wir können nun mit Hilfe eines anderen Satzes, den Chauveau aus seinen Experimenten abgeleitet hat, die Funktionen der Variablen u näher bestimmen. In der zitierten Abhandlung von G. Weiss findet sich folgender „2. Satz“:

„In einem ungleich verkürzten Muskel, der auf diese Weise seine Last auf verschiedenen Höhen hält, ist, wenn diese Last immer dieselbe ist, die von einem gleichen Übergewicht hervorgerufene Verlängerung immer dieselbe.“

Wenn der Muskel seine Last in verschiedenen Höhen hält, so entspricht diese Variation einer Veränderung des vitalen Faktors u , und damit gewinnen wir folgende, in die mathematische Sprache übersetzte Fassung des Chauveau'schen Satzes: Der Quotient $\frac{dx}{dp}$ muss von u unabhängig sein. Vergleicht man diese Forderung mit Gleichung (9), so ergibt sich, dass $\frac{dx}{dp}$ nur unter der Bedingung für alle Werte von p unabhängig von u sein kann, wenn sowohl a als auch c von u unabhängig sind. Besteht also der zweite Satz von Chauveau zu Recht, so vereinfacht sich die Exponentialgleichung für den lebenden Muskel ganz bedeutend dadurch, dass sie nur noch eine einzige Funktion von u enthält:

$$p = c \cdot \left[e^{\frac{x-s(u)}{a}} - 1 \right] \dots \dots \dots (25)$$

während die Differentialgleichung

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p+c}{a} \dots \dots \dots (26)$$

überhaupt keine Funktion von u mehr enthält, sondern nur noch die zwei Konstanten a und c . Diese Konstanten sind Eigenschaften des Muskels, deren numerische Bestimmung sicherlich vom physiologischen und nicht minder vom pathologischen Standpunkt von hohem Interesse ist.

Vornehmlich für die Theorie der Extensionstherapie wäre eine Orientierung über die numerischen Werte der Konstanten, speziell a , und der Grenzen, innerhalb welcher dieselbe unter den verschiedensten physiologischen und pathologischen Bedingungen schwanken können, von hervorragendem Nutzen.

Bevor aber eine Entscheidung über den relativen Wert der Grundformen unserer Gleichungen gefallen ist, müssen wir in derselben Richtung auch die parabolische Gleichung untersuchen. Dieselbe gibt uns aus der Bedingung, dass $\frac{dx}{dp}$ für alle Werte von p unabhängig von u sein müsse, folgendes.

Aus Gleichung (15) ergibt sich:

$$a(u) \cdot [x - s(u)] = -c(u) + \sqrt{2 \cdot a(u) \cdot p + c^2(u)} \quad (27)$$

und

$$\frac{dx}{dp} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot a(u) \cdot p + c^2(u)}} \quad (28).$$

Hieraus geht hervor, dass der Quotient $\frac{dx}{dp}$ nur dann für alle Werte von p unabhängig von u sein kann, wenn sowohl a als auch c unabhängig von u sind, und damit geht die parabolische Gleichung über in:

$$p = \frac{1}{2} \cdot a \cdot [x - s(u)]^2 + c \cdot [x - s(u)] \quad (29)$$

bzw.

$$\frac{dx}{dp} = \frac{1}{\sqrt{2ap + c^2}} \quad (30).$$

Hier finden wir bereits einen Beweis für unsere Voraussetzung, dass beim ausgeschnittenen Muskel die Fläche (x, p, v) eine andere Form haben muss als die Fläche (x, p, u) beim lebenden Muskel. Würden wir nämlich auch beim ausgeschnittenen Muskel die Grössen a und c als unabhängig von v voraussetzen, so könnten wir die paradoxe Muskelzuckung nicht erklären.

Wir wissen, dass jeder aktivierte Muskel sich verkürzt, wenn er isotonisch belastet ist; nur bei sehr hohen Belastungen erzeugt die Reizung eine Verlängerung. Es ist also nötig, dass die Grösse

$$\frac{\partial x}{\partial v}$$

bei kleinen und mittleren Werten von v negativ, bei sehr hohen v dagegen positiv sei. Oder, wenn man will, es muss die Grösse

$$\frac{\partial^2 x}{\partial v \cdot \partial p}$$

positiv sein. Nun wird aber sowohl aus der Exponentialgleichung als aus der parabolischen Gleichung, wenn a und c vom vitalen Faktor unabhängig sind

$$\frac{\partial^2 x}{\partial v \cdot \partial p} = 0,$$

was mit der paradoxen Muskelzuckung in Widerspruch steht.

Gehen wir jetzt zu einem anderen Problem über, dem Chauveau seine Aufmerksamkeit geschenkt hat, der Arbeitsleistung eines Muskels, welcher ein Gewicht in konstanter Lage hält, so müssen wir zunächst der Einfachheit halber wieder zum ausgeschnittenen überlebenden Muskel zurückkehren.

