

ASTRONOMISCHE NACHRICHTEN.

No. 841.

Ueber die Parallaxe des *Argelander'schen* Sterns (Nr. 1830 Groombridge).

Die Bestimmung der Parallaxe des unter Nr. 1830 in *Groombridge's Catalogue of Circumpolarstars* vorkommenden Sterns im grossen Bären hat das zwifache Interesse, dass sie denjenigen Stern betrifft, welcher unseren heutigen Kenntnissen gemäss unter allen die stärkste eigene Bewegung zeigt, und dass bereits mehrere Versuche zur Ermittlung der Entfernung desselben gemacht sind, welche jedoch noch zu keinem befriedigendem Resultate geführt haben. Als *Argelander* im Jahre 1842 seine Entdeckung der Bewegung dieses Sterns bekannt gemacht und daran die Vermuthung einer merklichen Parallaxe desselben geknüpft hatte, liess *Bessel* noch in demselben Jahre durch *Schlüter* eine Beobachtungsreihe am Königsberger Heliometer in Beziehung darauf beginnen; allein Letzterer erkrankte und starb, bevor dieselbe die genügende Vollständigkeit erlangte, und die Fortsetzung dieser Beobachtungen gehörte daher zu den Arbeiten, mit deren Ausführung *Bessel* mich beauftragte, wurde aber durch die Beobachtungen der Kometen und Planeten längere Zeit in den Hintergrund gedrängt. Durch die von *Faye* *) im Jahre 1846 aus seinen zu Paris angestellten Beobachtungen abgeleitete Parallaxe = $1''08$ wurde die Aufmerksamkeit der Astronomen von Neuem auf diesen Stern gerichtet, um so mehr, da *Peters* **) wenig später aus seinen schon 1843 zu Pulkowa gemachten Messungen den Werth derselben = $0''226$ erhielt, und meine Reduction der *Schlüter'schen* Beobachtungen die Parallaxe = $0''18$ ergab. Obgleich die zwischen *Faye* und *W. Struve* über diesen Gegenstand in der Pariser Akademie geführten Discussionen ***) kein entscheidendes Resultat lieferten, so schien es doch damals wahrscheinlich, dass die von *Faye* gefundene Parallaxe zu gross sei, zugleich aber sehr wünschenswerth, die in dieser Frage noch vorhandenen Zweifel durch neue Beobachtungen zu beseitigen. Es ist mir nicht bekannt, dass *Faye* seit jener Zeit wieder etwas über diesen Gegenstand veröffentlicht habe; dagegen hat *Otto Struve* †)

zu Pulkowa im Jahre 1848 und 1849 Beobachtungen gemacht und aus ihnen gefolgert, dass die fragliche Parallaxe kleiner als $0''1$ sei, ein Resultat, welches nicht nur mit der *Faye'schen* Zahl, sondern auch mit der aus *Schlüter's* Beobachtungen gefolgerten Parallaxe im Widerspruche steht. Ich werde weiter unten ausführlicher auf die Arbeit von *O. Struve* zurückkommen und prüfen, ob seine Untersuchungen geeignet sind, als ein entscheidender Beitrag zur Kenntniss dieser Parallaxe angesehen zu werden. Die Ungewissheit über die Entfernung des *Argelander'schen* Sterns kann demnach durch die bisher darüber bekannt gewordenen Forschungen nicht als erledigt angesehen werden, und es dürfte daher die von mir in den Jahren 1848—1851 am Heliometer ausgeführte Beobachtungsreihe und deren hier vorgelegte Berechnung unter solchen Umständen nicht als überflüssig erscheinen.

Bevor ich zu meinen neueren Untersuchungen in Betreff dieses Gegenstandes übergehe, sei es mir gestattet, noch einige Bemerkungen über die frühere darauf bezügliche Arbeit zu machen, da der in Nr. 610 der *Astron. Nachr.* enthaltene Auszug meiner Dissertation „*De parallaxi Stellae Argelandriae*“ einer ausführlicheren Kritik von den Herren *W. Struve* und *Faye* unterworfen ist. Obgleich, wie ich auch in jener Dissertation angedeutet habe, die von mir aus *Schlüter's* Beobachtungen abgeleitete Parallaxe nur dann als eine Widerlegung der von *Faye* gefundenen angesehen werden kann, wenn die Annahme, dass die gewählten Vergleichsterne keine Parallaxe besitzen, richtig ist, so ist doch von beiden genannten Astronomen dieser Punkt mit Stillschweigen übergangen, und dadurch die Richtigkeit dieser Hypothese gleichsam als eine *conditio sine qua non* vorausgesetzt. *Struve* hielt sogar die von mir vorgenommene gesonderte Berechnung eines jeden der beiden Vergleichsterne nicht nur für nachtheilig in Beziehung auf die Darstellung der Sicherheit des gefundenen Resultates, wegen der dadurch aufgedeckten Fehler der beobachteten Distanzen, sondern überhaupt für überflüssig, und es hätte seiner Meinung nach genügt, wenn ich, gestützt auf das Princip „dass die Differenz zweier nahezu gleicher Grössen, welche sich unter gleichartigen Umständen befinden, sich stets viel genauer messen lässt als die Grössen selbst“, nur die

*) *Compt. rendus*, Vol. 23, pag. 440 und 1074.

**) *Mém. de l'Acad. de St. Petersburg*, VI. Sér. Tom V. Livr. 1.

***) *Compt. rendus*, Vol. 25 p. 136; Vol. 26 pag. 64.

†) *Mém. de l'Acad. de St. Petersburg*, VI. Série. Tom V

Differenz der beobachteten Entfernungen zur Bestimmung der Parallaxe angewandt, auf die Entfernungen selbst aber weiter keine Rücksicht genommen hätte. Die grössere Genauigkeit des Unterschiedes derselben ist aber in dem vorliegenden Falle weniger eine Folge des angeführten Princip, sondern rührt daher, dass bei dem Königsberger Heliometer, wie sich auch schon durch ältere Beobachtungen nachweisen lässt, bei grösseren Entfernungen unvermeidliche Fehler auftreten, die bei kleineren Distanzen entweder nicht vorhanden oder so klein sind, dass sie sich in den zufälligen Beobachtungsfehlern verlieren. Die Beobachtungen sind nämlich, wie ich unten noch ausführlicher zeigen werde, so angeordnet, dass eigentlich nicht beide Entfernungen, sondern nur die eine derselben und ihre Differenz als direct durch die Heliometerschraube gemessen anzusehen sind. Die Messung der Differenz der Entfernungen ist dabei zugleich völlig unabhängig von der Messung der letztern, und die Ableitung des Resultates der Differenzmessungen durchaus nicht an die Kenntniss der Abstände der Vergleichsterne selbst geknüpft. Demnach können auch die von *Faye* erhobenen Zweifel, welche sich an die scheinbar periodischen Fehler der Entfernungen und an die Frage knüpfen, ob die Annahme, dass diese Fehler für beide Distanzen ganz gleich sind, gestattet sei, nichts gegen die Sicherheit des aus den beobachteten Entfernungsunterschieden gezogenen Resultates beweisen, da dasselbe mit den Fehlern der beobachteten Entfernungen und deren Eigenthümlichkeiten eben so wenig im Zusammenhange steht, als die Messung des Entfernungsunterschiedes selbst. Allein aus der Differenz der Entfernungen lässt sich überhaupt nichts anderes ableiten, als der Ueberschuss der Parallaxe des *Argelander'schen* Sterns über das arithmetische Mittel der Parallaxen der beiden Vergleichsterne. Die Frage, ob letztere wirklich den Beobachtungen zufolge als einander gleich und demnach wahrscheinlich als verschwindend klein anzusehen sind, kann nur entschieden werden, wenn man ausser der Differenz der Entfernungen auch noch die Summe derselben in die Untersuchung zieht, oder beide Sterne einzeln für sich allein behandelt, und eine Reduction der Beobachtungen, welche, wie *Struve* andeutet, nur die Differenz berücksichtigt, könnte wohl nicht als eine erschöpfende angesehen werden. Man ist in der That durch nichts berechtigt anzunehmen, dass die Differenz zwischen den Parallaxen der Vergleichsterne als völlig unmerklich für die Beobachtungen anzusehen sei; ohne die grossen Vortheile, welche die geradlinigt gegenüberstehende Lage der Vergleichsterne in Beziehung auf die Parallaxe des Hauptsterns darbot, zu verkennen, hielt ich es daher dennoch für nöthig, jeden der Vergleichsterne für sich zu behandeln. Hätten beide Sterne, wie es bei 61 Cygni der Fall war, nahezu gleiche Werthe für die Parallaxe geliefert, so wäre dadurch

die Wahrscheinlichkeit sowohl für die nahe Richtigkeit des gefundenen Resultates, als für die Unmerklichkeit der Parallaxe der Vergleichsterne nicht unbeträchtlich erhöht worden. Die statt dessen bei der Reduction der *Schlüter'schen* Beobachtungen hervortretende Verschiedenheit für beide Sterne schien mir jedoch, besonders wegen des Umstandes, dass die Abweichungen bei beiden Entfernungen einen gleichen Gang zeigten, zu unsicher, um Folgerungen daran zu knüpfen und es blieb daher nichts weiter übrig, als nur das Resultat der Differenzen der Entfernungen aufzusuchen, also die Parallaxe des Hauptsterns, ohne Rücksicht auf die Parallaxe der Vergleichsterne zu bestimmen. Die Sicherheit dieses relativen Resultates wäre übrigens wahrscheinlich weniger bezweifelt und in keinem ungünstigen Lichte dargestellt befunden sein, wenn ich die directe Beobachtung der Differenz der Entfernungen und ihre Unabhängigkeit von der Messung der Entfernungen durch detaillirte Angabe der Beobachtungsmethode hervorgehoben hätte.

Das Einzige, wodurch, meiner Meinung nach, die Sicherheit des aus *Schlüter's* Beobachtungen gezogenen Resultates geschwächt werden konnte, lag darin, dass die Beobachtungsreihe keine volle Periode der Parallaxe umfasste und in Beziehung auf die Extreme ihrer Wirkung ungünstig vertheilt war. Da mir die Mittel zu Gebote standen, diesem Mangel durch Anstellung neuer Beobachtungen abzuhelpen, und da solche zugleich nothwendig waren, um die bei den früheren Messungen in den Entfernungen augenfällig hervorgetretenen periodischen Aenderungen in helleres Licht zu setzen, so glaubte ich die vorhin gemachten Bemerkungen so lange unterdrücken zu müssen, bis ich zugleich einen auf neuere Beobachtungen gegründeten Beitrag zur Kenntniss der Parallaxe liefern konnte. Nachdem die von mir 1848 und 1850 begonnenen Beobachtungsreihen unvollständig geblieben waren, habe ich im Jahre 1851 endlich eine Reihe erhalten, welche vollständig genug schien, um eine neue Untersuchung darauf zu gründen. Ausser den beiden von *Schlüter* angewandten Vergleichsternen habe ich auch noch den von *Faye* und später auch von *O. Struve* benutzten Stern mit hinzugezogen, um prüfen zu können, ob dieser etwa ein abweichendes Resultat liefern würde. Die vorliegende Arbeit enthält nun ausser der Discussion meiner eigenen Messungen auch noch eine neue Bearbeitung der *Schlüter'schen* Beobachtungen, um alle Heliometerbeobachtungen unter einem gemeinschaftlichen Gesichtspunkte in ein Resultat zusammen zu fassen. Ich habe mich bemüht, durch eine vollständig erschöpfende Behandlung derselben dasjenige daraus abzuleiten, was ohne irgend welche willkürlich hinzugezogene Hypothese daraus folgt, und gesucht durch Zergliederung der Beobachtungen die Harmonie derselben und die daran haftenden Eigenthümlichkeiten so

darzulegen, dass der Leser dadurch eine bessere Einsicht in die Zuverlässigkeit des Resultates erlangt, als es durch die blosse Angabe von wahrscheinlichen Fehlern geschehen kann, die häufig nicht einmal eine genäherte Kenntniss der noch übrig bleibenden Unsicherheit der Resultate geben.

§ 1.

Obgleich bei den Heliometerbeobachtungen nur die relative Bewegung des *Argelander'schen* Sterns, den ich durch *A* bezeichnen werde, gegen die Vergleichsterne, welche durch *a a' a''* bezeichnet werden sollen, in Betracht kommt, so schien es mir doch von Interesse, die absolute Bewegung desselben aus den neueren Beobachtungen abzuleiten, theils um zu prüfen, ob dieselbe nicht vielleicht schon eine Veränderlichkeit andeuten würde, theils um die eigene Bewegung der Vergleichsterne zu ermitteln. Ich habe deshalb aus den neueren Meridianbeobachtungen der verschiedenen Sternwarten, was ich finden konnte, zusammengestellt und daraus die eigne Bewegung von *A* abgeleitet. Diese Beobachtungen, ohne Berücksichtigung der eigenen Bewegung auf den Anfang des Beobachtungsjahres reducirt, geben folgende

Mittlere Oerter von *A* für Januar 0. des Beobachtungsjahres.

Ort.	Zeit.	Rectasc.	Beobh.
Edinburgh	1843,34	175°58' 40"01	4
Greenwich	43,32	58 39,90	5
Königsberg	43,30	58 39,82	28
Hamburg	44,32	59 32,26	8
Oxford	44,27	59 32,00	3
Königsberg	45,32	176 0 24,61	6
Oxford	46,37	1 17,20	2
Greenwich	47,31	2 9,26	8
—	49,34	3 54,08	4
Königsberg	51,28	176 5 38,42	9
		Decl.	
Pulkowa	1842,00	38°51' 8"69	48
Edinburgh	43,25	50 41,56	3
Greenwich	43,31	50 41,22	5
Königsberg	43,30	50 41,28	28
Oxford	43,23	50 41,70	2
Hamburg	44,32	50 15,49	8
Königsberg	45,32	49 49,76	6
Oxford	45,28	49 49,98	2
Greenwich	47,32	48 58,35	11
—	49,33	48 6,86	4
Königsberg	51,28	38 47 15,74	8

Die Königsberger, von *Busch* in den Jahren 1843 und 1845 und von mir 1851 am *Reichenbach'schen* Meridiankreise angestellten Beobachtungen habe ich aus den noch ungedruckten Tagebüchern der Sternwarte ausgezogen und reducirt, wobei die Oerter der Fundamentalsterne und Reductionselemente aus dem Berliner Jahrbuche entlehnt sind; mit denselben Elementen habe ich auch die von *Rümker* gegebenen scheinbaren Oerter (Mittlere Oerter von 12000 Fixsternen p. 108) in mittlere verwandelt. Bei den Beobachtungen der englischen Sternwarten habe ich die in den Beobachtungs-Journalen selbst gegebenen mittleren Oerter beibehalten, weil durch Anwendung dieser die Verschiedenheit zwischen den Reductionselementen des Berliner Jahrbuches und des Naut. Alman. fast ganz unschädlich gemacht wird. Diesen auf Jan. 1 reducirtten Beobachtungen ist nur noch die kleine Reduction auf Januar 0 hinzugefügt, und an die Greenwicher Rectascensionen von 1843 und 1847 sind noch die Correctionen von resp. +1"06 und +0"75 angebracht, welche *Airy* in der Einleitung zum Twelve-Year-Catalogue abgeleitet hat. Das Resultat der Beobachtungen zu Pulkowa ist aus der Abhandlung von *Peters* (*Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes* pag. 136) entlehnt, die übrigen aus den Beobachtungen der Sternwarten Greenwich, Edinburg und Radcliffe-Observatory.

Bei der Berechnung der eigenen Bewegung aus den angegebenen Zahlen habe ich einer jeden einzelnen Meridianbeobachtung gleiches Gewicht beigelegt, und demgemäss die bei Anwendung der Methode des kl. Quadr. aus den Bedingungsgleichungen hervorgehenden Produkte vor ihrer Vereinigung zu Normalgleichungen mit der zugehörigen Anzahl der Beobachtungen multiplicirt; auf diese Weise ergab sich:

Mittl. Ort von <i>A</i> für 1840,00	175°56' 0"84	+38°51' 58"00
Jährliche eigene Bewegung	+5"178	— 5"737

Diese allein aus den neueren Beobachtungen abgeleitete Bewegung besitzt vermuthlich eine beträchtliche Sicherheit und stimmt so nahe mit der von *Argelander* aus den älteren Beobachtungen berechneten (+5"167 in AR. und —5"699 in Decl.) überein, dass in der That nicht die geringste Andeutung einer schon jetzt merklichen Aenderung derselben vorhanden ist. Ich habe auch noch versucht, die eigene Bewegung in Rectascension durch Vergleichung mit dem 3 Minuten früher culminirenden Fundamentalsterne β Leonis zu bestimmen, indem ich aus den Beobachtungs-Journalen die Tage, an welchen beide Sterne beobachtet sind, auszog und die daraus folgende Differenz ihrer scheinbaren Rectascensionen mit Hilfe der Tabul. Regiom. auf das mittlere Aequinoctium von 1840,0 reducirt. Mit Anwendung der eigenen Bewegung von *A* in AR. = +5"167 erhielt ich:

Differenz der mittleren Rectascensionen $\mathcal{A}-\beta$ Leonis für 1840,0

1843,32	6 Beob.	Greenw. u. Edinb.	42' 37" 32
43,30	22 „	Königsberg	36,81
44,27	2 „	Oxford	37,59
45,33	4 „	Königsberg	34,32
47,31	5 „	Greenwich	36,75
49,34	3 „	Greenwich	37,95
51,28	6 „	Königsberg	36,90

Die Königsberger Beobachtungen von 1845 zeigen hier eine beträchtlichere Abweichung, deren Ursache ich vergeblich gesucht habe; mit Ausschluss derselben ergibt sich aus den übrigen, wenn sie nach der Methode der kl. Quadrate mit Rücksicht auf die Gewichte wie oben behandelt werden:

Mittl. AR. pro 1840,0 = $175^{\circ}56'0''41$
 Jährliche Bewegung = $+5''189$

Zahlen, welche mit den vorhin gefundenen nahe genug übereinstimmen. Der mittlere Ort von β Leonis und dessen eigene Bewegung, welche diesem Resultate zum Grunde liegen, sind den Tab. Reg. gemäss:

Mittlere AR. von β Leonis 1840,0 = $175^{\circ}13'23''53$
 Jährliche Bewegung $-0''543$.

Aus dem Vorhergehenden geht also zur Genüge hervor, dass die Bewegung von \mathcal{A} für die hier in Betracht kommende Zeit

von 1842 bis 1852 jedenfalls als ganz gleichförmig angesehen werden darf; ich werde die von mir gefundenen Zahlen

Jährliche Bewegung in AR. = $+5''178$
 in Decl. = $-5,737$

in der weiteren Untersuchung vorläufig beibehalten.

§ 2.

Die Beobachtungen am Heliometer, durch welche die relative Bewegung von \mathcal{A} gegen die Vergleichsterne bestimmt werden kann, erstreckt sich für die beiden *Schlüter*-schen Sterne a und a' über einen Zeitraum von neun Jahren, für den *Faye*'schen Stern a'' über vier Jahre; sie kann daher aus dem vorhandenen Material so sicher abgeleitet werden, dass der Einfluss der Eigenbewegung von \mathcal{A} und der Vergleichsterne, wenn dieselben etwa beweglich sind, aus den Beobachtungen zur Bestimmung der Parallaxe vollständig eliminiert werden kann. Zunächst führe ich hier nun diejenigen Heliometerbeobachtungen auf, bei denen sowohl die Entfernungen als auch die Positionswinkel gemessen sind; die angegebenen Zahlen beziehen sich auf das jedesmalige scheinbare Aequinoctium und sind nur von dem Einflusse der Refraction und den Correctionen des Instruments befreit; die Positionswinkel bezeichnen die halbe Summe der Positionswinkel an \mathcal{A} und dem Vergleichsterne in der Richtung von \mathcal{A} aus.

