

## Bemerkung zur Nichteuklidischen Geometrie.

Von

MAX SIMON in Straßburg i. E.

Der Festschrift für Kummer von 1891 füge ich das Folgende hinzu. Der Bertrandsche Beweis des Parallelenaxioms beruht auf der Annahme, daß der Winkel als bestimmter Bruchteil der Ebene größer ist als der Streifen, der ein verschwindender ist. Als Streifen gilt dabei das Stück der Ebene zwischen zwei Geraden,\* die auf derselben dritten senkrecht stehen. Daß die Annahme für die imaginäre Geometrie falsch ist, folgt daraus, daß wenn man den Parallelwinkel zu  $\frac{1}{2}d$  mit  $\varphi$ , den zu  $d$  mit  $\psi$  bezeichnet, der Streifen den zweifachen Winkel  $180 - 2\varphi$  um die verschwindende, weil endliche Größe  $2(\pi - 2\varphi)$  übertrifft. Der scheinbare Widerspruch, daß der Streifen zugleich ein bestimmter und ein unendlich kleiner Bruchteil der Ebene sei, läßt sich dadurch, daß, wenn man den Streifen längs seines Abstandes verschiebt, nur die Abschnitte zwischen den beiden Parallelen im Abstände der Distanz zu  $90 - \psi$  zur realen Deckung gelangen, bezw. dadurch daß die sämtlichen reellen Punkte der einen nur einem endlichen Kontinuum der andern zugeordnet sind, oder kürzer dadurch, daß alle koaxialen Nichtschneidenden sich im selben imaginären Punkte schneiden. Um es ganz deutlich auszudrücken, bei der Streifenverschiebung decken sich Flächenstücke, deren Inhalte von der Breite unabhängig und gleich dem Maximaldreieck sind.

Straßburg i. E., Oktober 1911.