Wäre der Muskel, welcher ein Gewicht in konstanter Lage hält, ein lebloses elastisches Gebilde, ohne Verbindung mit einer Energiequelle, so würde er beim Halten des Gewichtes überhaupt gar keine Arbeit leisten. Wenn sich beim Muskel dennoch eine Ausgabe von Energie in Form von Wärmeentwicklung nachweisen lässt, so ist damit bewiesen, dass zur Erhaltung der Lage des Gewichtes durch den Muskel irgendwelche Energietransformationen nötig sind. Weil aber keine Energietransformation ohne Spesen verläuft, so bedingen diese Transformationen einen Verlust von Energie für den Muskel. Der Muskel verhält sich also nie wie ein elastischer Strang, sondern er bewahrt seine Natur, er ist und bleibt ein Motor, d. h. eine Einrichtung, welche irgendeine ihr gelieferte Energie in kinetische Energie transformiert. Zum Erhalten eines Gleichgewichtszustandes, wie ihn das Halten eines Gewichtes in konstanter Lage darstellt, braucht es an und für sich keine Energietransformationen; wenn man aber gezwungen ist, anstatt eines elastischen Stranges einen Motor mit dieser Aufgabe zu betrauen, so muss man eben wohl oder übel diese Energietransformationen mit all den dadurch entstehenden Spesen in den Kauf nehmen.

Hiernach muss es aber von vornherein als ein Ding der Unmöglichkeit bezeichnet werden, den Zusammenhang zwischen dem durch einen Motor im Gleichgewicht gehaltenen Gewicht und der dabei verbrauchten Energie theoretisch richtig zum Ausdruck zu bringen, wenn nicht alle zwischen den Motor und das Gewicht geschalteten Energietransformationen in Rechnung gebracht werden.

Aus diesem Grunde kann ich mich mit der von G. Weiss abgeleiteten Formel für die beim Halten eines Gewichtes verbrauchte Energie nicht befreunden, denn in der gegebenen Ableitung ist von

diesen Transformationen mit keinem Worte die Rede. Zudem sind nicht einmal die Begriffe „Kraft“ und „Arbeit“ reinlich geschieden ¹⁾).

Die Kritik der zitierten und der bei G. Weiss folgenden Auslassungen überlasse ich meinen Lesern; eine eingehende Widerlegung würde eine viel zu weit führende polemische Erörterung erheischen. Ich werde aber im folgenden zeigen, dass das Problem auf einem anderen und, wie mir scheint, richtigern Wege angegriffen werden kann.

Stellen wir zunächst fest, dass die Kraft, womit der Muskel ein Gewicht hält, raschen Oszillationen unterworfen ist. Die Kraft, womit der Muskel an der angehängten Last zieht, ist also eine periodische Funktion der Zeit t , und wird, wenn man die Periode mit T bezeichnet, dargestellt wie folgt:

$$p = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \sin\left(\frac{2k\pi t}{T} + \alpha_k\right) (31).$$

Die Last P , welche auf konstanter Höhe gehalten werden soll, hat die Masse

$$\frac{P}{g},$$

wobei g die Beschleunigung der Schwere bedeutet. Auf diese Masse wirkt einerseits die Schwerkraft und erteilt ihr die Beschleunigung g ; andererseits wirkt auf dieselbe Masse die veränderliche Kraft p und erteilt ihr die Beschleunigung

$$-g \cdot \frac{p}{P}.$$

Die gesamte Beschleunigung, welcher die Last P unterliegt, ist also

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g \cdot \left(1 - \frac{p}{P}\right) (32)$$

woraus

$$\frac{P}{g} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = P - A_0 - \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \sin\left(\frac{2k\pi t}{T} + \alpha_k\right) . . (33)$$

und das Integral dieser Gleichung wird

$$\frac{P}{g} \cdot x = H + K \cdot t + \frac{P - A_0}{2} \cdot t^2 - \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \left(\frac{T}{2k\pi}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2k\pi t}{T} + \alpha_k\right) (34).$$

1) G. Weiss schreibt: „Wenn also ein Muskel eine Last p mit einer Verkürzung r trägt, entwickelt er dieselbe Kraft, wie wenn er ein Gewicht $p + pr$ ohne sich zu verkürzen hält, aber auch ohne elastische Verlängerung über seine Ruhelage hinaus. Da dies der Fall ist, nimmt Chauveau an, dass die durch die Kontraktion des Muskels hervorgerufene Kraft, welche direkt mit den Verbrennungen, die im Muskel vor sich gehen, verbunden ist, proportional den Ausgaben ist.“

Die Last bleibt also auf keinen Fall absolut ruhig auf einer unveränderlichen Höhe, sondern führt kleine vertikale Oszillationen aus, deren Periode mit der Periode des Muskels übereinstimmt. Ausserdem muss die Bewegung des Gewichtes eine rein periodische sein, weil doch das Gewicht im grossen und ganzen weder steigen noch fallen soll. Daraus ergeben sich die Bedingungen:

$$H = 0; \quad K = 0; \quad P - A_0 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (35).$$

Damit geht Gleichung (31) über in

$$p = P + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot \sin \left(\frac{2k\pi t}{T} + \alpha_k \right) \quad . \quad . \quad . \quad (36).$$

Leider ist es nicht möglich, allgemein die Maxima und Minima dieser Funktion zu bestimmen. Wir müssen uns auf die Fälle beschränken, in denen man mit dem ersten Gliede der Fourrier'schen Reihe auskommt. Und in der Tat weichen auch die Tetanuskurven der ausgeschnittenen Muskeln nicht wesentlich von einfachen Sinuskurven ab. Es werden dann alle A_k , ausser dem ersten, A_1 , gleich Null. Da wir ausserdem völlig frei sind, wohin wir den Nullpunkt der Zeit verlegen wollen, können wir uns noch die Konstante α_1 schenken und schreiben

$$p = P + A_1 \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \quad . \quad . \quad . \quad (37).$$

