

# ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

N<sup>o</sup> 3302.

Band 138.

14.

## Bestimmung der Abplattung und des Aequators von Mars.

Von Prof. H. Struve.

Bekanntlich lassen sich die Abplattung und die Coordinaten des Aequators eines Planeten aus Beobachtungen seiner Trabanten mit grosser Genauigkeit ableiten, wenn die Beobachtungen einen hinreichend langen Zeitraum umfassen, um die Bewegung der Knoten und Apsidenlinien mit genügender Sicherheit zu erkennen. Auf diesem Wege sind jene Grössen, welche für jeden Planeten von fundamentaler Bedeutung sind, zuerst für Jupiter genauer bestimmt worden. In letzterer Zeit haben ferner die fortgesetzten Beobachtungen der Saturnsatelliten es ermöglicht, auch für Saturn die Abplattung und die Lage des Aequators innerhalb sehr enger Grenzen einzuschliessen. In Bezug auf Mars stehen uns für's erste nur einige wenige grössere Beobachtungsreihen der Satelliten, die durch längere Intervalle von einander getrennt sind, zu Gebote. Der Umstand jedoch, dass der innere Marstrabant eine sicher nachweisbare Excentricität der Bahn besitzt und beide Trabanten merkliche Neigungen gegen den Marsäquator haben, begünstigt die Bestimmung der Apsiden- und Knoten-Bewegungen, aus welchen die Abplattung, wegen der geringen Entfernungen der Trabanten vom Planeten, mit grosser Genauigkeit hervorgeht. Die Grösse der Abplattung und die Schnelligkeit, mit welcher in Folge derselben die Bahnebenen der Trabanten oscilliren, macht es ferner möglich, schon aus den über 17 Jahre sich erstreckenden Beobachtungen recht genäherte Werthe für die Coordinaten des Marsäquators abzuleiten. Ich erlaube mir die Resultate einer darauf bezüglichen Untersuchung im Folgenden mitzutheilen. Die zum Theil noch nicht veröffentlichten Beobachtungen, sowie die Ableitung der Bahnen, auf welche diese Untersuchung sich stützt, sollen demnächst in den Publicationen der Pulkowaer Sternwarte erscheinen.

Als Ausgangspunkt diente eine Beobachtungsreihe von Deimos und Phobos, welche ich im vorigen Herbst am 30zölligen Refractor in Pulkowa erhalten habe. Die letztvergangene Opposition von Mars war wegen der nördlichen Declination und der geringen Entfernung des Planeten für die Sichtbarkeit der Trabanten auf nördlichen Sternwarten

besonders günstig und zugleich die erste, welche die Trabanten am 30zölligen Refractor unter solchen Bedingungen beobachten liess. Zwar hatte ich schon im Frühjahr 1886, bald nach der Aufstellung des Refractors, eine kurze Beobachtungsreihe von Deimos erhalten, allein, wegen der damaligen grossen Entfernung von Mars und auch wegen der damals angewandten Beobachtungsmethode fielen die Beobachtungen so wenig günstig aus, dass ich ihnen keine weitere Beachtung schenkte. Bei der Beobachtungsreihe während der letzten Opposition sind die Trabanten immer durch rechtwinklige Coordinaten, in der Richtung des genäherten angenommenen äquatorealen und polaren Durchmessers von Mars, mit den gegenüberliegenden Rändern der Planetenscheibe verbunden worden, ein Verfahren, welches die Beobachtungen symmetrischer und gleichförmiger anzuordnen erlaubt, als jede andere Beobachtungsweise und an Genauigkeit jedenfalls bedeutend überlegen ist den Schätzungen des Centrums der Planetenscheibe. Verbindungen der Trabanten unter einander lassen sich aus leicht begreiflichen Gründen hier nur gelegentlich ausführen und können daher im Allgemeinen nicht zu einer unabhängigen Ableitung der Trabantenbahnen benutzt werden. — Die Beobachtungen erstrecken sich über die Zeit vom 20. September bis zum 9. November. Nach dem 9. November trat anhaltend trübes Wetter ein und konnte nur noch ein einziges Mal Deimos am 6. December beobachtet werden. Obwohl hiernach die Beobachtungen nur einen mässigen Zeitraum umfassen, so zeigte sich doch bei der Reduction der Beobachtungen von Phobos ein deutlich ausgesprochener Gang in den Abweichungen, welcher auf eine nicht unbedeutende Bewegung in den Elementen hinwies. Bei der völligen Unkenntniss dieser Bewegungen blieb nichts anderes übrig, als die Beobachtungen um zwei Epochen zu gruppiren und für jede Epoche die Bahnelemente getrennt abzuleiten. Bei den Messungen von Deimos war kein solcher Gang zu erkennen und wurden daher die Beobachtungen zu einem System zusammengezogen. Für die hier in Betracht kommenden Elemente ergaben sich bei der schliesslichen Auflösung der Gleichungen folgende Werthe:

