

Die oben errechnete erhebliche Vergrößerung des Erdradius im Vergleich zur Bessel'schen Angabe, welche das sechsfache des mittleren Fehlers erreicht, möchte auf den ersten Anblick wunderbar erscheinen; man darf ihr indessen keine andere Bedeutung als die einer etwas flacheren Wölbung und daher etwas tieferen Lage der mathematischen Oberfläche Norddeutschlands zuerkennen; auf Bessel's Constantenbestimmung ist zwar eine aussereuropäische Gradmessung, nämlich die zweite ostindische, von einem alle anderen Gradmessungen überwiegenden Einfluss gewesen; indessen stimmen die europäischen Gradmessungen mit Ausnahme der ostpreussischen und hannoverschen denn doch in sich zu gut mit dem Bessel'schen Endergebniss überein, als dass man den obigen Resultaten eine allgemeinere Gültigkeit, etwa für Europa oder auch nur für ganz Deutschland, zuschreiben dürfte. Vermuthlich bildet Norddeutschland mit dem angrenzenden Ostseegebiet einen Abschnitt geringerer Krümmung zwischen den Abdachungen der Alpen und des skandinavischen Hochgebirges.

Hiermit scheint der in neuerer Zeit auf Grund der Potentialtheorie aufgestellte Satz, wonach Gebirge die mathematische Oberfläche gewissermaassen zu sich heraufziehen, Tiefebenen, und in noch stärkerem Maasse Ozeane, sie dagegen herabdrücken, durch die Messungen in unserer norddeutschen Tiefebene bereits bestätigt zu werden. Berechnet man das Maass, um welches eine auf 4 Breitengrade im Ganzen um 6 Secunden flacher gekrümmte Oberfläche (annähernd unser Fall) die Mitte dieses Oberflächentheiles dem Mittelpunkte der Erde näher bringt als das Vergleichs-ellipsoid, so erhält man $1\frac{1}{2}$ Meter.

Dies Ergebniss, obgleich scheinbar geringfügig und ziemlich gleichgültig, hat doch vielleicht die Bedeutung eines wichtigen Merkmales.

Man muss nämlich bedenken, dass alle unsere bisherigen Gradmessungen einen continentalen Charakter haben, den Erdradius also nicht auf den zurücktretenden flacheren,

Berlin 1884 Mai.

sondern auf den hervortretenden stärker gekrümmten Theilen der Erdoberfläche messen. Folglich geben sie ihn alle etwas zu klein an. Wenn es möglich wäre, eine Gradmessung auf dem Ocean vorzunehmen, — und es wird ja, etwa auf dem Inselarchipel des stillen Oceans, gewiss einmal möglich gemacht werden — so würde man den betreffenden mittleren Krümmungsradius und damit die Dimensionen der Erde etwas grösser errechnen, und somit, da die Weltmeere den grösseren Theil der Erdoberfläche ausmachen, auch den Erdradius im Mittel etwas grösser annehmen müssen.

Um sich dies klar zu machen, stelle man sich vor, der — kreisförmig angenommene — Aequator der Erde sei in Wirklichkeit eine Ellipse mit den Halbaxen 6400 und 6399 km. Dann wird der Krümmungsradius durch Gradmessungen in der Nähe der Endpunkte der grossen Axe = 6398 km, durch Gradmessungen in der Nähe der Enden der kleinen Axe aber = 6401 km gefunden werden. Nur aus den ersteren berechnet wird also der mittlere Radius etwa $1\frac{1}{2}$ km zu klein.

Dass eine derartige Annahme wahrscheinlich nicht ein blosses Traumgebild, sondern greifbare Wirklichkeit ist, geht aus den Schweremessungen hervor. Auf den abgelegenen Inseln des Oceans ist nämlich die Schwere, wie es scheint, um etwa $\frac{1}{8000}$ grösser, als man bei regelmässiger Gestalt der Erde erwarten müsste, und drängt diese Erscheinung nach den Untersuchungen von Stokes, Ph. Fischer und H. Bruns zu der Annahme einer Senkung des Weltmeeres um fast 1000 m gegen die Oberfläche des Vergleichs-ellipsoides. Man hat aber, so viel ich weiss, bisher immer nur den Einfluss dieser Erscheinung auf die Regelmässigkeit der Gestalt der Erde, aber nicht die nach meiner Ansicht ebenso wichtige Einwirkung auf die errechnete Grösse der Erde in das Auge gefasst.