Nennen wir endlich Δp die Variation der Kraft, womit der Muskel an der angehängten Last zieht, so ist das Maximum von p gleich

$$p + \frac{\Delta p}{2}$$

und das Minimum

$$P - \frac{\Delta p}{2}.$$

Daraus ergibt sich

$$A_1 = \frac{\Delta p}{2} \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

und wir haben

$$p = P + \frac{\Delta p}{2} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \quad . \quad . \quad . \quad (39).$$

Um die Arbeitsleistung eines Muskels zu berechnen, welcher zwischen zwei festen Punkten eingespannt ist und aktiviert wird, sehen wir zunächst ab von den kleinen Oszillationen, die mit jedem Tetanus verbunden sind, und präzisieren die Frage folgendermassen: Ein Muskel ist zwischen zwei Punkten eingespannt. Er ist dabei

von Anbeginn so aktiviert, dass er an den Befestigungspunkten mit der Kraft p_1 zieht. Nun wird er noch stärker aktiviert, so dass er an den Befestigungspunkten mit der Kraft p_2 zieht. Welche Arbeit ist bei dieser Steigerung der Aktivierung geleistet worden?

Die Antwort wird heissen müssen: Die gesuchte Arbeit ist gleich der Differenz der potentiellen Energien der Spannung im ersten und im zweiten Zustand. Da die Länge des Muskels jetzt eine Konstante ist, wollen wir sie nicht mehr mit x , sondern mit k bezeichnen. Dann müssen wir zuerst die den beiden Zuständen entsprechenden vitalen Faktoren berechnen nach der Formel:

$$p_1 = f(k, v_1) \text{ bzw. } p_2 = f(k, v_2) \quad . \quad . \quad . \quad (40)$$

Dies wird möglich sein, da wir die Funktion f bestimmt haben. Die potentielle Energie eines Spannungszustandes muss gleich sein der Arbeit, welche verrichtet wird, wenn man bei der Aktivierung v den Muskel von Spannkraft Null auf die Spannkraft p bzw. von der Länge $s(v)$ auf die Länge k bringt, und damit wird diese Energiegrösse

$$E = \int_{s(v)}^k p \cdot dx \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (41).$$

Bis hierher habe ich die Betrachtungen möglichst allgemein gehalten, d. h. ich habe den Belastungskurven des ausgeschnittenen Muskels eine mathematische Form gegeben, welche eine ganze Reihe von einzelnen Unterformen als Spezialfälle enthält. Um aber die weitere Rechnung nicht mehr als nötig zu komplizieren, erinnere ich an ein Ergebnis, das schon die Gebrüder Weber erhalten haben, und das später von Adolf Fick bestätigt worden ist, dass nämlich für nicht zu kleine tetanisierende Kräfte die Belastungskurve innerhalb der Fehlergrenzen als eine gerade Linie gelten darf. Mit anderen Worten: in der parabolischen Gleichung ist das a eine solche Funktion von v , welche mit wachsendem v rasch gegen Null konvergiert. Dann bleibt uns die einfache Beziehung

$$p = c(v) \cdot [x - s(v)] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42).$$

Die Exponentialgleichung ist in diesem Falle obsolet geworden.

Die potentielle Energie des Zustandes (p_1, k, v_1) wird damit

$$E_1 = \frac{c(v_1)}{2} \cdot [k - s(v_1)]^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43),$$

wobei aus Gleichung (42) für v_1 die entsprechende Funktion von p_1 eingeführt werden muss. Als Beispiel will ich den einfachen Fall auf-

führen (der übrigens nicht stark von der Wirklichkeit abweicht), wo c eine Konstante und nur s eine Funktion von v ist:

$$E_1 = \frac{p_1^2}{2c} \dots \dots \dots (44).$$

Beim Übergang von einem Aktivitätszustand zum anderen ist dann die für Aktivierung geleistete Arbeit:

$$A = E_2 - E_1 \dots \dots \dots (45).$$

Nehmen wir jetzt unseren tetanisierten Muskel wieder vor, so wissen wir, dass seine Spannkraft p zwischen bestimmten Grenzen rasche Oszillationen ausführt. Betrachten wir zunächst den Muskel als Ganzes oder machen wir, was auf dasselbe herauskommt, die Voraussetzung, dass alle Fasern des Muskels synchron oszillieren (wir kommen hierauf noch zurück), so wird während jeder Tetanusperiode eine Aktivierungsarbeit geleistet, wobei auf Grund von Gleichung (42) der Zusammenhang zwischen der beobachteten Schwankung der Spannkraft und der Schwankung des vitalen Faktors festgestellt werden kann. Die Schwankungen von p und daher auch die Schwankungen von v sind aber gegen die absoluten Werte von p und v so klein, dass wir sie praktisch als Differentiale betrachten dürfen. Dementsprechend ist auch die Aktivierungsarbeit eine kleine Grösse dE . Die Aktivierungsarbeit einer einzigen Tetanusperiode ist somit nach Gleichung (43)

$$dE = \left\{ \frac{[k - s(v)]^2}{2} \cdot \frac{dc(v)}{dv} - c(v) \cdot [k - s(v)] \cdot \frac{ds(v)}{dv} \right\} \cdot dv \quad (46).$$