		$\mathcal{A} a$	Pos.-Wink.	$\mathcal{A} a'$	Pos.-Wink.	$\mathcal{A} a''$	Pos.-Wink.
1843	Janr. 2	1587"3	261°34'4	1659"1	81°35'9	—	—
	April 28	1588,3	42,8	1658,6	36,3	—	—
1847	Juli 14	1602,7	262 36,9	1646,1	80 37,8	—	—
	— 17	1602,3	37,5	1645,8	38,4	—	—
1848	— 24	1606,6	52,4	1643,6	26,4	1400,4	91° 13' 3
	Aug. 3	1606,6	50,6	1643,1	24,3	1400,2	12,9
1850	Febr. 14	1611,5	263 15,4	1637,9	10,2	1393,0	90 54,4
	Dec. 20	1614,7	22,8	1636,0	79 54,1	1389,9	39,9
1851	Janr. 15	1613,7	23,6	1634,8	52,4	1388,8	39,5
	März 11	1615,4	26,4	1635,8	53,5	1389,4	39,7
	Juni 22	1615,8	30,6	1634,4	47,9	1388,1	34,6
	Octb. 16	1617,0	263 37,8	1633,3	79 46,7	1386,6	90 33,0

Reducirt man diese Beobachtungen auf das mittlere Aequinoctium von 1850,0, indem man den obigen Untersuchungen gemäss für diese Epoche den mittleren Ort für $\mathcal{A} = 176^{\circ}4'44''44 + 38^{\circ}47'40''56$ und die eigene Bewegung dieses Sterns in AR. = $+5''178$, in Decl. = $-5,737$ setzt, so ergeben sich folgende mittlere Oerter der Vergleichsterne, für 1850,0:

		a		a'		a''	
1843	Janr. 2	175°30' 34"1	+38°44' 28"1	176°39' 15"6	+38°52' 23"1	—	—
	April 28	34,1	29,9	16,3	21,3	—	—
1847	Juli 14	33,2	28,9	16,6	22,5	—	—
	— 17	33,7	29,2	16,3	22,1	—	—
1848	— 24	32,3	29,6	17,7	21,6	176°34' 33"1	+38°47' 18"8
	Aug. 3	32,5	28,7	17,1	22,3	33,1	18,8
1850	Febr. 14	32,6	31,2	17,0	20,0	32,1	18,4
	Dec. 20	175 30 32,1	+38 44 28,9	176 39 17,3	+38 52 21,8	176 34 32,7	+38 47 18,8

	a				a'				a''			
1851 Janr. 15	175°30' 33"7	+38°44' 28"9	176°39' 15"9	+38°52' 22"0	176°34' 31"6	+38°47' 18"6						
März 11	32,4	29,1	17,8	20,9	33,0	17,8						
Juni 22	33,1	29,5	16,8	21,5	32,8	18,1						
Oct. 16	175 30 32,5	+38 44 30,9	176 39 17,2	+38 52 20,0	176 34 32,7	+38 47 16,8						

Die in diesen Zahlen noch vorhandenen kleinen Abweichungen verschwinden fast vollständig, wenn man statt der Oerter der Vergleichsterne selbst, die halben Summen, sowohl der Rectascensionen als der Declinationen der auf entgegengesetzten Seiten von A liegenden Vergleichsterne zusammenstellt. Man erhält nämlich aus den eben angeführten Zahlen

	$\frac{1}{2} (a + a')$				$\frac{1}{2} (a + a'')$			
1843,00	176°4' 54"8	+38°48' 25"6	_____	_____	_____	_____	_____	_____
43,33	55,2	25,6	_____	_____	_____	_____	_____	_____
47,54	54,9	25,7	_____	_____	_____	_____	_____	_____
47,55	55,0	25,6	_____	_____	_____	_____	_____	_____
48,56	55,0	25,6	176°2' 32"7	+38°45' 54"2	_____	_____	_____	_____
48,59	54,8	25,5	32,8	53,7	_____	_____	_____	_____
50,12	54,8	25,6	32,3	54,8	_____	_____	_____	_____
50,97	54,7	25,4	32,4	53,9	_____	_____	_____	_____
51,04	54,8	25,5	32,7	53,8	_____	_____	_____	_____
51,19	55,1	25,0	32,7	53,4	_____	_____	_____	_____
51,48	54,9	25,5	33,0	53,9	_____	_____	_____	_____
51,79	176 4 54,9	+38 48 25,5	176 2 32,6	+38 45 53,9	_____	_____	_____	_____

Die Uebereinstimmung dieser Zahlen, welche in der That nichts zu wünschen übrig lässt, beweist zunächst, dass die Heliometermessungen durch die oben aus den Meridianbeobachtungen abgeleitete Bewegung von A vollständig dargestellt werden, also die Richtigkeit derselben bestätigen; zweitens, dass die in den vorhin angegebenen Oertern von a, a', a'', noch vorkommenden Unterschiede hauptsächlich von Beobachtungsfehlern herrühren, welche so beschaffen sind, dass sie an jedem Beobachtungsabende die Entfernungen der drei Vergleichsterne, so wie auch die Positionswinkel in gleichem Sinne afficirten, und daher aus den zuletzt gegebenen Zahlen, welche eigentlich das Resultat der Differenzen, sowohl der Entfernungen wie der Positionswinkel darstellen, verschwinden mussten; endlich folgt noch, dass, wenn a, a', a'' selbst beweglich sind, die Bewegungen derselben, welche jedenfalls nur gering sein können, so beschaffen sein müssen, dass die von a den Bewegungen von a' und a'' gleich, aber entgegengesetzt ist. Die Unwahrscheinlichkeit dieses letzten Umstandes macht es daher so gut wie gewiss, dass a, a', a'', wenigstens für den hier in Betracht kommenden Zeitraum von neun Jahren, als völlig unbeweglich anzusehen sind.

Aus den vorhin angegebenen Vergleichungen der Sterne a' und a'' mit A folgt für 1850,0 der Unterschied der mittleren Oerter a' - a'' in Rectascension = 4' 44" 45, in Declination = 5' 3" 00; ich habe die gegenseitige Lage dieser Sterne auch noch direct am Heliometer gemessen, und diese Beobachtungen, auf das mittl. Aequin. von 1850,0 reducirt, ergeben folgende Entfernungen und Positionswinkel, (halbe Summe der

Winkel an beiden Sternen in der Richtung von a'' nach a', nebst den daraus folgenden Unterschieden in AR. und Decl.:

	a'' a'	Pos.-W.	AR. (a' - a'')	Decl. (a' - a'')
1848 Juli 23	375"86	36° 7' 7	+4' 44" 5	+5' 3" 6
1851 Janr. 15	375,84	3,9	44,0	3,8
51 — 16	375,78	8,2	44,5	3,5
51 März 12	375,93	7,2	44,4	3,7
51 Juni 28	375,82	36 11,1	+4 44,8	+5 3,3

Von den hieraus im Mittel sich ergebenden Unterschieden in AR. = 4' 44" 44 und 5' 3" 57 in Declination verdient letzterer unbedenklich den Vorzug vor dem vorhin aus der Vergleichung beider Sterne mit A gefolgerten Werthe 5' 3" 00, da er von den unvermeidlichen Unsicherheiten der Positionswinkel weniger Einfluss erleidet. Berücksichtigt man dies, so ergeben sich endlich aus sämtlichen vorhergehenden Untersuchungen folgende mittlere Oerter der Sterne für 1850,00

a	= 175°30' 33"01	+38°44' 29"41
a'	= 176 39 16,80	38 52 21,59
a''	= 176 34 32,35	+38 47 18,02
A	= 176°4' 44"44	+38°47' 40"56
Jährl. eig. Beweg.	+5,178	—5,737

§ 3.

Bezeichnet man den Positionswinkel der Richtung, in welcher A sich bewegt, durch P, die jährliche Bewegung des Sterns im grössten Kreise durch μ, so ergeben sich aus den vorhergehenden Zahlen die Werthe μ = 7"014, P = 144°52'5.

Bezeichnet ferner s die Entfernung eines Vergleichsterns zur Zeit $1850 + t$, p den zugehörigen Positionswinkel an A , und sind s_0 und p_0 die entsprechenden Werthe zur Zeit 1850,0, so ist, wenn A sich gleichförmig in der durch P bedingten Richtung im grössten Kreise fortbewegt, und die Positionswinkel stets auf das mittlere Aequinoctium von 1850,0 bezogen werden,

$$\begin{aligned} \sin s \sin p &= \sin s_0 \sin(P-p_0) \\ \sin s \cos p &= \cos s_0 \sin \mu t - \sin s_0 \cos \mu t \cos(P-p_0) \end{aligned}$$

Aus den vorhin angeführten mittleren Oertern der Sterne folgt:

für a	$s_0 = 1610''86$	$p_0 = 263^{\circ}21'8$
„ a'	1638,59	79 56,6
„ a''	1393,73	90 46,3

und wenn man $P = 144^{\circ}52'5$, $\mu = 7''014$ setzt, ergibt sich:

	Aa	Aa'	Aa''
für 1830	1548''87	1702''77	1480''34
1840	1578,60	1669,51	1435,98
1850	1610,86	1638,59	1393,73
1860	1645,47	1610,12	1353,80
1870	1682,29	1584,25	1316,39

woraus folgende Interpolationsformeln hervorgehen, wenn die Einheit von $\tau = 10$ Jahre gesetzt wird, und für 1850 $\tau = 0$ ist:

$$\left. \begin{aligned} Aa &= 1610''86 + 33''456\tau + 1''180\tau^2 - 0''025\tau^3 \\ Aa' &= 1638,59 - 29,718\tau + 1,232\tau^2 + 0,022\tau^3 \\ Aa'' &= 1393,73 - 41,124\tau + 1,159\tau^2 + 0,034\tau^3 \end{aligned} \right\} (1)$$

Will man die Glieder, welche τ^3 enthalten nicht berücksichtigen, so erhält man diese Formeln direct auf folgendem etwas kürzeren Wege. Aus der Gleichung:

$$\begin{aligned} \cos s &= \cos s_0 \cos \mu t + \sin s_0 \sin \mu t \cos(P-p_0) \text{ folgt} \\ \sin \frac{1}{2}(s-s_0) &= \left(\frac{\sin \frac{1}{2} \mu t \cos s_0 - \cos \frac{1}{2} \mu t \sin s_0 \cos(P-p_0)}{\sin \frac{1}{2}(s+s_0)} \right) \sin \frac{1}{2} \mu t \end{aligned}$$

Entwickelt man diesen streng richtigen Ausdruck nach Potenzen von $\frac{\mu t}{s_0}$, so ergibt sich bei Vernachlässigung der Glieder dritter Ordnung:

$$s = s_0 - \cos(P-p_0)\mu t + \frac{\sin(P-p_0)^2}{2s_0} \mu^2 t^2$$

eine Formel, welche für die hier vorliegenden Heliometerbeobachtungen schon vollkommen ausreicht, und in Zahlen ausgedrückt, die ersten Glieder der vorhergehenden Interpolationsformeln ebenso wiedergiebt.

Verwandelt man die in Sekunden gegebenen Formeln (1) in Revolutionen der Heliometerschraube, so erhält man bei Vernachlässigung von τ^3 folgende für die Temperatur von 50° Fabr. geltende Ausdrücke:

$$\left. \begin{aligned} Aa &= 30,4508 + 0,6324\tau + 0,0223\tau^2 \\ Aa' &= 30,9748 - 0,5618\tau + 0,0233\tau^2 \\ Aa'' &= 26,3468 - 0,7774\tau + 0,0219\tau^2 \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

Diese Gleichungen enthalten das gemeinschaftliche Resultat der Meridianbeobachtungen und derjenigen Heliometerbeobachtungen, bei welchen auch die Positionswinkel mit gemessen wurden, und besitzen wegen des beträchtlichen Zeitraums, worauf sie gegründet sind, bereits eine hinlängliche Sicherheit. Es schien mir indessen nicht ganz überflüssig, die Aenderungen der Entfernungen durch Vergleichung dieser letzten Ausdrücke mit allen Heliometermessungen wo möglich noch genauer zu bestimmen. Zu diesem Zwecke habe ich, nachdem die ganze Masse der Beobachtungen durch Vereinigung nahe zusammenliegender in Gruppen zusammengezogen war, zunächst aus den sicheren Messungen der Unterschiede der Entfernungen, die Aenderung dieser Unterschiede abgeleitet; alsdann mit Hilfe dieser berechneten Aenderungen der Differenzen aus sämmtlichen Messungen aller drei Entfernungen die Aenderung von Aa bestimmt, wodurch denn auch zugleich die Aenderungen von Aa' und Aa'' bekannt waren; die von τ^2 abhängigen Glieder der Formeln (2) wurden dabei als hinlänglich sicher bestimmt vorausgesetzt. Um nicht zu weitläufig zu sein, führe ich hier nur die Resultate dieser vorläufigen Rechnung an, bei welcher schon auf den Einfluss der Temperatur und der Parallaxe soweit Rücksicht genommen wurde, dass durch die spätere definitive Bestimmung derselben die gefundenen Zahlenwerthe keine erhebliche Abänderung erleiden konnten. Ich erhielt auf diese Weise:

$$\left. \begin{aligned} Aa &= 30,4513 + 0,6424\tau + 0,0223\tau^2 \\ Aa' &= 30,9765 - 0,5579\tau + 0,0233\tau^2 \\ Aa'' &= 26,3486 - 0,7641\tau + 0,0219\tau^2 \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

Diese Ausdrücke beziehen sich auf die Temperatur von 40° Fahr. Die aus den Formeln (2) sich ergebenden zehnjährigen Aenderungen der Entfernungen Aa , Aa' , Aa'' haben also durch Benutzung aller Heliometerbeobachtungen resp. die Correctionen $+0''53$, $+0''20$, $+0''70$ erhalten. Da alle drei gleiches Zeichen haben, so können sie nicht durch die Unrichtigkeit der oben angenommenen Bewegung von A veranlasst sein, sondern deuten vielmehr auf eine kleine constante Verschiedenheit zwischen den älteren Messungen von *Schlüter* und den neueren von mir gemachten hin, welche etwa $0''4$ d. h. $\frac{1}{40000}$ der zu messenden Entfernungen beträgt.

Durch die vorhergehenden Untersuchungen ist die, durch die eigene Bewegung von A bewirkte, Aenderung der Entfernungen jedenfalls so sicher bestimmt, dass sie für den hier vorliegenden Zweck nichts zu wünschen übrig lässt. Bei einer Beobachtungsreihe von der Zeitdauer eines Jahres ist

nämlich, wenn man sie auf den in der Mitte liegenden Zeitpunkt reducirt, das Maximum von $\tau = 0,05$, sodass das von τ^2 abhängige Glied schon allenfalls ganz vernachlässigt werden kann, da sein Einfluss höchstens nur $0''004$ beträgt, und für das in τ multiplicirte Glied ist die kleine darin noch liegende Unsicherheit ebenfalls so gering, dass es für die Berechnung der Parallaxe in der That gleichgültig sein würde, ob man die Formeln (2) oder (3) gebrauchen wollte, wenn nicht letztere wegen der weit grösseren Menge der zu Grunde liegenden Beobachtungen den Vorzug verdienten; ich habe daher die Formeln (3) zur Reduction der Beobachtungen angewandt.

§ 4.

Nach diesen vorangeschickten Untersuchungen über die relative Bewegung der betreffenden Sterne werde ich nun zunächst die sämmtlichen, sowohl von *Schlüter* als von mir gemachten Beobachtungen, nebst einigen dazu nöthigen Bemerkungen mittheilen. Wegen des Umstandes, dass der Stern a' , sowie auch der später von mir hinzugezogene Stern a'' dem Sterne a in Beziehung auf A fast gradlinigt und in nahezu gleicher Entfernung von A gegenübersteht, wurden die Beobachtungen in folgender Weise angestellt. Der Stern A wurde in der ersten Lage der Objectivhälfte sogleich mit beiden (später mit allen drei) Sternen verglichen, wobei die optische Axe der ruhenden Objectivhälfte, je nachdem es nöthig war, auf A oder auf den Vergleichstern gerichtet wurde und der Positionskreis nur eine geringe Drehung erlitt; alsdann wurde die bewegliche Objectivhälfte über den Coincidenzpunkt weg bewegt, und A in der zweiten Lage derselben wiederum mit den Sternen, aber in umgekehrter Reihenfolge, zur Deckung gebracht. *Schlüter* hat bei seinen Beobachtungen jeden der Sterne a und a' in beiden Lagen der Objectivhälfte fünf mal mit A verglichen, wobei die Schraube I. der Reihe nach auf 59,6, 59,8, 60,0, 60,2, 60,4 gestellt wurde, um die periodische Ungleichheit der Schraube II. zu eliminiren. Bei drei Hilfssternen würde dies Verfahren zu viel Zeit gekostet haben, weshalb ich meist nur drei oder vier Einstellungen machte. Bei der letzten vollständigsten Beobachtungsreihe im Jahre 1851 habe ich a stets doppelt so oft eingestellt als jeden der Sterne a' und a'' , da die Entfernung aA sowohl mit Aa' als mit Aa'' verglichen wird, also diese Einstellungen doppelt zum Resultate mitstimmen; die Schraube I. stellte ich dabei stets auf 60,00, da der Einfluss der periodischen Ungleichheit hier so gut wie constant ist, weil die Ablesungen sich nur sehr wenig ändern. Bisweilen habe ich auch nur in einer Lage der Objectivhälfte II. beobachtet; solche Messungen sind zwar für die Bestimmung der Entfernungen unvollständig und geben nur ihre Differenzen, können also

zur Untersuchung dieser jedenfalls mit benutzt werden. Zur besseren Erläuterung setze ich noch zwei vollständige Beobachtungen hierher; die mit I. und II. überschriebenen Columnen bezeichnen die Objectivhälften, von denen II. zu der messenden Schraube gehört, und die in diesen Columnen befindlichen Buchstaben bezeichnen die zur Deckung gebrachten Bilder der Sterne, welche von den betreffenden Hälften herühren.

1843 Mai 18. (*Schlüter*),

Sternzeit.	I.	Schraube I.		II.	Schr. II.	
			R			R
	a	59,600		A	89,370	
		800			89,561	
14 ^h 44 ^m 27 ^s *		60,000			89,765	
		200			89,961	
		400			90,161	
	A	59,600		a'	90,691	
		800			90,886	
14 59 41		60,000			91,084	
		200			91,291	
		400			91,494	
	a'	59,600		A	27,995	
		800			28,187	
15 15 53		60,000			28,386	
		200			28,589	
		400			28,787	
	A	59,600		a	29,314	
		800			29,520	
15 32 15		60,000			29,715	
		200			29,917	
		400			30,118	

1851 Mai 18. (*Wichmann*).

	a	60,000		A	90,235	
					231	
15 ^h 4 ^m 4 ^s {					226	
					236	
					235	
					235	
	A	60,000		a'	90,596	
15 15,4					603	
					598	
	A	60,000		a''	85,947	
15 21,4					938	
					940	
	a''	60,000		A	33,450	
15 32,9					451	
					450	
	a'	60,000		A	28,789	
15 40,9					785	
					796	
	A	60,000		a	29,166	
					167	
15 52,9 {					164	
					162	
					165	
					165	

Ich habe bei meinen Beobachtungen das Licht des Sterns *A* stets durch Vorsetzen eines feinen Drathgitters vor die betreffende Objectivhälfte geschwächt und vermuthete, dass auch *Schlüter* dasselbe angewandt hat. Die dadurch entstehenden Diffractionerscheinungen können der Genauigkeit der Messungen wohl kaum geschadet, vielleicht eher genützt haben; *A* erschien dann eben so hell als *a'* und *a''*, etwas heller als *a*. Im Jahre 1851 habe ich ausschliesslich nur ein Ocular von 175 maliger Vergrösserung angewandt, bei den früheren auch bisweilen die stärkste (290). Die Einstellung desselben, wobei ich das Fernrohr auf einen hellen Stern richtete, ist mir stets etwas schwierig gewesen, da mein Auge sich leicht verschiedenen Stellungen des Oculares accommodirt und daher das Urtheil über die beste Stellung desselben erschwert. *Schlüter* hat sich wahrscheinlich immer der stärksten Vergrösserung bedient und sein Auge war kurzsichtig, was das meinige nicht ist. Während der ganzen Dauer der Beobachtung habe ich die Einstellung des Oculares nie geändert, und dasselbe befand sich stets nahezu in der Heliometeraxe.