	Deimos	Phobos 1. Abth.	Phobos 2. Abth.
	Mittl. Epoche: 1894.79	1894.74	1894.82
Knoten } (Aequ.)	$N = 47^{\circ}42 \pm 0^{\circ}08$	$N = 47^{\circ}29 \pm 0^{\circ}30$	$N = 46^{\circ}65 \pm 0^{\circ}20$
Neigung }	$I = 38.40 \pm 0.04$	$I = 38.26 \pm 0.09$	$I = 38.32 \pm 0.07$
Excentricität	$e = 0.0017 \pm 0.0008$	$e = 0.0164 \pm 0.0018$	$e = 0.0169 \pm 0.0009$
Apsidenlinie	$w = 183^{\circ}6 \quad -$	$w = 205^{\circ}6 \pm 4^{\circ}2$	$w = 234^{\circ}2 \pm 3^{\circ}8$
(von $N$ aus gerechnet)			

Jede dieser Reihen beruht auf ungefähr 20 Beobachtungen und ergibt sich der w. F. einer einzelnen Beobachtung aus den übrig bleibenden Abweichungen: für Deimos =  $\pm 0''138$ , für Phobos =  $\pm 0''139$  und  $\pm 0''101$ . Daraus sind die w. F. der Elemente genähert abgeleitet.

Unter den zahlreichen Washingtoner Beobachtungen der Marstrabanten kommen hauptsächlich drei grössere Reihen in Betracht, welche während der günstigen Oppositionen 1877, 1879 und 1892 erhalten worden sind. Die Beobachtungsreihen von 1877 sind schon von Professor Hall bearbeitet worden (Observations and Orbits of the Satellites of Mars), ferner die Beobachtungsreihe von Deimos 1892, kürzlich von Herrn Harshman (Astronomical Journal No. 331). Für die übrigen Reihen mussten die Bahnen besonders abgeleitet werden. Ausserdem wurde die Bahn von Deimos für 1886 aus der Verbindung der oben erwähnten älteren Beobachtungen in Pulkowa mit einigen um dieselbe Zeit erlangten Beobachtungen in Washington abgeleitet. Endlich benutzte ich noch die von Herrn Campbell 1892 am Lick-Refractor erhaltenen Messungen von Deimos und Phobos, die für die Beurtheilung der gleichzeitigen Washingtoner Beobachtungen von grossem Werth sind. Die hierbei erlangten Resultate stellen wir im Folgenden zusammen.

## Deimos.

Mittl. Ep.:	1877.69	1879.86	1886.20	1892.60
<i>N</i>	48°10	48°27	48°66	48°05
<i>I</i>	35.65	35.97	36.47	38.01
<i>e</i>	0.0057	0.0020	—	0.0182
<i>w</i>	40°9	120°9	—	299°3

## Phobos.

Mittl. Ep.:	1877.68	1879.85	1892.60
<i>N</i>	47°22	46°14	46°65
<i>I</i>	36.78	36.44	38.42
<i>e</i>	0.0321	0.0070	0.0362
<i>w</i>	45°5	84°1	250°9

Zu diesen Resultaten wäre noch Folgendes zu bemerken:

1) Da die Beobachtungen von Deimos 1886 nur ein geringes Gewicht beanspruchen, ist bei der Ableitung der Bahn von einer Bestimmung der Excentricität abgesehen worden.

2) Bei der Vergleichung der Washingtoner Beobachtungen von Phobos 1892 mit den während derselben Opposition in Lick erhaltenen Beobachtungen ergab sich ein auffallender Unterschied in den Distanzen, welcher eine Vereinigung dieser beiden Reihen nicht zulässig. Da die in Lick beobachteten Distanzen durch Messungen der Trabanten von beiden Rändern erhalten sind und eine grosse Genauigkeit besitzen, während die Washingtoner Messungen ausnahmslos auf Schätzungen des Planetencentrums beruhen, so wurde ersteren der Vorzug gegeben und die Bahn von Phobos mit Ausschluss der Washingtoner Distanzen berechnet; die Positionswinkel, die in beiden Fällen durch Schätzungen erhalten sind, wurden hierbei mit gleichem Gewicht berücksichtigt.

