

Über die Periode von *R Virginis*, von Herrn Professor *Argelander*, Director der Sternwarte in Bonn.

Mit *R* bezeichne ich den Stern in der Jungfrau, dessen periodische Veränderlichkeit *Harding* im Jahre 1809 entdeckt hat, und dessen Position für 1855 ist: $12^h 31^m 9^s$, $+7^\circ 47' 3''$. Dass ich einen nicht bei *Bayer* vorkommenden Stern mit einem Buchstaben bezeichne, wird mir hoffentlich nicht verdacht werden. Die veränderlichen Sterne haben bei ihrer Merkwürdigkeit wohl ein Anrecht auf eine solche Auszeichnung, die zur Bequemlichkeit der Nachweisung bei so oft erwähnten Sternen fast unentbehrlich ist. Um aber eine Verwechslung mit den *Bayer'schen* Buchstaben möglichst zu vermeiden, habe ich die letzten des Alphabets gewählt, und sie dem grossen Alphabete entnommen. Nur im Hercules gehen die lateinischen Buchstaben bei *Bayer* bis *z*, im Stier bis *t*, in der Jungfrau bis *q*, im Löwen, Orion und Schwan bis *p*; im letztern Sternbilde ist dies ein grosser Buchstabe. *Bayer* kennt sonst für seine Bezeichnungen in den Sternbildern von den grossen Buchstaben nur das *A*; die andern grossen Buchstaben, die auf seinen Charten vorkommen, weisen entweder auf hellere Sterne benachbarter Sternbilder hin oder auf ausgezeichnete Punkte der Himmelskugel. Nur bei dem bekannten neuen Sterne vom Jahre 1600 macht er eine Ausnahme, indem er ihn mit *P* bezeichnet; er sagt „*P* tertii fulgens stella, anno MDC. primum conspecta et observata, omnium ferme tacito consensu pro novo phaenomeno recepta, eundem adhuc hodie retinet situm e. q. s.“ Ich könnte somit *Bayer* als meinen Vorgänger bei dieser Auszeichnung der veränderlichen Sterne citiren; indess glaube ich, dass dieser Astronom daran nicht gedacht hat, sondern den Stern in seiner vor 1600 schon fertigen Charte*), vielleicht erst auf der Kupferplatte, nachgetragen, und desshalb die Ordnung nicht unterbrechen wollte; er hätte ihn sonst nach seiner Methode mit γ , γ mit δ bezeichnen müssen, u. s. w., also wären alle folgenden Sterne geändert worden.

Unser Stern ist einer der wenigen unter den schwächern Veränderlichen, von dem uns ziemlich vollständige Beobachtungen aus frühern Zeiten zu Gebote stehen, und über dessen Periode sich daher sorgfältige Rechnungen anstellen lassen,

*) Vergleiche *Bayer's* Brief bei *Kepler de stella nova in pede Serpentarii*, p. 166.

zumal auch meine eigenen Beobachtungen desselben schon 11 Jahre umfassen. *Harding* hat ihn von 1809 bis 1832 zwar mit mehreren Unterbrechungen, aber doch ziemlich regelmässig beobachtet. Wenn auch diese Beobachtungen nicht sehr zahlreich sind, auch nur die jedesmalige Grösse ohne directe Vergleichung mit nebenliegenden Sternen angeben; so ersetzt doch *Harding's* grosse Übung in den Grössenschätzungen den letztern Mangel ziemlich, und lassen sich genügende Resultate daraus ableiten. Die Beobachtungen sind gesammelt in *Lindenau's* und *Bohnenberger's* Zeitschrift Bd. IV. p. 187 und vollständiger noch in *Harding's* und *Wiesen's* kleinen Ephemeriden für 1833 p. 129. Zwischen beiden Sammlungen zeigen sich einzelne kleine Verschiedenheiten, die aber nirgends zu einer wesentlichen Unsicherheit Veranlassung geben. Ich habe aus derselben 17 Maxima mit ziemlicher Sicherheit, zum Theil durch Curvenzeichnung, ableiten können. Aus meinen Beobachtungen lassen sich mit Sicherheit 11 Maxima ableiten; einige weniger sichere habe ich fortgelassen, wenschon sie mit den übrigen ganz gut übereinstimmen. Ausserdem ist noch ein Maximum 1811 Mai 14 von *Koch* beobachtet (Berliner Astron. Jahrbuch für 1814 p. 261) und ein anderes lässt sich aus *Westphal's* Beobachtungen (Zeitschrift Bd. VI. p. 285) für 1818 Febr. 19 feststellen. Alle diese 30 Maxima sind in der weiter unten folgenden Tabelle in der ersten Columne nach dem wahren Datum angegeben, in der zweiten in fortlaufender Tagezahl seit 1809 Jan. 0, während die 3te die Ordnungsnummer der Epoche angiebt, wenn für die 0te die von 1809 Mai 27 angenommen wird.