§ 5.

Da die vollständige Mittheilung aller Beobachtungen eine

St.-Wink.	Aa	Aa'	Aa''
+0 ^h	+0''45	+0''46	+0''40
1	0,47	0,48	0,40
2	0,51	0,52	0,43
3	0,58	0,60	0,48
	0,70	0,73	0,56
5	0,88	0,93	0,68
6	1,16	1,25	0,86
7	1,60	1,75	1,11
8	2,28	2,57	1,45
+9	+3,29	+3,84	+1,83

Da der Einfluss der Refraction durch die von der Präcession herrührende Aenderung der Declinationen und durch die von *A* erzeugte Aenderung der Entfernungen sich sehr langsam ändert, so kann diese für 1850,0 berechnete Tafel unbedenklich für die beiden vorhergehenden und folgenden Jahre angewandt werden.

Ich lasse nun die Zusammenstellung sämtlicher Beobachtungen folgen; die angegebene Sternzeit ist die Mitte der Beobachtungszeit; die Angaben des Thermometers sind an dem an der Nordostseite des Thurms in freier Luft befestigten Thermometer mit *Fahrenheit'scher* Scale abgelesen; die Stellung der Declinationsaxe ist, wenn sie vorgeht mit ν , wenn

zwecklose Weitläufigkeit herbeiführen würde, so gebe ich hier nur die aus den gleichartigen Einstellungen sich ergebenden Mittelwerthe der Schraubenablesungen, jedoch schon von dem Einflusse der Refraction befreit; bei meinen Beobachtungen ist auch noch, wo es nöthig war, die kleine Correction wegen der periodischen Ungleichheit der Schraube (*Bessel's* Astr. Unters. I. pag. 77 § 8—10) angebracht. Ich habe es vorgezogen, den Einfluss der Refraction für jeden der angegebenen Mittelwerthe besonders zu berechnen, um die auf derselben Seite des Coincidenzpunktes liegenden Ablesungen so mit einander vergleichen zu können, als ob sie gleichzeitig beobachtet wären. Zu diesem Zwecke hatte ich zwei Tafeln für den Einfluss der mittleren Refraction für 1843 und 1850 berechnet, aus denen die wahre ohne grosse Mühe abgeleitet werden konnte. Von der für 1850 berechneten Tafel setze ich einen Auszug hierher, damit der Leser ein Urtheil über den Einfluss der Refraction erlangen kann, welcher, wie man sieht, aus den Differenzen der Entfernung ebenfalls fast ganz verschwindet; die Tafel giebt die den Entfernungen hinzuzufügenden Correctionen.

St.-Wink.	Aa	Aa'	Aa''
-0 ^h	+0''45	+0''46	+0''40
1	0,46	0,46	0,40
2	0,48	0,49	0,43
3	0,53	0,53	0,49
4	0,61	0,60	0,57
5	0,72	0,69	0,70
6	0,87	0,82	0,89
7	1,06	0,96	1,17
8	1,27	1,10	1,57
-9	+1,40	+1,10	+2,04

sie folgt mit *f* bezeichnet, und die zu Mittelwerthen vereinigen, und von der Refraction bereits befreiten Ablesungen der Schraube II. befinden sich in den mit *a*, *a'*, *a''* überschriebenen Columnen. Die zugehörige Angabe der Schraube I. ist überall = 60,000. Die Anzahl der zu einem Mittel vereinigten Einstellungen ist bei *Schlüter's* Beobachtungen überall = 5, bei den von mir gemachten aber giebt die mit „Anzahl“ überschriebene Columne die Zahl der Einstellungen des Sterns *a*, welche seit 1851 Januar 7 stets doppelt so gross ist, als die Zahl der Einstellungen eines jeden der Sterne *a'* und *a''*, bei den früheren Beobachtungen aber eben so gross.

1) Beobachtungen von *Schlüter*.

		Decl.-Axe	Sternzeit.	a	a'	a'	a	Therm.	
				R	R	R	R		
1	1842	Octb. 13	f	5 ^h 54 ^m 0	29,6469	28,2737	91,0448	89,6628	24 ^o 7
2		22	v	7 13,5	6428	2554	0423	6638	31,0
3		Nov. 15	f	7 7,7	6639	2909	0323	6535	26,3
4		Dec. 21	v	8 41,8	6358	2712	0236	6594	36,9
5		27	f	7 5,0	6514	2884	0300	6661	35,3
6	1843	Janr. 2	v	6 21,9	6316	2784	0254	6640	17,8
7		3	f	6 28,3	6631	3033	0211	6605	11,7
8		13	f	8 13,5	6520	2974	0245	6665	31,1
9		Febr. 3	v	7 19,6	6306	2879	0197	6673	34,2
10		15	f	9 28,3	6408	2976	0138	6647	24,1
11		März 3	v	10 3,0	6430	2982	0000	6558	20,6
12		8	f	9 19,7	6458	3022	0176	6702	30,7
13		9	v	9 40,7	6313	2897	0181	6757	26,7
14		22	f	10 2,3	6813	3407	0901	7423	29,5
15		23	v	9 36,1	6804	3408	0620	7246	27,8
16		24	f	9 30,3	6967	3621	0673	7273	26,0
17		26	v	13 52,7	6736	3316	0734	7312	21,4
18		28	f	9 28,7	6919	3515	0755	7321	28,3
19		April 19	v	11 39,0	6902	3622	0904	7611	39,2
20		24	f	14 1,3	7129	3798	0919	7653	35,6
21		25	v	12 4,6	6911	3688	0779	7560	45,4
22		28	f	12 2,5	7032	3800	1048	7686	49,5
23		29	v	14 47,7	7079	3763	0982	7656	46,0
24		Mai 1	f	13 38,0	7039	3707	0981	7641	45,0
25		4	v	13 30,1	7096	3842	1086	7805	34,4
26		5	f	13 56,9	7168	3852	1080	7800	32,7
27		12	v	13 7,0	7100	3872	0982	7754	36,3
28		14	f	13 58,0	7132	3838	1084	7952	32,3
29		15	v	13 23,9	7108	3848	0963	7756	35,3
30		17	f	15 42,2	7148	3884	1103	7883	38,6
31		18	v	15 8,0	7063	3786	1014	7748	41,1
32		19	f	14 26,7	7232	4006	1242	7980	43,6
33		20	v	14 30,2	7121	3929	1163	7889	38,7
34		21	f	14 38,4	7206	4020	1276	7978	35,0
35		22	v	15 4,2	7133	3875	1219	7957	43,6
36		Juni 3	f	16 9,9	6986	3729	1246	8099	67,4
37		11	v	15 58,3	7001	3861	1161	7979	54,3
38		17	f	16 46,2	7031	3817	1254	8112	44,0
39		Aug. 11	v	19 51,9	6844	3885	1153	8133	57,5
40		14	f	19 26,2	7133	4117	1223	8138	56,3
41		26	v	19 26,9	29,6558	28,3619	91,0822	89,7913	64,8

2) Beobachtungen von *Wichmann*.

		Decl.-Axe	Sternzt.	Anz.	a	a'	a''	a''	a'	a	F.	
					R	R	R	R	R	R		
1	1847	Juli 14	v	19 ^h 34 ^m	5	29,4804	28,6621	—	—	90,8962	90,0732	52 ^o 5
2		17	f	17 17	5	4878	6623	—	—	8848	0675	50,3
3		25	f	18 31	5	4678	6630	—	—	8708	0742	52
4		26	v	18 36	5	4746	6558	—	—	8818	0715	52
5	1848	April 6	v	11 43	5	4178	6936	—	—	8336	0990	42,2
6		14	f	12 55	3	—	—	—	86,2630	8474	1202	48
7		16	v	10 32	3	4420	7212	33,3043	2508	8503	1136	35
8		19	f	12 0	5	4430	6932	2960	2626	8452	1184	47,2
9		22	v	14 55	3	4389	7093	3041	2478	8309	0954	47
10		Mai 6	v	14 12	3	29,4317	28,7054	33,3010	86,2570	90,8423	90,1132	34,5

		Decl.-Axe.	Sternzt.	Anz.	a	a'	a''	a'''	a''''	a'''''	a''''''	F.	
					<u>R</u>	<u>R</u>	<u>R</u>	<u>R</u>	<u>R</u>	<u>R</u>	<u>R</u>		
11	1848	Mai	7	v	14 ^b 10 ^m	3	29,4199	28,7019	33,2940	—	—	—	45°
12			8	v	15 2	3	4271	7008	2997	86,2374	90,8434	90,1179	44,6
13		Juni	13	f	17 59	3	4254	7145	3052	—	—	—	68
14		Juli	12	f	17 57	3	4140	7076	3115	2545	8483	1423	49,4
15			13	f	18 22	3	4184	7205	3206	2469	8355	1367	55,3
16			21	f	19 3	5	4176	7188	3215	2573	8469	1431	53,7
17			24	f	18 28	3	4007	7089	3114	2611	8521	1446	72,8
18			27	v	18 36	3	4146	7061	3188	—	—	—	66
19		Aug.	3	v	19 13	3	4124	7270	3228	2619	8497	1543	54
20			13	f	18 41	3	4257	7294	3404	2495	8273	1462	48,6
21	1850	Febr.	11	f	7 35	3	—	—	—	85,9154	5295	0189	28
22			14	f	6 56	3	1246	6199	2563	9165	5373	0439	18
23		März	9	f	9 32	5	1263	6281	2693	9059	5351	0363	25
24			11	f	8 20	5	—	—	—	—	5376	0497	32,6
25		April	16	v	12 2	5	1238	6356	2723	9151	5524	0426	43
26		Dec.	20	f	6 23	3	0878	6768	3448	8900	5234	1306	27
27			26	f	7 2	5	1089	6897	3489	9026	5356	1398	30
28	1851	Janr.	4	f	7 46	4	0956	6920	3495	8865	5348	1304	30,4
29			7	f	7 13	6	—	—	—	8819	5265	1372	10,5
30			8	f	7 25	8	0967	6944	3511	8821	5290	1257	6,5
31			9	v	7 54	6	—	—	—	8818	5236	1328	0
32			10	f	7 3	6	1065	7055	3623	8729	5196	1149	0,6
33			11	f	6 36	8	1080	7008	3557	—	—	—	12
34			15	f	7 28	6	1121	7087	3678	8677	5077	1143	13,5
35		Febr.	10	f	8 45	8	1061	7121	3709	8770	5233	1363	17
36		März	9	f	9 0	6	0994	7116	3671	8883	5292	1450	16,6
37			10	f	7 58	6	0984	7103	3756	8820	5334	1551	18,4
38			11	f	8 37	6	0906	7012	3688	8937	5377	1580	22,2
39		April	7	v	12 41	6	—	—	—	9074	5551	1800	39
40			9	f	11 41	6	1105	7378	3995	9036	5571	1789	45,5
41			10	f	10 22	8	1186	7407	3987	9112	5562	1866	48
42			11	v	12 38	8	1066	7375	3962	—	—	—	46
43			12	f	10 29	8	0997	7324	3975	—	—	—	46
44			14	f	11 25	6	1130	7340	3807	9125	5507	1709	45,8
45			15	f	11 11	6	1194	7411	3983	9155	5677	1949	44,5
46			16	v	11 19	8	1287	7660	4111	—	—	—	42,5
47			17	v	11 5	6	1135	7429	4072	9195	5772	1986	45,7
48		Mai	2	v	14 5	6	1301	7567	4241	—	—	—	34
49			16	v	14 27	8	1456	7776	4403	9420	6003	2357	37,5
50			18	v	15 28	6	1503	7787	4368	9542	6116	2437	38,6
51			20	v	15 0	6	1526	7905	4509	9429	6021	2407	38,5
52			23	v	16 19	6	1521	7840	—	—	—	—	46,2
53			29	v	15 0	6	1564	7848	4465	9503	6026	2403	46
54		Juni	3	v	16 56	6	1424	7825	4530	9584	6106	2517	53,5
55			22	v	17 16	6	1716	8142	4822	9610	6029	2593	48,2
56			30	v	17 50	8	1565	8047	4782	9614	6223	2716	54,2
57		Juli	1	v	18 24	6	1531	8069	4646	9758	6268	2723	52
58			7	v	18 54	6	1546	8079	4764	9567	6117	2727	50
59			10	f	18 39	8	1568	8011	4734	9690	6099	2716	52,2
60			25	f	20 19	6	1727	8330	4828	9505	5973	2700	60,8
61		Aug.	8	f	19 14	6	1513	8164	4838	9676	6087	2817	58,6
62			10	v	19 30	6	1619	8272	4923	9539	6145	2830	60
63			11	f	19 16	8	1574	8252	4895	9488	6051	2676	53
64			13	v	19 42	6	1625	8317	4934	9472	6159	2832	52
65			19	f	20 1	6	1588	8275	4942	9460	6040	2772	51,2
66			23	f	19 36	6	1386	8163	4859	9537	6128	2881	59,7
67			26	f	19 42	6	1567	8166	4894	9429	6105	2797	53,6
68		Sept.	16	f	19 37	6	29,1445	28,8176	33,4798	85,9450	90,6138	90,2856	49,4

		Decl..Axe.	Sternzt.	Anz.	a	a'	a''	a'''	a''''	a'''''	a	F.
					R	R	R	R	R	R	R	
69	1851	Sept. 22	ν	4 ^h 23 ^m	6	29,1521	28,8340	33,4954	85,9468	90,6030	90,2840	51° 8
70		28	ν	4 59	6	1534	8338	5093	9221	5878	2701	50
71		29	f	19 44	6	1404	8244	4955	9318	5885	2849	63,6
72		Octb, 2	ν	5 15	6	1631	8410	5001	9272	5842	2750	59,4
73		3	f	19 57	6	1432	8333	5093	9463	5988	2862	65,5
74		16	f	6 32	6	1466	8323	5040	9266	5783	2786	43,4
75		22	ν	7 9	6	1447	8473	5293	9040	5717	2649	41,4
76		Dec. 12	ν	6 23	6	1376	8432	5185	8926	5568	2669	36
77		22	f	7 46	6	1510	8625	5316	8894	5478	2604	26,6
78	1852	Janr. 6	ν	6 24	6	29,1287	28,8434	33,5167	85,8865	90,5591	90,2717	31,7

Da die angegebenen Zahlen schon frei von dem Einfluss der Refraction sind, so habe ich die Ablesungen des Barometers und des innern Thermometers weggelassen; desgleichen auch die Bemerkungen über die Beschaffenheit der Luft, da ich keinen wesentlichen Einfluss derselben in den Beobachtungen bemerkt habe.

Der Nullpunkt der Schraube II, für welchen beide Objectivhälften coincidirende Bilder geben, liegt, wenn I. auf 60,000 gestellt ist, bei diesen Beobachtungen 59,5 und 59,8. Die Werthe desselben, welche man erhält, wenn man aus je zwei zusammengehörigen Ablesungen ein und desselben Sterns das Mittel nimmt, zeigen eine sehr befriedigende Uebereinstimmung und ändern sich nur sehr langsam mit der Zeit; grosse Aenderungen rühren meistens daher, dass inzwischen der Heliometerapparat theilweise auseinander genommen wurde. Subtrahirt man von den im vorhergehenden Tableau aufgeführten Mittelwerthen der Ablesungen zwei auf derselben Seite des Nullpunktes liegende von einander, so erhält man die Differenz der Entfernungen der beiden zugehörigen Sterne von A; durch Subtraction zweier auf verschiedenen Seiten des Nullpunktes liegender, ein und demselben Sterne zugehöriger Ablesungen ergibt sich dagegen dessen doppelte Entfernung von A, beides frei von Refraction und in Schraubenrevolutionen ausgedrückt.

Die auf diese Weise gefundenen Entfernungen enthalten ausser der Wirkung der Wärme und Parallaxe noch den Einfluss der Aberration, welcher nach *Bessel's* Formeln (Astron. Untersuch. I. pag. 208)

$$= -2 \sin \frac{1}{2} s (\cos \delta \sin \alpha + \sin \delta \tan \epsilon) C \\ + 2 \sin \frac{1}{2} s \cos \alpha \cos \delta D = cC + dD$$

ist, wo s die Entfernung der beiden Sterne α , δ , Rectascension und Declination des zwischen beiden in der Mitte liegenden Punktes, und ϵ die Schiefe der Ekliptik bezeichnet; C und D sind die Werthe aus Tab. IX. der Tabul. Regiom. p. 117 etc. Die folgende kleine für 1850,0 berechnete Tafel zeigt den Einfluss der Aberration auf die drei Entfernungen, „Beob. Entfern. — wahre Entfernung.“ Man ersieht daraus,

dass die Aberration aus den Differenzen der Entfernungen fast vollständig verschwindet.

	1850	für Aa	für Aa'	für Aa''
Janr. 0	—	—0''113	—0''115	—0''098
— 30	—	— 063	— 064	— 055
März 1	+	+ 004	+ 003	+ 003
— 31	+	+ 069	+ 069	+ 059
April 30	+	+ 115	+ 116	+ 099
Mai 30	+	+ 132	+ 134	+ 114
Juni 29	+	+ 116	+ 118	+ 101
Juli 29	+	+ 072	+ 074	+ 063
Aug. 28	+	+ 010	+ 011	+ 010
Sept. 27	—	— 055	— 055	— 047
Oct. 27	—	— 107	— 108	— 092
Nov. 26	—	— 131	— 133	— 113
Dec. 26	—	—0,120	—0,122	—0,104

Diese für 1850 geltende Tafel kann unbedenklich für alle hier vorliegenden Beobachtungen angewandt werden; die ihr zu Grunde liegenden Constanten sind für die drei Vergleichsterne:

$\log c$	7,4098 n	7,4068 n	7,3371 n
$\log d$	7,7835	7,7903	7,7204

§ 6.

Ich werde nun aufsuchen, was sich aus den angestellten Beobachtungen in Beziehung auf das Verhältniss der Parallaxen der dabei angewandten Sterne folgern lässt. Obgleich der Einfluss der Temperatur auf die Heliometermessungen schon von *Bessel* bestimmt ist, so habe ich doch die daher rührenden Correctionen nicht an die Beobachtungen angebracht, sondern die Wirkung der Wärme als unbekannt Grösse in der Untersuchung beibehalten, hauptsächlich, weil meine ältere Reduction der *Schlüter's*chen Beobachtungen auf eine nothwendige Abänderung der von *Bessel* gefundenen Constante hinzudeuten schienen, indem die Entfernungen im Sommer merklich grösser als im Winter gefunden waren. Den Einfluss der Temperatur auf die Entfernung s werde ich durch fw

bezeichnen; den Coefficienten f habe ich bei der Rechnung so gewählt, dass, wenn F die Temperatur des Thermometers (Fahrenh.) bezeichnet, $f = \frac{1}{30} (F-40^\circ)$ ist, eine Grösse, welche für die vorliegenden Beobachtungen nur selten grösser als die Einheit wird; die Constante ω ist alsdann $= 30 \xi s$, wenn durch ξ die Quantität bezeichnet wird, um welche der Werth einer Schraubenrevolution durch das Abnehmen der Temperatur um einen Grad Fahrenheit sich ändert.