3) Für die Bahn von Deimos 1892 sind die von Herrn Harshman l. c. gefundenen Resultate angegeben. Derselbe Unterschied in den Distanzen, der in den Beobachtungen von Phobos auftritt, zeigt sich auch bei den in Washington und Lick ausgeführten Beobachtungen von Deimos; die in Lick erhaltenen Messungen verrathen keine merkliche Excentricität, die Beobachtungsreihen der anderen Jahre lassen dieselbe ebenfalls unsicher und man wird daher die grosse Excentricität der Bahn von Deimos, welche sich aus den Washingtoner Distanzen für 1892 ergibt, recht bedeutenden systematischen Fehlern, die bei dieser Beobachtungsreihe begangen sind, zuschreiben müssen. Auch der Umstand, dass die Washingtoner Beobachtungen für die Richtung der Apsiden nur wenig verschiedene Werthe für beide Trabanten ergeben, lässt auf die Anwesenheit solcher Fehler schliessen und vermuthen, dass dieselben hauptsächlich in den schwierig auszuführenden Schätzungen des Centrums der Planetenscheibe ihren Grund haben. Ausserdem mag aber auch die niedrige Lage des Planeten während der Opposition von 1892 zu einer Verzerrung seines Bildes mit beigetragen haben.

Wie man aus den obigen Resultaten ersieht, lassen die Pulkowaer Beobachtungen während der letzten Opposition, sowie auch die Washingtoner und Lick-Beobachtungen das Vorhandensein einer Excentricität der Bahn von Phobos nicht bezweifeln. Die Excentricität der Bahn von Deimos erscheint hingegen weniger sicher verbürgt, weshalb auch die obigen Bestimmungen der Apsidenlinie für Deimos kein grosses Zutrauen verdienen. Ferner sieht man, dass die Bahnebene von Deimos im Laufe von 17 Jahren sich erheblich verändert hat, indem die Neigung *I* seit den Washingtoner Beobachtungen von 1877 und 1879 um mehr als 2° gewachsen ist. Das allmähliche langsame Anwachsen derselben, verbunden mit der relativ nur geringen Aenderung der anderen Coordinate *N*, lässt aber keine andere Deutung zu, als dass der Pol der Bahnebene von Deimos bei seiner durch die Abplattung des Planeten verursachten Praecessionsbewegung bloss einen Theil seines Umlaufs zurückgelegt hat; und zwar übersieht man leicht, dass nur die Annahme, der Pol habe in 17 Jahren etwa ein Drittel seines Umlaufs zurückgelegt, eine befriedigende Darstellung der obigen Werthe von *N* und *I* ermöglicht. Damit ist sogleich ein genäherter Werth = 7° für die jährliche Bewegung des Pols der Deimosbahn, welche nahezu gleich sein muss der Bewegung der Apsidenlinie, gegeben.

Zieht man ferner die beiden für Phobos 1892 erlangten Bestimmungen von *w*, der zweiten doppeltes Gewicht beilegend, zusammen, so hat man:

1877.68	$w_p = 45^{\circ}5$
1879.85	= 84.1
1892.60	= 250.9
1894.79	= 224.7

Diese Zahlen kann man dahin interpretiren, dass die Apsidenlinie von Phobos von einer Opposition des Planeten bis zur nächstfolgenden angenähert eine ganze Zahl von Umläufen ausführt. Für das Verhältniss der Bewegungen der Apsidenlinien der beiden Trabanten hat man aber,

wenn man durch  $a_D$   $a_P$  und  $n_D$   $n_P$  die Halbaxen und mittleren Bewegungen bezeichnet:

$$\Delta w_D : \Delta w_P = \frac{n_D}{a_D^2} : \frac{n_P}{a_P^2} = 24.79$$

folglich kann die Apsidenlinie von Phobos von einer Opposition bis zur nächstfolgenden nur einen vollen Umlauf ausführen oder sich genähert um  $\Delta w_P = 165^\circ$  im Jahre fortbewegen. Wir wollen zwei Annahmen machen, welche diesen Werth einschliessen und die erste und letzte Bestimmung in Einklang mit einander bringen; dieselben müssen dann um  $21^\circ$  von einander verschieden sein:

I  $\Delta w_P = 158^\circ$       II  $\Delta w_P = 179^\circ$

Reducirt man mit diesen jährlichen Bewegungen auf die letzte Epoche, so erhält man in beiden Fällen:

	I	II
aus 1877.68	$w_P = 229^\circ$	$w_P = 228^\circ$
» 1879.85	$= 285$	$= 239$
» 1892.60	$= 237$	$= 283$
» 1894.79	$= 225$	$= 225$

Eine andere Voraussetzung erscheint nicht zulässig, wenn man nicht eine von den beiden mittleren Bestimmungen ausschliessen will. Welcher von den beiden Voraussetzungen der Vorzug zu geben ist, lässt sich jedoch für's erste noch nicht entscheiden; auch können die übrigen, wenig zahlreichen Beobachtungen von Phobos, aus der Zwischenzeit von 1879 bis 1892, keinen sicheren Aufschluss darüber geben, da sie unter wenig günstigen Bedingungen angestellt sind. Wir müssen daher die Ableitung des Marsäquators unter beiden Voraussetzungen versuchen und werden hierbei finden, dass die erste Annahme die grössere Wahrscheinlichkeit besitzt.

Bezieht man die Trabantenebenen auf die Marsbahn von 1880.0, welche wir im Folgenden als unveränderliche Ebene zu Grunde legen wollen, und rechnet die Längen von dem aufsteigenden Knoten der Marsbahn auf dem Aequator 1880.0, so gehen die im Obigen auf den Aequator bezogenen Werthe  $N$ ,  $I$  jetzt über in die folgenden:

Für Deimos:					
Ep.:	1877.69	1879.86	1886.20	1892.60	1894.79
$N$	85°02	84°60	84°05	80°90	79°62
$I$	24.33	24.63	25.15	26.02	26 04
Für Phobos:					
Ep.:	1877.68	1879.85	1892.60	1894.74	1894.82
$N$	82°20	81°63	78°79	79°68	78°92
$I$	24.78	24.08	25.75	25.89	25.67

Hierbei ist die Lage der Marsbahn in Bezug auf den Aequator 1880.0

$$N^0 = 3^\circ 19'3 \quad I^0 = 24^\circ 42'9$$

angenommen.

Diese Elemente wären zunächst wegen der geringen

periodischen Sonnenstörungen zu verbessern, deren Amplitude bei Deimos nur etwa  $2'$  in  $N$ , und etwa  $1'$  in  $I$  beträgt. Dieselben sind im Folgenden berücksichtigt. Die durch die Sonne und die Abplattung der Planeten bewirkten Säcularstörungen der Trabantenbahnen ergeben sich alsdann durch die bekannten Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \sin I \frac{dN}{dt} &= -K \sin I \cos I - K' \sin \lambda \cos \lambda \cos \psi \\ \frac{dI}{dt} &= +K' \sin \lambda \cos \lambda \sin \psi \end{aligned}$$

Darin bedeuten:  $\lambda$  die Neigung der Trabantenbahn gegen den Marsäquator,  $\psi$  den auf der Trabantenbahn gemessenen Bogen zwischen dem Marsäquator und der Marsbahn,  $K$  und  $K'$  die beiden von der Sonne und der Abplattung abhängigen Constanten, welche die Grösse der Knoten resp. Apsidenbewegung bestimmen. Da  $\frac{K}{K'}$  jedenfalls ein kleiner Bruch ist und die Trabantenbahnen nur in geringen Neigungen um den Marsäquator oscilliren, so kann man die höheren Potenzen dieser Grössen vernachlässigen und hat alsdann mit genügender Strenge an Stelle obiger Gleichungen die folgenden:

$$\begin{aligned} \sin I_0 \frac{dN}{dt} &= -K \sin I_0 \cos I_0 - K' (I - I_0) \\ \frac{dI}{dt} &= +K' \sin I_0 (N - N_0) \end{aligned}$$

in welchen  $N_0$   $I_0$  die Coordinaten des Marsäquators in Bezug auf die Marsbahn bedeuten. Die Integrale dieser Gleichungen:

$$\begin{aligned} \sin I_0 (N - N_0) &= \gamma \sin (\theta - K' t) \\ I - I_0 &= \gamma \cos (\theta - K' t) - \frac{K}{K'} \sin I_0 \cos I_0 \end{aligned}$$

drücken den bekannten Satz aus, dass der Pol der Trabantenbahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit einen Kreis um den Pol einer festen Ebene beschreibt, welche durch den Knoten des Planetenäquators mit der Planetenbahn hindurchgeht und deren Neigung gegen die Planetenbahn durch