Nun ist aber in Wirklichkeit, auch wenn man c nicht als Konstante gelten lassen will, doch immerhin $\frac{dc}{dv}$ so viel kleiner als $\frac{ds}{dv}$, dass wir uns ruhig auf das zweite Glied der rechten Seite der Gleichung (46) beschränken dürfen. Aus dem gleichen Grunde entnehmen wir der Gleichung (42) folgende Annäherung:

$$\frac{dp}{dv} = -c(v) \cdot \frac{ds'(v)}{dv} \dots \dots \dots (47)$$

und damit geht Gleichung (46) über in

$$dE = [k - s(v)] \cdot dp = \frac{p}{c(v)} \cdot dp \dots \dots \dots (48).$$

Wir hätten diese einfache Beziehung direkt aus Gleichung (44) ableiten können, hätten aber dabei die Voraussetzung machen müssen, c sei von v ganz unabhängig. Wir haben jetzt aber gesehen, dass

es genügt anzunehmen, dass mit wachsendem v die Grösse $s(v)$ sich viel stärker ändert als $c(v)$. Diese Voraussetzung trifft in der Tat nach den mir bekannten Versuchen (Weber, Fick) zu, während die erste doch schon eine grössere Beschränkung in sich fasst.

Nun müssen wir noch einmal auf die Oszillationen des gehaltenen Gewichtes zurückkommen. Beschränken wir uns wieder auf das erste Glied der Fourier'schen Reihe, so erhalten wir aus den Gleichungen (34) und (35)

$$\frac{P}{g} \cdot x = A_1 \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

und mit Hilfe von Gleichung (38)

$$\frac{P}{g} \cdot x = \frac{Ap}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \quad . \quad . \quad . \quad (50).$$

Hieraus erhält man die Amplitude der Bewegung des gehaltenen Gewichtes, wie folgt:

$$\delta x = \frac{Ap}{P} \cdot g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51).$$

Dies ist eine interessante Gleichung. Sie sagt aus, dass die Oscillationen, welche die gehaltene Last ausführt, um so grösser sind, 1. je grösser die relative Schwankung der Muskelkraft (Kraftamplitude) ist, und 2. je grösser die Periode des Tetanus ist. Während aber eine Verdoppelung der Kraftamplitude auch eine Verdoppelung der Exkursion der Last bedingt, so wird durch Verdoppelung der Tetanusperiode T die Exkursion der Last vervierfacht.

Haben wir bisher angenommen, dass alle Fasern eines Muskels synchron oszillieren, und nehmen wir eine Zahl von n unter sich gleichen Fasern an, so ist die Kraft der einzelnen Faser gleich $\frac{p}{n}$ und ihre Summe gleich p .

Weniger einfach werden die Verhältnisse, wenn wir die Voraussetzung des Synchronismus fallen lassen. Beibehalten wollen wir nur die Voraussetzung der Gleichheit der einzelnen Fasern unter sich, und wir werden damit wohl kaum von den tatsächlichen Verhältnissen abweichen. Die einzelnen Fasern numerieren wir mit 1, 2, ... k ... n . Wenn die Fasern unter sich gleich sind, so haben sie auch die gleiche Periode, aber nicht die gleiche Phase. Wir müssen daher für die einzelne Faser allgemein schreiben

$$P_k = A_o + \sum_{h=1}^{\infty} A_h \cdot \sin \left(\frac{2h\pi t}{T} + \alpha_k \right) \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

und wenn wir uns auf das erste Glied der Fourrier'schen Reihe beschränken

$$P_k = A_0 + A_1 \cdot \sin \left(\frac{2\pi t}{T} + \alpha_k \right) \quad . \quad . \quad . \quad (53).$$

Die Summe aber der von den einzelnen Fasern ausgeübten Kräfte muss die Gesamtkraft des Muskels sein:

$$\sum_{k=1}^n p_k = p$$

und mit Rücksicht auf die Gleichungen (39) und (53)

$$\begin{aligned} n \cdot A_0 + A_1 \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \cdot \sum_{k=1}^n \cos \alpha_k + A_1 \cdot \cos \frac{2\pi t}{T} \cdot \sum_{k=1}^n \sin \alpha_k \\ = P + \frac{p}{2} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T} \end{aligned} \quad (54).$$

Da diese Gleichung für alle Werte von p identisch erfüllt sein muss, so ergibt sich

$$n \cdot A_0 = P \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55),$$

$$A_1 \cdot \sum_{k=1}^n \cos \alpha_k = \frac{p}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (56),$$

$$\sum_{k=1}^n \sin \alpha_k = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (57).$$

Wir sehen, dass die Fasern sich zu gleichen Teilen in die Konstante A_0 teilen (selbstverständlich, da sie als unter sich gleich vorausgesetzt worden sind), d. h. die mittlere Kraft der einzelnen Muskelfaser ist stets gleich dem n -ten Teil der Last. Die Konstante A_1 dagegen ist von dem Grad der Abweichung vom Synchronismus abhängig. Auch sie ist für alle Fasern gleich gross, aber sie wird um so grösser, je mehr die α_k von Null abweichen, d. h. je weniger synchron die Fasern schwingen. Gleichung (57) bedeutet nur eine für uns weiter nicht wichtige Symmetriebedingung, welche erfüllt sein muss, damit die Gesamtkraft p des Muskels wirklich die Form (39) haben kann.