Setzt man ferner, um den Einfluss der Parallaxe zu berücksichtigen, für zwei an der Himmelskugel nahe beieinander befindliche Sterne A und a den Unterschied Parallaxe von A — Parallaxe von $a = \pi$, so ist bekanntlich:

$$\text{Beob. Entf. — wahre Entfern.} = Rm \cos(M-L)\pi = k\pi$$

wo R den Radiusvector der Erde, L die scheinbare Länge der Sonne bezeichnet, und m und M bestimmt werden durch die Formeln:

$$\begin{aligned} m \cos M &= \sin p \sin \alpha + \cos p \cos \alpha \sin \delta \\ m \sin M &= (\sin p \cos \alpha - \cos p \sin \alpha \sin \delta) \cos \varepsilon \\ &\quad + \cos p \cos \delta \sin \varepsilon \end{aligned}$$

in welchen $\alpha, \delta, \varepsilon$ dieselbe Bedeutung wie vorhin haben, und p die halbe Summe der Positionswinkel an beiden Sternen in der Richtung von A nach a bezeichnet. Meine Rechnung ergab für die drei Sterne:

für 1843,0	log. m	M
Stern a	9,9375	$-88^\circ 50'$
„ a'	9,9375	$+91 49$
für 1850,0		
Stern a	9,9428	$-89 55$
„ a'	9,9324	$+93 2$
„ a''	9,9650	$+85 24$

aus welchen Zahlen ich für alle Beobachtungstage die Werthe für k, k', k'' , berechnet habe.

• Bezeichnet man nun den Unterschied (Rechn. — Beob.) einer von dem Einflusse der Refraction und Aberration gehörig befreiten, und auf ein bestimmtes Zeitmoment reducirten Entfernung von dem, für dieselbe Zeit aus den oben gegebenen Formeln (3) folgenden Werthe derselben durch Δ , und durch x eine dem letzteren hinzuzufügende constante Correction, so giebt, wenn man zunächst nur zwei Vergleichsterne, a und a' , berücksichtigt, jeder Beobachtungsabend, an welchem beide Sterne vollständig mit A verglichen sind, zwei Bedingungengleichungen von der Form:

$$\left. \begin{aligned} 0 &= \Delta + x + k\pi + f\omega \\ 0 &= \Delta' + x' + k'\pi' + f\omega' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

Wenn nun die beiden beobachteten Entfernungen von einander ganz unabhängig wären, also z. B. auch keine gemeinschaftliche Fehlerquelle hätten, so würde durchaus kein

Grund vorhanden sein, von einer abgesonderten Behandlung der Beobachtungsreihe jedes einzelnen Sternes abzuweichen. In diesem Falle müssten die aus den Beobachtungen sich ergebenden Summen der beiden Entfernungen nahezu dieselbe Genauigkeit zeigen als die daraus folgenden Unterschiede derselben; die Erfahrung zeigt aber, dass der mittl. Fehler der Summe der beiden Entfernungen, wie wir weiter unten sehen werden, etwa dreimal so gross ist als der mittl. Fehler ihrer Differenz, dass also die letztere viel genauer durch die Beobachtungen gegeben wird als die Entfernungen selbst, was nur dann der Fall sein kann, wenn in den letzteren gemeinschaftliche Fehler vorkommen, also eine gewisse Abhängigkeit unter ihnen besteht. Dass übrigens eine solche Statt finden kann, folgt auch schon aus der oben § 4 beschriebenen Anordnung der Beobachtungen. Da nämlich durch die Heliometermessungen nur Winkel gefunden werden, welche der durch die Schraube wirklich hervorgebrachten Verschiebung entsprechen, so erhielt, dass bei diesen Beobachtungen nicht beide Entfernungen als wirklich durch die Schraube gemessen anzusehen sind, sondern nur eine derselben und ihr Unterschied von der anderen, indem die gesammte Verschiebung der Objectivhälfte zusammengesetzt ist aus der zweimaligen Messung des Unterschiedes beider Distanzen und der einmaligen Messung der doppelten Länge einer derselben. Betrachten wir z. B. die oben vollständig mitgetheilte, von *Schlüter* 1843 Mai 18. gemachte Beobachtung; so sind die Ablesungen der Schraube II. (ohne Rücksicht auf die Wiederholung der Einstellungen), wie sie auf einander folgen:

(1) wenn A auf a eingestellt wird	$= 89,7748$	} Mittel $= 90,4381$
(2) „ a' „ A „ „	$= 91,1014$	
(3) „ A „ a' „ „	$= 28,3786$	
(4) „ a „ A „ „	$= 29,7063$	

Durch die Drehung der Schraube ist also hier zuerst der Unterschied beider Distanzen gemessen, dann durch die zwischen (2) und (3) vorgenommene Verschiebung die doppelte Entfernung Aa' und zuletzt wieder der Unterschied $Aa' - Aa$; der Werth der Entfernung Aa ist dann aus den beobachteten Werthen von Aa' und $Aa' - Aa$ zusammengesetzt. Es ergibt sich hieraus erstens, dass die beiden, an zwei verschiedenen Stellen der Schraube ausgeführten Messungen des Unterschiedes $Aa' - Aa$ nicht nur unter sich, sondern auch von der durch die zwischen (2) und (3) ausgeführten Verschiebung, also von der Messung der Entfernung Aa' (oder Aa) völlig unabhängig sind; zweitens, wenn das Mittel der beiden Messungen von $Aa' - Aa$ mit dem Fehler ν , die Messung der Entfernung Aa' mit dem beträchtlich grösseren Fehler ν' behaftet ist, so ist der Fehler der

zweiten Entfernung $Aa = V + \nu$, also immer nahezu eben so gross als der Fehler der ersten Distanz. Die beinahe gleiche Grösse der Fehler in den aus den Beobachtungen hervorgehenden Werthen der Entfernungen rührt also theils daher, dass die grosse zwischen (2) und (3) ausgeführte Verschiebung in beiden Distanzen vorkommt, theils daher, dass die an dieser, den Messungen der beiden Distanzen gemeinschaftlichen Operation haftenden Fehler erheblich grösser sind, als die Fehler der Messung des Entfernungs-Unterschiedes.

Aus den vorhergehenden Betrachtungen geht nun zur Genüge hervor, dass diese Beobachtungen aus zwei von einander ganz unabhängigen Operationen bestehen, welche, wie schon durch meine ältere Reduction der *Schlüter'schen* Messungen bewiesen ist, von verschiedener Genauigkeit sind. Die eine derselben giebt durch zweimalige Messung an ver-

$$\begin{aligned} 0 &= (\Delta' - \Delta) + (x' - x) + (k' - k) \frac{1}{2}(\pi' + \pi) + (k' + k) \frac{1}{2}(\pi' - \pi) + f(\omega' - \omega) \\ 0 &= (\Delta' + \Delta) + (x' + x) + (k' + k) \frac{1}{2}(\pi' + \pi) + (k' - k) \frac{1}{2}(\pi' - \pi) + f(\omega' + \omega) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(5)$$

Die erste derselben enthält das Resultat der Differenzmessung, die zweite das der Summenmessung. Wegen der Lage der Vergleichsterne und ihrer nahezu gleichen Entfernung von A bieten die eben aufgestellten Gleichungen noch den Vortheil dar, dass die in $(k' + k)$ multiplicirten Glieder, so wie das Glied $f(\omega' - \omega)$ in der ersten, einen so unmerklich kleinen Einfluss haben, dass die erste Gleichung allein zu einer Kenntniss von $(\pi' + \pi)$, die zweite zur Bestimmung von $\pi' - \pi$ und $(\omega' + \omega)$ führen kann.

Es ist hier vielleicht nicht überflüssig zu bemerken, dass die Beobachtungen von 61 Cygni nicht in gleicher Weise angestellt sind; bei diesen wurde nämlich die Vergleichung von 61 Cygni mit dem ersten Vergleichsterne erst vollständig in beiden Lagen der Objectivhälfte beendigt, ehe die des zweiten begonnen wurde; hier sind also beide Entfernungen wirklich direct durch zwei von einander ganz getrennte Verschiebungen gemessen, so dass kein Theil der Operation auf die beiden beobachteten Abstände der Vergleichsterne gemeinschaftlich einwirkt. Bei 61 Cygni war die Entfernung der Vergleichsterne überhaupt nicht so gross, ihre Differenz viel beträchtlicher, und namentlich die Positionswinkel so verschieden, dass die Verbindung beider Messungen kaum einen Vortheil, vielleicht eher Nachtheile herbeigeführt haben würde; dagegen bot sich bei den Beobachtungen des *Argelanderschen* Sterns die befolgte Anordnung ohne weiteres als die einfachste und kürzeste dar, weil alsdann die beträchtliche Verschiebung der Objectivhälfte, durch eine mehr als sechszimalige Umdrehung der Schraube von der ersten Lage in die zweite, nur ein Mal nothwendig war, und hat vermuthlich die Sicher-

schiedenen Stellen der Schraube die Grösse der Differenz beider Entfernungen; die zweite, weniger genaue Operation dagegen ihre Summe, indem nämlich die Mittelwerthe der auf derselben Seite des Nullpunktes liegenden Ablesungen, (in dem hier gebrauchten Beispiele von 1843 Mai 18 die Zahlen 90,4381 und 29,0425), um die Summe beider Distanzen von einander entfernt liegen. Direct durch die Beobachtungen gegeben ist also nicht jede der beiden Entfernungen, sondern, unabhängig von einander und von ungleicher Genauigkeit, ihre Differenz und ihre Summe; will man also nicht das weniger Sichere mit dem Sichereren vermischen, so müssen die Resultate beider Operationen streng von einander geschieden werden, und statt der Gleichungen (4) die folgenden beiden, aus jenen hervorgegangenen, aus den Beobachtungen hergeleitet werden:

heit der Messung des Unterschiedes der Entfernungen noch erhöht.

§ 7.

Um nun aus den beobachteten Entfernungsunterschieden den Werth von $\frac{1}{2}(\pi' + \pi)$ abzuleiten, wende ich mich zunächst zu *Schlüter's* Beobachtungen. Im Jahre 1843 lagen die drei Sterne aAa' noch so nahe in einem grössten Kreise, dass, wie auch die angegebenen Werthe von $\log m$ und M zeigen, für *Schlüter's* Messungen $k = -k'$ ist. Bezeichnen wir also der Kürze wegen $\frac{1}{2}(\pi' + \pi) = \text{Parall. von } A - \frac{1}{2}(\text{parall. von } a + \text{parall. von } a')$ durch π_0 , so verwandelt sich die erste der Gleichungen (5) hier in folgende:

$$0 = (\Delta' - \Delta) + (x' - x) - 2k\pi_0 + f(\omega' - \omega).$$

Da die Messung von $Aa' - Aa$ unterhalb des Nullpunktes mit der ähnlichen oberhalb desselben in keinem näheren Zusammenhange steht, so giebt jeder Beobachtungsabend zwei von einander unabhängige Werthe von $Aa' - Aa$; man hat also zwei von einander unabhängige Beobachtungsreihen, und es hat einiges Interesse zu prüfen, mit welcher Uebereinstimmung beide den Werth von π_0 finden lassen. Aus den Formeln (3)

ergiebt sich für 1843,25 der Unterschied $Aa' - Aa = 1,33551$ und die jährliche Aenderung desselben für jene Zeit $= -0,12004 = -6''351$. Mit diesen Zahlen reducirte ich die beiden Beobachtungsreihen auf 1843,25 und erhielt dadurch die im nachfolgenden Tableau aufgeführten Werthe von $Aa' - Aa$; durch Subtraction derselben von 1,33551 ergeben sich die

zugehörigen Werthe von $(\Delta' - \Delta)$, denen sogleich die übrigbleibenden Fehler beigelegt sind, beides der Bequemlichkeit wegen in Secunden ausgedrückt. Ausserdem habe ich noch,

in den schon oben erklärten Bedeutungen, die Werthe von $t = \text{Beobachtungszeit} - 1843,25$, $k = Rm \cos(M-L)$, und $f = \frac{1}{30}(R-40'')$ hinzugefügt.

Auf 1843,25 reducirte Beobachtungen von $(Aa' - Aa)$:				unter d. Nullpunkt			über d. Nullpunkt.			
	t	k	f	$Aa' - Aa$ R	$\Delta' - \Delta$	Fehler.	$Aa' - Aa$ R	$\Delta' - \Delta$	Fehler.	
1842 Oct.	13	-0,465	+0,280	-0,510	1,3175	+0''95	+0''85	1,3263	+0''49	+0''39
	22	440	402	300	3347	+ 04	- 09	3258	+ 51	+ 38
Nov.	15	374	674	457	3281	+ 39	+ 16	3339	+ 09	- 15
Dec.	21	270	852	103	3322	+ 18	- 11	3318	+ 20	- 09
	27	260	850	157	3318	+ 20	- 09	3327	+ 15	- 13
1843 Janr.	2	243	837	742	3240	+ 61	+ 31	3322	+ 18	- 13
	3	240	834	943	3310	+ 24	- 07	3318	+ 20	- 11
	13	213	792	298	3291	+ 34	+ 07	3325	+ 16	- 11
Febr.	3	156	624	193	3240	+ 61	+ 40	3337	+ 10	- 11
	15	123	488	530	3284	+ 38	+ 20	3343	+ 06	- 11
März	13	079	276	647	3353	+ 01	- 09	3347	+ 04	- 06
	8	065	206	310	3358	- 02	- 08	3396	- 22	- 28
	9	062	+ 190	443	3342	+ 07	+ 00	3350	+ 03	- 04
	22	027	- 001	350	3374	- 10	- 10	3446	- 48	- 48
	23	024	016	407	3367	- 06	- 06	3345	+ 05	+ 06
	24	021	031	467	3321	+ 18	+ 19	3375	- 11	- 10
	26	015	064	620	3402	- 25	- 23	3404	- 26	- 25
	28	- 010	091	390	3392	- 20	- 16	3422	- 35	- 32
April	19	+ 050	404	027	3340	+ 08	+ 23	3353	+ 01	+ 17
	24	064	468	- 147	3408	- 28	- 11	3343	+ 06	+ 24
	25	067	480	+ 180	3303	+ 28	+ 46	3299	+ 30	+ 49
	28	075	518	+ 317	3322	+ 18	+ 38	3452	- 51	- 31
	29	077	531	+ 200	3408	- 28	- 07	3418	- 33	- 13
Mai	1	083	554	+ 167	3432	- 41	- 19	3440	- 45	- 24
	4	091	586	- 187	3363	- 04	+ 17	3390	- 19	+ 03
	5	094	598	- 243	3429	- 39	- 18	3393	- 20	+ 01
	12	113	669	- 123	3364	- 05	+ 20	3364	- 05	+ 20
	14	118	688	- 257	3436	- 43	- 18	3274	+ 43	+ 67
	15	121	698	- 157	3405	- 26	- 01	3352	+ 02	+ 27
	17	127	717	- 047	3416	- 32	- 06	3372	- 09	+ 17
	18	130	725	+ 037	3433	- 41	- 15	3422	35	- 09
	19	132	733	+ 120	3385	- 16	+ 12	3421	35	- 07
	20	135	741	- 043	3354	+ 01	+ 28	3436	43	- 16
	21	138	748	- 167	3352	+ 02	+ 28	3464	58	- 31
	22	141	758	+ 120	3427	- 38	- 10	3431	40	- 12
Juni	3	174	832	+ 913	3466	- 59	- 25	3356	01	+ 34
	11	196	862	+ 477	3375	- 11	+ 23	3417	33	- 01
	17	212	875	+ 133	3469	- 60	- 28	3397	22	+ 10
Aug.	11	362	599	+ 583	3394	- 21	+ 04	3455	53	- 28
	14	371	565	+ 543	3461	- 56	- 33	3530	93	- 69
	26	+0,403	-0,419	+0,827	1,3422	-0,35	-0,16	1,3392	-0,20	-0,00

Behandelt man die aus diesen Beobachtungen folgenden Bedingungsgleichungen

$$0 = (\Delta' - \Delta) + (x' - x) + f(\omega' - \omega) - 2k\pi_0$$

nach der Methode der kleinsten Quadrate, und lässt dabei die kleine Grösse $(\omega' - \omega) = 40 \xi$ unbestimmt, so ergeben sich aus der Messungsreihe unter dem Nullpunkte für $(x' - x)$ und π_0 die beiden Normalgleichungen:

$$0 = -1''72 - 4,648(\omega' - \omega) + 41,00(x' - x) + 15,33\pi_0$$

$$0 = -12,11 + 5,093(\omega' - \omega) + 15,33(x' - x) + 59,42\pi_0$$

aus deren Auflösung folgt $(x' - x) = -0''038 + 0,196(\omega' - \omega)$

und $\pi_0 = +0''214 - 0,222(\omega' - \omega)$, Gew. = 53,7

Ebenso ergeben sich aus den Messungen über dem Nullpunkte die Normalgleichungen

$$0 = -4''50 - 4,648(\omega' - \omega) + 41,00(x' - x) + 15,33\pi_0$$

$$0 = -9,62 + 5,093(\omega' - \omega) + 15,33(x' - x) + 59,42\pi_0$$

woraus man erhält $(x' - x) = +0''055 + 0,196(\omega' - \omega)$

$$\pi_0 = +0,148 - 0,222(\omega' - \omega) \text{ Gewicht} = 53,7$$

Also aus beiden Beobachtungsreihen zusammen

$$(x' - x) = +0''0085 + 7,8\xi \text{ und } \pi_0 = +0''182 - 8,9\xi$$

Gewicht 107,4.

Will man den ganz unbedeutenden Einfluss der Temperatur berücksichtigen, so ist nach *Bessel's* Bestimmung (Astr. Unters. I. pag. 126) $\xi = +0''00020$, also demnach $\pi_0 = +0''180$. Die Quadratsumme der übrigbleibenden Fehler ist für die Messungsreihe unter dem Coincidenzpunkte $= 2''36$, für die Reihe über demselben $= 2''80$, aus beiden zusammen folgt der wahrscheinl. Fehler einer einzelnen Beobachtung jeder Reihe $= \pm 0''171$, der wahrscheinliche Fehler jedes der beiden Werthe von $\pi_0 = \pm 0''023$, der Fehler ihres Mittels $= \pm 0''017$. Der Unterschied zwischen den beiden Werthen von π_0 ist also doppelt so gross als die durch die wahrscheinlichen Fehler gestattete Differenz.

$$0 = (\Delta - \Delta') + f(\omega - \omega') + (x - x') + (k - k') \frac{1}{2}(\pi + \pi') + (k + k') \frac{1}{2}(\pi - \pi')$$

$$0 = (\Delta - \Delta'') + f(\omega - \omega'') + (x - x'') + (k - k'') \frac{1}{2}(\pi + \pi'') + (k + k'') \frac{1}{2}(\pi - \pi'')$$

aus denen die Werthe von $\frac{1}{2}(\pi + \pi')$ und $\frac{1}{2}(\pi + \pi'')$ abgeleitet werden können. Die Werthe von $k + k'$ und $k + k''$ sind hier zwar nicht $= 0$, wie bei den Beobachtungen von 1843, aber doch so klein, dass die Grössen $\pi - \pi'$ und $\pi - \pi''$ nur einen ganz unbedeutenden Einfluss auf $\pi + \pi'$ und $\pi + \pi''$ erlangen. Da hier schon eine Theilung der Beobachtungen durch eine getrennte Untersuchung der Differenzen $Aa - Aa'$ und $Aa - Aa''$ nothwendig war, um zu prüfen, ob die Beobachtungen eine Verschiedenheit zwischen π' und π'' , also eine Verschiedenheit zwischen den Parallaxen von a' und a'' andeuten würden, so schien es mir überflüssig, auch ausserdem noch die Messungen unterhalb des Nullpunktes von denen oberhalb desselben, wie ich es vorhin gethan habe, zu trennen; es sind daher hier die beiden auf verschiedenen Seiten des Coincidenzpunktes gemessenen Werthe eines Entfernungsunterschiedes sogleich zu einem Mittelwerthe zusammengezogen. Für diejenigen Tage, an denen nur in einer Lage der Objectivhälfte, also nur auf einer Seite des Nullpunktes beobachtet ist, muss den sich ergebenden Werthen der Differenzen der Entfernungen wegen der Ungleichheit der Windungen der Helimeterschraube, an verschiedenen Stellen noch eine kleine Correction hinzugefügt werden. Aus *Bessel's* Untersuchungen folgt, (Astr. Unters. I. p. 89) dass, wenn man die zwischen 0 und 120 des Index der Schraube liegende Distanz $= 120$ Revolutionen als Norm annimmt, die durch 10 Re-

Genau dasselbe Resultat, $\pi_0 = +0''180$, erhält man natürlich, wenn man die beiden Messungen über und unter dem Nullpunkte für jeden Abend in ein Resultat zusammenzieht. Bei dieser Rechnung, welche ich der Controlle wegen ausgeführt habe, ergiebt sich aber der wahrscheinliche Fehler eines Beobachtungsabends, welcher nach dem Vorhergehenden $\pm 0''121$ sein sollte, etwas grösser, nämlich $= \pm 0''132$; die Quadratsumme der Fehler $= 1''50$ und demnach der wahrscheinliche Fehler von $\pi_0 = \pm 0''018$.