Dass die Periode nahezu 146 Tage umfasst, war schon durch die Rechnungen von *Harding* und *Westphal* entschieden. Indem ich nun zuerst auf die ältern Beobachtungen die Methode der kleinsten Quadrate anwandte, fand ich für die Hauptepoche 24, den Tag $3628,10 \pm 1,00 = 1818 \text{ Dec. } 7,1$ und die Periode $145,407 \pm 0,053$. Aus der Summe der übrigbleibenden Fehlerquadrate ergibt sich der wahrscheinliche Fehler eines Maximums $= 4,37$, eine Grösse, die die wahrscheinliche Unsicherheit der Beobachtungen wohl

schwerlich übersteigt, und daher zu keiner Annahme einer Veränderlichkeit der Periode selbst Veranlassung giebt. Meine eigenen Maxima, auf dieselbe Weise behandelt, geben für

die Haupteпоche 101, den Tag $14855,73 \pm 0,92^T = 1849$

Sept. 2,73 und für die Epoche $145,465 \pm 0,125^T$; der w. F.

eines beobachteten Maximums wird $3,05^T$, auch wohl nahe dem zu vermuthenden Beobachtungsfehler gleich. Der grösste Unterschied zwischen Beobachtung und Rechnung, nämlich

$-6,3^T$, zeigte sich bei dem Maximum 1848 Juni 17; der Stern war damals von Juni 13 bis Juni 22 in nahe gleicher Helligkeit gesehen worden, und die nächste Beobachtung war erst Juli 1, so dass das wirkliche Maximum sehr wohl erst Juni 23 eingetroffen sein kann. Da nun die Periode aus beiden Reihen fast vollkommen gleich heraus kam, so glaubte ich in *R Virginis* einen Stern von sehr regelmässiger Periode erkannt zu haben; allein die Vergleichung der beiden Haupt-

epochen zeigte, dass dies nicht der Fall ist. Es sind zwischen ihnen $11227,63 \pm 1,36^T$ Tage verflossen, die durch 77

dividirt die Periode $145,813 \pm 0,018^T$ geben, die sich mit *Harding's* sowohl als meinen Beobachtungen nicht vereinigen lässt, ohne ihnen den grössten Zwang anzuthun. Wollte man die Zahl der zwischen diesen Epochen verflossenen Perioden etwa um eine verändern, so würde der Unterschied sogar auf 2 Tage steigen, und dies ist schon deshalb unstatthaft, weil zwischen der letzten *Harding's*chen und meiner ersten Epoche nur $4394 \pm 5,33^T$ Tage verflossen sind, die

wenn man nicht 30 Perioden zu $146,467 \pm 0,178^T$ annehmen wollte, sondern eine mehr oder weniger, die Dauer um fast 5 Tage kürzer oder länger machen würden, also ganz unstatthaft. Die Abweichungen der angeführten Bestimmungsstücke, für die beiden Reihen, von den einzelnen Beobachtungen stehen in der Tabelle in Col. IV., während Col. V. diejenigen enthält, welche sich herausstellen, wenn man noch ein vom Quadrate der Zeit abhängiges Glied berücksichtigt. Man erhält dann die Formeln für