Haupt.

Zur Frage über die Bewegung des Mercurperihels.

Von Dr. *Ful. Bauschinger*.

Die bekannte Erscheinung, dass die Oerter des Planeten Mercur nur dann in genügender Weise durch unsere jetzige Planeten-Theorie dargestellt werden, wenn man die Säcularänderung des Perihels der Bahn um circa 40" grösser nimmt, als sie durch die bekannten Massen des Systems bedingt wäre, hat in den seit ihrer Entdeckung verflossenen 25 Jahren zwar noch keine Erklärung, wohl aber immer, wo sie zum Gegenstand einer Untersuchung gemacht wurde, vollkommene Bestätigung gefunden. In einer Abhandlung, welche unter dem Titel »Untersuchungen über die Bewegung des Planeten Mercur« erschienen ist, habe ich mich bemüht, alles was zur Sicherstellung dieser räthselhaften Erscheinung bisher geschehen ist, zusammen zu ordnen und an jener Stelle, wo überhaupt noch Zweifel möglich waren, durch eine Neuberechnung nach veränderter Methode zur Voll-

ständigkeit zu ergänzen. Ich folge einer Aufforderung des Herausgebers dieser Blätter, wenn ich über die Resultate dieser Abhandlung hier Mittheilung mache.

Vorausschicken muss ich die Bemerkung, dass, während ich selbst mit einer eingehenderen Bearbeitung der Mercur-Theorie beschäftigt war, über denselben Gegenstand eine hervorragende Abhandlung von Herrn Prof. Newcomb erschienen ist, die auf meine Arbeit einen wesentlichen Einfluss ausgeübt hat; durch diese Abhandlung ist nämlich der bei weitem wichtigste Theil der Bestätigung des Leverrier'schen Resultates geliefert worden, indem dieselbe sowohl eine durch viele neue Beobachtungen bereicherte Discussion der älteren, als auch die erste Bearbeitung der seit 1848 erfolgten Mercursdurchgänge gegeben hat, aus denen mit Evidenz die Nothwendigkeit des genannten empirischen

Gliedes hervorging, falls man die Leverrier'schen Tafeln als correct annahm. Die Zweifel, die man hätte geneigt sein können, entweder in die Genauigkeit der älteren Mercursdurchgänge oder in eine subjective Bearbeitung derselben Seitens Leverrier's zu setzen, sind hierdurch beseitigt, und die Punkte, die einer Kritik offen bleiben, werden auf die beiden folgenden beschränkt. Entweder man misstraut unserer Kenntniss der hier in Betracht kommenden Planetenmassen, namentlich jener der mondlosen Venus, oder man sieht in dem Mangel der Uebereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung einen Mangel der von Leverrier angewandten Störungstheorie. Ich habe die jetzt zu Gebote stehenden Mittel benutzt, um über diese Punkte Sicherheit zu erlangen und bin zu dem Resultat gekommen, dass die Realität der Anomalie nicht zu bezweifeln ist.

Was zunächst die Planetenmassen betrifft, so sind mit Ausnahme der Erd- und der Venus-Masse die übrigen jetzt mit einer Genauigkeit bekannt, dass man nicht berechtigt ist, auf Grund der Mercursbewegung daran zu corrigiren. Für die genannten aber ergab die Bearbeitung des Sonnensystems durch Leverrier folgende Correctionen der ursprünglich angenommenen Werthe

$$m' = \frac{1}{401847} \text{ und } m'' = \frac{1}{354936}$$

Venus:

- $v' = -0.048$ aus der Schiefe der Ekliptik,
- $+0.002$ aus den periodischen Störungen der Erde,
- -0.023 aus der Mercurstheorie (excl. Perihelsbew.)
- -0.052 aus der Venus-Theorie,
- -0.048 aus der Mars-Theorie;

Erde:

- $v'' = +0.090$ aus der Venus-Theorie,
- $+0.104$ aus der Mars-Theorie,
- $+0.085$ aus der Mondgleichung.