§ 8.

Die Beobachtungen vom Jahre 1851, welche unter den meinigen allein die zur Bestimmung der Parallaxe nöthige Vollständigkeit besitzen, bieten, da bei ihnen ausser dem Sterne a' noch der nahe dabei gelegene a'' hinzugezogen ist, in ähnlicher Weise zwei aus den Entfernungs-Unterschieden hervorgehende Systeme von Bedingungsgleichungen dar, nämlich:

revolutionen hervorgebrachten Verschiebungen an den verschiedenen Stellen der Schraube folgende Werthe haben:

	R		R
von 0—10	= 9,99837	von 60—70	= 10,00145
10—20	99719	70—80	00231
20—30	99762	80—90	00345
30—40	99808	90—100	00372
40—50	99893	100—110	00171
50—60	9,99911	110—120	9,99806

Die durch eine Umdrehung hervorgebrachte Verschiebung der Objectivhälfte ist daher am kleinsten zwischen 10 und 20, am grössten zwischen 90 und 100, und eine bestimmte Distanz, an diesen beiden Stellen gemessen, muss zwischen 10 und 20 grösser sein als zwischen 90 und 100. Für die Distanz $Aa' - Aa$, welche bei *Schlüter's* Beobachtungen $1,34$, bei den meinigen nur $0,35$ beträgt, ist dieser Unterschied zu unbedeutend; bei der $4,31$ betragenden Grösse $Aa - Aa''$ tritt er jedoch schon in den Beobachtungen hervor. Aus 58 Beobachtungen erhielt ich $Aa - Aa''$, unterhalb des Nullpunktes gemessen, im Mittel um $0,00865$ grösser als durch die Messung oberhalb desselben. Dieser Unterschied bestätigt also die von *Bessel* gefundene Verschiedenheit der Schraubewindungen, giebt sie aber für die betreffenden Stellen etwas grösser, als sie nach seinen Untersuchungen folgen würde

Ich habe die aus diesen Beobachtungen selbst abgeleitete Verschiedenheit beibehalten und demgemäss den unvollständigen Beobachtungen, wo nur in einer Lage der Objectivhälfte gemessen ist, die Correction $\pm 0,0043 = 0''23$ hinzugefügt. Die kleine Unsicherheit, welche darin noch liegen kann, ist für das Endresultat von gar keiner Bedeutung, da die wenigen unvollständigen Beobachtungen nur in der ersten Hälfte des Jahres vorkommen, sich durch Anzahl und Vertheilung theilweise zu vollständigen ergänzen, und endlich in dem gemeinschaftlichen Resultate von $Aa' - Aa$ und $Aa'' - Aa$ die Wirkung dieser Correction noch halbirt wird.

Nach den Formeln (3) ist für 1851,50 $Aa' - Aa = 0,3452$, $Aa - Aa'' = 4,3137$ und die jährl. Aenderungen respective $-0,1200$ und $+0,1407$. Das nachfolgende Tableau enthält die mit diesen Zahlen auf 1851,50 reducirten Werthe von $Aa' - Aa$ und $Aa - Aa''$; bei den vollständigen Beobachtungen ist aus den beiden auf verschiedenen Seiten des Nullpunktes beobachteten Werthen einfach das arithmetische Mittel genommen, bei den unvollständigen aber die vorhin erwähnte

Correction $\pm 0,0043$ (das obere Zeichen gilt für Messungen oberhalb des Nullpunktes) noch hinzugefügt. Die übrigen Columnen enthalten die Werthe $t, k, f, \Delta - \Delta', k'$ u. s. w. in der schon oben erwähnten Bedeutung. Die mit $2g$ überschriebene Columnne bezieht sich auf das den einzelnen Beobachtungen beigelegte Gewicht. Da nämlich nicht allen Tagen, wegen der Verschiedenheit der Anzahl der gemachten Messungen, gleiches Gewicht beigelegt werden konnte, so habe ich die, bei getrennter Behandlung der Differenzen $Aa' - Aa$ und $Aa - Aa''$ aus den Bedingungsgleichungen durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate hervorgehenden Producte vor ihrer Vereinigung zu Normalgleichungen mit $g = 1, 1,5, 2, 2,5$ multiplicirt, je nachdem die Anzahl der sämmtlichen an dem Abende gemachten Einstellungen des Sterns a , über und unter dem Nullpunkte zusammengekommen $= 6, 8$ oder $10, 12$ und 16 war. Die den Beobachtungen selbst beigelegten Gewichte, $= \sqrt{g}$, verhalten sich also nahezu wie die Quadratwurzeln der Zahlen der gemachten Einstellungen, und als messende Gewichtseinheit ist eine Beobachtung angenommen, bei welcher der Unterschied der Entfernungen zweier Sterne drei Mal in einer Lage der Objectivhälfte gemessen ist.

	t	f	k	k'	k''	$2g$	$Aa' - Aa$	$(\Delta - \Delta')$	Fehler.	$Aa - Aa''$	$\Delta - \Delta''$	Fehler.	
							R			R			
1850 Dec.	20	-0,530	-0,433	+0,862	-0,840	-0,906	2	0,3383	-0''36	-0''27	4,3234	-0''51	-0''35
	26	513	333	859	841	895	3	3459	+ 04	+ 13	3108	+ 16	+ 31
1851 Janr.	4	489	320	837	826	860	3	3453	+ 01	+ 10	3177	- 21	- 07
	7	481	983	824	816	843	2	3316	- 72	- 63	3273	- 72	- 60
	8	478	1,117	819	812	837	5	3454	+ 02	+ 11	3162	- 13	- 02
	9	475	1,330	814	809	830	2	3338	- 60	- 51	3222	- 45	- 34
	10	472	1,313	810	804	824	4	3462	+ 06	+ 15	3153	- 08	+ 02
	11	470	933	804	800	817	3	3508	+ 30	+ 39	3095	+ 22	+ 34
	15	459	883	780	779	787	4	3433	- 10	- 01	3157	- 11	+ 00
Febr.	10	387	767	538	558	506	5	3441	- 06	+ 00	3165	- 15	- 11
März	9	314	780	171	210	106	4	3483	+ 17	+ 18	3064	+ 39	+ 34
	10	311	720	157	196	091	4	3459	+ 05	+ 05	3189	- 28	- 32
	11	308	593	+ 142	- 182	- 075	4	3476	+ 13	+ 13	3146	- 05	- 10
April	7	234	- 033	- 262	+ 213	+ 346	2	3470	+ 10	+ 04	3099	+ 20	+ 09
	9	229	+ 183	291	242	376	4	3480	+ 15	+ 08	3144	- 04	- 15
	10	226	267	305	256	390	5	3466	+ 08	+ 01	3095	+ 22	+ 10
	11	224	200	319	270	404	3	3422	- 15	- 23	3168	- 16	- 29
	12	221	200	332	283	419	3	3408	- 23	- 31	3246	- 57	- 70
	14	215	193	361	312	448	4	3536	+ 45	+ 37	2933	+1,08	+ 95
	15	213	150	374	325	461	4	3500	+ 26	+ 17	3091	+ 24	+ 11
	16	210	083	388	339	475	3	3374	- 41	- 50	3078	+ 32	+ 18
	17	207	+ 190	402	352	489	4	3498	+ 25	+ 16	3155	- 10	- 23
Mai	2	166	- 200	590	542	675	2	3535	44	+ 32	3130	+ 04	- 15
	16	128	083	729	685	808	5	3510	31	+ 16	3122	+ 08	- 12
	18	122	047	746	703	824	4	3551	53	+ 37	3052	+ 45	+ 25
	20	117	- 050	762	720	838	4	3477	14	- 02	3145	- 04	- 24
	29	092	+ 200	823	785	892	4	3559	57	+ 40	3030	+ 57	+ 36
Juni	3	078	450	849	815	913	4	3500	26	+ 08	3129	+ 04	- 16
	22	026	273	891	869	934	4	3474	12	- 08	3081	+ 30	+ 10
	30	004	473	882	866	914	5	3508	30	+ 10	3165	- 15	- 33
Juli	1	-0,002	+0,400	-0,879	+0,865	+0,910	4	0,3501	+0,26	+0,07	4,3043	+0,50	+0,32

	t	f	k	k'	k''	$2g$	$Aa'-Aa$	$\Delta-\Delta'$	Fehler.	$Aa-Aa''$	$\Delta-\Delta''$	Fehler.	
							R			R			
1851 Juli	7	+0,015	+0,333	-0,861	+0,851	+0,883	4	0,3447	-0''03	-0''22	4,3168	-0''16	-0''34
	10	023	407	848	840	866	5	3498	+ 25	+ 05	3064	+ 39	+ 22
	25	064	693	753	758	749	4	3412	- 21	- 40	3058	+ 42	+ 29
Aug.	8	102	620	622	638	598	4	3432	- 10	- 28	3090	+ 25	+ 16
	10	108	667	600	618	573	4	3461	+ 05	- 12	3146	- 05	- 13
	11	110	433	589	608	560	5	3481	+ 16	- 01	3100	+ 20	+ 11
	13	116	400	566	586	535	4	3457	+ 03	- 14	3171	- 18	- 26
	19	132	373	494	519	455	4	3449	- 01	- 17	3147	- 05	- 12
	23	143	657	443	471	399	4	3407	- 24	- 39	3207	- 37	- 42
	26	151	453	404	434	356	4	3536	+ 45	+ 30	3135	+ 01	- 03
Sept.	16	209	313	104	146	+ 034	4	3526	+ 40	+ 30	3086	+ 27	+ 30
	22	225	393	- 009	+ 053	- 066	4	3456	+ 02	- 06	3086	+ 27	+ 32
	28	242	333	+ 081	- 035	160	4	3477	+ 14	+ 07	3179	- 22	- 16
	29	244	787	090	044	170	4	3391	- 32	- 39	3198	- 32	- 24
Octb.	2	253	647	141	094	222	4	3460	+ 05	- 01	3068	+ 36	+ 45
	3	255	850	150	103	231	4	3419	- 17	- 23	3171	- 18	- 09
	16	291	113	343	294	428	4	3418	- 17	- 20	3138	- 00	+ 11
	22	307	+ 047	424	375	510	4	3390	- 33	- 33	3296	- 84	- 72
Dec.	12	447	- 133	851	822	905	4	3458	+ 04	+ 12	3147	- 06	+ 12
	22	474	- 447	862	841	904	4	3449	- 01	+ 07	3091	+ 24	+ 40
1852 Jaur.	6	+0,516	-0,277	+0,830	-0,821	-0,850	4	0,3483	+0,17	+0,26	4,3140	-0,02	+0,12

Die aus den Beobachtungen von $Aa'-Aa$ hervorgehenden Bedingungsgleichungen

$$0 = (\Delta-\Delta') + f(\omega-\omega') + (x-x') + \frac{1}{2}(k+k')(\pi-\pi') + (k-k')\pi_0 \dots \text{Gewicht} = \sqrt{g}$$

geben mit Berücksichtigung des Gewichtes, und wenn die kleinen Grössen $(\omega-\omega')$ und $(\pi-\pi')$ unbestimmt gelassen werden für $(x-x')$ und π_0 die Normalgleichungen

$$\begin{aligned} 0 &= + 6''88 + 3,45(\omega-\omega') - 0,195(\pi-\pi') + 99,50(x-x') - 23,52\pi_0 \\ 0 &= -13,03 - 45,83(\omega-\omega') + 0,768(\pi-\pi') - 23,52(x-x') + 147,56\pi_0 \end{aligned}$$

woraus folgt $\dots \pi_0 = +0''0803 + 0,317(\omega-\omega') - 0,005(\pi-\pi') \dots \text{Gewicht} = 142,0$.

Ebenso ergeben sich aus den Beobachtungen von $Aa-Aa''$, wenn man der Kürze wegen $\frac{1}{2}(\pi+\pi'')$ durch π'_0 bezeichnet, die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} 0 &= + 3''81 + 3,45(\omega-\omega'') + 0,370(\pi-\pi'') + 99,50(x-x'') - 24,62\pi'_0 \\ 0 &= -15,31 - 44,99(\omega-\omega'') - 1,826(\pi-\pi'') - 24,62(x-x'') + 157,57\pi'_0 \end{aligned}$$

und $\dots \pi'_0 = +0''0949 + 0,291(\omega-\omega'') + 0,0115(\pi-\pi'') \dots \text{Gewicht} = 151,5$.

Mit Anwendung der von *Bessel* gegebenen Wärmeconstante $\xi = +0''0002$ erhält man hier $(\omega-\omega') = -10,5 \xi = -0''002$, und $\omega-\omega'' = 129,3 \xi = +0''026$. Ferner ergibt sich aus den weiter unten folgenden Untersuchungen, wenn man auf eine mögliche Differenz der Parallaxen von a und a' Rücksicht nimmt $(\pi'-\pi) = (\pi''-\pi) = +1''17$, und durch die Substitution dieser Werthe folgt aus diesen Beobachtungen

$$\pi_0 = +0''0855 \pm 0''0183 \text{ und } \pi'_0 = +0''0892 \pm 0''0232.$$

Die ausserordentlich nahe Uebereinstimmung beider Werthe, ganz innerhalb der Gränze der wahrscheinlichen Fehler beweist also, dass die Beobachtungen durchaus keine Verschiedenheit zwischen π' und π'' andeuten und wir sind daher zu dem Schluss berechtigt, dass die Parallaxen der Sterne a' und a'' einander gleich sind.

§ 9.

Die Messungen von $Aa'-Aa$ und $Aa-Aa''$ besitzen nicht ganz gleiche Genauigkeit, was vielleicht daher rührt, dass die letztere Differenz schon beträchtlich grösser als erstere ist. Es geben nämlich die Quadrate der übrigbleibenden Fehler, multiplicirt mit den zugehörigen Werthen von g , für $Aa'-Aa$ die Summe $5''22$, für $Aa-Aa''$ aber $8''98$, und demgemäss die wahrscheinlichen Fehler einer zur Gewichtseinheit angenommenen Beobachtung für $Aa'-Aa = \pm 0''218$, für $Aa-Aa'' = \pm 0,286$. Die Berücksichtigung dieser verschiedenen Genauigkeit hat aber kein Interesse, da die Werthe von π'_0 und π_0 , wie wir gesehen, schon ohne dies äusserst nahe übereinstimmen. Man kann daher die Einstellungen der Sterne a' und a'' ohne Weiteres zu einem Mittel vereinigen, und nun die, durch Vergleichung dieses Mittelwerthes mit den

Einstellungen von a (deren Anzahl eben so gross ist als die Summe der Einstellungen von a und a'), folgenden Werthe von $Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ und $Aa + \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ als die

Resultate jedes Beobachtungsabends ansehen. Die aus der Differenz $Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ hervorgehenden Bedingungengleichungen:

$$0 = (\Delta - \Delta_0) + f(\omega - \omega_0) + [k + \frac{1}{2}(k' + k'')] \frac{1}{2}(\pi - \pi') + (x - x_0) + [k - \frac{1}{2}(k' + k'')] \pi_0 \dots \text{Gew.} = \sqrt{2g}$$

wo der Kürze wegen Δ_0, ω_0, x_0 für $\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta'')$, $\frac{1}{2}(\omega' + \omega'')$ und $\frac{1}{2}(x' + x'')$ geschrieben, und $\pi' = \pi''$ angenommen ist, müssen natürlich für π_0 nahezu das Mittel der vorhin gefundenen Resultate, nämlich $\frac{1}{2}(\pi_0 + \pi'_0)$ geben. Da ich auch diese Rechnung wegen der theilweise dadurch gebotenen Controlle ausgeführt habe, so setze ich die gefundenen Normalgleichungen hierher. Man erhält nämlich:

$$\begin{aligned} 0 &= +10''82 + 6,90(\omega - \omega_0) + 0,175(\pi - \pi') + 199,00(x - x_0) - 48,22 \pi_0 \\ 0 &= -28,26 - 90,82(\omega - \omega_0) - 0,835(\pi - \pi') - 48,22(x - x_0) + 304,59 \pi_0 \end{aligned}$$

woraus sich ergibt:

$$\pi_0 = +0''0875 + 0,304(\omega - \omega_0) + 0,0027(\pi - \pi') \dots \text{Gewicht} = 292,9$$

also, wenn $\omega - \omega_0 = 59,5 \xi = +0''012$, $\pi - \pi' = -1''17$ gesetzt wird, folgt $\pi_0 = +0''0881$.

Die mit $2g$ multiplicirten Quadrate der übrigbleibenden Fehler geben die Summe $10''45$, also den wahrscheinlichen Fehler für die Gewichtseinheit $= \pm 0''308$, während er bei der vorhergehenden Behandlung im Mittel $= \pm 0''252$ gefunden wurde. Behält man $\pm 0''308$ als den wahrscheinlichen Fehler der Gewichtseinheit bei, so ist das Resultat der Beobachtungen vom Jahre 1851

$$\frac{1}{2}(\pi + \pi') = \frac{1}{2}(\pi + \pi'') = +0''088, \text{ wahrscheinlicher Fehler} = \pm 0''0180$$

Ogleich in den vorhergehenden Rechnungen die Gewichte der Beobachtungen nicht ganz streng den Quadratwurzeln aus der Anzahl der Einstellungen proportional bestimmt sind, indem für $2g$ nur die nächste ganze Zahl angenommen ist, so scheint mir diese Berücksichtigung des Gewichtsverhältnisses doch ganz genügend, da das Resultat nur ganz unwesentlich geändert wird, wenn man allen Tagen gleiches Gewicht beilegt, also die Verschiedenheit der Anzahl der Einstellungen ganz unbeachtet lässt. Ich habe ferner auch noch die im Jahre 1848 gemachten Messungen von $Aa' - Aa$ in ähnlicher Weise, wie die von 1851 berechnet, allein der daraus hervorgehende, zufällig mit dem vorhergehenden Resultate äusserst nahe übereinstimmende Werth $\pi_0 = +0''095$ scheint mir wegen seines geringen Gewichtes, welches, in der oben gewählten Einheit ausgedrückt, nur 4,7 beträgt, keiner besonderen Beachtung werth zu sein.