$$I_0 - \frac{K}{K'} \sin I_0 \cos I_0$$

bestimmt ist. Die beiden Integrationsconstanten  $\gamma$ ,  $\theta$  bezeichnen offenbar die constante Neigung der Trabantenbahn gegen diese feste Ebene und die Länge des Knotens auf derselben zur Zeit  $t = 0$ . Hat man nun für verschiedene Epochen eine Reihe von Werthen  $N$  und  $I$  bestimmt, kennt ausserdem  $K$  und  $K'$ , so kann man aus diesen Gleichungen in einfacher Weise die wahrscheinlichsten Werthe von  $N_0$   $I_0$ , so wie von  $\gamma$  und  $\theta$  ableiten.  $K'$  ist aber gleich zu setzen der durch die Abplattung erzeugten Apsidenbewegung  $\Delta w$ ; ferner

$$K = \frac{3}{4} \frac{n_0^2}{n(1 - e_0^2)^{3/2}}$$

wenn mit  $n_0$  und  $n$  die mittleren Bewegungen des Planeten

und Trabanten, mit  $e_0$  die Excentricität der Planetenbahn bezeichnet wird; man hat folglich, das julianische Jahr zur Zeiteinheit genommen,

für Deimos  $K = 0.2673$

für Phobos  $K = 0.0675$ .

Ein vorläufiger Ueberschlag lässt ferner

$N_0 = 81.00$        $I_0 = 25.30$

als Näherungswerthe für die Coordinaten des Marsäquators erkennen.

Unter den beiden für die Apsidenbewegung von Phobos gemachten Voraussetzungen findet man daher:

$$\begin{aligned} \sin I_0 (N - N_0) &= \sin I_0 dN_0 + \gamma \sin \theta \cos K' t - \gamma \cos \theta \sin K' t \\ I - I_0 + \frac{K}{K'} \sin I_0 \cos I_0 &= dI_0 + \gamma \sin \theta \sin K' t + \gamma \cos \theta \cos K' t \end{aligned}$$

so führt die Vergleichung der durch die Beobachtungen bestimmten  $N$  und  $I$  mit den genähert vorausgesetzten Coordinaten des Marsäquators  $N_0$   $I_0$  zu folgenden Bedingungsgleichungen für Deimos:

		I	II
für Phobos	$K'$	158°0	179°0
	$\frac{K}{K'} \sin I_0 \cos I_0$	0.01	0.01
für Deimos	$K'$	6.374	7.221
	$\frac{K}{K'} \sin I_0 \cos I_0$	0.93	0.82

wo  $\frac{K}{K'} \sin I_0 \cos I_0$  die Winkel bedeuten, welche die festen Ebenen mit dem Marsäquator einschliessen. Schreibt man schliesslich:

I		$\Delta(O-C)$
1877.69	$\sin I_0 dN_0 - 0.326 \gamma \sin \theta + 0.946 \gamma \cos \theta = +1.71$	+0.06
1879.86	» - 0.091 » + 0.995 » = +1.55	-0.08
1886.20	» + 0.577 » + 0.817 » = +1.30	+0.23
1892.60	» + 0.970 » + 0.242 » = -0.06	0.00
1894.79	» + 1.000 » + 0.001 » = -0.58	-0.10
1877.69	$dI_0 - 0.946 \gamma \sin \theta - 0.326 \gamma \cos \theta = -0.03$	+0.20
1879.86	» - 0.995 » - 0.091 » = +0.27	+0.08
1886.20	» - 0.817 » + 0.577 » = +0.80	-0.43
1892.60	» - 0.242 » + 0.970 » = +1.65	0.00
1894.79	» - 0.001 » + 1.000 » = +1.68	+0.07
II		$\Delta(O-C)$
1877.69	$\sin I_0 dN_0 - 0.552 \gamma \sin \theta + 0.834 \gamma \cos \theta = +1.71$	+0.12
1879.86	» - 0.308 » + 0.951 » = +1.55	-0.08
1886.20	» + 0.468 » + 0.883 » = +1.30	+0.20
1892.60	» + 0.962 » + 0.274 » = -0.06	-0.01
1894.79	» + 1.000 » + 0.001 » = -0.58	-0.12
1877.69	$dI_0 - 0.834 \gamma \sin \theta - 0.552 \gamma \cos \theta = -0.14$	+0.21
1879.86	» - 0.951 » - 0.308 » = +0.16	+0.09
1886.20	» - 0.883 » + 0.468 » = +0.69	-0.49
1892.60	» - 0.274 » + 0.962 » = +1.54	-0.02
1894.79	» - 0.001 » + 1.000 » = +1.57	+0.11

in denen die Zeit von 1894.80 an gerechnet ist und  $dN_0$ ,  $dI_0$  die an  $N_0$  und  $I_0$  noch anzubringenden Correctionen bedeuten. Den Gleichungen für 1894 wollen wir doppeltes Gewicht beilegen.