Hieraus ergibt sich folgendes: Nimmt man die Kraftamplitude der einzelnen Faser als etwas Gegebenes, so werden die Kraftamplituden des ganzen Muskels und damit auch die Exkursionen der Last um so kleiner, je mehr die einzelnen Fasern vom Synchronismus abweichen. Jede Hebung der Last bedingt eine bestimmte Muskelarbeit, während ihre Senkung vielleicht einen Gewinn, wahrscheinlich aber einen weiteren Verlust an Energie für den Muskel bedeutet. Jedenfalls ist der durch die Hebungen der

Last bedingte Energieverbrauch um so grösser, je häufigere und je grössere Exkursionen die Last ausführt. Weil wir über die Gewinne bzw. Verluste beim Senken der Last nichts Bestimmtes wissen, beschränken wir uns auf die durch die Hebungen bedingten Energieverluste und finden diese einer einzigen Tetanusperiode entsprechende Arbeitsgrösse für den ganzen Muskel nach Gleichung (51):

$$A = P \cdot \delta x = \Delta p \cdot g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \dots \cdot \dots \quad (58).$$

Die für diese kontinuierlichen Hebungen notwendige Leistung ist gleich dieser Arbeitsgrösse, dividiert durch die Zeit, in welcher sie geleistet wird, also

$$L = \frac{A}{T} = \frac{g \cdot T}{4\pi^2} \cdot \Delta p \cdot \dots \cdot \dots \quad (59),$$

d. h. die Leistung des Muskels beim Halten eines Gewichtes, soweit dieselbe in Hebungen der oszillierenden Last besteht, ist proportional der Kraftamplitude des gesamten Muskels und proportional der Periode des Tetanus.

Wäre der Muskel ein ruhiger elastischer Strang, so wäre die Kraftamplitude gleich Null, und damit würde auch $L = 0$. Ferner: führt die Last an einem elastischen Strang vertikale Oscillationen aus, so ist zwar auch jede Hebung mit einer Energieausgabe verbunden; diese Energiemenge wird aber beim Senken wieder in potentielle Energie der Spannung zurückverwandelt, und erst wenn sie sich durch innere und äussere Reibung erschöpft hat, kommt die Last zur Ruhe.

Nun erhebt sich die Frage: Kann unter diesen Umständen, d. h. mit Rücksicht auf die vertikalen Oszillationen der Last, die Aktivierung der einzelnen Muskelfaser während einer Tetanusperiode als eine isometrische aufgefasst werden? Sie kann es nur dann, wenn die der Kraftamplitude entsprechende Verkürzung der Faser bedeutend grösser ist als die Exkursion der Last.

Kehren wir für kurze Zeit zu den synchron oszillierenden Fasern zurück. Dann ist bei einer Anzahl von n Fasern und einer Kraftamplitude des ganzen Muskels von Δp die Kraftamplitude der einzelnen Faser gleich

$$\frac{\Delta p}{n}.$$

Schliessen wir schwache tetanisierende Reize aus, so dürfen wir mit Weber und Fick die Belastungskurve als eine Gerade an-

sehen. Wir haben dann in Gleichung (15) $a(v) = 0$ zu setzen und erhalten

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = c(v) \dots \dots \dots (60).$$

Multipliziert man diese Gleichung mit Gleichung (51), so kommt

$$\frac{\delta x}{\Delta x} = \frac{c(v)}{P} \cdot g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \dots \dots \dots (61).$$

Die Frage, ob eine isometrische Zustandsänderung angenommen werden darf, kann somit an Gleichung (61) exakt geprüft werden, indem der nach dieser Gleichung gefundene Wert von $\frac{\delta x}{\Delta x}$ ein kleiner Bruch sein muss, wie wir oben gesehen haben.

Nachdem dies festgestellt ist, lassen wir die Bedingung des Synchronismus fallen. Wir haben bereits konstatiert, dass die Kraftamplituden der einzelnen Fasern um so grösser sind (bei gegebener Kraftamplitude des gesamten Muskels), je mehr die einzelnen Fasern vom Synchronismus abweichen. Das Wachstum der Kraftamplitude ist aber kein unbegrenztes, wie es nach Gleichung (56) scheinen könnte. Es ist selbstverständlich, dass keine der Kräfte p_k jemals negativ werden kann. Damit ergibt sich aber aus Gleichung (53), dass A_1 nie grösser sein kann als A_0 . Es gilt also für die Konstante A_1 folgende Bedingung:

$$\frac{\Delta p}{2n} < A_1 < \frac{P}{n} \dots \dots \dots (62),$$

d. h. mit verschwindendem Synchronismus kann die Kraftamplitude der einzelnen Faser bis auf ihren $\frac{2P}{\Delta p}$ fachen Wert steigen bei gleichbleibender Kraftamplitude des gesamten Muskels. Daraus ergibt sich, dass das Verhältnis der Verschiebungen, welches über die Zulässigkeit der Voraussetzung der isometrischen Zustandsänderung bei der einzelnen Tetanusperiode entscheidet, von seinem ursprünglichen Wert beim Synchronismus

$$\frac{\delta x}{\Delta x} = \frac{c(v)}{P} \cdot g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \dots \dots \dots (61)$$

abnimmt bis auf

$$\frac{\delta x}{\Delta x} = \frac{p \cdot c(v)}{2P^2} \cdot g \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \dots \dots \dots (63).$$

Man sieht, dass die Bedingung um so leichter erfüllt ist, je mehr die Fasern vom Synchronismus abweichen.