Der aus meinen Beobachtungen hervorgehende Werth von π_0 ist also nur halb so gross als der aus den Schlüterschen folgende; beide Bestimmungen besitzen, nach ihrem wahrscheinlichen Fehler zu urtheilen, gleiche Genauigkeit und weichen um $0''09$ von einander ab, während durch die wahrscheinlichen Fehler nur eine Differenz von $0''036$ gestattet wird. Um beide zu einem Resultate zu vereinigen, werde ich die Gewichte beider noch etwas genauer bestimmen. Für die

von mir gemachten Beobachtungen ergab sich der wahrscheinliche Fehler von $Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ für die Gewichtseinheit $= \pm 0''308$, also für eine vollständige Beobachtung, wie die oben aufgeführte von 1851 Mai 18, $= \pm 0,308 \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm 0''154$; dagegen ist bei Schlüter's Beobachtungen der wahrscheinliche Fehler für $(Aa' - Aa)$ bei einer vollständigen Beobachtung oben $= \pm 0''132$ gefunden, also die Sicherheit dieser, aus 20 Einstellungen (10 Messungen) hervorgegangenen Differenz bei Schlüter etwas grösser als die Sicherheit meiner, aus 24 Einstellungen (6 Messungen von $Aa' - Aa$ und 6 Messungen von $Aa - Aa''$) bestehenden Beobachtungen von $Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$, was zum Theil wohl von der geringeren Sicherheit der grösseren Differenz $Aa - Aa''$ herrührt. Nimmt man an, dass die Quadrate der Fehler abnehmen, wie die Anzahl der Einstellungen wächst, und behält eine aus drei Messungen bestehende Beobachtung, deren wahrscheinlicher Fehler $= \pm 0''308$ ist, als Gewichtseinheit bei, so erhalten wir aus Schlüter's Beobachtungen den Fehler einer aus drei Messungen bestehenden Beobachtung $= \pm 0''132 \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \pm 0''241$; es müssen also die oben in § 7 gefundenen Gewichte, welche sich auf eine aus fünf Messungen bestehende Gewichtseinheit beziehen, mit $(\frac{308}{241})^2 \frac{2}{3} = 2,73$ multiplicirt werden, wenn sie auf die gewählte Einheit bezogen werden sollen; demnach erhalten wir als die Resultate der Beobachtungen der Entfernungsunterschiede:

$$\begin{aligned} \text{Beobachtungen von 1843. } Aa' - Aa & \quad \pi_0 = +0''182 - 8,9 \xi & \quad \text{Gewicht} = 293 \\ \text{,, ,, 1851. } Aa - \frac{1}{2}(Aa' + Aa'') & \quad \pi_0 = +0,0875 + 18,1 \xi - 0,0027(\pi' - \pi) & \quad \text{,,} = 293 \end{aligned}$$

Das aus beiden Beobachtungsreihen hervorgehende Resultat:

$$\pi_0 = +0''135 + 4,6 \xi - 0,0014(\pi' - \pi) \text{ Gewicht } 586, \text{ wahrscheinlicher Fehler } \pm 0''0127$$

kann also als völlig unabhängig, sowohl von dem Einfluss der Temperatur als von der Grösse $(\pi' - \pi)$ angesehen werden, indem beide nur noch eine kleine Aenderung in der dritten Decimale erzeugen würden.

Der Gang der vorhergehenden Untersuchungen wird am besten geeignet sein, anschaulich zu machen, wie der für π_0 gefundene Werth von den Bestimmungen der Entfernungen der Vergleichsterne von A und den mit derselben etwa verknüpften zufälligen oder periodischen Fehlern völlig unabhängig sein muss, und daher von dieser Seite her kein Zweifel gegen die Sicherheit desselben erhoben werden kann. Wenn auch die durch den wahrscheinlichen Fehler bedingten Grenzen für π_0 , $0''122$ und $0''148$, zu eng sein werden, so kann man doch wohl mit ziemlicher Gewissheit annehmen, dass π_0 zwischen $0''1$ und $0''2$ liegt, und in beiden Beobachtungsreihen der positive Werth dieser Grösse mit Entschiedenheit hervortritt. Die Zahl $0''135$ bezeichnet aber, wie gesagt, nur den Ueberschuss der Parallaxe von A über das Mittel der Parallaxen von a und a' , oder a und a'' , und verwandelt sich erst in eine Bestimmung der Parallaxe von A , wenn man die Annahme macht, dass a a' a'' keine merkbare Parallaxe haben, eine Voraussetzung, gegen deren Richtigkeit man um so mehr misstrauisch werden muss, je kleiner der mit genügender Sicherheit durch das Heliometer gegebene Werth von π_0 sich herausstellt. Setzt man die Parallaxe von $A = 0''135$, also die Entfernung dieses Sterns nahe drei mal grösser als die von 61 Cygni, so ist die Geschwindigkeit der Bewegung von A , (wenn letztere rechtwinklig gegen unsere Gesichtslinie liegt), mehr als achtmal so gross als die der Erde, indem derselbe jährlich 52 Erdbahnhälbmesser durchläuft, und in dieser Geschwindigkeit seit 60 Jahren keine merkliche Aenderung gezeigt hat. Soll diese Geschwindigkeit der Umlaufsbewegung um irgend ein anziehendes Gravitationscentrum zugeschrieben werden, so müsste man ebenso über die enorme Grösse der Bahn erstaunen, da selbst eine Länge von 3120 Erdbahnhälbmessern in derselben keine merkliche Krümmung enthalten, oder den Abstand des Sterns vom anziehenden Centrum nicht

$$0 = (\Delta + \Delta') + (x + x') + (k + k') \frac{1}{2}(\pi + \pi') + (k - k') \frac{1}{2}(\pi - \pi') + f(\omega' + \omega)$$

die Grössen $(\omega + \omega')$ und $(\pi + \pi')$ in eine wechselseitige Abhängigkeit von einander, so dass der Werth einer jeden derselben wesentlich durch den der anderen bedingt wird, und beide zugleich aus diesen Beobachtungen nicht mit Sicherheit bestimmt werden können. Obgleich nun der Einfluss der Temperatur schon von *Bessel* durch die Beobachtungen der Plejadensterne ermittelt ist, so scheint es mir doch zweckmässig zu untersuchen, was die Beobachtungen des *Argelander'schen* Sterns in Beziehung hierauf geben, wenn man die

erheblich ändern kann, als über die ungeheure Anziehungskraft, die eine solche Bewegung zu bewirken im Stande ist. Solche Betrachtungen, obgleich sie nichts beweisen können, scheinen doch geeignet, die Annahme, dass keiner der Vergleichsterne eine für uns merkliche Parallaxe besitzen soll, sehr zweifelhaft zu machen, und es wird daher nothwendig zu prüfen, ob in den Beobachtungen der Summen der Entfernungen $Aa + Aa'$ und $Aa + \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ sich eine darauf bezügliche Erscheinung kund giebt; diese Prüfung ist eben so unerlässlich für eine erschöpfende Behandlung der Beobachtungen, als von Interesse in Beziehung auf die bei dem Heliometer für grössere Entfernungen auftretenden Fehler. Ich gehe daher nun zu den Untersuchungen über, welche sich an die zweite der Gleichungen (5) in § 6 knüpfen.

§ 10.

Durch meine ältere Reduction der Beobachtungen von *Schlüter* ist bekannt, dass die Beobachtungen die Entfernung der Sterne a und a' von einander, welche damals fast genau $= Aa + Aa'$ war, im Sommer um etwa zwei Sekunden grösser ergahen als im Winter; meine neueren Beobachtungen haben diese Verschiedenheit vollständig und in gleicher Grösse bestätigt, und es scheint demnach zunächst wohl ausser Zweifel, dass dieselbe nicht zufällig, etwa durch Schätzungsfehler des Beobachters, entstanden sein kann, sondern ihre Ursache entweder im Instrumente oder in den Sternen selbst haben muss. Da die Extreme der Wirkung der Parallaxe, wie man aus den oben angeführten Werthen von k und k' ersieht, in die zweite Hälfte der Monate Juni und December, also ganz in die Nähe der Solstitien fallen, so kann eine solche Verschiedenheit ebensowohl durch eine Differenz der Parallaxen von a und a' als durch eine Einwirkung der Temperatur erzeugt werden. Wegen des Umstandes, dass beide genannte Ursachen eine jährliche Periode erzeugen, deren Extreme für beide ungefähr in dieselben Zeiten des Jahres fallen, treten in der Gleichung

periodische Aenderung der Summe $(Aa + Aa')$ allein den Einwirkungen der Temperatur zuschreibt. Ich werde demnach die folgenden beiden Hypothesen auf die Beobachtungen anwenden, und prüfen, welche von beiden ihnen am besten zu entsprechen scheint.

1. Hypothese. Die Grösse $\pi' - \pi =$ Parallaxe von a — Parallaxe von a' ist $= 0$, und die Verschiedenheit zwischen Sommer und Winter rührt allein von der Temperatur her.

II. Hypothese. Der von *Bessel* gefundene Einfluss der Temperatur ist als richtig anzusehen, und jene Verschiedenheit die Folge einer Differenz der Parallaxen.

Wenden wir uns zunächst wieder zu *Schlüter's* Beobachtungen, so verwandelt sich für diese die Bedingungsgleichung wieder in die Form:

$$0 = (\Delta' + \Delta) + (x' + x) - k(\pi' - \pi) + f(\omega' + \omega)$$

ich ziehe es aber vor, statt dieser die ursprünglichen Gleichungen, aus deren Addition sie hervorgegangen ist, abzuleiten, indem ich die Entfernungen *Aa* und *Aa'* für sich getrennt behandle, da es doch einiges (wenn auch sehr geringes) Interesse hat zu sehen, was eine jede derselben, wenn die andere nicht beobachtet wäre, geben würde, und für die numerische Rechnung es hier ganz gleichgültig ist, ob wir den Werth von $\pi' - \pi$ aus den beobachteten Summen ableiten

oder durch Subtraction der aus *Aa* und *Aa'*, einzeln behandelt, folgenden Werthe von π und π' bestimmen.

Nach den Formeln (3) in § 3 haben wir für 1843,25

$$\begin{aligned} Aa &= 30,0280 \text{ jährl. Aenderung } +0,06116 = +3^{\text{u}}237 \\ Aa' &= 31,3635 \text{ „ „ } -0,05888 = -3,115 \end{aligned}$$

Das nachfolgende Tableau enthält eine Zusammenstellung der Werthe von *Aa* und *Aa'*, welche aus den in § 5 gegebenen Schraubenablesungen hervorgehen. Reducirt man diese, von Refraction schon befreiten Entfernungen auf 1843,25, corrigirt dieselben wegen Aberration, und subtrahirt sie von den eben gegebenen, aus den Formeln (3) berechneten Werthen, so erhält man die mit Δ und Δ' bezeichneten, in Sekunden ausgedrückten, Abweichungen, denen ich noch die bei Anwendung der Hypothese I. übrigbleibenden Fehler hinzugefügt habe.

		<i>Aa</i>	Δ	Fehler.	<i>Aa'</i>	Δ'	Fehler.	Fehler der Summe.		Therm.
								I.	II.	
1842	Octb. 13	30 ^R 0080	-0 ^u 36	-0 ^u 61	31 ^R 3856	+0 ^u 36	+0 ^u 01	-0 ^u 60	-0 ^u 53	25 ^o
	22	0105	- 40	- 43	3935	- 12	- 28	- 71	-1,11	31
	Nov. 15	29,9948	+ 67	+ 54	3707	+ 91	+ 55	+1,08	+ 61	26
	Dec. 21	30,0118	+ 11	+ 34	3762	29	+ 24	+ 59	- 64	37
	27	0074	+ 37	+ 55	3708	54	+ 44	+1,00	- 15	35
1843	Janr. 2	0162	- 06	- 43	3735	34	- 33	- 76	- 98	18
	3	29,9987	+ 88	+ 32	3589	1,10	+ 23	+ 55	+ 65	12
	13	30,0073	+ 50	+ 54	3636	75	+ 52	+1,06	+ 21	31
	Febr. 3	0184	+ 06	+ 17	3659	41	+ 31	+ 48	- 34	34
	15	0120	+ 48	+ 25	3581	70	+ 30	+ 55	+ 41	24
	März 3	0064	+ 88	+ 50	3509	91	+ 43	+ 93	+1,22	21
	8	0122	+ 61	+ 53	3577	49	+ 35	+ 88	+ 73	31
	9	0222	+ 08	- 12	3642	+ 14	- 13	- 25	- 18	27
	22	0305	- 28	- 42	3747	- 56	- 70	-1,12	- 97	30
	23	0221	+ 18	- 02	3606	+ 17	- 04	- 06	+ 21	28
	24	0153	+ 55	+ 29	3526	+ 59	+ 34	+ 62	+ 99	26
	26	0288	- 15	- 56	3709	- 40	- 80	-1,36	- 72	21
	28	0201	+ 33	+ 13	3620	+ 05	- 13	+ 00	+ 32	28
	April 19	0355	- 33	- 25	3641	- 29	- 05	- 29	- 17	39
	24	0262	+ 19	+ 15	3561	+ 08	+ 21	+ 37	+ 75	36
	25	0325	- 13	+ 14	3546	+ 15	+ 61	+ 75	+ 64	45
	28	0327	- 12	+ 28	3624	- 29	+ 31	+ 59	+ 30	49
	29	0289	+ 09	+ 37	3610	22	+ 26	+ 63	+ 55	46
	Mai 1	0301	+ 04	+ 29	3637	38	+ 08	+ 36	+ 35	45
	4	0355	- 22	- 32	3622	34	- 22	- 54	+ 04	34
	5	0316	- 01	- 15	3614	30	- 24	- 39	+ 29	33
	12	0327	- 01	- 06	3555	06	+ 14	+ 08	+ 66	36
	14	0410	- 43	- 61	3623	44	- 37	- 98	- 17	32
	15	0324	+ 03	- 06	3558	09	+ 07	+ 02	+ 68	35
	17	0368	- 18	- 16	3610	39	- 12	- 28	+ 24	39
	18	0343	04	+ 05	3614	42	06	01	+ 39	41
	19	0374	20	- 03	3618	45	01	04	+ 24	44
	20	0384	24	- 23	3617	46	17	40	+ 14	39
	21	0386	24	- 35	3628	52	36	71	+ 04	35
	22	0412	37	- 21	3672	77	32	53	- 22	44
	Juni 3	0557	1,03	- 13	3759	1,33	09	22	-1,06	67
	11	0489	60	- 12	3650	82	00	12	- 25	54
	17	0541	82	- 67	3719	1,23	75	1,42	- 99	44
	Aug 11	0645	80	- 17	3634	1,18	- 30	- 47	-1,07	58
	14	0503	02	+ 58	3553	76	+ 07	+ 64	+ 07	56
	26	30,0678	-0,82	+0,07	31,3602	-1,09	-0,01	+0,06	-1,13	65

Die aus diesen Beobachtungen hervorgehenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} 0 &= \Delta + x + k\pi + f\omega \\ 0 &= \Delta' + x' - k\pi' + f\omega' \end{aligned}$$

geben, nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt, die Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} 0 &= -1^{\text{m}}817 + 41,00x - 7,666\pi - 4,648\omega \\ 0 &= +6,713 - 7,666x + 14,855\pi - 5,093\omega \\ 0 &= -4,754 - 4,648x - 0,093\pi + 7,077\omega \\ 0 &= -4,937 + 41,000x' + 7,666\pi' - 4,648\omega' \\ 0 &= -12,138 + 7,666x' + 14,855\pi' + 5,093\omega' \\ 0 &= -7,084 - 4,648x' + 5,093\pi' + 7,077\omega' \end{aligned}$$

Aus der Auflösung derselben folgt:

$$\begin{aligned} \omega &= +0^{\text{m}}546, \quad \pi = -0^{\text{m}}232 \\ \omega' &= +0,682, \quad \pi' = +0,533 \end{aligned}$$

oder wenn man abwechselnd ω , ω' und π , π' unbestimmt lässt:

$$\begin{aligned} \omega &= +0^{\text{m}}757 + 0,910\pi \\ \pi &= -0,475 + 0,444\omega \\ \omega' &= +1,167 - 0,910\pi' \\ \pi' &= +0,836 - 0,444\omega' \end{aligned}$$

Das aus den letzten beiden Werthen hervorgehende Resultat, $\frac{1}{2}(\pi' + \pi) = +0^{\text{m}}180 - 0,222(\omega' - \omega)$, stimmt natürlich mit dem oben aus den Messungen der Entfernungsunterschiede abgeleiteten überein, und als das Resultat der Messungen der Summe der Entfernungen erhalten wir:

$$\begin{aligned} (\omega + \omega') &= 1841,7\xi = +1^{\text{m}}924 - 0,910(\pi' - \pi) \text{ Gew.} = 6,55 \\ (\pi' - \pi) &= +1,311 - 0,444(\omega' + \omega) \text{ ,,} = 13,42 \end{aligned}$$

Setzt man der Hypothese I. gemäss $(\pi' - \pi) = 0$, so folgt $\xi = +0^{\text{m}}001045$, also der Einfluss der Temperatur hier mehr als fünf mal so gross, wie der von *Bessel* aus den Plejadensternen hergeleitete; behält man dagegen *Bessel's* Werth, $\xi = +0^{\text{m}}00020$, bei, so wird $(\pi' - \pi) = +1^{\text{m}}148$. Ich habe in dem vorhergehenden Tableau in den mit „Fehler der Summen“ überschriebenen Columnen die für die Hypothesen I. und II. in den Werthen von $(Aa + Aa')$ übrig bleibenden Fehler nebeneinander gestellt. Die Quadratsumme derselben wird für I. = $17^{\text{m}}89$, für II. = $16^{\text{m}}08$, also so nahe gleich für beide, dass hierdurch noch nicht genügend entschieden wird, welche von beiden Hypothesen vorzuziehen sei; jedoch erhält II. bereits ein kleines Uebergewicht. Nimmt man die Hypothese I. für die richtige, so ergibt sich der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtung von $Aa + Aa' = \pm 0^{\text{m}}457$, und für die Grösse $(\omega + \omega')$, deren Gew. = 6,55 wird, = $\pm 0^{\text{m}}179$, und demnach das Resultat $1000\xi = +1^{\text{m}}045$, wahrsch. Fehler = $\pm 0^{\text{m}}097$. *Bessel* giebt als das Resultat der Plejadensternmessungen $\xi = +0^{\text{m}}0000037765$, mittl. Fehler = $\pm 0,000000667$; also $1000\xi = +0^{\text{m}}200$,

wahrscheinlicher Fehler = $\pm 0^{\text{m}}024$; dieser wahrsch. Fehler ist jedoch zu klein ausgefallen, da die Beobachtungen der Plejadensterne ebenso angeordnet sind, wie die des *Argelander'schen* Sterns, indem stets mehrere, einander nahe gleiche Entfernungen gleichzeitig gemessen sind, also eigentlich nur eine derselben und ihr Unterschied von den übrigen. Solche gleichzeitig gemessene Entfernungen besitzen also dieselbe Abhängigkeit von einander, wie hier die Entfernungen Aa und Aa' , und können also eigentlich nur als eine Entfernung betrachtet werden, welche durch eine grössere Anzahl von Einstellungen gefunden ist, während *Bessel* die Beobachtungen so berechnet hat, als ob jede der Entfernungen, unabhängig von den übrigen, direct durch eine entsprechende Verschiebung der Objectivhülfe gemessen wäre. Nimmt man aber demgemäss auch den wahrscheinlichen Fehler der Bestimmung von ξ etwa drei mal so gross an, was wohl das Maximum sein würde, = $\pm 0^{\text{m}}072$, so ist die Sicherheit des *Bessel'schen* Resultates dennoch grösser als bei dem aus *Schlüter's* Beobachtungen gefundenen Werthe, die Sicherheit beider aber wenigstens so gross, dass die grosse Differenz zwischen ihnen nicht anders erklärt werden könnte, als durch die Annahme, dass der Einfluss der Temperatur im Jahre 1843 ein ganz anderer und viel grösser gewesen wäre als früher. Das positive Zeichen von ξ beweist aber ferner, dass der Winkelwerth einer Revolution bei wachsender Temperatur abnimmt, also, wie schon *Bessel* erwähnt, die Brennweite eine stärkere Einwirkung erleidet als die Schraube, ein Resultat, welches *Biot*, (*Astr. physiq.* 3^{me} édit. II. p. 220) mit seinen analytischen Betrachtungen unvereinbar fand. Bezeichnet man die Brennweite des Heliometers durch φ , die Länge einer Schraubenwindung durch u , beides in Pariser Linien ausgedrückt, durch r den Winkelwerth einer Revolution in Secunden ausgedrückt, so ergibt sich aus der Gleichung $u = \varphi \operatorname{tang} r$, wenn man $\operatorname{tang} r^2$ vernachlässigt, $d\varphi = \operatorname{cotang} r du - \varphi \frac{dr}{r}$; nach *Bessel's* Angaben (*Astr. Unters.* I. p. 144) ist $u = 0^{\text{L}}2908$, $\varphi = 1134^{\text{L}}134$, $r = 52^{\text{m}}892$. Ist nun, wie die Beobachtungen von 1843 ergeben, $\xi = +0^{\text{m}}001045$, so ist, wenn die Temperatur um 60° Fahr. wächst, (ungefähr die zwischen den Beobachtungen von Sommer und Winter stattfindende Differenz), $dr = -0^{\text{m}}0627$, also $-\varphi \frac{dr}{r} = +1^{\text{L}}347$. Setzt man ferner den Ausdehnungscoefficienten des Stahls für eine Temperaturänderung von 180° Fahr. = 0,00108, so wird für eine Zunahme der Temperatur um 60° $du = +0^{\text{L}}0000105$, u. $\operatorname{cotgr} du = +0^{\text{L}}0408$; mithin müsste die ganze Aenderung der Brennweite, für ein Wachsen der Temperatur von 60° Fahr. sein: $d\varphi = +0^{\text{L}}041 + 1^{\text{L}}347 = 1^{\text{L}}388$. Bei den *Schlüter'schen* Beobachtungen

von 1843 wäre also die Brennweite des Heliometers um 1,39 Linien im Sommer grösser gewesen als im Winter, d. h. um mehr als ein Tausendstel ihrer Länge, während bei den Plejadensternen diese Aenderung noch nicht ein fünfstel so gross sich gezeigt hat.