Reihe I. $3626,0 + 145,341^T t + 0,005895^T t^2$, wo $t = \varepsilon - 24$

II. $14999,8 + 145,558^T t' + 0,023133^T t'^2$, wo $t' = \varepsilon - 102$
 ε die jedesmalige Epoche des Maximums.

Reducirt man die erste Formel auf die zweite, so wird sie $14998,5 + 146,261^T t' + 0,005895^T t'^2$.

Die beiden Epochen stimmen also sehr gut überein, auch die 3ten Glieder würden sich vereinigen lassen, aber die Periode ist soviel grösser, als die unmittelbar gefundene, dass man sogleich sieht, wie es unmöglich sein wird, eine

Formel dieser Gestalt zu finden, die beide Reihen vereinigte. Ein Versuch, 3 Normalörter aus der ersten und zwei aus der zweiten, nämlich für die Epochen 0, 24, 56, 88 und 112 durch eine einzige Formel zu vereinigen, zeigte dies noch deutlicher; die Formel ward

$$8288,26 + 145,7475^T \tau + 0,003982^T \tau^2, \quad \tau = \varepsilon - 56$$

und liess bei den einzelnen Örttern die Fehler $-2,3, +2,4, +5,3, -10,3, +4,9$ übrig. Bei dieser Rechnung war den 5 Örttern allen gleicher Werth gegeben; da aber die neuern offenbar einen grössern haben, als die ältern, nach den oben angegebenen Zahlen für die beiden Reihen den doppelten, so glaubte ich vielleicht eine erträgliche Übereinstimmung zu erhalten, wenn ich eine neue Rechnung auf sämtliche Beobachtungen gründete, sodass den neuern der doppelte Werth gegeben würde; das Resultat dieser Rechnung war die folgende Formel

$$8287,75 + 145,7485^T \tau + 0,003939^T \tau^2,$$

also innerhalb der wahrscheinlichen Fehler mit der frühern übereinstimmend; der w. F. einer Beobachtung mit dem Werthe 1 wird 5,30, einer mit dem Werthe 2 daraus 3,75, also bedeutend grösser, als die früher aus den einzelnen Reihen allein gefundenen. Was aber diese Formel ganz unstatthaft macht, ist einmal der Umstand, dass die neuern Beobachtungen durch dieselbe kaum besser dargestellt werden, als die ältern, und vor Allem der deutliche Gang, der sich in den einzelnen Fehlern darstellt, wie dies in der Tabelle aus Col. VI. zu sehen ist.

Es blieb somit nichts anderes übrig, als zu versuchen, ob sich durch Annahme einer wiederkehrenden Ungleichheit in der Periode jene Unregelmässigkeiten ausgleichen und eine Übereinstimmung des auf die ganze Reihe gegründeten wahrscheinlichen Fehlers mit den aus den einzelnen Theilen derselben berechneten, erzielen liess. Diesen Versuch gründete ich zur Ermittlung angenäherter Werthe auf die oben erwähnten 5 Normalörter, nämlich:

$$\begin{array}{ll} a = 141,23 & \text{für } \varepsilon = 0 \\ b = 3626,00 & \text{,, } \varepsilon = 24 \\ c = 8282,97 & \text{,, } \varepsilon = 56 \\ d = 12966,54 & \text{,, } \varepsilon = 88 \\ e = 16457,70 & \text{,, } \varepsilon = 112 \end{array}$$