In derselben Weise gelangt man für Phobos zu den Gleichungen:

I		$\Delta(O-C)$
1877.68	$\sin I_0 dN_0 - 0.995 \gamma \sin \theta - 0.087 \gamma \cos \theta = +0.51$	0.00
1879.85	» - 0.927 » - 0.375 » = +0.27	-0.02
1892.60	» + 0.977 » - 0.208 » = -0.94	-0.03
1894.74	» + 0.986 » + 0.165 » = -0.57	+0.11
1894.82	» + 0.998 » - 0.056 » = -0.89	-0.06
1877.68	$dI_0 + 0.087 \gamma \sin \theta - 0.995 \gamma \cos \theta = -0.51$	+0.28
1879.85	» + 0.375 » - 0.927 » = -1.21	-0.26
1892.60	» + 0.208 » + 0.977 » = +0.46	+0.10
1894.74	» - 0.165 » + 0.986 » = +0.60	-0.02
1894.82	» + 0.056 » + 0.998 » = +0.38	-0.09

II			$\Delta(O-C)$
1877.68	$\sin I_0 dN_0 - 0.995 \gamma \sin \theta - 0.087 \gamma \cos \theta = +0.51$		+0.33
1879.85	» - 0.920 » + 0.391 » = +0.27		-0.15
1892.60	» + 0.830 » + 0.560 » = -0.94		-0.46
1894.74	» + 0.982 » + 0.186 » = -0.57		+0.22
1894.82	» + 0.998 » - 0.063 » = -0.89		+0.06
1877.68	$dI_0 + 0.087 \gamma \sin \theta - 0.995 \gamma \cos \theta = -0.51$		+0.43
1879.85	» - 0.391 » - 0.920 » = -1.21		-0.60
1892.60	» - 0.560 » + 0.830 » = +0.46		-0.09
1894.74	» - 0.186 » + 0.982 » = +0.60		+0.17
1894.82	» + 0.063 » + 0.998 » = +0.38		+0.09

Die Auflösung dieser Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt:

Für Deimos.		
	I	II
$dN_0$	-0.156	+0.172
$dI_0$	-0.068	+0.005
$\gamma \sin \theta$	-0.408	-0.544
$\gamma \cos \theta$	+1.672	+1.461
$N_0$	80.844	81.172
$I_0$	25.232	25.305
$\gamma$	1.72	1.56
$\theta$	346.3	339.6

  

Für Phobos.		
	I	II
$dN_0$	-0.262	-0.800
$dI_0$	-0.110	-0.278
$\gamma \sin \theta$	-0.684	-0.575
$\gamma \cos \theta$	+0.625	+0.609
$N_0$	80.738	80.200
$I_0$	25.190	25.022
$\gamma$	0.93	0.84
$\theta$	312.4	316.7

Die Abweichungen, welche diese Lösungen in den einzelnen  $N$  und  $I$  übrig lassen, haben wir in der Rubrik  $\Delta(O-C)$  aufgeführt. Die Summe der Fehlerquadrate ergibt sich in beiden Fällen:

	I	II
für Deimos	$(\Delta\Delta) = 0.324$	$(\Delta\Delta) = 0.406$
für Phobos	$(\Delta\Delta) = 0.183$	$(\Delta\Delta) = 0.976$

Man sieht also, dass die Beobachtungsergebnisse in der ersten Voraussetzung sehr viel besser dargestellt werden; zugleich ergeben sich für die Coordinaten des Aequators fast identische Werthe aus den Bahnen der beiden Trabanten, während in der zweiten Voraussetzung keine so befriedigende Uebereinstimmung zu erzielen ist. Es ist also keine Frage, dass die erste Voraussetzung den Vorzug verdient und wir wollen demnach bei dem Werthe  $\Delta w_p = 158^\circ$  stehen bleiben. Eine Verbesserung dieses Werthes ist, wie ich glaube, nicht durch die noch anderweitig vorhandenen und hier noch nicht berücksichtigten Beobachtungen der Marstrabanten, sondern nur durch zukünftige Beobachtungen zu erwarten. Insbesondere würde eine gute

Beobachtungsreihe während der nächsten Opposition, welche noch unter leidlich günstigen Bedingungen stattfindet, von grossem Nutzen sein.

