

### **3. Interferenz der Röntgenstrahlen und Kristallstruktur, von R. Glocker.**

(Auszug aus der Münchener Inauguraldissertation.<sup>1)</sup>)

(Hierzu Tafel IV u. V.)

#### § 1. Einleitung.

Kurze Zeit nach der bedeutsamen Entdeckung von Friedrich, Knipping und Laue<sup>2)</sup>, daß der Durchgang eines Röntgenstrahlbündels durch einen Kristall Anlaß zu Interferenzerscheinungen gibt, wurde von Herrn E. Wagner der Gedanke ausgesprochen, einen derartigen Interferenzstrahl auszublenzen und auf einen zweiten, gleich orientierten Kristall derselben Art zu leiten. Ein auf diese Weise erhaltenes Kristallphotogramm, das wir fernerhin kurz als „sekundäres“ Photogramm bezeichnen werden, kann sich vom „primären“ Photogramm, wie es unter Benützung der gewöhnlichen Röntgenstrahlen erhalten wird, in dreierlei Weise unterscheiden:

1. beide Photogramme stimmen vollkommen überein,
2. einige Punkte fehlen auf dem sekundären Bild,
3. kein einziger Punkt ist auf dem sekundären Bild sichtbar.

Je nach dem Ausfall des Versuches lassen sich folgende Aufschlüsse über die Natur der vom Kristall ausgesandten Strahlung gewinnen:

1. Eine vollkommene Identität beider Photogramme würde beweisen, daß die vom Kristall ausgehende Strahlung schon in der Primärstrahlung enthalten ist, sowie daß alle Interferenzpunkte in bezug auf die Natur der Strahlung untereinander vollkommen gleichwertig sind. Unter diesen Umständen hätte auch eine von anderer Seite ausgesprochene Deutung der

1) Die Veröffentlichung dieser Ostern 1914 abgeschlossenen Arbeit wurde durch militärische Einberufung des Verfassers verzögert.

2) Sitzungsber. d. Bayr. Akad. d. Wissensch. 1912. p. 303.

Interferenzmaxima als einer selektiven Zerstreuung der Primärstrahlen in kristallographisch ausgezeichneten Richtungen (so genannten Kristallschächten) bedeutend an Wahrscheinlichkeit gewonnen. Nach dieser Hypothese müßte jeder vom Kristall ausgehende Strahl genau denselben Charakter besitzen wie der von der Röntgenröhre kommende Primärstrahl.

2. Würde sich das sekundäre Bild von dem primären durch das Fehlen verschiedener Punkte unterscheiden, so wäre dies ein sicherer Beweis dafür, daß es sich um die Interferenzerscheinungen *verschiedener*, in dem primären Bündel enthaltener *Wellenlängen* handelt. Alle Punkte, welche nicht mit der ausgesandten Wellenlänge übereinstimmen, müßten auf dem sekundären Photogramm fehlen; das Aussehen desselben wäre wesentlich abhängig von der Wahl des auszublendenden Interferenzstrahls. Ein derartig „selektiver“ Charakter des sekundären Photogramms wäre somit ein direkter, experimenteller Beweis für die Richtigkeit der von Laue aufgestellten Theorie.

3. Das negative Ergebnis, daß auf dem sekundären Bild keine Schwärzungsmaxima sichtbar sind, würde die Vermutung nahelegen, daß die vom Kristall ausgehende Strahlung eine Fluoreszenzstrahlung der den Kristall aufbauenden Atome ist. Nach der Stokesschen Regel, die bekanntlich auch im Gebiet der Röntgenstrahlen gilt, ist zur Erregung einer Fluoreszenzstrahlung eine Primärstrahlung von etwas größerer Härte erforderlich; es ist daher nicht zu erwarten, daß die in einem Kristall  $K_1$  angeregte Eigenstrahlung einen zweiten Kristall  $K_2$  derselben Art wieder zur Aussendung von Eigenstrahlung veranlaßt. Jedoch könnte im Fall 3 immerhin der Einwand der Unterexposition geltend gemacht werden.

Von den drei gemeinsam mit Herrn E. Wagner unternommenen Kristallversuchen wurde ein Steinsalzversuch schon früher von ihm veröffentlicht<sup>1)</sup> (Referat auf der 85. Naturforscherversammlung 1913), während die beiden anderen Steinsalzversuche in dieser Arbeit aufgeführt sind.

---

1) E. Wagner, Physik. Zeitschr. 14. p. 1232. 1913.

## I. Teil.

### § 2. Versuchsanordnung.

Für den Aufbau der Versuchsanordnung waren folgende Gesichtspunkte maßgebend:

1. Die zu erwartenden großen Expositionszeiten ließen es wünschenswert erscheinen, gleichzeitig zwei Versuche nebeneinander ausführen zu können.

2. Die photographischen Platten mußten durch einen allseitig geschlossenen Bleikasten vor der direkten Strahlung der Röhre, sowie vor den am Boden und an den Wänden des Zimmers entstehenden Sekundärstrahlen vollkommen geschützt werden.

3. Die Öffnungsweite des auszublendenden Strahlenbündels war bestimmt durch zwei (sich entgegenstehende) Forderungen: die Vermeidung allzu großer Divergenzen im Bündel verlangte möglichst kleine Blendenöffnungen, während andererseits aus Intensitätsgründen ein Herabgehen unter einen bestimmten Minimalwert nicht angängig erschien.

4. Es mußte eine Einrichtung geschaffen werden, die es ermöglichte, während eines Dauerversuchs eine etwa unbrauchbar gewordene Röntgenröhre durch eine andere auswechseln zu können, um mit dieser die begonnene Exposition fortzusetzen.

5. Vorversuche hatten gezeigt, daß eine exakte Ausblendung eines Interferenzstrahls nur dann möglich ist, wenn der Ausgangspunkt der Strahlung seine Lage im Raum nicht ändert. Auch die geringen Wanderungen des Brennflecks, die beim Härterwerden der Röhre während des Betriebs häufig auftreten, hatten sich als äußerst störend erwiesen.

Die Forderungen 4 und 5 wurden erfüllt durch Montieren der Röhre auf Holzschlitten, die Verschiebungen nach drei Richtungen gestatteten, sowie durch Aufstellung der unten näher beschriebenen Bleifadenkreuze, die die richtige Lage des Brennflecks ein für allemal genau fixierten. Jede mittels der Fadenkreuze beobachtete Wanderung des Brennflecks wurde durch entsprechende Verschiebung der Röhre auf den Schlitten kompensiert.

### Beschreibung der Einzelteile.

*Die Bleifadenkreuze.* Ein Kriterium zur Erkennung jeder Brennfleckwanderung läßt sich leicht auf folgende Weise gewinnen: Die richtige Lage des Brennpunktes (*A* in Fig. 1) ist

definiert als Schnitt von irgend zwei beliebigen Strahlenbündeln, z. B.  $AF_1$  und  $AF_2$ . Auf zwei in  $F_1$  und  $F_2$  befindlichen Fluoreszenzschirmen erscheint das durch die Öffnungen  $O_1$  und  $O_1'$  erzeugte Bild der Brennellipse; vor jedem Fluoreszenzschirm war ein Bleifadenkreuz so angebracht, daß bei richtiger Stellung des Brennflecks der Schatten des Kreuzes auf dem Schirm genau durch den Schwerpunkt der hellen Ellipse ging.

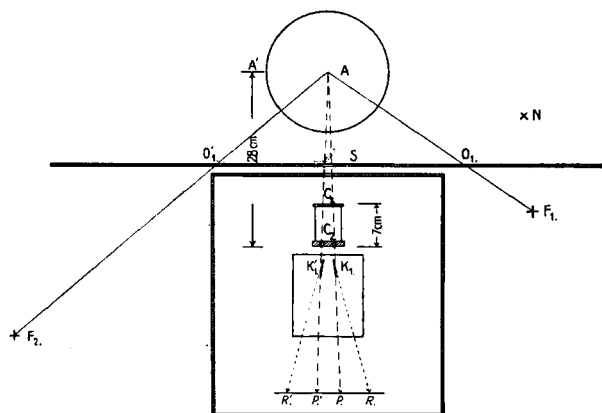


Fig. 1. Lageplan.

*Die Doppelblende.* Entsprechend der oben unter 1. aufgestellten Forderung (gleichzeitige Ausführung zweier Versuche) mußten zwei Strahlenbündel von der gleichen Öffnungsweite ausgeblendet werden. Es erschien nützlich, zunächst durch eine Blende  $C_1$  (Fig. 1) die von der Glaswand der Röhre ausgesandte Sekundärstrahlung abzuhalten und dann erst in einigem Abstand eine zweite, engere Blende  $C_2$  aufzustellen, die dann die eigentliche Begrenzung der den Kristall treffenden beiden Strahlenbündel bildete. Beide Blenden  $C_1$  und  $C_2$  durften natürlich ihre gegenseitige Lage nicht ändern; deshalb wurde die Vorrichtung zur Ausblendung beider Strahlen durch je zwei Blenden so ausgeführt, daß sie aus einem Stück bestand: ein 55 mm langes Messingrohr von 40 mm Durchmesser, das auf einem Dreifußstativ horizontal befestigt war, war an beiden Enden mit Bleischeiben verschlossen, deren Dicke 4 mm bzw. 8 mm betrug. In diese Scheiben wurden zwei schiefe Kanäle so hineingebohrt, daß die Verlängerungsrichtungen der Boh-

rungen sich in einem von  $C_1$  um 21 cm entfernten Punkt  $A$  (Ort der Antikathode) schnitten. Die Bohrlöcher befanden sich auf dem horizontalen Durchmesser der beiden Scheiben, so daß die ausgeblendeten Strahlen in einer Horizontalebene verliefen. Als sehr wesentlich für das Gelingen der Versuche erwies sich die passende Wahl der Durchmesser der Bohrungen. In dem Bestreben, möglichst parallele Strahlen zu erhalten, wurden zunächst die Öffnungen sehr klein gewählt, nämlich 1,2 mm bei  $C_1$  und 0,7 mm bei  $C_2$ . Die für primäre Aufnahmen nötigen Expositionszeiten waren jedoch so groß, daß mehrmals eine Erweiterung der Bohrlöcher vorgenommen wurde, so daß die endgültigen Werte 2,8 bzw. 1,8 mm betrugen. Mit diesem Gewinn an Intensität war zwar der Umstand verknüpft, daß die benützten Strahlenbündel nunmehr aus ziemlich divergenten Strahlen bestanden. Es wird jedoch später gezeigt werden, daß diese Divergenzen sich keineswegs als störend erwiesen haben.

*Der Kristalltisch.* Die Aufstellung der vier Kristalle auf einer Messingplatte, die auf einem mit drei Stellschrauben versehenen Dreifuß ruhte, garantierte eine größere Stabilität der Anordnung, als wenn jeder einzelne Kristall auf einem besonderen Stativ (Goniometer) angebracht worden wäre. Dadurch, daß die Unterlagscheiben dieser drei Stellschrauben ebenso wie der Dreifuß der Doppelblende, mit Wachskitt auf einer Marmorplatte ange kittet wurden, wurde erreicht, daß das System Doppelblende-Kristalltisch auf äußere Einwirkungen (z. B. Erschütterungen) nur als Ganzes reagieren konnte. Diese Unverrückbarkeit der einzelnen Teile gegen einander war insofern äußerst wichtig, als bei der geringsten Änderung der Stellung der Doppelblende gegenüber den Kristallen  $K_1$  und  $K_1'$  der Winkel, unter dem die Primärstrahlen auf die Kristalle  $K_1$  und  $K_1'$  auftrafen, geändert worden wäre; dann wäre der seine Richtung entsprechend ändernde Interferenzstrahl durch die 1,8 mm weite Blende  $O$  bzw.  $O'$  (Fig. 2) nicht mehr hindurchgegangen. Der zwischen den beiden Kristallpaaren  $K_1$  bzw.  $K_1'$  und  $K_2$  bzw.  $K_2'$  befindliche Bleischirm  $LMN$  diente zweierlei Zwecken: erstens sollte dadurch der Primärstrahl sowie alle sonstigen Interferenzstrahlen außer  $R$  und  $R'$  abgehalten werden, und zweitens sollte die 1,8 mm große Öffnung bei  $O$  bzw.  $O'$  die Divergenz des auf die hinteren Kristalle  $K_2$

bzw.  $K_2'$  geleiteten Interferenzstrahls etwas einschränken. Die Aufstellung mittels drei kleiner Messingspitzen bei  $L, M, N$ , die in drei auf der Messingplatte festgekittete Unterlagscheibchen paßten, ermöglichte ein leichtes Abnehmen des Schirms, wenn die Kristalle aufgesetzt und eingestellt wurden, und garantierte zugleich nach dem Wiederaufsetzen ein exaktes Erreichen der alten Stellung. — Um die Unverrückbarkeit der

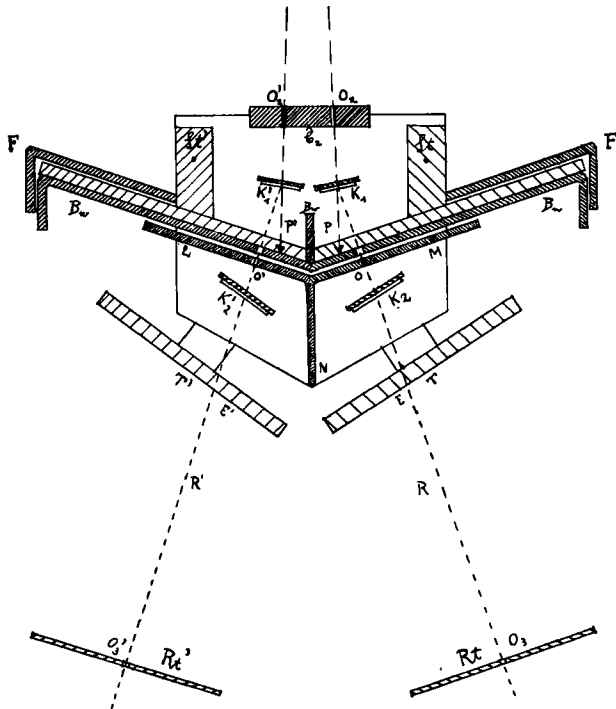


Fig. 2. Aufsicht ( $\frac{1}{8}$  nat. Größe).

photographischen Platten gegenüber den hinteren Kristallen  $K_2$  und  $K_2'$  zu sichern, schien es ratsam, die Plattenträger  $T$  und  $T'$  je mittels eines Messingarmes an der Tischplatte zu befestigen.

*Innerer Bleischutz.* Obgleich der eigentliche Versuchsraum, in dem sich Doppelblende und Kristalltisch befanden, durch einen Bleikasten von 3 mm Wandstärke, sowie durch einen Bleischirm vor jeder direkten und indirekten Röntgen-

strahlung geschützt war, trat doch bei den langen Expositionszeiten eine ziemlich starke Beschleierung der photographischen Platten auf. Deshalb wurden die Platten mitsamt den hinteren Kristallen mit einem weiteren Bleighäuse umgeben (in Fig. 2 ist nur die Vorderwand *Bw* gezeichnet). Den Bleischirm *LMN* als Vorderwand des Bleikastens auszubilden, erschien nicht ratsam, weil die beiden Blenden *O* und *O'* — der empfindlichste Teil der Versuchsanordnung — vor jeder Lagenänderung unbedingt bewahrt werden mußten. Zur Erhöhung der Stabilität war die Bleiwand *B<sub>w</sub>* unten mit einer Messingleiste verstärkt; durch zwei Bohrungen bei *St* und *St'*, in die zwei auf der Platte des Kristalltisches angelötete Stifte hineinpaßten, wurde ein Erreichen der alten Stellung beim Wiederaufsetzen garantiert, wenn die Bleiwand zwecks Einstellung der vorderen Kristalle abgehoben werden mußte. Wie Fig. 2 zeigt, waren die Ränder der Bleiwand nach hinten umgebogen, so daß eine Art von Falz entstand; das übrige Bleighäuse konnte mittels eines Holzschlittens von hinten so hereingeschoben werden, daß zwei der Seitenwände genau in diesen Falz hineinpaßten. Zwei in die Hinterwand gebohrte Öffnungen erlaubten den Interferenzstrahlen *R* und *R'*, einen ungehinderten Austritt, um zu verhüten, daß dieselben beim Auftreffen auf Blei Sekundärstrahlung erzeugen könnten.