Drückt man allgemein das der Epoche ε entsprechende Maximum durch die Formel

$$p + \varepsilon q + r \sin \varepsilon n + s \cos \varepsilon n$$

aus, so wird man aus 5 Maxima die 5 Unbekannten p, q, r, s, n bestimmen können. Die Bestimmung wird eine sehr bequeme, wenn die Beobachtungen so gewählt werden können,

dass ε der Reihe nach $-t'$, $-t$, 0 , $+t$, $+t'$ ist, man hat dann:

$$d - 2c + b = \alpha = 2s \cos nt - 2s = -4s \sin \frac{1}{2} nt^2$$

$$e - 2c + a = \beta = 2s \cos nt' - 2s = -4s \sin \frac{1}{2} nt'^2$$

und daraus

$$\frac{\sin \frac{1}{2} nt}{\sin \frac{1}{2} nt'} = \pm \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}.$$

Diese Gleichung lässt sich in einzelnen Fällen, z. B. für $t' = 2t$, $t' = 3t$ oder $2t' = 3t$ direct auflösen; man erhält in diesen 3 Fällen der Reihenfolge nach

$$\cos \frac{1}{2} nt = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}};$$

$$\cos nt = \frac{1}{2} \left(-1 \pm \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} \right);$$

$$\cos \frac{1}{4} nt^2 \mp \frac{1}{2} \cos \frac{1}{4} nt \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = \frac{1}{4}.$$

Die Auflösung durch Annäherung ist aber so einfach, dass es nicht lohnen würde, um eine jeuer directen zu erhalten,

$$\text{I. } 8291,82 + 145,7486t + 11,477 \sin(t \cdot 3^\circ 45' 19'' - 50^\circ 28' 7'')$$

$$\text{II. } 8295,64 + 145,7757t + 13,798 \sin(t \cdot 8 \ 20 \ 56,5 + 246 \ 42 \ 38).$$

Die letzte ist, wie man aus dem grossen Coëffizienten des periodischen Gliedes bei der kurzen Dauer der Wiederkehr nach etwa 43 Perioden leicht ersieht, ganz unstatthaft, und es bleibt nur die erste übrig, deren Vergleichung mit allen Beobachtungen sich in Columne VII. der Tabelle findet. Betrachtet man den Gang dieser einzelnen Zahlen genauer, so überzeugt man sich leicht, dass sich eine bedeutend bessere Übereinstimmung erzielen lässt, wenn man den Coëffizienten des periodischen Gliedes um ein Viertel vermindert; dann wird aber auch wieder eine Verkleinerung der Epoche und Periode nöthig; die letztere kann man etwa $\frac{T}{20}$ zu 0,014, und demzufolge die erste zu $\frac{T}{20}$ zu 0,78 annehmen, so dass die Formel nun wird

$$8291,04 + 145,7346t + 8,608 \sin(t \cdot 3^\circ 45' 19'' + 309^\circ 31' 53'')$$

Die Vergleichung dieser Formel mit den Beobachtungen enthält Col. VIII. Man findet eine merkwürdige Übereinstimmung der Fehler in dieser und in der 4^{ten} Columnen, die nur gegen das Ende der ersten Reihe etwas geringer ist, was ein günstiges Vorurtheil für unsere Formel erweckt. Gleichwohl zeigt sich noch eine Art von Gang in den Fehlern, besonders der zweiten Reihe. Um diesen möglicherweise fortzuschaffen, entwickelte ich aus sämtlichen Beobachtungen, die meinigen mit dem doppelten Werthe genommen, die wahrscheinlichsten Correctionen der 5 Constanten, und erhielt so die folgende Formel

$$8290,92 + 145,7242t + 8,370 \sin(t \cdot 3^\circ 41' 17'' + 310^\circ 15' 10'').$$