Die Vereinigung der aus den Bahnen von Deimos und Phobos gefundenen Werthe von  $N_0, I_0$  ergibt schliesslich die Coordinaten des Marsäquators in Bezug auf die Marsbahn 1880.0

$$N_0 = 80^\circ 47.5$$

$$I_0 = 25 \ 12.7$$

oder auf den Erdäquator 1880 +  $t$  bezogen:

$$N_0 = 47^\circ 0.6 + 0.472 \cdot t$$

$$I_0 = 37 \ 29.9 - 0.244 \cdot t$$

Die festen Ebenen haben gegen die Marsbahn 1880.0 die Neigungen:

$$\text{für Deimos } I_D = 24^\circ 17.0$$

$$\text{für Phobos } I_P = 25 \ 12.1$$

und die Neigungen und Knotenlängen der Trabantenbahnen bezüglich dieser Ebenen sind:

$$\gamma_D = 1.72 \quad \theta_D = 346.3 - 6.374(T - 1894.80)$$

$$\gamma_P = 0.93 \quad \theta_P = 312.4 - 158.0(T - 1894.80)$$

Bei der Ableitung dieser Werthe ist die Säcularbewegung der Marsbahn und die noch unbekannte Praecession des Marsäquators vernachlässigt; der Einfluss beider kann sich erst nach Verlauf viel längerer Zeiträume geltend machen und äussert sich darin, dass die festen Ebenen, auf welchen die Bahnen der Trabanten fortschreiten, langsame Aenderungen erfahren, indem sie beständig durch den Knoten des Marsäquators mit der Marsbahn hindurchgehen. Von diesem Gesetz kann nur die gegenseitige Anziehung der Satelliten geringe Abweichungen erzeugen. Obige Werthe von  $N_0, I_0$  kann man somit für das Jahr 1886, als die mittlere Epoche aller Beobachtungen, geltend annehmen.

Von den bisherigen Bestimmungen der Lage des Marsäquators, welche sämmtlich auf Beobachtungen der Polarflecke beruhen, mögen hier nur die folgenden namhaft gemacht werden.

Professor Oudemans fand aus Bessel's Beobachtungen der Polarflecke während der Jahre 1830 bis 1837, für die Richtung der Marsaxe die Coordinaten  $\alpha = 317^\circ 34'$ ,  $\delta = 50^\circ 5'$  (cf. A. N. Bd. 35), woraus auf 1880 bezogen:  $N_0 = 47^\circ 57'$ ,  $I_0 = 39^\circ 44'$  folgt. Schiaparelli's Beobachtungen des südlichen Polarflecks während der Jahre 1877

und 1879 (cf. Atti della Accad. dei Lincei Vol. X) ergeben für 1880.0:  $N_0 = 48^\circ 7'8$ ,  $I_0 = 36^\circ 22'9$ .

Beide Bestimmungen weichen sowohl von einander, wie auch von dem obigen Resultat recht beträchtlich ab, und es kann wohl keinem Zweifel unterliegen, dass sowohl die Schwierigkeit, genaue Einstellungen der Polarflecke zu erhalten, wie auch die Veränderlichkeit der letzteren, die Schuld daran tragen. Jedenfalls dürfte das obige Resultat, wie man aus der Darstellung der beiden Bahnen ersehen kann, schon jetzt die früheren Bestimmungen erheblich an Genauigkeit übertreffen, obgleich die Knotenlinie der Deimosbahn seit der Entdeckung der Trabanten noch nicht einmal ein Drittel ihrer Umlaufsbewegung vollendet hat. Es versteht sich daher von selbst, dass auf diesem Wege in der Bestimmung des Marsäquators, wie auch der Neigungen und Knotenlängen der Trabantenbahnen zu erwarten steht.

Es erübrigt noch aus der oben gefundenen Bewegung der Apsidenlinie von Phobos die Abplattung des Planeten zu berechnen. Man hat dazu die bekannte Gleichung:

$$\left(\frac{a}{a_0}\right)^2 \cdot \frac{\Delta w}{n} = \chi - \frac{\varphi}{2}$$

anzuwenden, in welcher  $\chi$  die Abplattung,  $\varphi = \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{a_0}{a}\right)^3$

das Verhältniss der Centrifugalkraft zur Schwere am Aequator,  $a_0$   $T_0$  Aequatorealradius und Umdrehungszeit des Planeten,  $a$   $T$   $n$  Halbaxe, Umlaufszeit und mittlere jährliche Bewegung des Trabanten bezeichnen. Setzt man,  $a_0$  und  $a$  auf die Entfernung 1 beziehend:

$$\begin{aligned} a_0 &= 4^{\text{r}80} \\ T_0 &= 24^{\text{h}62297} \end{aligned}$$

Königsberg 1895 Juni.