*Das Justieren der Blenden O und O' (Fig. 2).* Auf der der Röhre zugekehrten Fläche *OM* bzw. *O'L* wurde eine photographische Platte, mit Schichtseite gegen das Blei, derart befestigt, daß sie mit zwei dort angebrachten Stiften zum Anschlag kam. Während der  $\frac{1}{4}$ stündigen Exposition wurde durch wiederholte Beobachtungen an den Fadenkreuzen die Konstanz des Brennflecks auf der Antikathode kontrolliert. Nach der Entwicklung und Trocknung wurden die Platten wieder mit den Stiften zum Anschlag gebracht und dann die Stelle der Schwärzung auf dem Bleischirm bezeichnet; die Richtigkeit der hierauf vollzogenen Bohrung wurde durch eine Aufnahme mit Röntgenstrahlen geprüft.

*Die photographischen Platten.* Um die großen Expositionszeiten tunlichst herabzusetzen, wurde experimentell untersucht, durch welche Mittel ein möglichst großer Bruchteil der gesamten Strahlungsenergie in photographisch wirksame Energie umgewandelt werden könnte. Als Resultat dieser Vorversuche ergab

sich eine Erhöhung der Schichtdicke der photographischen Platten; der hierdurch erzielte Gewinn an Schwärzung wurde photometrisch auf das  $1\frac{2}{3}$ fache bestimmt (verglichen mit einer gleichzeitig exponierten gewöhnlichen Röntgenplatte). Die anfangs häufig auftretende Beschleierung dieser extra dicken Platten, deren Herstellung wir dem lebenswürdigen Entgegenkommen des Herrn Dr. Hauff (Feuerbach) verdanken, ließ sich durch zweckmäßige Entwicklung vermeiden. Bei den Kristallaufnahmen wurden mehrere Platten dicht hintereinander in einem Messingrahmen eingespannt; nach dem Entwickeln wurden sie in der gleichen Weise wieder aufeinandergelegt, so daß sich beim Hindurchsehen die Schwärzungen addierten und mit ausgeruhtem Auge sogar äußerst geringe Schwärzungseindrücke sicher identifiziert werden konnten.

### § 3. Versuche mit Steinsalz.

Um festzustellen, welche Expositionszeiten bei den beabsichtigten Kristallversuchen angewandt werden mußten, wurde folgender Versuch mit Gipskristallen angestellt: Da nach den Mitteilungen verschiedener Autoren das von der Hauptspalfläche des Gipses bei streifender Inzidenz reflektierte Röntgenstrahlbündel beträchtliche Intensität besitzt, so wurden bei  $K_1$  und  $K_2$  (Fig. 2) zwei Gipsspalstücke so aufgestellt, daß ihre Spaltflächen von den Strahlen  $P$  bzw.  $R$  je unter einem Winkel von  $6\frac{1}{2}^\circ$  getroffen wurden. Nach 14stündiger Exposition war auf der hinter  $K_2$  befindlichen photographischen Platte gerade noch der sehr schwache Schwärzungseindruck des an der Spaltfläche von  $K_2$  reflektierten Strahles erkennbar; von sonstigen Punkten war keine Spur zu sehen.

Statt die Versuche mit Gips bei längerer Expositionsdauer zu wiederholen, schien es nützlicher, zu einem der regulären Klasse angehörigen Kristall überzugehen, bei dem sich eine Berechnung der auf dem sekundären Photogramm sichtbaren Punkte leichter ausführen ließ. Bei der in Fig. 2 gezeichneten Orientierung der Steinsalzkristalle  $K_1$  und  $K_1'$  zeichneten sich fünf Interferenzpunkte durch besonders starke Schwärzung aus<sup>1)</sup>; die Winkel zwischen Primärstrahl und einer Würfel-  
fläche betragen

---

1) Vgl. Tafel IV, Nr. 1.



bei  $K_1$   $9^\circ 03'$  und bei  $K_1'$   $8^\circ 40'$

„  $K_2$   $7^\circ 01'$  „ „  $K_2'$   $9^\circ 22'$ .

Die Einstellung der Kristalle erfolgte auf optischem Weg.

#### Resultate.

Nach 11stündiger Exposition waren außer der sehr starken Schwärzung des direkt durch den Kristall gegangenen Strahls  $R$  bzw.  $R'$  auf jeder Platte noch je zwei schwache kreisförmige Schwärzungen I und II und je neun elliptische Schwärzungsflecken zu beobachten; von den letzteren waren einige sehr stark, während mehrere von ihnen nur beim Aufeinanderlegen der drei Platten erkannt werden konnten. Die kreisförmigen Schwärzungen konnten leicht durch Bestimmung ihrer Lage identifiziert werden: das eine Paar I rührte her von dem Primärstrahl  $P$  bzw.  $P'$ , der in dem 3 mm dicken Bleischirm<sup>1)</sup>  $LMN$  noch nicht vollkommen absorbiert worden war, während das andere Paar II durch eine Sekundärstrahlung der Ränder der Blendenlöcher  $O_2$  bzw.  $O_2'$  (Fig. 2), die durch die Öffnungen  $O$  und  $O'$  dringen konnte, verursacht worden war. Durch eine Vergleichung der Platten mit den „primären“ Photogrammen, die in möglichst gleicher Orientierung der Kristalle aufgenommen wurden, konnten sämtliche elliptische Schwärzungen als echte Interferenzpunkte identifiziert werden. Ein Blick auf die Fig. 5a und 5b, sowie 6a und 6b, die eine graphische Darstellung der auf den photographischen Platten sichtbaren Punkte geben, zeigt sofort, daß das „sekundäre“ Photogramm ausgesprochen „selektiven“ Charakter besitzt und daß also der ausgeblendete Interferenzstrahl unmöglich wesensgleich mit dem Primärstrahl sein kann. Die in der Einleitung unter 1. und 3. diskutierten Annahmen von einer Zerstreuung der Primärstrahlung in kristallographisch ausgezeichneten Richtungen bzw. von einer Eigenstrahlung der den Kristall aufbauenden Atome oder Moleküle sind also auf Grund dieses Versuchsergebnisses zu verwerfen. Dagegen wird durch den „selektiven“ Charakter des Photogramms zunächst *qualitativ* die Richtigkeit der zuerst von Laue aufgestellten Theorie experimentell bewiesen, daß nämlich die verschiedenen Punkte auf den Photogrammen von *verschiedenen* im Primärstrahl enthaltenen *Wellenlängen* herrühren. Im folgenden wird gezeigt

1) Der innere Bleischutz  $B_0$  war bei diesen Versuchen noch nicht vorhanden.

werden, daß das experimentelle Resultat aber auch *quantitativ* bis in die kleinsten Einzelheiten mit dem von der Interferenztheorie geforderten Ergebnis übereinstimmt.

#### Berechnung der Photogramme.

Nach den in den Arbeiten von Wulff<sup>1)</sup>, W. H. und W. L. Bragg<sup>2)</sup> entwickelten Anschauungen können die Richtungen der von einem Kristall ausgehenden Interferenzstrahlen dadurch gefunden werden, daß man sich das primäre Strahlenbündel an allen möglichen Netzebenen des dem Kristall zugrundeliegenden Raumgitters reflektiert denkt: Wird eine Ebene (Netzebenenabstand  $d$ ) von einem Strahlenbündel unter dem Winkel  $\psi$  getroffen ( $\psi$  = Winkel zwischen Strahl und Normale), so wird nur eine einzige Wellenlänge (und deren Submultipla) reflektiert, die der Beziehung genügt

$$(1) \quad n \cdot \lambda = 2 d \cdot \cos \psi,$$

wobei  $n = 1, 2 \dots$  zu setzen ist. Der für  $n = 1$  aus dieser Formel berechnete Wert wird fernerhin als „Grundwellenlänge“ bezeichnet werden, entsprechend die für  $n = 2$  bzw.  $n = 3$  sich ergebenden Werte als 1. bzw. 2. Oberton. Obgleich diese Reflexionsauffassung in mancher Beziehung<sup>3)</sup> dem physikalischen Sachverhalt nicht in dem Maße entspricht wie die Interferenztheorie, so ist sie doch den folgenden Ausführungen deshalb zugrunde gelegt worden, weil auf ihr eine sehr einfache graphische Methode der Indizesbestimmung beruht: es ist nicht nur möglich, aus dem erhaltenen Photogramm die für die Berechnung der Wellenlängen notwendigen *genauen* Werte der Winkel des Primärstrahls zu bestimmen, sondern auch für eine gegebene Orientierung des Kristalls von vorneherein das zu erwartende Photogramm zu konstruieren.

Die Berechnung der Photogramme gliederte sich in zwei Teile:

1. Zunächst wurde für jeden Punkt auf dem Photogramm bestimmt, welcher Netzebene ( $n_1, n_2, n_3$ ) derselbe zuzuordnen ist.

1) Phys. Zeitschr. 14. p. 217. 1913.

2) Proc. of the Roy. Soc. 88. p. 428. 1913.

3) Z. B. liegt der Grund dafür, daß Netzebenen mit niedrigen Indizes so starke Interferenzmaxima liefern an ihrem geringen spektralen Auflösungsvermögen (Lorentz) und nicht — wie W. L. Bragg auf Grund seiner Reflexionsanschauung vermutete — in der dichteren Besetzung mit Molekülen bzw. Atomen.

2. Hierauf wurde aus Formel (1) die ihm zukommende Grundwellenlänge berechnet.

1. Das von W. L. Bragg<sup>1)</sup> zur Bestimmung der Indizes angegebene graphische Verfahren beruht auf folgendem Satz: „Der geometrische Ort für alle von „tautozonalen“ Ebenen reflektierte Strahlen ist die Mantelfläche eines Kegels, dessen Spitze in dem Punkt liegt, in dem der Kristall vom Primärstrahl getroffen wird, dessen Achse die betreffende Zonenachse bildet und dessen Öffnungswinkel gleich dem Winkel zwischen Primärstrahl und Zonenachse ist.“ („Tautozonal“ heißen bekanntlich die einer kristallographischen Zone angehörenden Ebenen, d. h. solche Ebenen, die sich in parallelen Kanten schneiden.)

I. Die Art und Weise der Indizesbestimmung möge zunächst an einem einfachen Beispiel noch etwas eingehender behandelt werden: Ein Steinsalzspaltstück war so aufgestellt, daß der in einer Würfelebene verlaufende Primärstrahl mit den beiden anderen Würfelebenen Winkel von  $17^\circ$  ( $= \neq \varphi$  in Fig. 3) bzw.  $73^\circ$  bildete. Denken wir uns ein im Kristall festes Koordinatensystem, dessen drei Achsen den drei Würfelkanten parallel gehen, so ist aus Fig. 3 ersichtlich, daß nur der Zonenkegel, dessen Achse die X-Achse ist, von einer parallel zum Kristall aufgestellten photographischen Platte in einer Kreisfigur geschnitten wird. Nach dem Vorgang von W. L. Bragg sind jedoch unter Benützung einer stereographischen Projektion auch die übrigen Kegelschnitte in den Figuren als Kreise gezeichnet worden.

Von den vielen möglichen Zonenachsen genügt es, die in der XY-Ebene und XZ-Ebene liegenden zu zeichnen. Da durch die Indizes das Verhältnis der Koordinaten jedes auf der betreffenden Zonenachse gelegenen Punktes gegeben ist, so hat der Punkt  $M_1$  (Fig. 3), in dem z. B. die Zonenachse  $[210]$  die von dem Kristall  $K$  um  $A$  cm entfernte photographische Platte  $G$  trifft, von  $M_0$  (Treffpunkt der X-Achse) einen Abstand  $= A/2$  (gemessen in Richtung der Y-Achse). Indem man in den Aus-

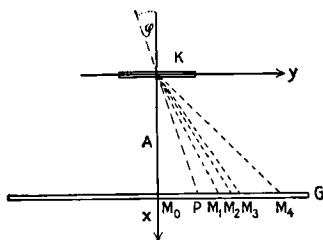


Fig. 3.

1) Proc. of the Roy. Soc. 89. p. 248. 1913.

druck  $K/h \cdot A$  für  $K$  und  $h$  der Reihe nach die einfachsten ganzen Zahlen einsetzt, erhält man die Schnittpunkte der übrigen in der  $XY$ -Ebene liegenden Zonenachsen.

In ähnlicher Weise findet man die auf der  $Z$ -Achse liegenden Schnittpunkte der in der  $XZ$ -Ebene verlaufenden Zonenachsen. In Fig. 4, deren Zeichenebene der Ebene der photographischen Platte entspricht, bedeutet  $M_0$  wieder den Treffpunkt der  $X$ -Achse und  $P$  den Durchstoßpunkt des Primärstrahls; die Entfernung  $PM_0$  ist aus Fig. 3 ersichtlich  $r = A \cdot \operatorname{tg} \varphi$ .

Den um  $M_0$  mit Radius  $r$  beschriebenen Kreis wollen wir fernerhin als „Hauptkreis“ bezeichnen, da er der wichtigen Zone [100] entspricht und bei den meisten Aufnahmen die weitaus intensivsten Interferenzpunkte enthält. Außer den auf dem Hauptkreis gelegenen Punkten sind sämtliche Punkte bestimmt, als Schnitt von zwei Zonenkreisen, deren Mittelpunkte auf der  $Y$ - bzw.  $Z$ -Achse liegen und die alle durch  $P$  zu ziehen sind. Die dem Schnittpunkt zukommenden Indizes ( $\eta_1, \eta_2, \eta_3$ ) berechnen sich aus den Symbolen der beiden Zonenkreise nach bekannten kristallographischen Formeln.

Zur Bestimmung der Punkte auf dem Hauptkreis dient folgende zuerst von Wulff<sup>1)</sup> angegebene Konstruktion: Alle diesem Zonenkreis angehörenden Netzebenen stehen senkrecht auf der  $YZ$ -Ebene; zieht man durch  $M_0$  eine Anzahl Gerade von solcher Richtung, daß ihre Achsenabschnitte in sehr einfachen Zahlenverhältnissen zu einander stehen, so erhält man damit direkt die Spuren der wichtigsten Netzebenen. Das Lot von  $P$  auf diese Spuren schneidet den Hauptkreis in den gesuchten Interferenzpunkten. Da die Achsenabschnitte der Ebenennormalen den Indizes direkt proportional sind, genügt es bei der Konstruktion, unter Weglassung der Spuren, durch  $P$  alle möglichen Richtungsgeraden mit einfachen Achsenverhältnissen zu zeichnen. Diese Methode der Richtungsgeraden kann auch auf die übrigen Punkte angewandt werden; für die praktische Anwendung hat sich eine Kombination dieser Methode mit der der Zonenkreise als sehr nützlich erwiesen; es werden nur die wichtigsten Zonenkreise gezeichnet (da durch die Zeichnung sämtlicher Zonenkreise die Übersichtlichkeit der Figur stark beeinträchtigt wird) und dann werden auf ihnen durch Ziehen der Richtungsgeraden durch  $P$  die

1) Physik. Zeitschr. 14. p. 217 u. 783. 1913.

betreffenden Punkte bestimmt. Fig. 4 zeigt die Konstruktion der wichtigeren Punkte<sup>1)</sup> in  $\frac{3}{4}$  natürlicher Größe (Winkel  $\varphi = 17^\circ$ , Plattenabstand  $A = 32$  mm). Die Tatsache, daß die Einfallsebene eine Symmetrieebene des Kristalls ist, bewirkt, daß mit Ausnahme der der Y-Achse angehörigen Punkte immer zwei gleichwertige zu dieser Achse symmetrisch gelegene Punkte auftreten.