§ 11.

Obgleich das in physikalischer Beziehung höchst unwahrscheinliche, wo nicht unmögliche Resultat schon geeignet scheint, das Uebergewicht für die Hypothese II. wesentlich zu vermehren, so kann doch durch *Schlüter's* Beobachtungen allein nicht entschieden werden, welche die richtigere sei, da beide sich den Beobachtungen nahe gleich gut anschliessen; dagegen tritt die Unhaltbarkeit der Hypothese I. in den von mir 1851 gemachten Beobachtungen unverkennbar hervor, wie ich sogleich zeigen werde.

Die nur in einer Lage der Objectivhälfte gemachten Messungen können hier nicht mit zugezogen werden und sind deshalb ausgeschlossen; den übrigen habe ich gleiches Gewicht beigelegt, da der Unterschied, ob sechs oder acht Einstellungen von a gemacht sind, zu unbedeutend ist, um berücksichtigt zu werden. Ferner habe ich die Entfernungen Aa' und Aa'' zu einem Mittelwerth $\frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ vereinigt,

um dadurch eine Grösse zu erhalten, welche mit Aa , in Beziehung auf die Anzahl der Einstellungen, gleiches Gewicht besitzt: zu einer solchen Zusammenziehung war ich um so mehr berechtigt, da oben die getrennte Behandlung der Differenzen $Aa - Aa'$ und $Aa - Aa''$ keine Verschiedenheit zwischen den Sternen a' und a'' angedeutet hatte, also $\pi' = \pi''$ genommen werden darf.

Nach den Formeln (3) in § 3 ist für 1851,50

$$\begin{aligned} Aa &= 30,5481 \text{ jährl. Aenderung} = +0,06490 \\ \frac{1}{2}(Aa' + Aa'') &= 28,5639 \text{ „ „ „} = -0,06542 \end{aligned}$$

In dem nachfolgenden Tableau sind wieder die aus den, von Refraction schon befreiten Ablesungen der Schraube folgenden Werthe von Aa und $\frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ aufgeführt; reducirt man diese mit den angegebenen Aenderungen auf 1851,50, befreit sie von Aberration, und subtrahirt sie von den für 1851,5 gefundenen Werthen, so ergeben sich, in Sekunden ausgedrückt, die Zahlen Δ und $\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta'')$. Die unmittelbar daneben befindlichen Fehler beziehen sich hier auf die Hypothese II., während in den mit „Fehler der Summe“ überschriebenen Columnen wiederum die Fehler für beide Hypothesen nebeneinander gestellt sind.

		Aa	Δ	Fehler.	$\frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$	$\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta'')$	Fehler.	Fehler der Summe		Therm.
		$\begin{matrix} \text{R} \\ \hline \end{matrix}$			$\begin{matrix} \text{R} \\ \hline \end{matrix}$			I.	II.	
1850	Dec. 20	30,5214	-0''28	-0''81	28,5980	+0''14	-0''51	-0''51	-1''32	27°
1851	Janr. 4	5174	+ 05	- 45	5949	+ 15	- 46	- 04	- 91	30
	8	5145	+ 24	- 40	5914	+ 29	- 44	- 60	- 84	7
	10	5042	+ 80	+ 13	5812	+ 81	+ 06	+ 27	+ 19	1
	15	5011	+1,01	+ 43	5747	+1,10	+ 44	+1,24	+ 87	14
	Febr. 10	5151	+ 46	+ 03	5793	+ 56	+ 09	+ 28	+ 12	17
März	9	5228	+ 24	- 01	5847	- 04	- 26	- 55	- 27	17
	10	5283	- 05	- 28	5824	+ 07	- 13	- 66	- 41	18
	11	5337	- 32	- 52	5903	- 36	- 53	-1,23	-1,05	22
April	9	5342	- 14	+ 02	5809	- 19	+ 07	- 02	+ 10	46
	10	5340	- 12	+ 06	5820	- 26	+ 02	+ 01	+ 08	48
	14	5290	+ 18	+ 37	5871	- 58	- 26	- 08	+ 11	46
	15	5377	- 28	- 08	5860	- 52	- 21	- 53	- 29	45
Mai	17	5425	- 51	- 29	5867	- 59	- 25	- 78	- 53	46
	16	5451	- 41	- 08	5810	- 58	- 07	- 98	- 15	38
	18	5467	- 48	- 13	5876	- 96	- 42	-1,38	- 55	39
	20	5440	- 32	+ 04	5759	- 35	+ 19	- 62	+ 23	39
Juni	29	5420	- 13	+ 30	5804	- 68	- 06	- 49	+ 25	46
	3	5546	- 75	- 25	5834	- 89	- 20	-1,04	- 45	54
	22	5439	+ 01	+ 48	5669	- 19	+ 50	+ 22	+ 98	48
Juli	30	5576	- 63	- 12	5752	- 69	+ 02	- 70	- 11	54
	1	5596	- 73	- 23	5828	-1,10	- 41	-1,29	- 64	52
	7	5590	- 63	- 16	5710	- 52	+ 15	- 69	- 01	50
	10	5574	- 52	- 04	5761	- 83	- 15	- 79	- 19	52
Aug.	25	5487	+ 11	+ 60	5579	+ 02	+ 67	+ 99	+1,27	61
	8	5652	- 59	- 18	5691	- 68	- 13	- 49	- 31	59
	10	30,5605	-0,34	+ 07	28,5622	-0,33	+0,21	+0,16	+0,27	60

		Aa	Δ	Fehler.	$\frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$	$\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta'')$	Fehler.	Fehler der Summe		Therm.
		\underline{R}			\underline{R}			I.	II.	
1851	Aug. 11	30,5551	-0''04	+0''31	28,5598	-0''21	+0''28	+0''32	+0''60	53°
	13	5604	- 30	+ 04	5595	- 21	+ 26	+ 04	+ 30	52
	19	5592	- 17	+ 13	5571	- 13	+ 29	+ 21	+ 41	51
	23	5748	- 94	- 62	5661	- 63	- 20	- 75	- 82	60
	26	5615	- 21	+ 06	5618	- 43	- 07	- 04	- 01	54
	Sept. 16	5705	- 44	- 35	5653	- 77	- 63	- 76	- 98	49
	22	5659	- 13	- 07	5551	- 28	- 19	+ 13	- 26	52
	28	5584	+ 34	+ 34	5417	+ 39	+ 40	+1,19	+ 74	50
	29	5722	- 38	- 30	5501	- 06	+ 02	+ 53	- 28	64
	Octb. 2	5560	+ 51	+ 54	5426	+ 31	+ 33	+1,63	+ 87	59
	3	5715	- 30	- 24	5506	- 12	- 07	+ 61	- 31	66
	16	5660	+ 14	- 03	5422	+ 22	+ 02	+ 59	- 01	43
	22	5601	+ 52	+ 29	5248	+1,10	+ 82	+1,77	+1,11	41
	Dec. 12	5646	+ 79	+ 31	5219	+ 79	+ 20	+1,53	+ 52	36
	22	5547	+1,40	+ 86	5108	+1,28	+ 63	+2,29	+1,49	27
1852	Janr. 6	30,5715	+0,64	+0,15	28,5214	+0,55	-0,04	+0,99	+0,11	32

Schreibt man wieder der Kürze wegen Δ_0, x_0, ω_0 für $\frac{1}{2}(\Delta' + \Delta''), \frac{1}{2}(x' + x''), \frac{1}{2}(\omega' + \omega'')$, so folgen aus diesen Beobachtungen die Bedingungsgleichungen:

$$0 = \Delta + x + k\pi + f\omega$$

$$0 = \Delta_0 + x_0 + \frac{1}{2}(k' + k'')\pi' + f\omega_0$$

welche zu folgenden Normalgleichungen führen:

$$0 = -2''680 + 43,00x - 5,699\pi + 3,335\omega$$

$$0 = +9,802 - 5,699x + 16,329\pi - 9,284\omega$$

$$0 = -6,453 + 3,335x - 9,284\pi + 12,163\omega$$

$$0 = -5,401 + 43,00x_0 + 5,723\pi' + 3,335\omega_0$$

$$0 = -13,099 + 5,723x_0 + 16,672\pi' + 9,238\omega_0$$

$$0 = -7,275 + 3,335x_0 + 9,238\pi' + 12,163\omega_0$$

Die Auflösung derselben ergibt:

$$\pi = -0''534, \quad \omega = +0''128,$$

$$\pi' = +0,777, \quad \omega_0 = +0,002,$$

oder wenn man wieder abwechselnd ω, ω_0 , und π, π' unbestimmt lässt:

$$\omega = +0''525 + 0,743\pi$$

$$\omega_0 = +0,576 - 0,739\pi'$$

$$\pi = -0,607 + 0,568\omega$$

$$\pi' = +0,778 - 0,553\omega_0$$

Da $\omega = 916,5\xi, \omega_0 = 856,9\xi$ ist, so ergibt sich durch Addition der beiden letzten Ausdrücke $\frac{1}{2}(\pi' + \pi) = \pi_0 = +0''086 + 23,3\xi$, also äusserst nahe dasselbe Resultat, welches oben mit Berücksichtigung der unvollständigen Beobachtungen und des verschiedenen Gewichtes gefunden wurde. Ferner ergibt sich als das Resultat der Messungen von $Aa + \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$

$$\omega + \omega_0 = 1773,4\xi = +1''101 - 0,741(\pi' - \pi) \quad \text{Gew. 11,9}$$

$$\pi' - \pi = +1,385 - 994,4\xi \quad \text{,, 15,7}$$

Soll nun die Hypothese I die richtige, also $\pi' - \pi = 0$ sein, so wird $\xi = +0''00062$, und man erhält die vorhin angeführten, mit I überschriebenen übrigbleibenden Fehler der Summe beider Entfernungen, welche nichts weniger als eine befriedigende Darstellung der Beobachtungen anzeigen, indem von April bis September entschieden die negativen Fehler, in den übrigen Monaten die positiven vorherrschen. Die Quadratsumme dieser Fehler wird $= 32''64$, mithin der wahrscheinliche Fehler des aus diesen Beobachtungen folgenden Werthes für die Grösse $1000\xi = \pm 0''098$, also ebenfalls die Bestimmung von ξ noch nicht so sicher als die *Bessel'sche*. Behält man dagegen, der Hypothese II. gemäss, das Resultat der Plejadensterne, $1000\xi = 0''20$, bei, so wird $\pi' - \pi = +1''186$, fast genau übereinstimmend mit dem aus *Schlüter's* Beobachtungen unter dieser Voraussetzung folgenden Werthe, $\pi' - \pi = +1''148$; die Quadratsumme der in $Aa + \frac{1}{2}(Aa' + Aa'')$ übrigbleibenden Fehler wird nun bedeutend kleiner, nämlich $= 17''16$, also beinahe nur halb so gross, und schon ein Blick auf die für beide Hypothesen zusammengestellten Fehler zeigt, wie viel besser die Annahme II. sich den Beobachtungen anschliesst, indem nicht nur die Zeichen der Fehler weit mehr wechseln, sondern auch nur fünf Fehler vorkommen, welche grösser als eine Sekunde sind, während bei der Hypothese I. deren neun vorkommen, und ausserdem sogar einer grösser als zwei Sekunden wird. Die Hypothese II. schliesst sich also den Beobachtungen hier so bedeutend viel besser an, dass die Unhaltbarkeit der Annahme $(\pi' - \pi) = 0$, und das Vorhandensein einer ziemlich beträchtlichen Parallaxe des Vergleichsterns α dadurch als bewiesen angesehen werden kann.

Unter Anwendung der Hypothese II. gaben *Schlüter's* Beobachtungen für $(\pi' - \pi)$ das Gewicht $= 13,42$; die

Quadratsumme der Fehler = $16''08$, also den wahrscheinl. Fehler einer Beobachtung von $(Aa' + Aa) = \pm 0''433$, und für $\pi' - \pi$ den wahrscheinl. Fehler = $\pm 0''118$; für meine Beobachtungen wird das Gewicht von $(\pi' - \pi) = 15,7$, die Quadratsumme der Fehler = $17''16$, also der wahrsch. Fehler einer Beobachtung von $Aa + \frac{1}{2}(Aa' + Aa'') = \pm 0''436$, für $(\pi' - \pi)$ aber = $\pm 0''110$. Man erhält also aus den Beobachtungen von

Schlüter $\pi' - \pi = +1''148$ wahrsch. Fehler $\pm 0''118$

Wichmann $\pi' - \pi = +1,186$ „ „ $\pm 0,110$

der aus beiden Bestimmungen folgende Werth $\pi' - \pi = +1''17$ kann daher wohl als eine ziemlich genäherte Kenntniss dieser Grösse angesehen werden, da sein wahrsch. Fehler, = $\pm 0''081$, noch nicht $\frac{1}{4}$ der gefundenen Zahl beträgt.

§ 12.

Da es nicht meine Absicht sein kann, das so eben abgeleitete interessante Resultat, dass die Parallaxe von a um $1''17$ grösser ist als die der Sterne a' und a'' , in einem zu günstigen Lichte darzustellen, zugleich aber auch nicht gehörig begründetes Misstrauen gegen dasselbe wo möglich verhindert werden muss, so ist es vielleicht nicht überflüssig, wenn ich noch einige Betrachtungen, welche sich für oder gegen seine Richtigkeit anführen lassen hinzufüge. Die, durch die von *Schlüter* und mir gemachten Beobachtungen und deren Discussion unwiderlegbar, und mit grosser Uebereinstimmung beider Beobachtungsreihen, gegebenen Thatsachen sind folgende:

1) In den beobachteten Unterschieden der Entfernungen $Aa' - Aa$ und $Aa'' - Aa$ zeigt sich eine kleine periodische Aenderung, welche so beschaffen ist, dass sie durch die Annahme, die Parallaxe von A sei um $0''135$ grösser als das Mittel der Parallaxen von a und a' , eine genügende Erklärung findet.

2) Eine bei weitem stärkere, und mit relativ grösserer Sicherheit hervortretende, periodische Aenderung zeigt sich in den beobachteten Summen der Entfernungen, oder kürzer gesagt in der Entfernung der beiden Sterne a und a' oder a und a'' , und dieselbe ist so beschaffen, dass sie durch die Annahme, die Parallaxe von a sei um $1''17$ grösser als die von a' und a'' , vollständig, durch die Einwirkung der Temperatur auf das Heliometer aber nicht erklärt werden kann.

3) Die bei Anwendung der genannten Annahmen übrigbleibenden Fehler sind bei den Summenmessungen merklich grösser als bei den Differenzmessungen; das Verhältniss des wahrscheinlichen Fehlers einer Differenzbeobachtung zu dem einer Summenmessung ist bei *Schlüter's* Beobachtungen = $\frac{0,433}{0,110}$, bei den meinigen = $\frac{0,436}{0,110}$, also etwa wie 1:3.

Gegen diese Resultate der Rechnungen lassen sich keine Einwendungen erheben; etwa zu äussernde Zweifel können sich daher nur an die Frage knüpfen, ob dadurch die Richtigkeit der aus den Beobachtungen in Beziehung auf Parallaxe gefolgerten Schlüsse als bewiesen angesehen werden muss, oder ob dieselben Erscheinungen auch durch irgend eine andere, mindestens eben so wahrscheinliche Annahme sich befriedigend erklären lassen. Der Umstand, dass die Fehler der Summe der Entfernungen grösser sind als die der Differenz, beweist, dass bei grösseren durch das Heliometer gemessenen Distanzen Fehlerquellen vorhanden, welche, von Beobachter unabhängig, dem Instrumente zuzuschreiben sind; sie können möglicherweise von Unregelmässigkeiten in der durch die Schraube bewirkten Verschiebung der Objektivhälfte, von Aenderungen der Brennweite, von der Stellung des Oculars, oder irgend einer anderen Ursache herrühren, was einstweilen unentschieden bleiben mag. Wenn nun die aus solchen Quellen entstehenden Fehler, ausser den zwischen naheliegenden Beobachtungen vorkommenden, oft nicht unbedeutenden, kein Gesetz befolgenden Sprüngen, noch einen periodischen Gang annehmen, und zwar von der Beschaffenheit, dass die durch die Schraube bewirkte Verschiebung im Sommer kleiner oder die Brennweite grösser als im Winter ist, und die Extreme dieser Periode in die Nähe der Solstitien fallen: dann ist allerdings die nothwendige Folge, dass die beiden Entfernungen Aa und Aa' für π und π' zwei nahezu gleiche aber entgegengesetzte Werthe liefern und demnach auch die beobachteten Entfernungen aa' sich so verhalten müssen, als ob a eine beträchtliche Parallaxe hätte. Allein was berechtigt uns zu der Annahme periodisch wirkender Fehlerquellen, und welche andere Ursache, als allensfalls die Temperatur, könnte eine solche periodische Aenderung in den Theilen des Heliometerapparates erzeugen, welche bei zwei verschiedenen Beobachtern in zwei, durch einen achtjährigen Zeitraum getrennten Beobachtungsreihen in ganz gleicher Weise auftritt? Eine Abhängigkeit der Fehler von der Stellung des Instrumentes tritt bei weitem nicht entschieden genug hervor, und ist auch an und für sich höchst unwahrscheinlich. Will man aber die Temperatur, welche zwar nicht ganz ohne Einfluss sein wird, als die alleinige Ursache jener Periodizität aufstellen, so geräth man, wie meine Rechnung nachweist, nicht nur in einen bedeutenden Widerspruch mit *Bessel's* früheren Resultaten, müsste also noch die Annahme hinzufügen, dass der Temperatureinfluss zu verschiedenen Zeiten ein ganz anderer sein könne, sondern erlangt auch für die Beobachtungen von 1851 durchaus keine genügende Darstellung und überdies ein so beträchtliches Wachsen der Brennweite bei zunehmender Temperatur, dass schon aus physikalischen

Gründen die Richtigkeit dieser Erklärung der periodischen Aenderung von $(Aa + Aa')$ weit weniger wahrscheinlich wird, als das Vorhandensein einer beträchtlichen Parallaxe von a aus astronomischen Gründen plausibel scheint. Es ist in der That der Fall, dass a uns näher steht als der Stern A , um so mehr eben so wahrscheinlich als der entgegengesetzte, je kleiner die Parallaxe von A ausfällt, und wenn bis jetzt auch nur bei α Centauri eine Parallaxe nachgewiesen ist, welche die Grösse einer Sekunde erreicht, so ist doch gewiss kaum zu bezweifeln, dass wir vielleicht viele Sterne finden würden, deren Parallaxe grösser als eine Sekunde ist, wenn die Bestimmung einer Parallaxe nicht so zeitraubend wäre, und eine Genauigkeit erforderte, die nur wenige Instrumente zu gewähren im Stande sind. Die Kleinheit der bisher geprüften Parallaxen der helleren Fixsterne kann uns beweisen, dass wir die uns nächsten Sterne nicht grade unter den hellsten zu suchen haben, und die Zahl dieser untersuchten Sterne ist im Vergleich zu den übrigen so gering, dass für einen einzelnen Stern die Unmerklichkeit seiner Parallaxe eben nicht wahrscheinlicher ist als eine messbare Grösse derselben. Bedenkt man nun ferner noch, dass die Heliometerbeobachtungen durch die gemessenen Entfernungsunterschiede mit einer Sicherheit, die nicht bezweifelt werden kann, nachweisen, dass die Parallaxe von A nur unbedeutend grösser ist als das Mittel der Parallaxen von a und a' , dass also, wenn letztere $= 0$ sind, dadurch auch der Stern A in eine Entfernung gerückt wird, welche wegen der dadurch bedingten (wie oben in § 9 gezeigt ist) ungeheueren Geschwindigkeit seiner Bewegung, unseren Vorstellungen jedenfalls viel unwahrscheinlicher erscheint als der Fall, dass der eine der Vergleichsterne näher als A steht, so kann man wohl nicht mehr daran zweifeln, dass die aus den Beobachtungen so unzweideutig hervorleuchtende Differenz zwischen den Parallaxen der Sterne a und a' nicht scheinbar und illusorisch, sondern wirklich vorhanden sein muss. Durch die Annahme derselben erhält man nicht allein eine unsern Vorstellungen besser entsprechende Entfernung des Sterns A , von welcher die früher von *Faye* gefundene nicht mehr so beträchtlich und unerklärlich abweicht, und stösst gleichzeitig nicht auf unlösbare Widersprüche in Beziehung auf die Einwirkung der Temperatur auf das Heliometer, sondern erlangt auch, was gewiss wesentlich ist, eine völlig befriedigende Darstellung der Beobachtungen, die auf andere Weise nicht zu erreichen ist. Dagegen würde durch die Annahme, dass die in der gemessenen Entfernung unleugbar vorhandene periodische Aenderung nicht von der Parallaxe des Sterns a , sondern vom Instrumente herrührt, ausser den anderen Unwahrscheinlichkeiten auf welche diese Voraussetzung führt, auch auf

das, durch *Bessel* so berühmt gewordene Heliometer der schwere, durchaus nicht gerechtfertigte Vorwurf gewälzt, dass bei demselben periodische Fehler von merklicher Grösse vorkommen, dies Instrument also zu Untersuchungen über Parallaxe ganz unbrauchbar sein müsse. Eine solche, weder durch die Erfahrung, noch durch ihre innere Wahrscheinlichkeit begründete, und daher ganz willkürliche Voraussetzung muss aber als ganz unstatthaft zurückgewiesen werden, und könnte nur dann eine Berücksichtigung verdienen, wenn, was wegen der grossen Entfernung von a und a' gewiss sehr schwer halten würde, durch andere Beobachtungen das Nichtvorhandensein der Parallaxe von a mit viel grösserer Sicherheit nachgewiesen wird, als diese Heliometer-Beobachtungen die Existenz derselben beweisen.