Die Frage nach der Zulässigkeit der Voraussetzung von isometrischer Zustandsänderung bei der einzelnen Tetanusperiode lässt sich aber noch von einer anderen Seite angreifen. Wenn die Exkursionen der Last, wie gefordert wird, verschwindend klein sind gegen die Verkürzung, welche der aktivierte, aber isotonisch belastete Muskel erfahren würde, so muss auch die für die Oszillationen ausgegebene Energie verschwindend klein sein im Verhältnis zu der für die Aktivierungen verbrauchten. Und das ist tatsächlich der Fall. Man kann die Oscillationen der Last ausschalten, ohne den haltenden Muskel zu entlasten, wenn man den obersten Punkt der Last gegen den untersten Punkt eines festen Gegenstandes stützt. Natürlich ohne Druck, weil sonst die Grösse P vermehrt würde. Bilden die Oscillationen einen grossen Anteil an den Energieausgaben, so muss jetzt die Ermüdung geringer werden. In der Tat geben auch Laien, welche unsere Überlegungen nicht mitgemacht haben, an, die Ermüdung sei ein wenig geringer, aber jedenfalls nur kaum merklich.

Dabei ist allerdings nicht ausser acht zu lassen, dass das gehaltene Gewicht ausser den periodischen noch irreguläre Bewegungen ausführt, welche einer mangelhaften Periodizität der Muskelkraft ihre Entstehung verdanken. Man braucht nur an der Last einen Stift anzubringen, welcher auf eine berusste Trommel mit Zeitmarkierung schreibt, dann sieht man diese irregulären Schwingungen ohne weiteres, wenn auch die periodischen wegen sehr kleiner Amplitude nicht sichtbar werden. Man kann aus der erhaltenen Kurve mit Hilfe der Zeitmarken auch leicht die für die Hebungen nötige Leistung berechnen.

Wenn nun die Ausschaltung der kleinen periodischen und zudem noch der grösseren aperiodischen Hebungen eine kaum merkbare Ersparnis an Muskelenergie ermöglicht, da sie doch nur mit einem besonderen Kunstgriff zur Not demonstriert werden kann, so muss die auf die Zustandsänderungen entfallende Leistung eine weit grössere sein.

Berechnen wir nach Gleichung (48) die für Zustandsänderung der einzelnen Muskelfaser während einer Tetanusperiode verbrauchte Energie, so erhalten wir für den synchronen Tetanus

$$dE = \frac{P \cdot \Delta p}{n \cdot c(v)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (64),$$

während für den nicht synchronen Tetanus der Wert dieser Energie ansteigen kann bis auf

$$dE = \frac{2 P^2}{n \cdot c(v)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (65).$$

Für den ganzen Muskel erhalten wir also für alle Tetanusarten vom rein synchronen bis zum völlig unregelmässigen

$$\frac{P \cdot \Delta p}{c(v)} < dE < \frac{2 P^2}{c(v)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (66).$$

Der Verlust an Energie beim Halten eines Gewichtes ist also für die einzelne Tetanusperiode um so grösser, je mehr die Fasern unter sich vom Synchronismus abweichen. Die für diese Aktivierungen nötige Leistung erhält man wiederum durch Division der Energie der Einzelaktivierung durch die Periode des Tetanus

$$\frac{P \cdot \Delta p}{T \cdot c(v)} = < L < \frac{2 P^2}{T \cdot c(v)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (67).$$

Eine Betrachtung, welche eigentlich unter die zuerst behandelten Gleichgewichtsprobleme gehört hätte, verlege ich hier an den Schluss meiner Ausführungen, weil sie erst nach gewonnener Übersicht über das ganze behandelte Gebiet und gewissermaassen als Schlussfolgerung hier am Platze ist.

Wir haben für den Zusammenhang zwischen Belastung, Aktivierung und Länge eines Muskels verschiedene Gleichungen verwendet, welche sich indes auf zwei Haupttypen zurückführen lassen. Alle Vereinfachungen, welche wir uns gestattet und deren Berechtigung wir begründet haben, werden aus diesen zwei Typen erhalten, sei es durch Ersatz einer Funktion durch eine Konstante, sei es durch Nullsetzen einer Konstanten bzw. Funktion.

Wenn dabei für den Zusammenhang zwischen den genannten Grössen beim ausgeschnittenen überlebenden Muskel der gleiche Typus von Gleichungen Anwendung finden konnte, wie beim lebenden, vom Zentralnervensystem abhängigen Muskel, so liegt dies nicht in einem innern Zusammenhang der beiden Probleme begründet, sondern bloss darin, dass eben dieser Typus von Gleichungen möglichst einfach und innerhalb der Experimentalfehlergrenzen hinreichend genau ist. Dass ein innerer Zusammenhang nicht besteht, geht schon daraus hervor, dass im ersten Fall eine Zwangsläufigkeit der zwei vitalen Faktoren unter sich (oder vielleicht die Konstanz des einen) im zweiten Fall dagegen die Zwangsläufigkeit des zweiten

vitalen Faktors mit der Belastung die Reduktion der unabhängig Variablen auf zwei gestattet.

Auch die Form der geometrischen Flächen, welche diesen Zusammenhang in beiden Fällen veranschaulichen, ist eine merklich verschiedene, wie bereits auf S. 26 ff. ausführlich erörtert wurde.

Die auf den lebenden Muskel anwendbaren Flächen (x, p, u) beruhen auf der Voraussetzung, dass von den zwei vitalen Faktoren der eine die gewollte Verkürzung des Muskels regiert, der andere aber zwangsläufig mit dem angehängten Gewicht verbunden ist.