II. Wir wollen nun zu dem Fall übergehen, wo der Primärstrahl nicht mehr in einer Würfelebene verläuft; die eben erwähnte Symmetrie der Photographie ist dann nicht mehr vorhanden. Dieser Fall läßt sich dadurch realisieren, daß der in Fig. 3 gezeichnete Kristall um die nunmehr „raumfest“ gedachte Y-Achse um einen Winkel  $\delta$  gedreht wird; eine derartige Drehung um die Y-Achse soll fernerhin kurz als „Neigung“ bezeichnet werden. Im Fall I (ohne Neigung) betragen die Richtungskosinus des Primärstrahls mit der Y, X-Achse

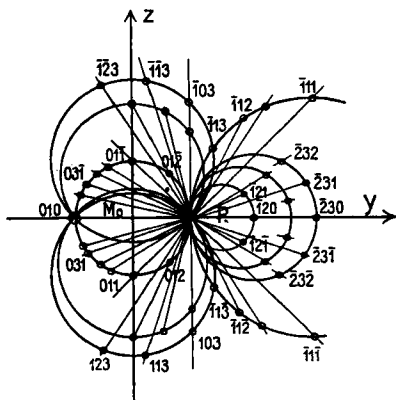


Fig. 4.

$$(2a) \quad \begin{cases} \cos(PX) = \alpha_0 = \cos \varphi, & \cos(PY) = \beta_0 = \sin \varphi, \\ \cos(PZ) = \gamma_0 = 0. \end{cases}$$

Im Fall II benützen wir als Koordinatensystem  $(X', Y', Z')$  wieder die drei Würfelkanten des nunmehr „geneigten“ Kristalls. Die Richtungskosinus des Primärstrahls gegenüber diesen Achsen berechnen sich aus bekannten Formeln der analytischen Geometrie und lauten

$$(2b) \quad \begin{cases} \alpha_0 = \cos \varphi \cos \delta \\ \beta_0 = \sin \varphi \\ \gamma_0 = -\cos \varphi \sin \delta. \end{cases}$$

Auf einer zum Kristall parallelen Platte im Abstand  $A$  hat dann der Primärpunkt  $P$  die Koordinaten:

1) Die bei jedem Punkt angeschriebenen Zahlen bedeuten die Indizes der ihm entsprechenden Netzebene.

$$(3) \quad \begin{cases} y' = \frac{A}{\alpha_0} \beta_0 = \frac{A \operatorname{tg} \varphi}{\cos \delta} \\ z' = \frac{A}{\alpha_0} \gamma_0 = -A \operatorname{tg} \delta. \end{cases}$$

Die verschiedenen Kreismittelpunkte liegen wie im Fall I. auf den Spuren der Würfflächen, d. h. auf der  $Y'$  und  $Z'$ -Achse; dagegen hat der Primärpunkt  $P$  eine Senkung in vertikaler Richtung um den Betrag  $h = A \cdot \operatorname{tg} \delta$  erfahren. Die Verbindungslinie von  $P$  mit (010) ist jetzt nicht mehr ein Durchmesser des Hauptkreises; die sehr geringe Änderung des Hauptkreisradius  $r$  darf vernachlässigt werden. Um ein solches Photogramm mit Neigung zu konstruieren, hat man also in einem rechtwinkligen Achsenkreuz einen Punkt  $P$  mit obigen Koordinaten einzutragen und dann genau wie im Fall I weiter zu verfahren.

Der Unterschied zwischen einer „symmetrischen“ Aufnahme und einer „geneigten“ Aufnahme ist klar ersichtlich aus den beiden Photogrammen<sup>1)</sup> Nr. 3 und Nr. 4 auf Tafel V. (Der Einfluß einer sehr geringen Neigung äußert sich am stärksten bei einer Vergleichung der Abstände der Punkte (01 $\bar{2}$ ) und (012) vom Primärpunkt.)

2. Mit Hilfe dieser nunmehr bekannten Indizes berechnet sich der Reflexionswinkel  $\psi$  der Röntgenstrahlen an der betreffenden Netzebene aus der Gleichung

$$(4) \quad \cos \psi = \frac{\alpha_0 \eta_1 + \beta_0 \eta_2 + \gamma_0 \eta_3}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}}$$

und der Netzebenenabstand

$$(5) \quad d = \frac{a}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}},$$

wobei  $a$  die Kantenlänge des Elementarwürfels bedeutet.

Somit ergibt sich aus (1) die Endformel für  $n = 1$

$$(6) \quad \lambda_0 = \frac{\alpha_0 \eta_1 + \beta_0 \eta_2 + \gamma_0 \eta_3}{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \cdot 2a$$

eine Gleichung, die auch unmittelbar aus den Laueschen Formeln folgt.

---

1) Die elliptische Gestalt des „Hauptkreises“ rührt davon her, daß bei diesen Aufnahmen die photographische Platte senkrecht zum Primärstrahl aufgestellt war.

Im Fall I ( $\gamma_0 = 0$ ) bewirkt das Fehlen des 3. Index im Zähler, daß die zur Y-Achse symmetrischen Punkte die gleiche Wellenlänge haben, während sie im Fall II<sup>1)</sup> einen Wellenlängenunterschied besitzen von

$$\Delta\lambda_0 = \left| \frac{2 \cos \varphi \sin \delta \eta_3}{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \right| \cdot 2a.$$

Da  $\Delta\lambda_0$  dem Index  $\eta_3$  direkt proportional ist und da im Allgemeinen die Punkte, deren Richtungsgerade mit der Z-Achse geringe Winkel bilden, relativ großes  $\eta_3$  besitzen, so werden sich bei ihnen auf den „sekundären“ Photogrammen derartige Verschiedenheiten in der Wellenlänge bei geringer Neigung am ehesten bemerkbar machen; auf Fig. 5b ist z. B.  $1\bar{2}2$  außerordentlich deutlich zu sehen, während  $1\bar{2}\bar{2}$  vollständig fehlt.

Die in Formel (6) ausgesprochene Forderung, daß jeder Punkt auf dem Photogramm nur von einer einzigen Wellenlänge bzw. deren Obertönen erzeugt wird, läßt sich nun durch Berechnung der primären und sekundären Steinsalzphotogramme einer *quantitativ* genauen experimentellen Prüfung unterziehen.

#### Quantitative Auswertung der Steinsalzaufnahmen.

Die Bestimmung der drei zur Konstruktion der Photogramme nötigen Größen 1. Plattenabstand  $A$ , 2. Winkel der „Drehung“  $\varphi$ , 3. Winkel der „Neigung“  $\delta$ , geschah in folgender Weise:

1. Nach Beendigung der Daueraufnahme wurde vor der Abnahme der Platten der Abstand  $A$  zwischen Kristall und der vordersten der photographischen Platten mit einer Schublehre so genau als möglich gemessen.

2. Unter Benützung dieses Wertes  $A$  wurde aus dem auf der Platte gemessenen Radius  $r$  des Hauptkreises der Winkel  $\varphi$  berechnet (aus  $\lg \varphi = r/A$ ).

3. Der sehr geringe Neigungswinkel  $\delta$  wurde mit Hilfe einer kleinen Konstruktion gefunden, durch welche zunächst die Senkung des Primärpunktes unter die Y-Achse, die nach Gleichung (3)  $h = A \lg \delta$  beträgt, ermittelt wurde.

---

1) Vgl. Gl. (2b).





Tabelle I.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
A. $\bar{1}\bar{2}\bar{2}$	75,9	B. 011	76,0
133	75,9	010	162,0
$\bar{1}\bar{1}\bar{3}$	77,7	02 $\bar{1}$	66,8
$\bar{1}\bar{1}\bar{3}$	72,2	01 $\bar{1}$	86,0
		021	62,8

Ein Blick auf Tabelle I zeigt, daß alle Wellenlängen sich gruppieren um zwei charakteristische Werte, die im Verhältnis 1 : 2 stehen, nämlich um etwa 75,5 und 151. Die vom vorderen Kristall  $K_1'$  ausgesandte Wellenlänge  $\lambda_0$  kann in derselben Einheit (2a) ausgedrückt werden, da ja beide Kristalle dasselbe Raumgitter besitzen. Da für  $K_1' \neq \varphi = 8^\circ 40'$  war, so ergibt sich

$$\text{für } n = 1 \quad \lambda_0 = \sin 8^\circ 40' \cdot 2a = 151 \cdot 2a \cdot 10^{-3},$$

$$\text{für } n = 2 \quad \frac{\lambda_0}{2} = 75,5 \cdot 2a \cdot 10^{-3}.$$

Dies sind aber genau die charakteristischen Werte von oben.

Das Prinzip der „Selektivität“ des sekundären Photogramms beruht also darauf, daß nur die Punkte sichtbar sind, die nahezu mit der ausgesandten Wellenlänge  $\lambda_0$  bzw.  $\lambda_0/2$  deren ersten Oberton übereinstimmen. Im Anschluß daran erhebt sich sofort die Frage: Wie genau muß die Übereinstimmung mit  $\lambda_0$  bzw.  $\lambda_0/2$  sein, damit der betreffende Punkt auf dem sekundären Photogramm erscheint? Zur Beantwortung dieser Frage berechnen wir die prozentuale Abweichung der dem einzelnen Punkt zukommenden Grundwellenlänge von den Werten für  $\lambda_0$  bzw.  $\lambda_0/2$ .

Tabelle II.

Index	Abweichung in %	Index	Abweichung in %
A. $\bar{1}\bar{2}\bar{2}$	0,5% von $\lambda_0/2$	B. 011	0,7% von $\lambda_0/2$
133	0,5% „ „	010	7,3% „ „ $\lambda_0$
$\bar{1}\bar{1}\bar{3}$	3,0% „ „	02 $\bar{1}$	11,5% „ „ $\lambda_0/2$
$\bar{1}\bar{1}\bar{3}$	4,3% „ „	01 $\bar{1}$	13,9% „ „
		021	16,8% „ „

Die berechneten Abweichungen stimmen mit dem experimentellen Befund sehr gut überein: Denn aus Fig. 5b, in der die Schwärzungsverhältnisse der einzelnen Punkte auf der photographischen Platte durch verschieden große Kreise dargestellt sind, ist ersichtlich, daß z. B.  $1\bar{1}3$  (Abweichung 4,3%) nicht so stark geschwärzt ist als  $1\bar{1}\bar{3}$  (Abweichung 3%); ferner muß der sehr intensive Punkt  $1\bar{2}\bar{2}$  sich nur wenig von  $\lambda_0/2$  unterscheiden, was tatsächlich durch die Rechnung in Tabelle II bestätigt wird. Vor einer weiteren Diskussion der in Tabelle II enthaltenen Resultate möge zunächst noch für alle übrigen, auf der primären Aufnahme bei mäßig langer Expositionszeit sichtbaren Punkte die Grundwellenlänge berechnet und in folgender Tabelle zusammengestellt werden:

Tabelle III.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
$1\bar{3}0$	50,1	$10\bar{3}$	102,0
$1\bar{3}\bar{1}$	46,4	113	102,0
$1\bar{3}1$	44,6	$11\bar{3}$	107,0
$1\bar{3}\bar{3}$	27,9	123	91,5
$1\bar{3}3$	24,7	$12\bar{3}$	95,8
$1\bar{2}0$	132,0	$13\bar{3}$	79,1
$1\bar{2}\bar{1}$	112,0	115	40,7
$1\bar{2}1$	109,0	$11\bar{5}$	44,4
$1\bar{2}\bar{2}$	71,4	135	40,6
$1\bar{2}3$	49,5	$13\bar{5}$	43,5
$1\bar{2}\bar{3}$	45,2	$11\bar{5}$	32,4
103	95,7	$115$	28,7

*Divergenzeinfluß:* Diejenigen Punkte in Tabelle III, die sich den charakteristischen Werten am meisten nähern, sind  $1\bar{2}2$  und  $13\bar{3}$ . Ihre Abweichung von  $\lambda_0/2$  beträgt 5,3% bzw. 4,8%; sie ist also größer als die der sämtlichen in Tabelle IIA zusammengestellten Punkte. Daß die in Tabelle IIB enthaltenen Punkte trotz relativ sehr großer Abweichungen doch schwach auf dem sekundären Photogramm sichtbar wurden, erscheint zunächst sehr merkwürdig. Ein Blick auf das Photogramm Nr. 1 Tafel IV zeigt jedoch, von welcher überragenden Intensität die Punkte 010, 011 usw. schon auf der primären Aufnahme sind; ferner ist zu bemerken, daß der Punkt  $13\bar{3}$ ,

der auf Photogramm Nr. 1 nur schwach sichtbar ist, auf dem sekundären Photogramm ebensogut zu sehen ist wie 021. Es geht daraus hervor, daß bei monochromatischem Röntgenlicht die Intensität der Interferenzstrahlen um so größer ist, je niedriger die Indizes der entsprechenden Netzebene sind. Derartige Erscheinungen sind in einer während der Ausführung dieser Versuche erschienenen theoretischen Arbeit von P. Debye<sup>1)</sup> folgendermaßen erklärt worden:

1. Das spektrale Auflösungsvermögen der einzelnen Netzebenen ist nicht gleich groß, sondern wächst mit zunehmendem Wert der Indexquadratsumme  $S$  (Lorentz).

2. Infolge der Wärmebewegung ist jeder Interferenzstrahl geschwächt um den Betrag  $e^{-\text{const. } S}$  (Debye).

Auch bei den späteren Aufnahmen nehmen die Punkte der Abteilung B immer eine Ausnahmestellung ein, insofern sie bei relativ großen Abweichungen immer noch schwach auf dem sekundären Photogramm erscheinen, während sich für alle übrigen Punkte eine bestimmte obere Grenze der Abweichung angeben läßt, etwa  $\pm 4\frac{1}{2}\%$ , jenseits deren die Punkte nicht mehr erscheinen. Der Wert von  $4\frac{1}{2}\%$  deckt sich annähernd mit dem Divergenzbereich des benützten Röntgenstrahlbündels, wie er sich unter Annahme eines 8 mm großen Brennflecks aus den Dimensionen der Blenden und aus dem Abstand der Antikathode von den Blenden ergibt. Eine Berechnung des Brennflecks aus den bei den Fadenkreuzaufnahmen erhaltenen Ellipsen liefert einen etwas größeren Wert für den Brennfleckdurchmesser; aus der Schwärzungsverteilung in den Ellipsen ist ersichtlich, daß die Ränder des Brennflecks lange nicht so stark strahlen wie der zentrale Teil. Auf die Wirkung derartig peripherer Strahlen von relativ geringer Intensität ist zweifellos das Erscheinen der Punkte 01 $\bar{1}$  und 021 zurückzuführen.