## Preliminary Note on the $D_3$ Line in the Spectrum of the Chromosphere.

By *George E. Hale*.

On account of the recent discovery by Prof. Ramsay of a gas which appears to be helium, I have thought it desirable to make a new determination of the wave-length of the solar  $D_3$  line. Prof. Runge's observation of the duplicity of the yellow line given by a vacuum tube has caused me to direct special attention to the appearance of the  $D_3$  line in the chromosphere and prominences.

The observations have been made with the large solar spectroscope which is used in connection with the 12 inch refractor of the Kenwood Observatory. The collimator and observing telescope of the spectroscope are each of three inches aperture and  $42\frac{1}{2}$  inches focal length. The large Rowland grating (14438 lines to the inch) gives remarkably good definition.

On June 20 I examined a bright prominence at P.-A.  $67^\circ$ , and immediately detected an inconspicuous bright line on the less refrangible side of  $D_3$ , in the fourth order spectrum. Measures of the separation of the components were made with a filar micrometer by Mr. *Ellerman*, my assistant, and myself, and gave:

ferner für Phobos

$$\begin{aligned} a &= 12^{\text{r}948} \\ T &= 7^{\text{h}65385} \\ \lg n &= 5.61522 \end{aligned}$$

so erhält man  $\varphi = 0.00492$  und damit für  $\Delta w = 158^\circ$ :

$$\text{Die Abplattung } \chi = 0.00525 = \frac{1}{190}.$$

Ein Fehler in der Annahme von  $\Delta w$  um  $1^\circ$  würde den Nenner nur um 0.6 abändern. Der andere weniger wahrscheinliche Werth  $\Delta w = 179^\circ$  ergibt  $\chi = 0.00562 = \frac{1}{178}$ . In beiden Fällen ist, wie man sieht, das bekannte Clairaut'sche Theorem  $\chi < \frac{5}{4} \varphi$  erfüllt.

Bei dieser Ableitung ist für den Radius des Planeten ein Werth angenommen, der ungefähr in der Mitte liegt zwischen den mit Heliometern und mit Filarmikrometern gemessenen Werthen. Die Heliometer geben  $a_0$  um etwa 0.15 kleiner. Allein es erweist sich, dass eine Aenderung von  $a_0$  nur einen unbedeutenden Einfluss auf die Bestimmung von  $\chi$  hat, während andererseits  $\varphi$  recht beträchtlich dadurch geändert wird. Unter der Annahme  $a_0 = 4^{\text{r}65}$   $\Delta w = 179^\circ$  würde man beispielsweise  $\chi = 0.00560$ ,  $\frac{5}{4} \varphi = 0.00559$  erhalten; es würde also diese Voraussetzung dem Clairaut'schen Theorem bereits widersprechen.

Man sieht schliesslich, dass die Werthe von  $\chi$  und  $\varphi$  für Mars nur wenig von einander verschieden sind, wie das bekanntlich auch für die Erde der Fall ist und man kann daraus schliessen, dass das Gesetz der Dichtigkeiten für beide Planeten angenähert dasselbe ist, wohingegen bei Jupiter und Saturn die Zunahme der Dichtigkeit nach dem Innern eine erheblich grössere sein muss.

*Hermann Struve.*

June 20	Hale	0.354 tenth-meters
	Ellerman	0.359
June 21	Hale	0.357
	Mean	0.357

On account of the position of the prominence on the Sun, and its consequent motion in the line of sight, I preferred to determine the wave-length of  $D_3$  in the chromosphere at the north and south poles. In the prominence both components of  $D_3$  were narrow and sharp, the brighter one appearing to be the broader of the two. In the chromosphere the width of  $D_3$  was found to be about 0.54 tenth-meters, and the fainter component could not be seen, probably on account of the considerable width of the primary.

On June 21 the  $D_3$  line was seen to be double in a prominence at P.-A.  $256^\circ$ . The spectrum of this prominence contained no metallic lines (other than  $H$  and  $K$ ), while in that at P.-A.  $67^\circ$  (also observed on June 20) the  $b$  lines were reversed, and there was some motion in the line of sight.