Eine sehr wichtige, für den Praktiker vielleicht heute die allerwichtigste Anwendung der theoretischen Muskelmechanik ist in der modernen Frakturlehre gegeben. Ein Knochenbruch, bei dem nicht bedeutende Periostteile unversehrt sind, zeigt verschiedenartige Dislokationen der Fragmente. Die grössten Schwierigkeiten stellt die *Dislocatio ad longitudinem* der Korrektur entgegen. Der Grund hierfür liegt in der reflektorischen Aktivierung der Muskeln des gebrochenen Gliedes. Daraus erklärt sich die Überlegenheit der Extensionsverbände über alle anderen Methoden.

Trotz der Einführung der Extensionsbehandlung in die Behandlung der Knochenbrüche kann den Chirurgen der Vorwurf nicht erspart bleiben, dass durch Vernachlässigung der wirklichen mechanischen Verhältnisse die Extensionsbehandlung eine falsche Richtung eingeschlagen hat.

Was helfen aber alle Kenntnisse in der Physiologie, wenn sie vom Kliniker nicht verwertet werden? Suchen wir daher die physiologische Erklärung der Tatsache, dass bei den bisherigen Extensionsmethoden die Aufhebung der Verkürzung so schwierig war und so auffallend hohe Belastung erforderte.

Zuppinger, dem das bleibende Verdienst gehört, nach Percival Pott zuerst wieder mit Konsequenz auf die Bedeutung der Muskelentspannung in der Frakturbehandlung hingewiesen zu haben, stützt sich auf das Weber'sche Gesetz und hat damit wohl insofern recht, als von den einschlägigen Experimenten das Weber'sche am leichtesten verständlich und am ehesten noch allgemein bekannt ist. Aber genau genommen, gehört das Weber'sche Gesetz nicht hierher.

Denn die Tatsache, dass die Grösse $\frac{dp}{dx}$ mit zunehmender Belastung wächst, haben die Gebrüder Weber nur für den ruhenden Muskel bewiesen. Für den tetanisierten Muskel haben im Gegenteil sowohl

die Weber wie A. Fick gezeigt, dass die Belastungskurve eine gerade Linie, somit $\frac{dp}{dx}$ konstant, d. h. von der Belastung unabhängig ist.

Wir haben aber gezeigt, dass die geometrische Oberfläche, welche die Beziehungen zwischen Länge des Muskels, Belastung und Aktivierung zum Ausdruck bringt, für den lebenden Muskel eine ganz andere ist als für den ausgeschnittenen, weil hier eine andere Zwangsläufigkeit der unabhängig Variabeln auftritt.

Nun müssen wir uns die Frage vorlegen: Kann die aus den Chauveau'schen Versuchen abgeleitete Fläche (x, p, u) auf den Muskel im Extensionsverband Anwendung finden? Streng genommen kann sie es nicht, weil die Voraussetzung der Zwangsläufigkeit zwischen dem zweiten vitalen Faktor und der Belastung nicht mehr in der gleichen Weise erfüllt ist.

Im Chauveau'schen Experiment ist der erste vitale Faktor der Wille, den Muskel auf eine bestimmte Länge einzustellen; der zweite vitale Faktor erzwingt bei gegebener Belastung den Gleichgewichtszustand. Gehen wir aber zu der Extensionsbehandlung über, so tritt ein neues Moment hinzu, die reflektorische Aktivierung der Muskeln. Man drückt dies auch mitunter so aus, dass man sagt, am gebrochenen Gliede sei der Tonus gesteigert. Die erste Ausdrucksweise gefällt mir besser, weil sie nichts präjudiziert, während man unter Tonus doch leicht etwas Beschränkteres verstehen könnte. Man kann sich z. B. vorstellen, dass bei der Fraktur der vitale Faktor u einfach um einen bestimmten Betrag erhöht ist. Das würde vielleicht etwa dem „erhöhten Tonus“ entsprechen. Es ist dagegen sehr wahrscheinlich, dass auch die Reflexerregbarkeit am gebrochenen Gliede erhöht ist, so dass jede Belastung beide vitalen Faktoren beeinflusst. Es werden also sehr wahrscheinlich beide vitalen Faktoren Funktionen der Belastung, ohne indessen ihre Natur als Funktionen des Willens und des Schmerzreflexes einzubüssen.

Dadurch wird allerdings der Zusammenhang kompliziert und unübersichtlich, aber die Vorgänge entziehen sich trotzdem nicht unserer Beurteilung.

Würde man nämlich die Chauveau'sche Fläche (x, p, u) für anwendbar erklären, so bestände der Satz zu Recht, dass der Differentialquotient $\frac{dp}{dx}$ mit wachsender Belastung zunimmt. Fügen wir

aber hierzu die neuen Tatsachen, dass die Grösse $\frac{dp}{dx}$ nicht nur durch den erhöhten Tonus durchweg erhöht, sondern dass hauptsächlich der Einfluss der Belastung p auf die Grösse $\frac{dp}{dx}$ infolge der gesteigerten Reflexerregbarkeit ein noch grösserer wird, so geht daraus hervor, dass nun der Differentialquotient $\frac{dp}{dx}$ mit wachsender Belastung noch rascher zunehmen muss, als dies bei Gültigkeit der Fläche (x, p, u) der Fall gewesen wäre.