Unter Vorwegnahme der Resultate der folgenden Versuche läßt sich über den Divergenzeinfluß folgender Erfahrungssatz aussprechen: „Punkte, deren Indexquadratsumme größer als 5 ist, erscheinen bei der benützten Versuchsanordnung und einer Expositionszeit von etwa 20 Stunden nur dann auf dem sekundären Photogramm, wenn ihre Abweichungen von der aus-

---

1) Ann. d. Phys. **43**, p. 84. 1914.

gesandten Wellenlänge bzw. deren Obertöne höchstens 4,5% betragen.“<sup>1)</sup>)

### Zweiter Steinsalzversuch.

Aus den auf bekannte Weise ermittelten Daten

$$A = 28 \text{ mm} \quad 2r = 6,9 \text{ mm} \quad \text{somit } \varphi = 7^{\circ} 01',$$

und  $\delta = 40'$  ergeben sich folgende Werte der Grundwellenlängen für die auf dem sekundären Photogramm (Fig. 6b) sichtbaren Punkte:

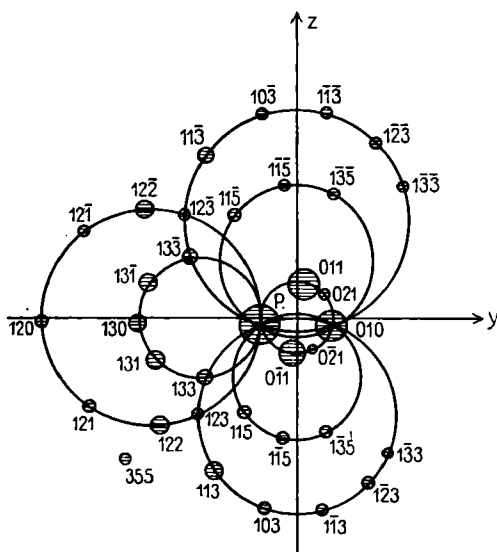


Fig. 6a. Primäres Photogramm.

Tabelle IV.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
A. 122	80,7
113	76,1
113̄	82,1
355	39,1
115	39,2
135̄	40,3
B. 011	66,5
011̄	55,5
010	122,0

Aus der Aufstellung des primären Kristalls ( $\varphi = 9^{\circ} 03'$ ) berechnet sich die ausgesandte Wellenlänge zu

$$\lambda_0 = 157 \cdot 2a \cdot 10^{-3} \text{ (Grundton)} \quad \text{für } n = 1.$$

$$\frac{\lambda_0}{2} = 78,5 \cdot 2a \cdot 10^{-3} \text{ (1. Oberton)} \quad \text{für } n = 2.$$

1) Die Punkte 010, 011 usw. sind auf den Photogrammen dem Primärpunkt am nächsten gelegen. Das durch einen konstanten Divergenzwinkel  $d\varphi$  der einfallenden Strahlen bedingte Wellenlängenintervall  $d\lambda/\lambda = \text{ctg } \varphi \cdot d\varphi$  ist bei ihnen daher relativ am größten; insofern ist die Grenze der Klassen A und B wesentlich abhängig von der Orientierung des Kristalls. Die Wahl von 5 als Grenze ist bis zu einem gewissen Grad willkürlich, da der Übergang von A nach B natürlicherweise ein kontinuierlicher ist.

$$\frac{\lambda_0}{3} = 52,3 \cdot 2a \cdot 10^{-3} \text{ (2. Oberton) für } n = 3.$$

$$\frac{\lambda_0}{4} = 39,25 \cdot 2a \cdot 10^{-3} \text{ (3. Oberton) für } n = 4.$$

In Tabelle IV finden sich Vertreter für den 1. Oberton (78,5) und den 3. Oberton (39,25), während der äußerst schwache Punkt 010 zweifellos durch den Grundton erzeugt worden ist.

Als Gegenstück folgt Tabelle V, welche die übrigen auf der primären Aufnahme (Fig. 6a) sichtbaren Punkte mit ihren Grundwellenlängen enthält:

Tabelle V.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
021	51,0
021	46,6
130	62,6
131	55,9
131	57,9
133	31,2
133	34,6
120	149,0
121	123,0
121	126,0
122	85,5
123	51,1
123	55,7
103	95,9
103	102,0
113	98,2
113	104,0
123	86,0
123	90,6
133	69,7
133	73,2
115	43,3
135	37,2
115	30,2
115	34,2

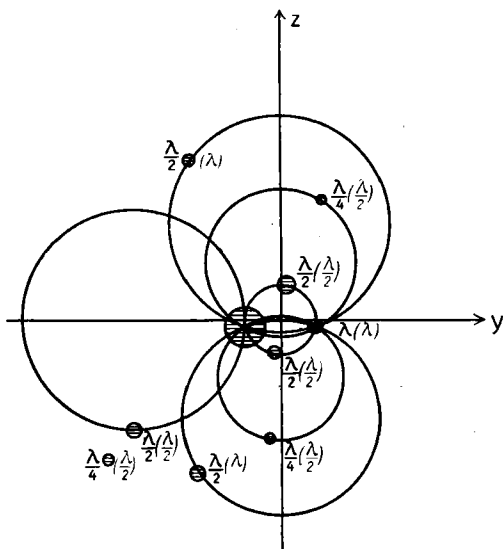


Fig. 6b. Sekundäres Photogramm.

Von diesen Punkten zeigen folgende die geringste Abweichung von den charakteristischen Werten  $\lambda_0$ ,  $\lambda_0/2$  usw.:

120	4,7 % von $\lambda_0$	123	2,3 % von $\lambda_0/3$
133	6,8 % von $\lambda_0/2$	135	5,1 % von $\lambda_0/4$

Dieses Ergebnis steht mit dem oben aufgestellten Erfahrungssatz über den Divergenzeinfluß durchaus im Einklang. Da der zweite Oberton sicher viel schwächer ist als der erste, so erscheint das Ausbleiben von Punkt 123 mit 2,3% Abweichung von  $\lambda_0/3$  wohl begreiflich. Dann ist jedoch zu er-

warten, daß alle auf dem sekundären Photogramm erschienenen Vertreter des dritten Obertons eine noch geringere Abweichung als 2,3% aufweisen; Tabelle VI lehrt jedoch, daß dies nicht der Fall ist.

Tabelle VI.

Index	Abweichung	Index	Abweichung
122	2,8% von $\lambda_0/2$	355	0,2% von $\lambda_0/4$
113	3,0% „ „	115	0,1% „ „
113	4,5% „ „	135	2,8% „ „

Fig. 6b zeigt, daß die berechneten Abweichungen mit den experimentell gefundenen Schwärzungsverhältnissen gut übereinstimmen; man vergleiche z. B. 113 mit 3% und 113 mit 4,5%.

Der Grund für die überraschende Tatsache, daß der dritte Oberton  $\lambda_0/4$  auf dem sekundären Photogramm vertreten ist, während die mit  $\lambda_0/3$  übereinstimmenden Punkte (s. Anm. p. 400) ausgeblieben sind — z. B. 130 beim I. Steinsalzversuch, Abweichung nur 0,4% von  $\lambda_0/3$  —, ist in strukturellen Besonderheiten des Steinsalzraumgitters zu suchen.

Wird statt des bisher angenommenen einfach kubischen Raumgitters, das sogenannte „flächenzentrierte“ Raumgitter eingeführt, so ist bei der Berechnung der Netzebenenabstände zu unterscheiden zwischen Ebenen mit lauter ungeraden oder mit gemischten Indizes. Für alle Ebenen der ersteren Klasse bleibt der Netzebenenabstand ungeändert, während er bei den Ebenen der letzteren Klasse zu halbieren ist. Sei also die Kantenlänge des Elementareppipeds

1. im einfach kubischen Gitter  $\bar{a}$

2. im flächenzentrierten Gitter  $\bar{a}'$

so ist der Netzebenenabstand der Würfelflächen ( $a$  bzw.  $a'$ )

im Fall 1.  $a = \bar{a}$ , im Fall 2.  $a' = \frac{\bar{a}'}{2}$ .

Dann lautet die Beziehung für den Netzebenenabstand  $d$  irgend einer Ebene mit gemischten Indizes, wenn  $p$  und  $q$  zwei beliebige Zahlenfaktoren bedeuten

im Fall 1.  $d = p\bar{a} = p a$  und im Fall 2.  $d = p \cdot \frac{\bar{a}'}{2} = p \cdot a'$ ,  
für eine Netzebene mit gänzlich ungeraden Indizes

im Fall 1.  $d = q\bar{a} = q a$  und im Fall 2.  $d = q\bar{a}' = 2 q a'$ .

Wählen wir, wie es bei der Berechnung der Tabellen geschehen ist, den Würfebenenabstand ( $a$  bzw.  $a'$ ) als Einheit, so haben wir also beim Übergang zum flächenzentrierten Gitter die Netzebenenabstände  $d$  aller Ebenen mit gänzlich ungeraden Indizes mit 2 zu multiplizieren. Die in Tabelle IV und V berechneten Wellenlängen sind dann in folgender Weise abzuändern:

Tabelle VII.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
A. 122	80,7	A. 185	80,7
113	152,0	B. 011	66,5
11 $\bar{3}$	164,0	0 $\bar{1}$ 1	55,5
355	78,3	010	122,0
1 $\bar{1}$ 5	78,4		

Tabelle VIII.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
021	51,0	103	95,9
0 $\bar{2}$ 1	46,6	10 $\bar{3}$	102,0
130	62,6	1 $\bar{1}$ 3	196,0
131	112,0	1 $\bar{1}$ $\bar{3}$	208,0
13 $\bar{1}$	116,0	1 $\bar{2}$ 3	86,0
133	62,5	1 $\bar{2}$ $\bar{3}$	90,6
13 $\bar{3}$	69,3	1 $\bar{3}$ 3	139,0
120	149,0	1 $\bar{3}$ $\bar{3}$	146,0
121	123,0	1 $\bar{1}$ 5	86,6
12 $\bar{1}$	126,0	135	74,5
12 $\bar{2}$	85,5	115	60,4
123	51,1	11 $\bar{5}$	68,4
12 $\bar{3}$	55,7		

Wie aus der Tabelle VII ersichtlich ist, bewirkt die Flächenzentrierung, daß die Wellenlängen der Punkte 355, 1 $\bar{1}$ 5, 1 $\bar{3}$ 5 nicht mehr mit  $\lambda_0/4$ , sondern mit dem ersten Oberton  $\lambda_0/2$  übereinstimmen. Der scheinbare Widerspruch, der darin lag, daß die mit dem zweiten Oberton  $\lambda_0/3$  übereinstimmenden

Punkte<sup>1)</sup> nicht erschienen sind, während die nächsthöhere Ordnung der Reflexion durch drei Punkte vertreten war, ist damit beseitigt; das Versuchsergebnis verlangt also die Annahme eines flächenzentrierten Raumgitters für die Struktur des Steinsalzkrystals.

Eine Berechnung des I. Steinsalzversuches unter Annahme eines flächenzentrierten Raumgitters bietet prinzipiell nichts Neues.

#### Zusammenfassung.

Die unter Benützung eines Interferenzstrahls als Strahlungsquelle aufgenommenen „sekundären“ Photogramme enthalten nur eine Auswahl der auf dem primären Photogramm sichtbaren Interferenzpunkte. Es wird durch Berechnung quantitativ genau nachgewiesen, daß nur diejenigen Punkte erschienen sind, die mit der ausgesandten Wellenlänge bzw. deren ersten Oberton übereinstimmen. Damit ist der experimentelle Beweis geliefert, daß die in einem Kristallraumgitter abgebeugte Röntgenstrahlung eine *monochromatische* Strahlung ist — monochromatisch in dem Sinn verstanden, daß außer einer Grundwellenlänge noch deren Obertöne darin vorkommen. Im Gegensatz hierzu kann das von der Röntgenröhre emittierte Strahlungsgemisch als *weißes* Röntgenlicht bezeichnet werden. Außerdem haben die Versuche gezeigt, daß zwischen Grundton und erstem Oberton keine erheblichen Intensitätsunterschiede bestehen, daß dagegen der Intensitätsabfall zum zweiten Oberton ganz bedeutend sein muß. Eine Erklärung für diese Erscheinung wird in § 7 gegeben werden.

Damit war die Möglichkeit gegeben, Röntgenstrahlen von einer bestimmten Wellenlänge in genügender Intensität zu erzeugen, um auf photographischem Weg die Struktur der Kristalle zu erforschen. Dieses Verfahren liefert eine direkte Vergleichung der Gitterkonstanten zweier Kristalle; hierzu ist es nur nötig, die von einem Kristall I ausgesandte Strahlung auf einen anders beschaffenen Kristall II zu leiten und dann das so entstandene Photogramm zu berechnen. Anwendungen dieser Methode auf die Bestimmung der Raumgitter von Sylvin, Bromkalium und Flußspat sind im zweiten Teil dieser Arbeit enthalten.

---

1) Bei dieser Vergleichung handelt es sich nur um Punkte der Abt. A. In Abt. B ist  $\lambda_0/3$  vertreten durch 011 (vgl. Tab. VII).



## II. Teil.

## § 4. Struktur des Sylvinraumgitters.

*Photographische Einstellung der Kristalle.* Bei den folgenden Versuchen ergab sich die Notwendigkeit, auch die hinteren Kristalle  $K_2$  und  $K_2'$  (Fig. 2) möglichst genau einstellen zu können; die Genauigkeit der bisher angewandten optischen Methode erwies sich nicht als ausreichend, insofern als der auf Grund des Photogramms berechnete Reflexionswinkel sich meist von dem optisch eingestellten Winkelwert um einen geringen Betrag unterschied, eine Tatsache, die auf die starke Abhängigkeit der optischen Reflexion von der lokalen Oberflächenbeschaffenheit der Kristalle zurückzuführen ist. Um auch die Einstellung der hinteren Kristalle durch Aufnahmen mit Röntgenstrahlen prüfen zu können, wurde in folgender Weise eine Vorrichtung geschaffen, die es gestattete, den Primärstrahl  $P$  genau in die Richtung zu leiten, in welcher später der ausgeblendete Interferenzstrahl  $R$  verlief. Um den Gang der Strahlen  $R$  und  $R'$  jederzeit optisch darstellen zu können, wurden in etwa 15 cm Entfernung von  $K_2$  bzw.  $K_2'$  zwei Messingtafeln aufgestellt und an den (photographisch ermittelten) Auftreffstellen der Strahlen  $R$  und  $R'$  zwei kleine Öffnungen  $O_3$  und  $O_3'$  eingbohrt. Hierauf wurde ein Glasplättchen mit aufge kittetem Bleidrahtkreuz an dem Träger  $T$  bei  $E$  so befestigt, daß ein in Richtung  $OO_3$  verlaufender Lichtstrahl genau durch die Kreuzmitte ging, so daß hierdurch die Richtung des Interferenzstrahles  $R$  durch zwei mit dem Kristalltisch fest verbundene Punkte ( $O$  und  $E$ ) definiert war. Hierauf wurde der Kristalltisch aus seinen an der Marmorplatte festgekitteten Unterlagsscheiben emporgehoben und auf neuen Unterlagsscheiben so lange gedreht und verschoben, bis auf einem hinter  $E$  befindlichen Fluoreszenzschirm der helle Kreis des durch  $O$  gehenden Primärstrahls von dem Schatten des Bleifadenkreuzes in der Mitte durchzogen war. Die Prüfung auf gleiche Helligkeit, d. h. der Nachweis, daß von den Blenden  $O$  der zentrale Teil des Primärstrahls ausgeblendet wurde, ließ sich mit dem Fluoreszenzschirm nicht ausführen, da auf demselben derartig geringe Helligkeitsunterschiede nicht mehr mit dem Auge erkannt werden konnten. Es wurde daher auf einer hinter  $E$  aufgestellten Platte das Bleifadenkreuz durch den die

Blinde  $O$  passierenden Primärstrahl photographiert und nachgesehen, ob der Kreis auf der Platte homogen geschwärzt war. Hierauf wurden die Unterlagsscheiben in der neuen Lage festgekittet; ganz analog vollzog sich die Einstellung für die Richtung  $O'R'$ . Der Kristalltisch konnte also jederzeit in drei Stellungen gebracht werden, nämlich außer der in Fig. 2 gezeichneten „Normalstellung“ noch in die beiden „Hilfsstellungen“, in denen der Primärstrahl in der Richtung  $R$  bzw.  $R'$  verläuft. Auf diese Weise konnten die Kristalle  $K_2$  und  $K_2'$  mit einem großen Grad von Genauigkeit eingestellt werden, indem die Winkel jedesmal aus der mit dem Primärstrahl in der „Hilfsstellung“ erhaltenen Aufnahme berechnet wurden.