Nimmt man die zuletzt angegebene Correction der Erdmasse als die bei weitem sicherste, so folgt aus der durch die Beobachtungen gegebenen Perihelsbewegung des Mercur die Correction der Venusmasse

$$v' = +0.145,$$

die zu den obigen fünf, einander bestätigenden Bestimmungen in den offenbarsten Widerspruch tritt. Diese fünf Bestimmungen stimmen allerdings nicht der Art überein, dass man unsere Kenntniss der Venusmasse als eine befriedigende bezeichnen könnte, und die Ansicht, die Herr Prof. A. Hall mir mitgetheilt hat, dass ihm die Masse der Venus trotz aller auf sie gewandten Arbeit noch sehr wenig bekannt zu sein scheine, wird gewiss von vielen Astronomen getheilt, allein so viel steht fest, dass eine Vermehrung der Venusmasse um ein Achtel ihres Betrages mit der Theorie der Venus, der Erde und des Mars absolut unvereinbar ist und dass man nur zu neuen Anomalien gelangen würde, wenn man eine solche in der Theorie des Mercur auf Grund ungenügender Kenntniss der Venusmasse nicht zugestehen wollte.

Bei dem Mangel einer mathematisch abgeschlossenen Störungstheorie war es ungleich schwieriger, über den zweiten der oben genannten Punkte eine Entscheidung zu treffen. Die von Leverrier auch für den Mercur zur Anwendung gebrachte Methode, die Variation der Constanten, ist recht eigentlich auf die Bedürfnisse eingerichtet, wie sie die grossen Planeten darbieten. Mercur zeigt vermöge seiner grossen Excentricität und seiner beträchtlichen Neigung entschieden eine grössere Verwandtschaft mit den Planetoiden, als mit den grossen Planeten. Ebenso, wie man eine Anwendung der genannten Methode zur Berechnung der Störungen der kleinen Planeten für ganz verfehlt halten müsste, wird man sich auch der Ansicht nicht entschlagen können, dass für den Mercur eine den Anforderungen der Planetoiden Rechnung tragende Methode vorzuziehen sei. Durch eine solche die Leverrier'sche Theorie des Mercur zu prüfen, schien mir nothwendig und vorläufig hinreichend zu sein, das erstrebte Ziel zu erreichen. Die von Hansen auseinandergesetzte Methode, die Störungen der kleinen Planeten zu berechnen, ist anerkanntermaassen die vollendetste, die zu diesem Zwecke ausgebildet worden ist; da ausserdem in ihr die Existenz eines empirischen Gliedes in einer ganz anderen Form sich herausstellen musste, so war es am wahrscheinlichsten, durch sie auf einen Mangel der Störungstheorie hingeleitet zu werden. Ich habe daher nach dieser Methode die Störungen des Mercur durch die Venus und durch den Jupiter berechnet und bin zu folgender Störungstafel für die mittlere Länge gelangt, deren Epoche 1850 Jan. 1.0 mittl. Pariser Zeit ist:

$$\begin{aligned} nz = & 252^\circ 8' 6''.50 + 14732''.41967 t \\ & - 0''.07005 \cos \varepsilon . nt + 0''.00214 \sin \varepsilon . nt \\ & + 0.001 \cos 2\varepsilon \quad - 0.003 \sin 2\varepsilon \\ & + 0.00364 \cos 2\varepsilon . nt - 0.00011 \sin 2\varepsilon . nt \\ & + \text{periodische Glieder.} \end{aligned}$$

Venus und Mercur.

$\varepsilon \quad \mu\varepsilon$	cos	sin
-2-1	-0''.001	
-1-1	+0.006	
0-1	+0.176	-0''.102
1-1	+0.574	-0.402
2-1	-0.001	
3-1	-0.001	+0.001
-1-2	+0.001	-0.001
0-2	-0.056	-0.026
1-2	-3.459	-1.211
2-2	-1.253	-0.418
3-2	+0.050	+0.026
0-3	+0.002	-0.003
1-3	+0.134	+0.700
2-3	-0.371	-1.418
3-3	-0.017	-0.037
4-3	+0.002	+0.007

ε	$\mu\varepsilon$	cos	sin
1-4		+0.005	-0.006
2-4		-0.321	+0.350
3-4		-0.115	+0.139
4-4		+0.023	-0.030
0-5		+0.003	
1-5		-0.007	+0.005
2-5		+7.121	+1.515
3-5		+1.327	+0.166
4-5		-0.106	-0.011
5-5		+0.010	
2-6		+0.060	+0.119
3-6		-0.056	-0.024
4-6		-0.003	-0.004
5-6		+0.001	+0.001
2-7		+0.001	-0.003
3-7		+0.047	-0.068
4-7		+0.025	-0.039
5-7		-0.005	+0.010
6-7		+0.001	-0.004

Jupiter und Mercur.