Wir sind daher berechtigt, den Satz auszusprechen:

„Am gebrochenen Gliede wächst die für eine gewollte Verlängerung der Muskeln notwendige Belastung weit rascher als die gewollte Verlängerung. Die Belastungskurven der Muskeln werden durch den Knochenbruch beträchtlich stärker konvex gegen die Achse der Verlängerungen, d. h. die Zunahme der für bestimmte Verlängerungen nötigen Belastungen wächst mit zunehmender Belastung noch rascher als dies ohnehin beim normalen Muskel schon der Fall ist.“

Die ungeheuere Tragweite dieser Tatsache für die Therapie der Frakturen leuchtet ohne weiteres ein.

Sehen wir nun unsere Formeln näher an, so erkennen wir, dass wir nicht alle in derselben vorhandenen Grössen gleich leicht beeinflussen können. Es erhellt aber ohne weiteres, dass die Belastung immer kleiner werden muss, wenn es gelingt, das x zu verkleinern, d. h. wenn man ein Glied in eine solche Lage bringt, dass der durch die Fraktur hyperaktivierte Muskel möglichst kurz wird. Dass dies in geradezu idealer Weise erreichbar ist, hat Zuppinger sowohl theoretisch (allerdings nur unter Verwendung des Weber'schen Gesetzes) als hauptsächlich praktisch in glänzender Weise bewiesen¹⁾.

Wir haben ferner die Energieverluste besprochen, welche der Muskel bei Halten von Gewichten erleidet, und wenn auch Heidenhain nachgewiesen hat, dass die Wärmespesen beim ermüdeten Muskel kleiner sind als beim frischen, so bleibt doch die kontinu-

1) Ausser der zitierten Arbeit Zuppinger's vgl. Christen, Frakturbehandlung usw. Münch. med. Wochenschr. 1909 Nr. 48, allwo sich noch eine Reihe weiterer Literaturangaben finden.

ierliche Energieausgabe beim dauernd hochbelasteten Muskel noch hoch genug, um schwere Degenerationserscheinungen in dem auf diese Weise misshandelten Organ hervorzurufen, wie dies auch klinisch erwiesen ist.

Diese praktischen Anwendungen der physiologischen Ergebnisse gehören vielleicht nicht streng in den Rahmen dieses theoretischen Aufsatzes hinein. Aber sie sind so interessant und praktisch von so ungeheurer Tragweite, dass es wohl nichts schadet, wenn auch am Schluss einer theoretischen Erörterung die Fruchtbarkeit der Theorie für die Praxis noch besonders hervorgehoben wird.

Schlussätze.

1. Die Länge eines Muskels ist abhängig von der Belastung und der Aktivierung.

2. Die Aktivierung ist im allgemeinen das Resultat der Wirkung zweier vitaler Faktoren.

3. Für manche Probleme besteht zwischen zweien von den Veränderlichen eine Zwangsläufigkeit, so dass in diesen Fällen die Annahme eines einzigen vitalen Faktors gerechtfertigt ist.

4. Der Zusammenhang zwischen der Länge des Muskels, der Belastung und dem vitalen Faktor wird mit Vorteil durch eine geometrische Fläche dargestellt. Die Form dieser Fläche ist für die verschiedenen Probleme verschieden. Hierin liegt der Beweis dafür, dass man mit zwei vitalen Faktoren zu rechnen hat, während die abgekürzte Rechnung mit einem einzigen vitalen Faktor nur durch die jeweilige Zwangsläufigkeit ermöglicht wird. Je nach der verschiedenen Art dieser Zwangsläufigkeiten ändert sich die Form der genannten Fläche.

5. Die wichtigste Eigenschaft dieser Fläche ist das Verhalten der Grösse $\frac{dp}{dx}$, d. h. des Differentialquotienten der Belastung nach der Länge. Diese Grösse wächst beim ausgeschnittenen ruhenden Muskel mit der Belastung. Dieses Wachstum verliert sich aber mit zunehmender Aktivierung (Weber, Fick).

Im Gleichgewichtszustand am normalen, d. h. unverletzten Gliede wächst diese Grösse mit zunehmender Belastung unabhängig von der Stellung des Gliedes (Chauveau).

6. Eine hervorragende Bedeutung erlangt diese Zunahme der Grösse $\frac{dp}{dx}$ mit zunehmender Belastung am gebrochenen Gliede, erstens, weil hier die Zunahme eine noch bedeutend stärkere ist, als unter normalen Verhältnissen, und zweitens weil sich daraus eine völlige Umgestaltung der Therapie der Frakturen ergibt.

7. Die beim Halten einer Last in konstanter Lage geleistete Arbeit des Muskels kommt teils auf Rechnung der Oszillationen der Last, teils auf Rechnung der Zustandsänderungen im Tetanus. Die erste Quelle des Energieverbrauches ist gegenüber der zweiten von untergeordneter Bedeutung. Daraus ergibt sich, dass die periodischen Zustandsänderungen im Tetanus als isometrische aufzufassen sind.

8. Die Arbeit der Zustandsänderungen im Tetanus lässt sich berechnen, falls die Voraussetzung eines vollkommenen Synchronismus zwischen den einzelnen Fasern zu Recht besteht.

Sie lässt sich zwischen zwei Grenzen einschliessen, wenn diese Voraussetzung dahinfällt.

9. Je mehr die Fasern unter sich vom vollkommenen Synchronismus abweichen, desto grösser wird, *ceteris paribus*, der durch Zustandsänderungen im Tetanus verursachte Energieverlust des Muskels.