*Bestimmung der ausgesandten Wellenlänge.* Da sich die theoretisch zu erwartenden Werte der Gitterkonstanten der zu vergleichenden Kristalle  $NaCl$  und  $KCl$  nur wenig von einander unterscheiden, war es von größter Wichtigkeit, die von dem vorderen Kristall ( $K_1$ ) ausgesandte Wellenlänge möglichst genau zu bestimmen. Nach der Formel  $n\lambda = 2d \sin \varphi$  ist der Fehler bei der Wellenlängenbestimmung proportional mit dem bei der Winkelbestimmung gemachten Fehler. Der Winkel  $\varphi$  (= Winkel zwischen Strahl und Ebene) unter dem der Primärstrahl an der Würfelfläche von  $K_1$  reflektiert wurde, ließ sich aus der Beziehung  $\operatorname{tg} \varphi = r/A$  um so genauer berechnen, je größer der Radius  $r$  des Hauptkreises war. Deshalb wurden die photographischen Platten etwa in einem Abstand  $A = 80$  mm von dem Kristall entfernt aufgestellt. Da die Platten zweimal in schwarzes Papier eingewickelt waren, konnte der Plattenabstand  $A$  nur mit einer Genauigkeit von etwa 1 bis 2 mm gemessen werden. Die Genauigkeit dieses gemessenen Wertes ließ sich jedoch mit Hilfe einer kleinen Konstruktion noch etwas verbessern. Nach der oben besprochenen graphischen Methode wurde unter Benützung dieses Wertes  $A$  der Ort der auf einer Geraden liegenden Punkte 230, 120,  $P$ , 010 (siehe Fig. 7a) konstruiert. Konnten beim Auflegen der photographischen Schicht auf die Zeichnung die Schwärzungsflecken mit diesen Punkten nicht zur Deckung gebracht werden, so wurde für einen um 1 mm verschiedenen Wert von  $A$  die Konstruktion wiederholt. Auf diese Weise konnte der Plattenabstand  $A$  bis auf weniger als 0,5 mm, d. h. auf etwa  $\frac{1}{2}\%$  genau bestimmt werden. Der Meßfehler bei der Bestimmung des Durchmessers

$2r$  des Hauptkreises auf dem Photogramm beträgt höchstens 0,2 mm, d. h. also etwa 1%, da bei der gewählten Orientierung  $2r = 21,6$  mm war. Falls beide Fehler in demselben Sinne wirken, so ergibt sich aus  $\operatorname{tg} \varphi = r/A$  im ungünstigsten Fall eine um 1,5 Proz. falsche Bestimmung von  $\sin \varphi$ ; der durchschnittliche Fehler bei der Bestimmung der ausgesandten Wellenlänge ist daher von der Größenordnung von 1%.

Die für die folgenden Versuche erforderliche „monochromatische“ Strahlung wurde geliefert durch die Reflexion des Primärstrahls an der Würfelfläche von Steinsalz ( $\text{NaCl}$ ) bzw. Sylvin ( $\text{KCl}$ ). Die Reflexionswinkel (= Winkel zwischen Strahl und Ebene) betrugen: bei Steinsalz:  $\varphi = 7^\circ 56'$ , bei Sylvin:  $\varphi = 7^\circ 28'$ . Werden die Netzebenenabstände der Würfelfläche bei Steinsalz mit  $a$ , bei Sylvin mit  $a'$  bezeichnet, so ergeben sich die ausgesandten Wellenlängen aus folgenden Beziehungen:

1. Steinsalz:

$$n\lambda = 2a \sin 7^\circ 56' = 0,138 \cdot 2a$$

Grundwellenlänge für  $n = 1$

$$\lambda_0 = 0,138 \cdot 2a$$

2. Sylvin:

$$n\lambda = 2a' \sin 7^\circ 28' = 0,130 \cdot 2a'$$

Grundwellenlänge für  $n = 1$

$$\lambda_0 = 0,130 \cdot 2a'$$

Während bei den oben besprochenen Versuchen mit Steinsalz die Kristalle so aufgestellt worden waren, daß *einige* Punkte (z. B. 011, 010, 01 $\bar{1}$ ) möglichst *große* Intensität besaßen, erschien es jetzt nützlicher, den Kristallen eine solche Orientierung zu geben, daß möglichst *viele* Punkte eine *gleichmäßige mittlere* Schwärzung zeigten; denn bei einer Auswertung der Photogramme zum Zweck der Erforschung der Kristallstruktur mußte hauptsächlich darauf Wert gelegt werden, daß die Reflexionswirkung von möglichst vielen verschiedenartigen Netzebenen auf dem Photogramm zur Geltung kam. Als sehr günstig erwies sich eine solche Orientierung der hinteren Kristalle, daß der Winkel, unter dem ihre Würfelfläche von dem Interferenzstrahl getroffen wurde, etwa doppelt so groß war wie der Winkel, unter dem der Primärstrahl auf die Würfelfläche des vorderen Kristalls auftraf.

## Erster Sylvinversuch.

Der Zweck dieses Versuches war, das Verhältnis der Gitterkonstanten von Sylvin und Kochsalz direkt experimentell zu bestimmen. Bei  $K_1$  (Fig. 2) befand sich ein Steinsalzspaltstück in der auf p. 403 angegebenen Orientierung. Unter Benützung des aus Molekulargewicht und Dichte erhaltenen theoretischen Wertes des Gitterkonstantenverhältnisses wurde berechnet, wie der bei  $K_2$  befindliche Sylvinkristall aufzustellen war, damit die seinem Würfelpunkt 010 zukommende Grundwellenlänge

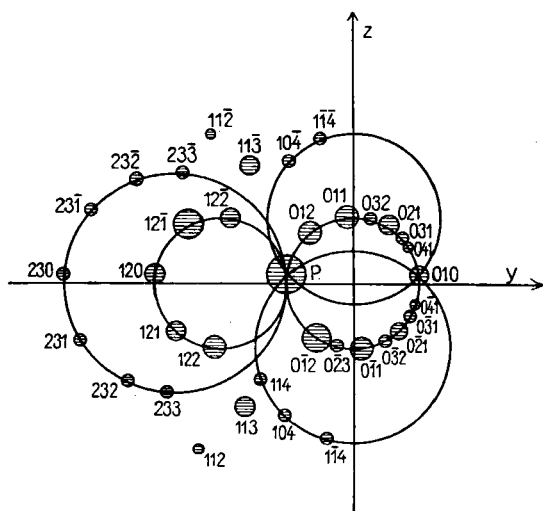


Fig. 7a. „Weißes“ Photogramm.

gleich der doppelten einfallenden Wellenlänge wird; es ergab sich  $\varphi = 14^\circ 10'$ . Hierauf wurde auf diesen Winkel optisch eingestellt und in der „Hilfsstellung“ des Kristalltisches eine Röntgenaufnahme gemacht. Ergab die Winkelbestimmung aus den Photogrammen einen etwas abweichenden Wert, so wurde dementsprechend mittels der optischen Einstellung korrigiert und wieder mit Röntgenstrahlen geprüft. Dann wurde noch eine kleine „Neigung“  $\delta = 1^\circ 20'$  hinzugefügt, um den zur Y-Achse symmetrisch gelegenen Punkten kleine Wellenlängenunterschiede zu erteilen und dadurch die Mannigfaltigkeit der vorkommenden Wellenlängen zu verdoppeln. Zum Schluß wurde noch einmal eine Aufnahme in der „Hilfsstellung“ des



Tabelle XI.

Index	$\frac{\lambda}{2 a'} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2 a'} \cdot 10^3$
A. 104	62,2	B. 012	57,8
114	62,6	011	133,0
112	128,0	010	245,0
032	59,9	012	40,2
113	59,9	011	111,0
041	58,9		

Zunächst ist ersichtlich, daß sich die Wellenlängen gruppieren um folgende charakteristische Werte

61, 122, 244, die im Verhältnis 1:2:4 stehen.

Welcher dieser Werte ist nun gleich der ausgesandten Grundwellenlänge? Die Häufigkeit des Auftretens der in der Nähe von 61 gelegenen Wellenlängen läßt vermuten, daß 61 der Grundton ist. Dann müßte aber der Punkt 012 mit 40,2 als eine Reflexion zweiter Ordnung von  $\lambda_0/3$  (zweiter Oberton) gedeutet werden, was aus Intensitätsgründen äußerst unwahrscheinlich ist. Wird jedoch die Größenordnung des Grundtons gleich 122 angenommen, so wird dadurch die Ordnungszahl von 012 erniedrigt, so daß dieser Punkt nunmehr zwanglos als Vertreter der ersten Ordnung von  $\lambda_0/3$  erklärt werden kann. Zur genauen Bestimmung des Wertes des Grundtons dient der oben ausgesprochene Erfahrungssatz, daß die Punkte, deren Indexquadratsumme  $> 5$  ist, bei einer mehr als 4,5% betragenden Abweichung von der ausgesandten Wellenlänge (bzw. deren Obertöne), auf dem monochromatischen Photogramm nicht mehr sichtbar werden. Wir berechnen daher die Wellenlängen der übrigen auf der „weißen Aufnahme“ sichtbaren Punkte und sehen nach, welche von ihnen diesen charakteristischen Werten sich am meisten nähern.

Tabelle XII.

Index	$\frac{\lambda}{2 a'} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2 a'} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2 a'} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2 a'} \cdot 10^3$
120	96,0	231	87,6	032	53,2	023	42,8
121	83,7	231	84,5	021	93,6	114	45,2
121	76,3	232	73,5	021	102,0	113	71,9
122	58,2	232	68,3	031	71,3	114	72,4
122	48,4	233	57,8	031	75,7	112	113,0
230	92,7	233	51,8	041	56,4	104	51,9

Da der Punkt 122 mit  $\lambda = 58,2$  auf dem sekundären Bild nicht mehr sichtbar ist, muß seine Abweichung von dem zu bestimmenden Wert des ersten Obertons  $\lambda_0/2$  mindestens 4,5% betragen (= 2,7). Demnach kann der gesuchte Wert nicht unter 61,0 liegen. Aus der Sichtbarkeit des Punktes 041 (Fig. 7b) läßt sich leicht eine obere Schranke für den fraglichen Wert von  $\lambda_0/2$  ableiten, nämlich  $58,9 + 2,7 = 61,6$ . Der genaue Wert des ersten Obertons liegt also in dem Intervall 61,0 bis 61,6; zwei Umstände weisen jedoch darauf hin, daß er näher an der oberen Grenze dieses Intervalls liegen muß, nämlich:

1. die erhebliche Intensität des Punktes  $1\bar{1}4$  mit 62,6;
2. eine Vergleichung der Intensitäten der Punkte 011 und  $0\bar{1}1$ ;  $0\bar{1}1$  mit 133,5 muß dem Grundton etwas näher liegen als 011 mit 111,5; die Mitte von beiden wäre  $122,5 = 2 \times 61,25$ .

Auf Grund dieser Überlegungen wurde der erste Oberton  $\lambda_0/2 = 61,5 \cdot 2\alpha' \cdot 10^{-3}$ , also der Grundton der ausgesandten Wellenlänge  $\lambda_0 = 123 \cdot 2\alpha' \cdot 10^{-3}$  gesetzt. Für die Punkte der Tabelle XI ergeben sich dann folgende Divergenzen:

Tabellle XIII.

Index	Abweichung in %	Index	Abweichung in %
A. 104	1,1% von $\lambda_0/2$	B. $0\bar{1}2$	6,0% von $\lambda_0/2$
$1\bar{1}4$	1,8% „ „	$0\bar{1}1$	8,5% „ $\lambda_0$
112	4,2% „ $\lambda_0$	010	0,4% „ $2\lambda_0$
$0\bar{3}2$	2,6% „ $\lambda_0/2$	012	2,0% „ $\lambda_0/3$
$1\bar{1}\bar{3}$	2,6% „ „	011	9,4% „ $\lambda_0$
$0\bar{4}1$	4,2% „ „		

Bei einer Vergleichung der in Fig. 7b dargestellten Schwärzungen mit den in Tabelle XIII berechneten Abweichungen muß die Übereinstimmung als eine gute bezeichnet werden. Die schon früher besprochene Ausnahmestellung der Punkte  $0\bar{1}2$ ,  $0\bar{1}1$  usw. ist auch hier deutlich erkennbar. Die schon früher bei einem Steinsalzversuch<sup>1)</sup> beobachtete auffallende Erscheinung, daß der Punkt 010 trotz sehr guter Übereinstimmung mit  $2\lambda_0$  im

1) E. Wagner, Phys. Zeitschr. 14. p. 1232. 1913.

Vergleich zum „weißen“ Photogramm nur sehr schwach gekommen ist, während die Wellenlängen zweiter Ordnung in der *einfallenden Strahlung* sich in überraschend starker Intensität auf dem monochromatischen Photogramm geltend gemacht haben, wird in einem späteren Kapitel noch eine eingehendere Behandlung finden.

*Gitterkonstantenvergleichung.* Die ausgesandte Wellenlänge ist nach p. 403 ausgedrückt im Würfebenenabstand  $a$  von Steinsalz

$$\lambda_0 \cdot = 0,138 \cdot 2 a$$

während aus obigen Überlegungen sich folgender in  $a'$  (Würfebenenabstand von Sylvin) gemessener Wert für  $\lambda_0$  ergibt:

$$\lambda_0 = 0,123 \cdot 2 a'.$$

Hieraus berechnet sich das Verhältnis der beiden Gitterkonstanten:

$$a : a' = 0,123 : 0,138 = 1 : 1,122.$$

Wie genau ist nun die Bestimmung dieses Verhältnisses? Da auf der monochromatischen Aufnahme ziemlich viele Punkte erschienen sind, war es möglich, den in  $a'$  ausgedrückten Wert von  $\lambda_0$  in das Intervall 61,0 bis 61,6 einzuschließen; dieser Spielraum würde einem möglichen Fehler von etwa 1% von  $\lambda_0$  entsprechen. Jedoch konnte aus verschiedenen, oben diskutierten Umständen geschlossen werden, daß der gesuchte Wert eher an der oberen Grenze des Intervalls sich befinden müsse; somit kommt für die Fehlerberechnung nur die Hälfte des Intervalls, also ein Fehler von etwa 0,5% in Betracht. Der durchschnittliche Fehler bei der Bestimmung der ausgesandten Wellenlänge (ausgedrückt in  $a$ ) betrug nach früherem 1%. Im ungünstigsten Fall, wenn beide Fehler im gleichen Sinne wirken, kann die Berechnung des Verhältnisses 1 : 1,122 eine Genauigkeit von 1,5% beanspruchen. Bevor nun dieser experimentell gefundene Wert mit dem theoretisch berechneten verglichen wird, soll zunächst noch ein weiterer Versuch besprochen werden, aus dem wichtige Schlüsse auf den Aufbau des dem Sylvinkristall zugrundeliegenden Raumgitters gezogen werden können.



Zweiter Sylvinversuch.