ε	$\mu\varepsilon$	cos	sin
-2-1		-0.001	-0.004
-1-1		+0.021	+0.064
0-1		-0.241	+0.453
1-1		+0.064	-0.079
2-1		-0.030	+0.005
-1-2		-0.003	+0.003
0-2		-0.052	+0.012
1-2		-2.603	-1.978
2-2		+0.036	+0.029
3-2		+0.009	+0.007
-1-3		-0.001	
0-3		-0.043	+0.048
1-3		-0.318	+0.302
2-3		-0.002	+0.004
3-3			-0.005

Eine Vergleichung dieser Tafel und der in Uebereinstimmung mit der Beobachtung gebrachten Leverrier'schen zeigte mit Evidenz, dass ein empirisches Glied in dem Sinne, wie es Leverrier angiebt, auch den

Bogenhausen bei München 1884 April 25.

nach der Hansen'schen Methode berechneten Störungen hinzugefügt werden muss, wenn sie mit den Beobachtungen übereinstimmen sollen.

Form und Betrag dieses Gliedes festzustellen, lag ausserhalb meiner Absicht. Uebrigens muss ich hier bemerken, dass die Uebereinstimmung der periodischen Glieder nach Leverrier und Hansen durchaus keine derartige ist, wie man sie trotz der Verschiedenheit der angewandten Störungsmethoden hätte erwarten sollen. Es hat mich dieser Umstand in der Ueberzeugung bestärkt, dass unseren Störungstheorien noch ein verborgener Mangel anhaftet, der erst überwunden sein wird, wenn wir uns im Besitze einer auch mathematisch vollendeten Störungstheorie befinden werden. Für unser gegenwärtiges Problem kann man also nach meiner Ansicht nur behaupten, dass die besten der vorhandenen Störungstheorien ein empirisches Glied erfordern.

In einem besondern Capitel meiner Schrift habe ich die plausibelste Hypothese behandelt, die man zur Erklärung der in Rede stehenden Anomalie aufstellen kann, nämlich die Annahme eines Planetoidenringes zwischen Sonne und Mercur. Ein Brief, den Herr Prof. Newcomb mir zu schreiben die Güte hatte, giebt mir Veranlassung, darauf auch hier zu sprechen zu kommen, weil in demselben dieser so vielseitiger Untersuchungen fähigen Hypothese einige neue Seiten abgewonnen sind, die allgemeineres Interesse verdienen. Ich wage es aber trotz eingehender Beschäftigung hiermit nicht, bereits jetzt ein Urtheil hierüber abzugeben und muss mich daher begnügen, die betreffenden Stellen hier mitzutheilen.

»I have generally objected to the hypothesis of a ring of planetoids on the ground, that they would be spread around on the invariable plane of the planetary system, and would therefore have an inclination of 5° or more to the plane of the orbit of Mercury. Then they would cause a motion of the node of Mercury, nearly equal to the motion of the perihelion. (See *Astronomical Journal* Vol. VI pag. 163).

»I have since however noticed a fallacy in this statement. The theorem is true of a mean position extending through an indefinite period of time, but is not necessarily true of the mean of a great number of bodies at any one time. I would suggest to you two lines of research in this connection.

»1. What would be the mean position of the plane of planetoids between Mercury and the sun taking into account the influence of any ellipticity of the sun itself?«

»2. In the event of a ring of matter either immediately without the sun or an equatorial zone of greater density within the body of the sun, sufficient to produce the observed motion of the perihelion of Mercury, what would be the effect upon the level surface of the sun? Would it make this surface sensibly elliptical? If not, we have left the hypothesis of such a ring within or without the body of the sun.«

Julius Bauschinger.

Inhalt:

Zu Nr. 2593-94. *Hugo Gylden*. Die Bahnbewegungen in einem Systeme von zwei Körpern in dem Falle, dass die Massen Veränderungen unterworfen sind. 1. — *Haupt*. Gradmessungs-Beiträge. 7. — *Jul. Bauschinger*. Zur Frage über die Bewegung des Mercurperihels. 27.