andere Vortheile bei der Auswahl der Beobachtungen aufzuopfern. Im gegenwärtigen Falle erhält man $t = 32$, $t' = 56$, $\alpha = +26,60$, $\beta = +32,99$ und damit nach wenigen Versuchen durch die bekannte *Gauss'sche* Näherungs-Methode $n = 3^\circ 45' 19''$ und $n = 8^\circ 20' 56''$, je nachdem das obere oder untere Zeichen genommen wird. Die folgenden Werthe für n , die der Gleichung Genüge leisten, geben eine so kurze Periode der Wiederkehr, dass sie dadurch ausgeschlossen werden. Mit den obigen beiden Werthen von n erhält man $s = -8,8518$ oder $-12,6741$ und damit aus c für p die beiden Werthe 8291,82 und 8295,64. Für die Bestimmung von r findet man aus den beiden Gleichungen

$$e - a = 2t'q + 2r \sin t'n \text{ und } d - b = 2tq + 2r \sin tn$$

$$r = \frac{t(e - a) - t'(d - b)}{2(t \sin t'n - t' \sin tn)}$$

in unserm Falle wird $r = +7,305$ und $-5,456$ und endlich erhält man für q die beiden Werthe 145,7486 und 145,7757. Zieht man \sin und \cos zusammen, und bezeichnet $(\varepsilon - 56)$ durch t , so werden demnach die beiden Formeln

Sie fällt in allen Stücken bedeutend innerhalb der wahrscheinlichen Fehler mit der frühern zusammen, und auch die Summe der Quadrate der übrigbleibenden Fehler ist nur ganz unbedeutend vermindert worden: aus 1118,26 ist sie 1115,04 geworden. Man erhält aus der letztern Zahl durch Division mit 25 den w. F. einer Beobachtung mit dem Werthe 1, $\frac{T}{20} = 4,50$ und daraus $\frac{T}{20} = 3,18$ den einer Beobachtung mit dem Werthe 2, beide etwas, aber doch nur unbedeutend grösser als aus den einzelnen beiden Reihen. Die Fehler selbst stehen in der Tabelle in der letzten Columnen; auch sie zeigen noch an einigen Stellen eine Art von Gang, aus dem man fast versucht werden könnte auf ein anderes periodisches Glied von sehr kurzer Periode zu schliessen. Doch werden noch eine Reihe von Jahren vergehen, ehe man hierüber zu einer Entscheidung gelangen wird. Bis dahin muss man wohl die zuletzt entwickelte Formel als die sicherste ansehen. Für die nächsten sichtbaren Maxima giebt sie folgende Zellen:

Ep. 117	1856 Jan. 13,8
„ 118	Juni 8,0
„ 119	Oct. 31,2
„ 120	1857 März 25,3

Über den Gang des Lichtwechsels kann ich bis jetzt nur sagen, dass er ziemlich regelmässig zu sein und das Minimum nahe in der Mitte zwischen zwei Maxima zu liegen

scheint. etwas näher dem folgenden. Der Stern schwankt von der 10. bis vollkommen 7. Grösse; im Minimum ist er etwa 4 Stufen schwächer als ein Stern 9.10^m in $12^h32^m19^s + 7^s52'2''$, im Maximum 1 bis 2 Stufen heller als der Stern W. XII. 451 = Lal. 23503; jenen nenne ich *g*, diesen *e*; die andern Vergleichsterne, deren ich mich bediene sind der Reihenfolge ihrer Helligkeit nach *h* = W. XII. 496, *c* = Lal. 23738, die folgenden bei Weisse in der 12. Stunde *a* = 551, *b* = 582, *i* = 430, *k* = 432. Im Maximum kann der Stern zuweilen noch mit W. XII. 398 = Lal. 23410 verglichen werden, den ich mit *f* bezeichne.

Seitdem die obigen Rechnungen ausgeführt waren, habe ich nun noch ein Maximum erhalten für 1855 April 2 mit der Unsicherheit von ein Paar Tagen; denn die grösste Helligkeit beobachtete ich März 31, und die nächste Beobachtung konnte erst April 6 erhalten werden, an welchem Tage die Helligkeit schon merklich abgenommen hatte. Die letzte Formel giebt für die Epoche dieses Maximums März 30,4, also Abweichung $-2,6$ Tage.

T a b e l l e.