Während auf der „weißen“ Aufnahme von Steinsalz Punkte mit gänzlich ungeraden Indizes, z. B. 113, 133 usw., in großer Anzahl vertreten sind, fehlen sie auf der „weißen“ Aufnahme von Sylvin fast völlig und zwar um so mehr, je höher die betreffenden Indizes sind. Diese Verschiedenheit der primären Photogramme läßt vermuten, daß Sylvingitter und Steinsalzgitter nicht zum gleichen Typus gehören; der experimentelle Beweis für die Annahme eines einfach kubischen Raumgitters für die Sylvinstruktur wird durch folgende monochromatische Aufnahme erbracht:

Ein bei  $K_1'$  (Fig. 2) in der auf p. 403 angegebenen Orientierung angebrachtes Sylvinpaltstück lieferte die monochromatische Strahlung, deren Grundwellenlänge zu

$$\lambda_0 \cdot 10^3 = 130 \cdot 2a'$$

bestimmt worden war. Der zweite Kristall  $K_2'$  (ebenfalls Sylvin) wurde nun so aufgestellt, daß die dem Punkt  $1\bar{1}\bar{1}$  (Oktaeder) entsprechende Grundwellenlänge  $= 2\lambda_0$  war, im Fall eines flächenzentrierten Raumgitters, und  $= \lambda_0$  im Fall eines einfach kubischen Raumgitters.

Hieraus ergeben sich für die Winkel von  $K_2'$  folgende Werte:

$$\varphi = 19^\circ 26' \text{ und } \delta = 11^\circ 24'.$$

Man beachte in Fig. 8a und 8b die durch die Neigung verursachte beträchtliche Hebung des Primärpunktes  $P$  gegenüber der  $Y$ -Achse. — Die Berechnung unter Annahme eines einfach kubischen Raumgitters ergab für die auf dem monochromatischen Photogramm sichtbaren Punkte folgende Wellenlängen:

Tabelle XIV.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$	Abweichung in %
A. $2\bar{3}0$	65,3	0,5% von $\lambda_0/2$
014	63,8	1,9% „ $\lambda_0/2$
$2\bar{1}\bar{2}$	126,0	2,7% „ $\lambda_0$
113	63,0	3,1% „ $\lambda_0/2$
$1\bar{1}\bar{1}$	134,0	3,3% „ $\lambda_0$
041	67,3	3,5% „ $\lambda_0/2$
001	188,0	3,6% „ $3 \lambda_0/2$
B. 011	72,5	11,5% „ $\lambda_0/2$

Als Gegenstück folgt Tabelle XV mit den Wellenlängen der übrigen, auf dem „weißen“ Photogramm sichtbaren Punkte.

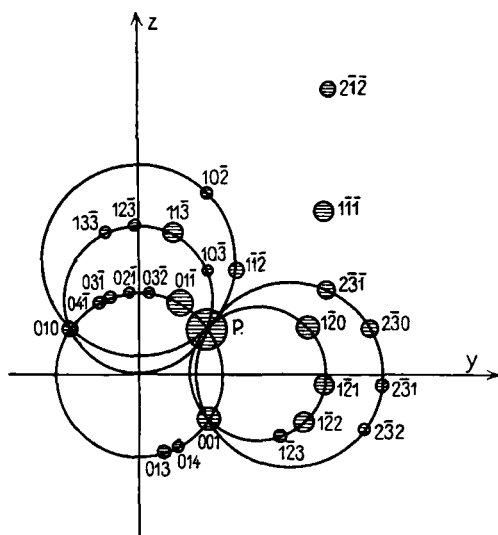


Fig. 8a. „Weißen“ Photogramm.

Tabelle XV.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$
013	89,7	231	47,2
032	47,9	231	74,1
021	95,6	232	72,0
031	81,1	112	35,8
010	333,0	103	36,0
120	51,6	123	73,3
121	74,3	133	71,5
122	70,4	102	110,0
123	58,7		

Als Kriterium zur Entscheidung der Frage nach dem Gittertypus diene die Erfahrungstatsache (siehe p. 407), daß der im Falle des flächenzentrierten Gitters mit  $2\lambda_0$  übereinstimmende Punkt  $111$  auf dem monochromatischen Photogramm nur sehr schwach sichtbar sein kann. Die relativ große Inten-

sität von  $1\bar{1}\bar{1}$  auf Fig. 8b spricht daher gegen die Annahme einer Flächenzentration. Ferner zeigt eine Vergleichung der Schwärzungen von  $11\bar{3}$  und  $2\bar{3}0$  auf der ersten und letzten photographischen Platte, daß beide Punkte einer gleich stark

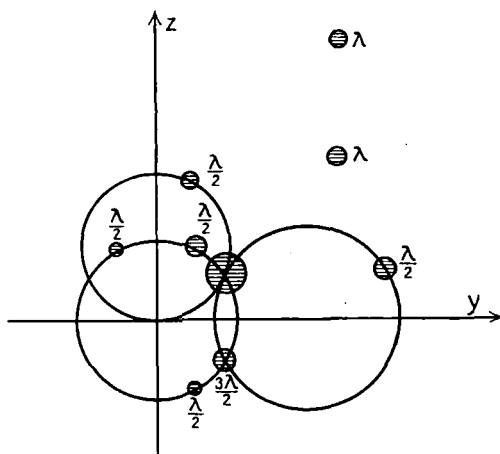


Fig. 8b. „Monochromatisches“ Photogramm.

absorbierbaren Wellenlänge angehören müssen; dies ist nach Tabelle XIV nur dann möglich, wenn der Berechnung die Annahme eines einfach kubischen Raumgitters zugrunde gelegt wird.

*Theoretische Berechnung der Gitterkonstanten.* Ist  $s$  die Dichte,  $M$  das Molekulargewicht und  $m$  die Masse eines Wasserstoffatoms, so ergibt sich unter der Annahme, daß jeder Gitterpunkt mit einem Atom besetzt ist, folgende Gleichung für den Würfebenenabstand

$$a = \sqrt[3]{\frac{M \cdot m_H}{2s}} \quad (\text{einfach kubisches Gitter})$$

$$\text{bzw. } a = \sqrt[3]{\frac{M \cdot m_H}{4s}} \quad (\text{flächenzentriertes Gitter}).$$

I. Die früheren Versuchsergebnisse lassen vermuten, daß der Struktur des Steinsalzes ein flächenzentriertes, der des Sylvins ein einfaches kubisches Raumgitter zugrunde gelegt

werden muß. Das Verhältnis der Würfebenenabstände von *NaCl* und *KCl* lautet dann

$$a : a' = \sqrt[3]{\frac{M}{2s}} : \sqrt[3]{\frac{M'}{s'}};$$

nach Einsetzen der Werte<sup>1)</sup>

$$M = 58,46 \quad s = 2,17 \quad \text{für Steinsalz}$$

$$M' = 74,56 \quad s' = 1,98 \quad \text{für Sylvin}$$

berechnet sich

$$a : a' = 1 : 1,409.$$

Dieser Wert unterscheidet sich von dem experimentell gefundenen

$$a : a' = 1 : 1,122$$

so bedeutend, daß dieser Fall offenbar nicht in Betracht kommen kann. Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß sich dasselbe Verhältnis

$$a : a' = \sqrt[3]{\frac{M}{2s}} : \sqrt[3]{\frac{M'}{s'}}$$

ergeben würde, wenn man sich jeden Gitterpunkt mit einem Molekül statt mit einem Atom besetzt denken würde.

II. Die Annahme, daß der Typus beider Raumgitter derselbe ist, also entweder beide einfach kubisch oder beide flächenzentriert, liefert für das Verhältnis  $a : a'$  den Wert 1 : 1,118, der mit geradezu überraschender Genauigkeit mit dem experimentell gefundenen Wert 1 : 1,122 übereinstimmt. Die Abweichung beträgt nur 0,4 ‰, während früher der mögliche Versuchsfehler zu 1,5 ‰ berechnet wurde. Die Ansicht von der Gleichwertigkeit beider Gittertypen scheint jedoch mit dem Resultat des zweiten Sylvinversuches in einem gewissen Widerspruch zu stehen.

III. Um die Versuchsergebnisse erklären zu können, muß eine Hypothese gefunden werden, die für das Verhältnis der Gitterkonstanten den Wert

$$a : a' = \sqrt[3]{\frac{M}{s}} : \sqrt[3]{\frac{M'}{s'}}$$

liefert und die es zugleich gestatten muß, das Steinsalzgitter als flächenzentrierten, das Sylvingitter als einfach kubischen

1) Landolt-Börnstein, Tabellen, 4. Aufl. 1912.

Typus aufzufassen. Diese beiden Bedingungen, auf der einen Seite wegen des Gitterkonstantenverhältnisses zu verlangen, daß beide Raumgitter in gleicher Weise aus ihren Elementarteilchen aufgebaut sein müssen, und auf der anderen Seite zu fordern, daß sie sich in ihrer abbeugenden Wirkung gegenüber den Röntgenstrahlen wie zwei verschiedene Gittertypen verhalten, werden befriedigt durch das von den Herren Bragg<sup>1)</sup> vorgeschlagene Raumgittermodell. Nach ihrer Ansicht sind beide Raumgitter aufzufassen als eine Ineinanderstellung von zwei flächenzentrierten Atomraumgittern. Dem Aufbau nach unterscheiden sich also die Raumgitter von Sylvin und Steinsalz nicht — daher das experimentell bestätigte Verhältnis

$$a : a' = \sqrt[3]{\frac{M}{s}} : \sqrt[3]{\frac{M'}{s'}},$$

wohl aber in ihrem Verhalten gegenüber den Röntgenstrahlen. Auf Grund der Hypothese, daß die abbeugende Wirkung der Atome mit ihrem Gewicht zunimmt, erscheint es verständlich, daß bei Steinsalz hauptsächlich das aus den schwereren *Cl*-Atomen bestehende flächenzentrierte Raumgitter für die Interferenz der Röntgenstrahlen in Betracht kommt. Bei Sylvin dagegen, der aus zwei annähernd gleich schweren Atomen besteht, sind die beiden Atomraumgitter gleichermaßen wirksam, so daß sich der Typus eines einfach kubischen Raumgitters ergibt.

### § 5. Struktur des Bromkaliumraumgitters.

Nach Erledigung der Versuche mit Sylvin (Chlorkalium) wurde die Struktur des mit ihm isomorphen Bromkaliums untersucht. Infolge des hohen Atomgewichts von Brom (etwa 80) wurden die Interferenzstrahlen im Kristall selbst durch Absorption stark geschwächt, so daß eine drei- bis viermal so lange Expositionszeit erforderlich war, wie bei einem Steinsalzkristall von gleicher Dicke (etwa 1 mm). Die Anwendung in Form eines Dünnschliffs (Dicke etwa 0,1 mm) ermöglichte jedoch eine bedeutende Herabsetzung der Expositionszeit; nicht bloß die absolute Intensität der einzelnen Interferenzpunkte wurde dadurch bedeutend gesteigert, sondern es war auch eine Verschiebung der relativen Intensitäten nach der Seite der längeren

1) Proc. of the Roy. Soc. 89. p. 248. 1913.

Wellenlängen hin deutlich zu erkennen. Als strahlender Kristall diente Steinsalz ( $\varphi = 7^\circ 56'$ ), während die Winkelwerte des Bromkaliums  $\varphi = 13^\circ 46'$  und  $\delta = 1^\circ 20'$  lauteten.

Nach 23stündiger Exposition konnten auf den photographischen Platten die in Fig. 9b eingetragenen Punkte identifiziert werden. Folgende Überlegungen führten zur Annahme eines flächenzentrierten Raumgitters:

1. Im Fall des einfach kubischen Raumgitters müßte  $11\bar{5}$  als Vertreter des dritten Obertons ( $\lambda_0/4$ ) aufgefaßt werden, während  $0\bar{1}2$  (zweiter Oberton) trotz geringerer Abweichung nicht erschienen ist.

2. Eine Vergleichung der Schwärzungen der Punkte 113 und 032 auf der ersten und letzten Platte ergibt, daß 113 einer stärker absorbierbaren Wellenlänge angehören muß als 032, während das einfach kubische Gitter Gleichheit der Wellenlänge ergeben würde.

In Tabelle XVI sind die auf dem sekundären Bild sichtbaren Punkte zusammengestellt ( $a' =$  Würfebenenabstand).

Tabelle XVI.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$	Abweichung in %	Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$	Abweichung in %
A. $12\bar{2}$	60,0	0,0% von $\lambda_0/2$	B. 012	56,6	5,6% von $\lambda_0/2$
113	121,0	0,8% „ $\lambda_0$	010	238,0	0,8% „ $2\lambda_0$
032	58,4	2,7% „ $\lambda_0/2$	011	130,0	8,5% „ $\lambda_0$
$1\bar{1}4$	62,2	3,6% „ „	$0\bar{1}1$	108,0	10,0% „ „
$10\bar{4}$	62,4	4,0% „ „			
$11\bar{5}$	62,6	4,3% „ „			

Die Aufgabe, die Grundwellenlänge  $\lambda_0$  in  $a'$  auszudrücken, wird diesmal dadurch sehr erleichtert, daß Punkt  $12\bar{2}$  auf dem monochromatischen Photogramm außerordentlich stark geschwärzt ist. Seine Wellenlänge muß also mit einem der charakteristischen Werte genau übereinstimmen; von diesen kann aus Intensitätsgründen nur Grundton oder erster Oberton in Betracht kommen. Die Wahl von 60,0 als Grundton würde jedoch bedingen, daß 010 mit 238,0 als eine Reflexion vierter Ordnung gedeutet werden müßte; deshalb ist die Grundwellenlänge  $\lambda_0 = 120 \cdot 2a' \cdot 10^{-3}$  gesetzt worden.

Tabelle XVII beweist, daß alle übrigen auf der „weißen“ Aufnahme sichtbaren Punkte solche große Abweichungen von  $\lambda_0$  bzw.  $\lambda_0/2$  aufweisen, daß sie auf dem monochromatischen Photogramm nicht mehr sichtbar sein können.

Tabelle XVII.

Index	$\frac{\lambda}{2a'} \cdot 10^3$
012	38,6
032	51,5
021	90,7
021	99,7
031	69,2
031	73,7
041	54,7
041	57,3
120	99,0
121	78,8
121	86,2
122	50,0
232	69,6
131	42,6
131	50,8
115	46,0
104	51,8
103	90,4
115	81,2
114	45,7
113	145,0
114	72,2

*Gitterkonstantenvergleichung.* Da durch, daß wir die ausgesandte Wellenlänge  $\lambda_0$  in zwei verschiedenen Einheiten ausdrücken können, nämlich in  $a$  und  $a'$  (= Netz-

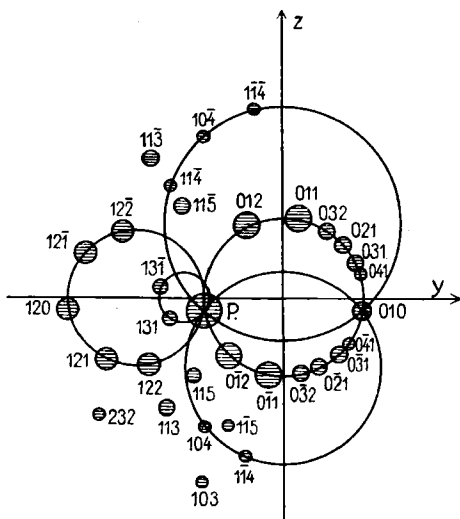
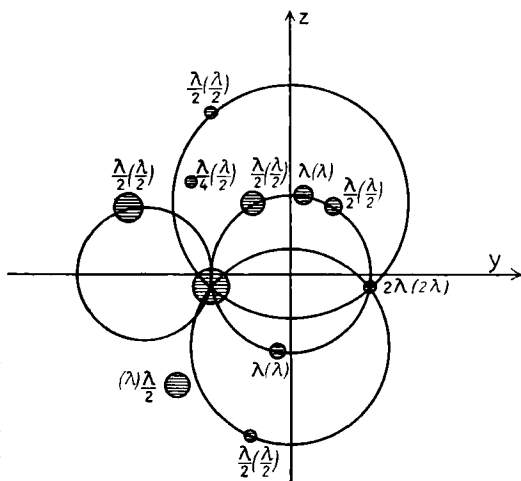


Fig. 9 a. „Weißes“ Photogramm.



*Anm.:* Die eingeklammerten Zahlen beziehen sich auf das flächenzentrierte Gitter.

**Fig. 9b. „Monochromatisches“ Photogramm.**

ebenenabstand der Würfelflächen von Steinsalz bzw. Bromkalium), können wir wieder das Verhältnis dieser Größen berechnen. Aus der Orientierung des strahlenden Steinsalzkristalls ( $\varphi = 7^\circ 56'$ ) ergibt sich

$$\lambda_0 = 0,138 \cdot 2a,$$

während der in  $a'$  gemessene Wert lautet:

$$\lambda_0 = 0,120 \cdot 2a',$$

somit

$$a : a' = 0,120 : 0,138 = 1 : 1,150.$$

Eine Berechnung dieses Verhältnisses ergibt

1. für den Fall eines einfach kubischen  $BrK$ -Gitters

$$a : a' = 1 : 1,476;$$

2. für den Fall eines flächenzentrierten  $BrK$ -Gitters

$$a : a' = 1 : 1,171.$$

Da sich der experimentelle Wert 1:1,150 von dem theoretischen Wert 1:1,171 nur um 1,8% unterscheidet, so ist aus diesem Versuchsergebnis zu folgern, daß das dem Bromkaliumkristall zugrunde liegende Raumgitter zum flächenzentrierten Typus gehören muß. Was den Umstand anbelangt, daß die Abweichung vom theoretischen Wert 1,8% beträgt, während der Versuchsfehler früher zu 1,5% angegeben wurde, so ist zu berücksichtigen, daß die in der Literatur<sup>1)</sup> sich vorfindenden Angaben über die Dichte von kristallisiertem Bromkalium sich innerhalb eines Spielraums von etwa 12% bewegen, was für die Gitterkonstantenberechnung eine Unsicherheit von über 2 Proz. bedeutet.

### § 6. Struktur des Flußspats.

Bei primären Aufnahmen zeichnete sich unter den regulären Kristallen neben Steinsalz und Sylvin vor allem Flußspat durch eine sehr große Anzahl intensiver Interferenzpunkte aus. Trotz verschiedener Bemühungen war es nicht gelungen, einen Flußspatkristall zu bekommen, bei dem die einzelnen Interferenzpunkte so homogene Schwärzungen zeigten, wie z. B. bei guten Steinsalzstücken.<sup>2)</sup> Da Flußspat oktaedrische

1) Landolt-Börnstein, Tabellen, 4. Aufl. 1912.

2) Vgl. Photogramm Nr. 2 (Tafel IV) Flußspat mit Nr. 3 (Tafel V), Steinsalz.



Spaltbarkeit besitzt, wurde zu den Aufnahmen eine parallel zu einer Würfelfläche geschliffene, vollständig klar durchsichtige Platte von 1 mm Dicke verwandt.

Zur Identifikation der einzelnen Interferenzpunkte mußte dieses Mal an Stelle der sonst ausreichenden Bestimmung durch Kreise die genaue Konstruktion<sup>1)</sup> der Schnittpunkte der Zonenkegel mit der Y- und Z-Achse ausgeführt werden. Das Auffinden der zu den einzelnen Zonenellipsen gehörigen Indizes wurde bei den früheren Kristallen dadurch erleichtert, daß der Reihe nach die einfachsten Zahlenverhältnisse auftraten, während bei Flußspat in dieser Zahlenfolge einige Lücken zu bemerken sind; z. B. ist bei den in der XZ-Ebene liegenden Zonenachsen zwischen den Verhältnissen 1:5 und 1:7 der Wert 1:6 ausgefallen. Wie Fig. 10a zeigt, kommen auf den Zonenkreisen 1:5 und 1:7 nur Punkte mit gänzlich ungeraden Indizes vor. Wird der Flußspatstruktur ein flächenzentriertes Gitter zugrunde gelegt, so ist das Fehlen des Zonenkreises 1:6, welcher nur Punkte mit gemischten Indizes enthalten kann, ohne weiteres verständlich: Punkte mit hohen Indizes, also kleinem Netzebenenabstand, sind mit Rücksicht auf die Energieverteilung im „weißen“ Spektrum nur dann vertreten, wenn ihre Indizes lauter ungerade Zahlen sind, so daß durch die Flächenzentrierung der Netzebenenabstand im Vergleich zum Würfebenenabstand verdoppelt wird (siehe Steinsalzversuche).

Die Berechnung der monochromatischen Aufnahme erfolgte daher unter Annahme eines flächenzentrierten Gitters, für das sich auf Grund des sekundären Bildes noch weitere Beweise erbringen lassen; z. B. müßte Punkt 11 $\bar{5}$  im Fall des einfach kubischen Gitters als Vertreter von  $\lambda_0/6$  (statt  $\lambda_0/3$ ) aufgefaßt werden, was aus Intensitätsgründen sehr unwahrscheinlich wäre. — Die Flußspatplatte war so orientiert, daß  $\varphi = 17^\circ 35'$  und  $\delta = 20'$  betrug; die monochromatische Strahlung wurde von einem Sylvinspaltstück ( $\varphi = 7^\circ 28'$ ) geliefert; somit betrug die ausgesandte Wellenlänge

$$\lambda_0 = 130 \cdot 2a \cdot 10^{-3}$$

( $a$  = Würfebenenabstand von Sylvin).

---

1) Betreffs Ausführung dieser Konstruktion vgl. Dissertation.

Die nach 23stündiger Expositionszeit in großer Zahl auf dem sekundären Bild (Fig. 10b) erschienenen Interferenzpunkte sind in Tabelle XVIII zusammengestellt, wobei als Einheit der Wellenlänge dieses Mal statt des Würfebenenabstandes  $a'$  der Netzebenenabstand der Fläche 011

$$\left(d' = \frac{a'}{\sqrt{2}}\right)$$

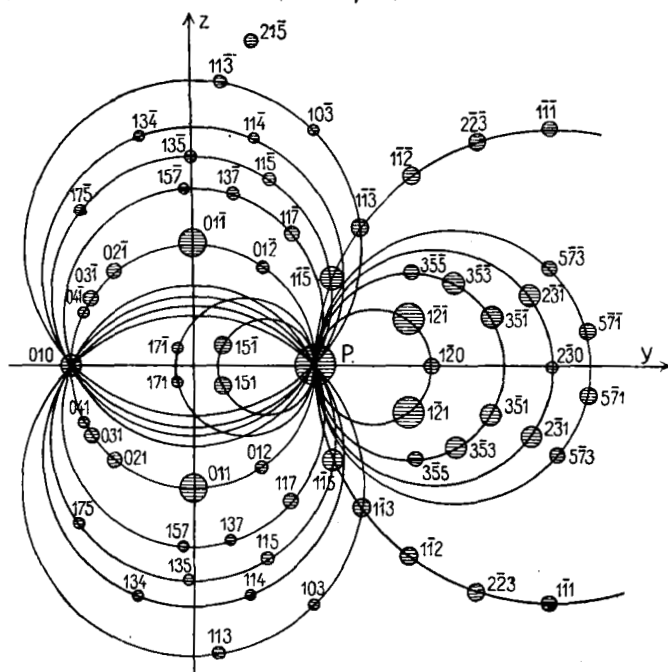


Fig. 10a. „Weißes“ Photograph.

gewählt, da sich später ergeben wird, daß bei Flußspat eine Anomalie in bezug auf den Abstand aufeinanderfolgender Würfel Flächen vorliegt.

Die charakteristischen Werte, um die sich die Wellenlängen gruppieren, sind 296, 148, 74, 50.

Aus Intensitätsgründen können als Grundwellenlänge nur die Werte 148 oder 74 in Frage kommen. Im letzteren Fall müßte jedoch der ziemlich intensive Punkt 010 als Vertreter der vierten Ordnung gedeutet werden; auch wäre dann das Erscheinen von Punkt 115 mit 50,4 nicht zu erklären, während



Punkte sehr erleichtert: Punkt  $3\bar{5}\bar{1}$  mit 77,3 ist gerade noch sichtbar; der erste Oberton  $\lambda_0/2$  kann sich also höchstens um 4,5 % von 77,3 unterscheiden, d. h. die untere Grenze des für  $\lambda_0/2$  möglichen Spielraums ist somit  $77,3 - 3,5 = 73,8$ . Andererseits ist dagegen der Punkt  $2\bar{2}\bar{3}$  mit 77,6 nicht mehr zu sehen; unter der Annahme, daß seine Abweichung von dem gesuchten Wert von  $\lambda_0/2$  mindestens 4,5 % betragen muß, ergibt sich  $77,6 - 3,5 = 74,1$  als obere Grenze dieses Intervalls. Unter Benützung des Wertes

$$\frac{\lambda_0}{2} = 74,0 \cdot \sqrt{2} \cdot d' \cdot 10^{-3} \quad \text{somit} \quad \lambda_0 = 148 \cdot \sqrt{2} \cdot d' \cdot 10^{-3}$$

ergeben sich dann für die in Tabelle XVIII enthaltenen Punkte folgende Abweichungen von den charakteristischen Werten  $\lambda_0, \lambda_0/2 \dots$ :

Tabelle XIX.

Index	Abweichung in %	Index	Abweichung in %
010	2,0% von $2 \lambda_0$	$1\bar{1}\bar{5}$	2,2% von $\lambda_0/3$
011	0,0% „ $\lambda_0$	114	4,0% „ $\lambda_0/2$
$01\bar{1}$	4,0% „ $\lambda_0$	134	2,2% „ „
$2\bar{3}\bar{1}$	2,8% „ $\lambda_0/2$	$04\bar{1}$	3,5% „ „
$2\bar{3}\bar{1}$	4,0% „ „	$2\bar{3}\bar{0}$	3,9% „ „
$5\bar{7}\bar{1}$	4,2% „ „	215	0,8% „ „
$3\bar{5}\bar{1}$	4,4% „ „	$2\bar{2}\bar{3}$	2,2% „ „
$3\bar{5}\bar{1}$	3,6% „ „	113	1,3% „ $3 \lambda_0/2$

An den symmetrischen Punkten  $2\bar{3}\bar{1}$  bzw.  $2\bar{3}\bar{1}$  und  $3\bar{5}\bar{1}$  bzw.  $3\bar{5}\bar{1}$ , die auf der „weißen“ Aufnahme keinerlei Schwärzungsunterschiede zeigen, läßt sich sehr schön beobachten, wie jedesmal der Punkt mit der größeren Abweichung auf dem monochromatischen Photogramm (Fig. 10b) etwas weniger intensiv gekommen ist, ein Beweis dafür, daß der Wert

$$\lambda_0 = 148 \cdot \sqrt{2} \cdot d' \cdot 10^{-3}$$

genau richtig sein muß. Der Vertreter des zweiten Obertons  $\lambda_0/3$ , Punkt  $1\bar{1}\bar{5}$ , ist schwach, aber mit unzweifelhafter Deutlichkeit zu erkennen.  $11\bar{7}$  mit 50,8, dessen Divergenz 3 % von  $\lambda_0/3$  beträgt, ist an der Grenze der Sichtbarkeit und deshalb in Tabelle XIX nicht aufgenommen worden. Die schon früher bei dem zweiten Sylvinversuch konstatierte Tatsache,

daß die Intensität des in dritter Ordnung reflektierten ersten Obertons  $\lambda_0/2$  eben groß genug ist, um auf dem monochromatischen Photogramm vertreten zu sein, hat durch das Erscheinen von 113 mit 1,3 % Abweichung von  $3\lambda_0/2$  eine Bestätigung gefunden.

In der folgenden Tabelle sind die Wellenlängen aller übrigen auf dem primären Photogramm bei halbstündiger Expositionszeit sichtbaren Punkte zusammengestellt, um nachzusehen, ob keiner innerhalb des früher definierten Divergenzbereiches des Grundtons oder eines Obertons liegt, so daß er auf dem monochromatischen Photogramm hätte sichtbar sein müssen.

Tabelle XX.

Index	$\frac{\lambda_0}{\sqrt{2 \cdot d'}} \cdot 10^3$	Index	$\frac{\lambda_0}{\sqrt{2 \cdot d'}} \cdot 10^3$
120	69,8	573	63,4
121	59,2	117	47,6
121	57,2	137	64,4
103	97,1	137	61,6
103	93,5	157	66,8
114	68,4	157	64,6
134	70,6	115	95,2
012	62,8	115	90,7
012	58,0	135	108,0
021	122,0	135	104,0
021	120,0	175	82,6
031	91,2	175	81,0
031	90,0	113	231,0
041	70,7	115	46,0
112	110,0	113	122,0
112	106,0	113	115,0
223	77,6	111	438,0
353	63,6	111	430,0
353	61,9	117	50,8
355	46,7	151	183,0
355	44,7	151	182,0
571	70,5	171	120,5
573	64,3	171	120,0

Gitterkonstantenvergleichung. Nach obigem lautet die Beziehung für die in  $d'$  (Netzebenenabstand der Dodekaederfläche

von Flußspat im Fall eines flächenzentrierten Raumgitters) ausgedrückte Grundwellenlänge

$$\lambda_0 = 0,148 \cdot \sqrt{2} \cdot d'.$$

Andererseits betrug der früher in  $a$  (Würfebenenabstand von Sylvin) gemessene Wert

$$\lambda_0 = 0,130 \cdot a$$

oder

$$\lambda_0 = 0,130 \cdot \sqrt{2} \cdot d$$

wenn mit  $d = \frac{a}{\sqrt{2}}$  der Netzebenenabstand der Dodekaederfläche bezeichnet wird; somit ergibt sich das Verhältnis

$$d : d' = 0,148 : 0,130 = 1 : 0,878.$$

Eine theoretische Berechnung dieses Verhältnisses liefert nach Einsetzen der Zahlenwerte

$$\left. \begin{array}{l} M = 74,56 \\ s = 1,98 \end{array} \right\} \text{Sylvin,} \quad \left. \begin{array}{l} M' = 78,09 \\ s' = 3,18 \end{array} \right\} \text{Flußspat}$$

in die Formel

$$d : d' = \sqrt[3]{\frac{M}{s}} : \sqrt[3]{\frac{M'}{s'}} \text{ den Wert } 1 : 0,867.$$

Die gute Übereinstimmung mit dem experimentellen Resultat  $1 : 0,878$  — der Unterschied beträgt nur  $1,3\%$  — bildet eine weitere Bestätigung für die Richtigkeit der Annahme, daß das Flußspatgitter zum flächenzentrierten Typus gehören muß.

*Struktur.* Die Tatsache, daß sich auf dem monochromatischen Photogramm die Wirkungen sehr vieler Netzebenen nebeneinander vorfinden, ermöglicht uns eine genaue Prüfung des von W. L. Bragg<sup>1)</sup> auf Grund von Reflexionsmessungen an nur drei Ebenen (010, 011, 111) aufgestellten Raumgittermodells (Einfügung von  $8F$ -Atomen in den Elementarkubus eines flächenzentrierten  $Ca$ -Gitters). Die dadurch verursachte Verminderung des Netzebenenabstandes bewirkt nämlich eine entsprechende Kürzung der für diese Ebenenfolge passenden Wellenlänge; verschiedene Interferenzpunkte auf dem sekundären Bild werden dann als Vertreter höherer Obertöne aufzufassen sein und es ist zu untersuchen, ob sich diese neue

1) Proc. Roy. Soc. 89. p. 468. 1914.

Deutung mit ihrem gegenseitigen Intensitätsverhältnis in Einklang bringen läßt.

Eine analytisch-geometrische Betrachtung ergibt<sup>1)</sup>, daß in bezug auf die Änderungen des Netzebenenabstandes durch Einführung der *F*-Atome folgende Fälle zu unterscheiden sind:

- a) Ebenen mit lauter ungeraden Indizes; Auftreten von Zwischenebenen in  $\frac{1}{4}$  und  $\frac{3}{4}$  des ursprünglichen Netzebenenabstands.
- b) Ebenen mit gemischten Indizes, Summe der Indizes eine gerade Zahl: keine neuen Ebenen.
- c) Ebenen mit gemischten Indizes, Summe der Indizes eine ungerade Zahl: Halbierung des ursprünglichen Netzebenenabstands.