Col. I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.
1809 Mai 27	147	0	— 8,7	— 5,8	— 8,8	— 5,8	— 8,6	— 8,5
1810 März 17	441	2	— 11,8	— 9,6	— 12,2	— 8,6	— 11,4	— 11,4
Dec. 10	709	4	+ 11,0	+ 12,5	+ 10,5	+ 14,6	+ 11,7	+ 11,6
1811 Mai 14	864	5	+ 1,4	+ 2,7	+ 0,8	+ 4,8	+ 2,2	+ 2,1
1812 Febr. 22	1148	7	+ 8,2	+ 8,9	+ 7,5	+ 11,5	+ 9,0	+ 8,9
1813 Mai 5	1586	10	+ 6,4	+ 6,4	+ 5,6	+ 9,2	+ 7,1	+ 6,9
1814 März 6	1891	12	— 7,8	— 8,2	— 8,6	— 5,4	— 7,2	— 7,5
1815 Mai 14	2325	15	— 5,6	— 6,6	— 6,3	— 4,1	— 5,5	— 5,8
1816 Febr. 26	2613	17	— 2,8	— 4,1	— 3,4	— 2,0	— 3,1	— 3,4
1817 April 29	3041	20	+ 5,5	+ 3,7	+ 4,9	+ 5,0	+ 4,4	+ 4,2
1818 Febr. 19	3337	22	+ 0,3	— 1,6	— 0,1	— 1,0	— 1,2	— 1,4
1819 Mai 2	3774	25	— 0,5	— 2,6	— 0,7	— 3,0	— 2,7	— 2,8
1820 Febr. 11	4059	27	+ 5,3	+ 3,1	+ 5,3	+ 2,1	+ 2,7	+ 2,6
1823 April 21	5224	35	+ 3,6	+ 1,5	+ 4,8	— 1,8	0,0	0,0
1824 Febr. 8	5517	37	+ 1,4	— 0,6	+ 3,0	— 4,2	— 2,2	— 2,1
1829 April 13	7408	50	+ 0,7	+ 0,9	+ 5,0	— 1,6	+ 0,4	+ 0,6
1831 — 10	8135	55	+ 0,7	+ 2,3	+ 7,0	+ 1,8	+ 3,3	+ 3,5
1832 Febr. 5	8436	57	— 9,5	— 7,3	— 2,5	— 6,8	— 5,4	— 5,4
Juni 18	8570	58	+ 1,9	+ 4,4	+ 9,3	+ 5,5	+ 6,6	+ 6,7
1844 Juni 29	12964	88	+ 0,7	+ 2,5	— 8,3	+ 2,5	— 1,4	— 2,1
1846 Juli 2	13697	93	— 5,0	— 5,3	— 11,2	— 1,0	— 5,2	— 5,9
1847 April 19	13988	95	— 5,1	— 6,0	— 10,1	— 0,6	— 4,8	— 5,5
1848 Jan. 27	14271	97	+ 2,9	+ 1,6	— 0,9	+ 17,7	+ 3,5	+ 2,8
Juni 17	14413	98	+ 6,3	+ 5,0	+ 3,1	+ 1,2	+ 7,1	+ 6,4
1849 April 10	14710	100	+ 0,3	— 1,2	— 1,7	+ 5,2	+ 1,2	+ 0,5
1851 — 2	15432	105	+ 5,6	+ 4,7	+ 6,9	+ 9,2	+ 6,3	+ 5,7
1852 Jan. 25	15730	107	— 1,5	— 1,8	+ 1,2	+ 2,2	— 1,1	— 1,6
Juni 20	15877	108	— 3,0	— 3,0	+ 0,3	+ 0,3	— 2,8	— 3,3
1853 März 31	16161	110	+ 3,9	+ 4,8	+ 8,6	+ 6,6	+ 3,7	+ 3,3
1854 Jan. 25	16461	112	— 5,1	— 3,3	+ 1,0	— 3,3	— 5,8	— 6,2