Ein sicheres Kriterium läßt sich nur mit Hilfe der der Klasse c) angehörenden Punkte 010, 04 $\bar{1}$ , 2 $\bar{3}$ 0, 2 $\bar{2}$ 3 gewinnen. Die Punkte 04 $\bar{1}$ , 2 $\bar{3}$ 0, 2 $\bar{2}$ 3 sind nunmehr als Vertreter des dritten Obertons  $\lambda_0/4$  aufzufassen; alle drei gehören sie zu den schwächsten Punkten des Photogramms (Fig. 10b), jedoch sind zwei von ihnen unzweifelhaft zu erkennen. Diese Tatsache mag aus Intensitätsgründen zunächst etwas befremdend erscheinen, da bei den Steinsalzaufnahmen seinerzeit sogar die Vertreter des zweiten Obertons  $\lambda_0/3$  ausgeblieben sind. Dazu ist jedoch zu bemerken, daß die Flußspataufnahme mehr als doppelt so lange Zeit exponiert wurde als die Steinsalzaufnahme. Ferner kann der Einwand erhoben werden, daß auf dem Photogramm (Fig. 10b) der Punkt 1 $\bar{1}$ 5, der von  $\lambda_0/3$  sich nur um 2,2% unterscheidet, nicht viel besser zu erkennen ist als 04 $\bar{1}$ , 2 $\bar{3}$ 0, 2 $\bar{2}$ 3, obgleich diese einer höheren Ordnung angehören. Diese Erscheinung kann aber vielleicht auf die Inkonstanz der Schleierschwärzung der photographischen Platte zurückzuführen sein, welche naturgemäß gerade bei diesen, eben noch sichtbaren Schwärzungsflecken von großer Bedeutung ist.

Die nunmehr erforderliche Deutung von 010 als Reflexion erster Ordnung von  $\lambda_0$  stimmt dagegen mit dem experimentellen Befunde sehr gut überein; denn die relative Intensität dieses Punktes ist bei Flußspat wesentlich größer als bei Bromkalium

---

1) Weiter tragend ist die von Ewald, Ann. d. Phys. 44. p. 261. 1914, angegebene Methode des Strukturfaktors.

und Sylvin; obgleich die Abweichung bei diesen Kristallen nur 0,8% bzw. 0,4%, bei Flußspat dagegen 2% betrug.

Einen weiteren Beweis für die Richtigkeit dieses Raumgittermodells liefert eine Vergleichung einer primären Steinsalzaufnahme (Nr. 3, Tafel V) mit dem Flußspatphotogramm (Nr. 2, Tafel IV) (die Orientierung der Kristalle war bei beiden Aufnahmen annähernd gleich): Während bei Steinsalz die Punkte  $01\bar{2}$ ,  $1\bar{2}0$ ,  $1\bar{2}\bar{1}$ ,  $1\bar{2}1$  alle sehr starke Schwärzung aufweisen, haben bei Flußspat die Punkte  $012$ ,  $01\bar{2}$  und  $1\bar{2}0$  gegenüber von  $1\bar{2}\bar{1}$  und  $1\bar{2}1$  ganz bedeutend an Intensität verloren; dieses Resultat erscheint zunächst befremdend, da nach Tabelle XX die Wellenlängen von  $1\bar{2}0$  und  $1\bar{2}1$  sich kaum unterscheiden und außerdem auch die beiden Indexquadratsummen fast gleich groß sind. Unter Annahme des Braggschen Raumgittermodells sind jedoch die beiden Wellenlängen verschieden ( $1\bar{2}0$  gehört zu Klasse c,  $1\bar{2}\bar{1}$  zu Klasse b) und da nach den früheren Erfahrungen die sehr kurzen Wellenlängen im primären Spektrum nur spärlich vertreten sind, so muß  $1\bar{2}0$  wesentlich schwächer sein als  $1\bar{2}\bar{1}$ .

### § 7. Energieverteilung.

Im I. Teil dieser Untersuchungen wurde experimentell bewiesen, daß die von der Röntgenröhre ausgesandte Strahlung aus einem Gemisch von vielen verschiedenen Wellenlängen besteht; in welcher Intensität<sup>1)</sup> sind nun bei der benutzten Röhrenhärte die einzelnen Wellenlängen auf den Photogrammen vertreten? Die Schwärzung der Interferenzflecke ist bestimmt

1. durch die photographisch<sup>2)</sup> wirksame Intensität der einfallenden Welle,
2. durch das verschiedene spektrale Auflösungsvermögen der einzelnen Netzebenen ( $\eta_1, \eta_2, \eta_3$ ); Lorentzscher Faktor

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}.$$

---

1) Die Bestimmung der Energieverteilung aus Interferenzphotogrammen wurde zuerst angegeben von Sommerfeld (Solvay-Note) und inzwischen ausführlich diskutiert von Ewald (Ann. d. Phys. 44. p. 257. 1914).

2) *Anmerkung bei der Korrektur:* Wie wenig die Kurve der photographischen Intensität die wahre Energieverteilung liefert, vgl. E. Wagner, Ann. d. Phys. 46. p. 880. 1915 (Spektraluntersuchungen an Röntgenstrahlen nach der Broglieschen Methode).



Eine Zusammenstellung der bei den Aufnahmen vorkommenden kürzesten Wellenlängen ergibt, daß die betreffenden Interferenzpunkte trotz relativ kleinen  $S$  der entsprechenden Netzebenen nur geringe Schwärzung aufweisen. Die Größe des Intensitätsabfalls nach der Seite der kurzen Wellenlängen ist am besten ersichtlich durch eine Vergleichung der Schwärzungen der Punkte  $02\bar{3}$  und  $023$  auf den Steinsalzphotogrammen Nr. 3 und Nr. 4 (Tafel V). Aus der früher angegebenen Orientierung des Kristalls berechnen sich die Wellenlängen

$$\begin{aligned} &\left. \begin{array}{l} \text{für } (02\bar{3}) \\ (023) \end{array} \right\} \text{ auf Nr. 3 zu } 43 \\ &\left. \begin{array}{l} \text{für } (02\bar{3}) \\ (023) \end{array} \right\} \text{ auf Nr. 4 zu } \left\{ \begin{array}{l} 34 \\ 52 \end{array} \right\}, \end{aligned}$$

wobei als Einheit wieder  $\lambda_0/2a \cdot 10^3$  gewählt ist ( $a$  = Würfel-ebenenabstand von Steinsalz). Während auf Nr. 3 beide Punkte gleich gut zu sehen sind, ist auf Nr. 4 nur der Punkt  $023$  sichtbar. Beide Aufnahmen waren mit der gleichen Röhre gleich lang (20 Minuten) exponiert worden. Da auf Nr. 3 Punkt  $02\bar{3}$  mit Wellenlänge 43 noch gut zu sehen ist, so muß der Abfall zwischen 43 und 34 ein sehr bedeutender sein.

Die Schwärzungsverhältnisse der von gleichwertigen Netzebenen herrührenden Punkte  $\bar{1}21$ ,  $\bar{1}2\bar{1}$ ,  $\bar{1}12$  und  $\bar{1}\bar{1}2$  liefern direkt ein Maß für die photographische Intensität der einzelnen Wellenlängen im primären Spektrum:

Tabelle XXI.

Index	$\frac{\lambda}{2a} \cdot 10^3$
$\bar{1}21$	60
$\bar{1}2\bar{1}$	72
$\bar{1}12$	100
$\bar{1}\bar{1}2$	126

Auf Photogramm Nr. 4 ist zwischen den sehr starken Schwärzungen von  $\bar{1}21$  und  $\bar{1}2\bar{1}$  kaum ein Unterschied zu erkennen; die Energiekurve wird somit zwischen 60 und 70 nur wenig ansteigen. Gehen wir nun zu längeren Wellenlängen

über, so zeigt ein Vergleich der Schwärzungen von  $\bar{1}2\bar{1}$ ,  $\bar{1}1\bar{2}$  und  $\bar{1}1\bar{2}$ , daß das Maximum der photographischen Intensität überschritten ist. Noch deutlicher ist dieser Intensitätsabfall aus einer Vergleichung von  $\bar{1}1\bar{3}$  (mit 102) und  $\bar{1}1\bar{3}$  (mit 146) zu erkennen; auf der Kontrollaufnahme Nr. 3 sind die entsprechenden Punkte beide gleich gut zu sehen. Die Tatsache, daß sich im Bereich der ganz langen Wellenlängen nur einzelne wenige Vertreter finden, ist damit zu erklären, daß bei der benutzten Orientierung der Kristalle ein sehr großer Netzebenenabstand erforderlich ist, damit überhaupt solch lange Wellenlängen auftreten können. Infolgedessen konnten auch auf keinem der Photogramme Einflüsse von Eigenstrahlung des Antikathodenmaterials nachgewiesen werden.

Diese Überlegungen lassen sich dahin kurz zusammenfassen: „In der benutzten Primärstrahlung sind die kurzen Wellenlängen, ebenso wie die langen Wellenlängen, nur spärlich vertreten, während das Maximum der photographischen Intensität in dem Intervall  $\lambda/2a \cdot 10^3 = 60$  bzw. 70 enthalten ist.“

Dieses Resultat liefert sofort eine Erklärung für die oben mehrfach konstatierte, auffallende Tatsache, daß auf den monochromatischen Photogrammen die durch den ersten Oberton ( $\lambda_0/2$ ) erzeugten Interferenzpunkte ebenso intensiv geschwärzt sind wie die Vertreter der Grundwellenlänge  $\lambda_0$ . Die primären Kristalle waren nämlich so aufgestellt, daß sich für die Grundwellenlänge  $\lambda_0$  in der ausgesandten monochromatischen Strahlung etwa der Wert 140 ergab, somit entspricht der erste Oberton  $\lambda_0/2$  gerade dem Maximum der photographischen Intensität.

### Zusammenstellung der Resultate.

#### 1. Natur der Interferenzstrahlen.

1. Die von einem Steinsalzraumgitter abgebeugten Röntgenstrahlen sind „monochromatisches“ Röntgenlicht; in jedem abgebeugten Strahl ist nur eine einzige Wellenlänge bzw. deren Obertöne enthalten, während die von der Röhre ausgesandte Primärstrahlung aus einer kontinuierlichen Folge von verschiedenen Wellenlängen besteht.

2. Durch analoge Versuche mit Sylvin wird die allgemeine Gültigkeit des unter 1. ausgesprochenen Satzes bewiesen.
3. Das starke Hervortreten des ersten Obertons auf den monochromatischen Photogrammen wird erklärt durch die Eigenart der spektralen Energieverteilung in der Primärstrahlung.
4. Auf Grund der erhaltenen Photogramme wird der qualitative Verlauf der Energiekurve beschrieben und näherungsweise angegeben, in welchem Wellenlängenintervall bei der benützten Röhrenhärte die maximale photographisch wirksame Energie ausgestrahlt wird.

## 2. Kristallstruktur.

5. Das Steinsalzraumgitter ( $a_0$ ) gehört zum flächenzentrierten Typus, während das Raumgitter des Sylvins ( $a_1$ ) einfach kubisch ist; das Verhältnis der Gitterkonstanten wird experimentell bestimmt zu

$$a_0 : a_1 = 1 : 1,122.$$

6. Das Bromkaliumgitter kann erklärt werden als ein flächenzentriertes Gitter von Bromatomen; für das Verhältnis seiner Gitterkonstanten ( $a_2$ ) zu der des Steinsalzes ( $a_0$ ) ergibt sich der experimentelle Wert

$$a_0 : a_2 = 1 : 1,150.$$

7. Für das Flußspatgitter, das ebenfalls zum flächenzentrierten Typus gehört, wird experimentell ermittelt, daß die Kantenlänge ( $a_3$ ) seines Elementarkubus sich zu der von Sylvin ( $a_1$ ) verhält wie

$$a_1 : a_3 = 1 : 0,878.$$

8. Es wird nachgewiesen, daß das nach dem Vorschlag von W. L. Bragg (durch Einführung von  $8F$ -Atomen pro Elementarkubus) sich ergebende Raumgittermodell für Flußspat mit den erhaltenen Versuchsergebnissen im Einklang steht.
-

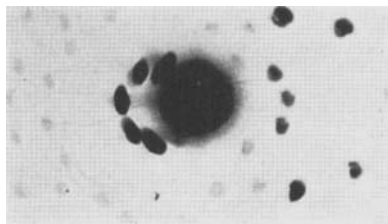
Die vorliegende Arbeit wurde vom Januar 1913 bis Ostern 1914 im Physikalischen Institut der Universität München ausgeführt.

Es sei mir hier gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Geheimrat Röntgen, für das stets bewiesene Wohlwollen und für das große Interesse, das er diesen Untersuchungen entgegenbrachte, meinen ehrerbietigsten Dank auszusprechen.

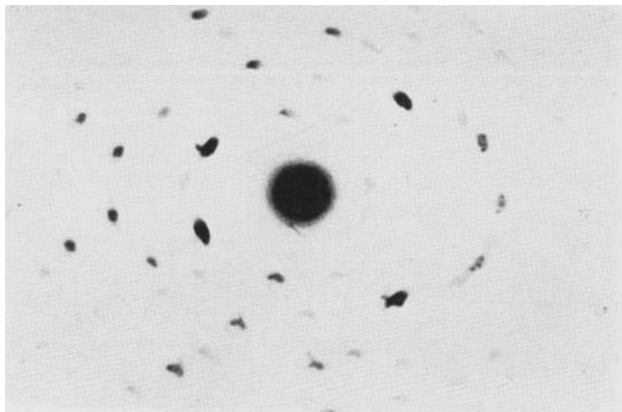
Herrn Professor Dr. Wagner bin ich für viele wertvolle Ratschläge zu ganz besonderem Danke verpflichtet.

(Eingegangen 31. März 1915.

---

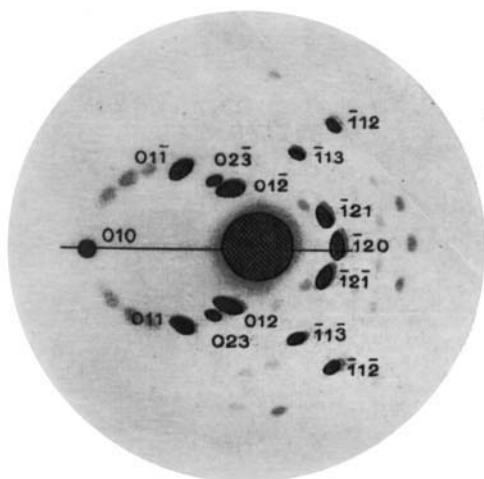


**Nr. 1.**

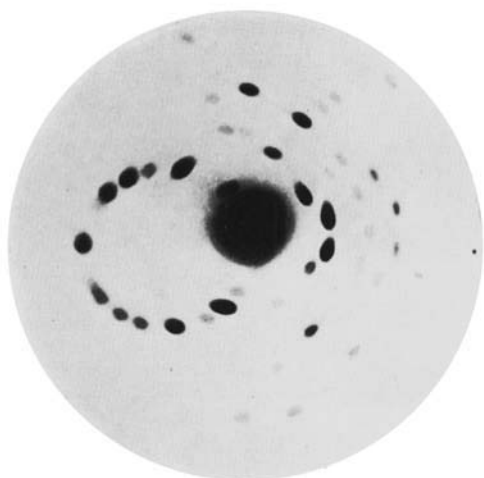


**Nr. 2.**

**R. Glocker.**



Nr. 3.



Nr. 4.

R. Glocker.