Ich bin ursprünglich selbst von der Annahme, dass die Differenz der Parallaxen der Vergleichsterne als unmerklich angesehen werden könnten, ausgegangen und habe diese in meinen Untersuchungen so lange aufrecht zu halten gesucht, bis ich durch die Rechnung von ihrer Unhaltbarkeit und von dem Vorhandensein der Parallaxe von a überzeugt wurde, und da mir die befriedigende Harmonie der beiden Beobachtungsreihen mit der oben durch II. bezeichneten Hypothese ein genügender Beweis für die Richtigkeit derselben zu sein scheint, so glaube ich die folgenden Punkte als die unzweideutigen Ergebnisse der Beobachtungen aufstellen zu können:

1) Aus den Messungen der Differenzen der Entfernungen folgt:

$$\text{Parallaxe von } a'' = \text{Parallaxe von } a'$$

$$\text{Parallaxe von } A = \frac{1}{2} (\text{Parallaxe von } a + \text{Parallaxe von } a') \\ + 0''135 \pm 0''0127.$$

2) Aus den Messungen der Summe der Entfernungen:

$$\text{Parallaxe von } a = \text{Parallaxe von } a' + 1''17 \pm 0''081.$$

3) Aus der Verbindung dieser beiden Resultate

$$\text{Parallaxe von } A = \text{Parallaxe von } a' + 0''72 \pm 0''0425.$$

Die Parallaxe von a' und a'' kann hier natürlich nicht ermittelt werden, da durch mikrometrische Messungen nur Unterschiede zwischen den Parallaxen der verglichenen Sterne bestimmt werden. Da aber kein Grund vorhanden ist, den Parallaxen von a' und a'' eine merkbare Grösse beizulegen, vielmehr die beträchtliche Differenz zwischen ihnen und der Parallaxe von a die Kleinheit jener sehr wahrscheinlich macht, so ist es am meisten plausibel, sie $= 0$ zu setzen und wir erhalten dann:

$$\text{Parallaxe von } a = 1''17 \quad \text{Parallaxe von } A = 0''71$$

also die dadurch bedingte Geschwindigkeit der Bewegung von A noch nicht doppelt so gross, als die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, indem der jährlich von A zurückgelegte Weg $= 10$ Erdbahnhalbmassern ist, wenn seine Bewegung rechtwinklig gegen unsere Gesichtslinie liegt.

§ 13.

In Beziehung auf den Umstand, dass die Fehler der beobachteten Entfernungsunterschiede merklich kleiner sind als die der Messungen der Summe (woraus zugleich, wie schon oben in § 6 gezeigt ist, vermöge der Anordnung der Beobachtungen nothwendig folgt, dass die daraus abgeleiteten Entfernungen selbst immer nahezu gleiche Fehler zeigen müssen), scheint es mir zweckmässig, noch einige Notizen und Betrachtungen über die durch das Königsberger Heliumeter gewährte Genauigkeit und die Natur der Fehler hinzuzufügen. Da die Messungen der Summe und Differenz der Entfernungen aus denselben Ablesungen der Schraube, nur anders combinirt, hervorgehen, so kann ihre ungleiche Genauigkeit nicht von zufälligen Fehlern der Einstellungen, sondern nur von der ungleichen Grösse der zu ihrer Ermittlung nothwendigen, und unter sich unabhängigen Verschiebungen der Objectivhälfte durch die Schraube herrühren, und es folgt daraus, dass grössere Distanzen durch das Heliumeter nicht mehr mit derselben absoluten Genauigkeit als kleinere gemessen werden können, d. h., dass die Fehler bei Heliumetermessungen im Allgemeinen mit den Entfernungen wachsen. Dieselbe Thatsache lässt sich schon aus der von *Bessel* (Astronom. Unters. I. p. 214–221) gegebenen Zusammenstellung der Beobachtungen der Plejadensterne nachweisen; man erhält nämlich für die verschiedenen Sterne:

Stern.	Grösse.	Entf. = s	mittl. Fehl. = ν	Anz. d. Beob.
<i>d</i>	5	20,9	0"266	28
<i>f</i>	4.5	26,3	302	29
<i>h</i>	5.6	26,5	282	29
<i>s</i>	7.8	28,2	370	28
<i>c</i>	5	31,3	356	34
<i>l</i>	7.8	36,3	363	27
<i>k</i>	7.8	39,1	353	30
<i>b</i>	4.5	40,5	326	40
<i>e</i>	5	43,0	498	35
<i>g</i>	5.6	43,4	0,482	31

Aus diesen Zahlen geht unzweideutig hervor, dass der mittlere Fehler einer Beobachtung ν zugleich mit der Entfernung s wächst, und zwar, wie es scheint, zwischen 20 bis 45 Revolutionen, ungefähr den Distanzen proportional, wenigstens nicht schneller. Die Beobachtungen des *Argelander*-schen Sterns geben den mittleren Fehler für die Entfernung von $30^R = 0"322$; nach *Bessel's* Angabe (Astr. Unters. I. 222) ist der mittlere Fehler einer Beobachtung der Plejadensterne $= 0"383$, und gehört etwa zu einer Entfernung von 34^R . Nehmen wir demgemäss für eine Distanz von $32^R = 1692''$, $\nu = 0"353$, so ergibt sich für solche Entfernungen die relative Genauigkeit, wenn wir darunter das Verhältniss der

Entfernung s zu dem mittleren Fehler einer Beobachtung derselben, $\frac{s}{\nu} = \lambda$, verstehen, $\lambda = 4793$, d. h. der mittlere Fehler beträgt hier etwa $\frac{1}{4800}$ der zu messenden Grösse, eine Genauigkeit die unter den Mikrometerapparaten vielleicht nur das Heliumeter zu liefern im Stande ist. Eine ähnliche, nicht minder zuverlässige Bestimmung von λ für kleinere Entfernungen ergibt sich aus den Beobachtungen von 61 Cygni; *Bessel* giebt (Astr. Nachr. Nr. 402) für den Vergleichstern *a* dessen Entfernung $= 8,8^R = 466''$ ist $\nu = 0"155$; für den Stern *b*, bei welchem $s = 13,3^R = 704''$, $\nu = 0"184$, also folgt aus beiden für $s = 11,05^R = 585''$, $\nu = 0"170$, und demgemäss $\lambda = 3441$, mithin die relative Genauigkeit für diese kleineren Entfernungen schon merklich geringer. Es geht hieraus genügend hervor, dass, wenn auch die Fehler mit den Entfernungen wachsen, durch diese Zunahme nicht den Entfernungen proportional, sondern langsamer vor sich geht, also die relative Genauigkeit für grössere Distanzen grösser wird als für kleinere. Man kann sich daher die Fehler der Heliumetermessungen als aus zwei Theilen zusammengesetzt vorstellen; der eine derselben entspringt aus den zufälligen Schätzungsfehlern des Beobachters bei den Einstellungen und ist, abgesehen von erschwerenden Umständen, (schlechte Luft, unbequeme Stellung, Lichtschwäche der Sterne u. s. w.), bei ein und demselben Beobachter für alle Entfernungen ungefähr constant, für grössere vielleicht etwas geringer, weil bei diesen die Schätzung der Coincidenz durch Drehung des Positionskreises leichter wird, als bei kleinen nur wenige Minuten betragende Distanzen; der zweite in der Natur des Instrumentes begründete Theil des Fehlers ist dagegen den Entfernungen proportional, tritt daher bei grösseren Distanzen hauptsächlich hervor und wird bei kleineren durch die zufälligen Schätzungsfehler in den Hintergrund gedrängt. Bezeichnen wir jenen ersten constanten Theil durch ν_0 , letzteren durch βs , so ist der mittl. Fehler $\nu = \sqrt{(\nu_0^2 + \beta^2 s^2)}$. Aus den beiden vorhin für $s = 585''$ und $s = 1692''$ abgeleiteten Werthen der entsprechenden mittl. Fehler, $\nu = 0"170$ und $\nu = 0"353$, ergibt sich $\nu_0 = 0"125$ und $\beta = 0,0001946$ oder $\beta = \frac{1}{5134}$; mithin der Ausdruck des mittleren Fehlers einer Heliumeterbeobachtung für die Entfernung s :

$$\nu = \sqrt{\left(0"0156 + \left(\frac{s}{5134}\right)^2\right)}$$

Nach dieser Formel berechnet erhalten wir z. B. folgende mittl. Fehler für die verschiedenen Entfernungen nebst den zugehörigen Werthen von λ :

der Wirklichkeit wohl fast niemals sich bestätigt, und gebe daher der oben abgeleiteten Formel $\nu = \sqrt{\left(0^{\text{m}}0156 + \left(\frac{s}{5134}\right)^2\right)}$ den Vorzug, welche zunächst für eine durch vier oder fünfmalige Wiederholung der Einstellungen erhaltene Beobachtung gilt, allein auch noch bei einer beträchtlich grösseren Anzahl der Einstellungen, selbst für kleinere Entfernungen, meistens nahe zutreffen wird.

§ 14.

Die vorhergehenden Betrachtungen werden einigermaassen geeignet sein, die Grösse der, bei heliometrischen Messungen der Entfernungen zweier Sterne, vorkommenden Fehler und das allmählige Wachsen derselben für grössere Distanzen in so weit zu beleuchten, als dies durch die seitherige Erfahrung am Königsberger Heliometer geschehen kann. Es fragt sich nun, welches die Quelle der den Entfernungen proportional wachsenden Fehler sein könne? Meiner Ansicht nach können nur die folgenden drei Ursachen vorhanden sein: 1) anomale Aenderungen in der Brennweite des Objectivs, die jedoch wohl aus physikalischen Gründen kaum annehmbar sind; 2) Unregelmässigkeiten in der durch die Schraube wirklich bewirkten Verschiebung der Objectivhälfte; 3) die Stellung des Oculars.

Was den zweiten Punkt betrifft, so lässt sich wohl schon a priori mit Gewissheit annehmen, dass die durch eine gewisse Anzahl von Umdrehungen der Schraube (stets an derselben Stelle des Index genommen), erzeugte Verschiebung niemals in aller Strenge genau dieselbe sein wird, da der von der Schraube zu überwindende Widerstand unter verschiedenen Umständen sehr verschieden sein kann. Verhärtung des Oels, Staub, durch ungleiche Ausdehnung der verschiedenen Metalle in den Theilen des Apparates entstehende Spannungen, und ähnliche Ursachen können und werden nicht ganz ohne Einfluss auf die durch die Schraube wirklich erzeugte lineare Verschiebung der Objectivhälfte sein, und bewirken, dass diese etwas um die durch Ablesung des Index gegebene Grösse variirt. Betragen diese kleinen Schwankungen für das Königsberger Heliometer im Mittel $\frac{1}{50000}$ der Verschiebung selbst, gewiss eine sehr geringe Grösse, die z. B. bei einer Entfernung von 30^{R} nur 0,00175 Pariser Linien beträgt, so würden dadurch die den Entfernungen proportional wachsenden Fehler erklärt werden können.

Die dritte Ursache der fraglichen Fehler, die vielleicht die einfachste Erklärung darbietet, auf welche auch schon *W. Struve* *) hinweist, kann in der Stellung des Oculars liegen. Wenn die beiden Objectivhälften so gestellt sind,

dass die Bilder zweier Sterne, deren Entfernung $= s$ ist, in der Brennpunktebene genau coincidiren, und das Ocular um die Grösse h von der Stellung abweicht, welche es haben muss, wenn das (als unveränderlich gedachte) Auge des Beobachters das in der Brennpunktebene Befindliche deutlich sehen soll, so sieht letzteres eine Ebene deutlich, welche die Axen der von den Objectivhälften ausgehenden Lichtkegel in zwei Punkten durchschneiden, deren Entfernung von einander $= h \sin s$ ist. Wenn also das Auge die Bilder der Sterne in die Axen der Lichtkegel selbst versetzt, so wird der Beobachter, um nun eine Coincidenz zu sehen, die Objectivhälfte noch um $h \sin s$ verschieben müssen, d. h. den Fehler $\frac{h \sin s r}{u} = \frac{h}{\varphi} s$ begehen, wenn durch φ wieder, wie oben, die Brennweite, durch u die Grösse einer Schraubenwindung, durch r ihr Winkelwerth bezeichnet wird, und h und φ in Pariser Linien ausgedrückt sind. Da für das Königsberger Heliometer $\varphi = 1134$ ist, so ist für eine Entfernung von $32^{\text{R}} = 1692^{\text{L}}$ der erzeugte Fehler $= h 1^{\text{m}}49$, mithin würde eine Verschiebung von 0,67 Linien schon einen Fehler von einer Sekunde erzeugen. Diese Fehler sind allerdings den Entfernungen proportional, aber in der hier abgeleiteten Grösse sind sie nur vorhanden, wenn das Auge des Beobachters als unfähig, sich verschiedenen Stellungen des Oculars zu accommodiren, angesehen wird. Sind die Variationen in der Stellung des Oculars nicht grösser, als dass sich das Auge ihnen ungewollt und unwillkürlich accommodirt, so müssen die Fehler natürlich kleiner ausfallen und würden sogar ganz verschwinden, wenn das Auge sich dem Ocular stets so vollständig anschmiegt, dass es nur die Bilder da auffasst, wo sie den kleinsten Durchmesser zeigen, also am schärfsten erscheinen, d. h. in der Brennpunktebene. Ich habe neuerlich versucht, diesen Einfluss der Stellung des Oculars direct durch Messungen zu prüfen, indem ich den Stern α Delphini in die Mitte des Doppelsterns γ Delphini einstellte, und das Ocular (175fache Vergrösserung, wie bei meinen Beobachtungen des *Argeland.* Sterns), nach beiden Seiten hin soweit verschob, dass die geringere Schärfe der Bilder anfang merklich zu werden; ich erhielt so folgende, auf je 6 Einstellungen beruhende Ablesungen der Schraube II., während I. auf 2,000 gestellt, und das Ocular in der Heliometeraxe befindlich war.

	I.	Schraube II. R	Entfernung. R
(1)	$h = 0,0$	117,5937	115,5937
(2)	$h = -0,33$	117,5493	115,5493
(3)	$h = +0,32$	117,6133	115,6133
(4)	$h = 0,0$	117,5883	115,5883

Es bezeichnet hier $h = 0$ die Stellung des Oculars, bei welcher mir die Bilder am deutlichsten schienen, und ein

*) *Compt. rendus* Vol. 26 pag. 71.

negativer Werth von h eine Verschiebung desselben, durch welche der Abstand zwischen Objectiv und Ocular verringert wird; die durch die Verschiebung des Oculars erzeugte Aenderung der gemessenen Distanz soll dann $= + \frac{h}{\varphi} s$ sein.

Die Beobachtung ergab also für das Herausziehen des Oculars zwischen den Messungen (2) und (3) um $0^L 65$ eine Vergrößerung der Distanz um $0,0640 = 3''38$; die Entfernung der Sterne beträgt nahezu $6120''$, erreicht also beinahe die Gränze, bei welcher Sterne durch das Königsberger Heliometer noch zur Coincidenz gebracht werden können; die Verschiebung des Oculars soll hier demnach den Fehler $h.5''39$, also für $h = 0,67$ eine Aenderung von $3''61$ erzeugen, was nahe genug mit der beobachteten Differenz übereinstimmt. Obgleich diese einzelne Beobachtung nicht hinreicht, den Einfluss der Stellung des Oculars gehörig zu ermitteln, so geht doch das Vorhandensein von Fehlern, welche aus dieser Quelle entspringen, daraus unverkennbar hervor, und wenn man auch annehmen will, dass sie durch das Accommodationsvermögen des Auges theilweise compensirt werden, so können sie doch wahrscheinlich nicht ganz aus den Beobachtungen verschwinden.

Mag nun die eine oder die andere der genannten Ursachen hauptsächlich zur Entstehung der den Entfernungen proportional wachsenden Fehler beitragen, so scheint es doch unmöglich, aus einer derselben periodische Fehler mit einiger Wahrscheinlichkeit herzuleiten, welche so beschaffen wären, dass dadurch die bei den Beobachtungen des *Argelander'schen* Sterns in den Summen der Entfernungen nachgewiesene jährliche Periode erklärt würde. Die Annahme periodischer, mit der Temperatur in keinem engen Zusammenhange stehender Aenderungen der Brennweite von der hier erforderlichen Grösse, wäre in der That eine nicht zu rechtfertigende Willkür; eine zwischen Winter und Sommer stattfindende Differenz, in der durch die Schraube bewirkten Verschiebung könnte, wenn sie Statt finden sollte, wohl nur so beschaffen sein, dass letztere im Winter wegen des grösseren Widerstandes kleiner als im Sommer, mithin die abgelesenen Entfernungen im Winter grösser als im Sommer wären, während die Beobachtungen das Gegentheil ergeben; und endlich ist auch die Voraussetzung, dass *Schlüter* und ich, beide in gleicher Weise, das Ocular um die Zeit des Wintersolstitiums durchschnittlich zu tief eingeschoben, zur Zeit des Sommersolstitiums um ebensoviel zu weit ausgezogen haben, zumal da ich, nach *Bessel's* Vorschrift, das Ocular an jedem Abende, wie es meinem Auge am besten zusagte, eingestellt habe, so ganz unwahrscheinlich, wenn nicht unmöglich, dass man wenigstens eine weit ungezwungene, und

völlig genügende Erklärung der periodischen Aenderungen durch die Annahme einer Parallaxe des Sterns a erhält.

§ 15.

Nach diesen Untersuchungen über die Fehler bei heliometrischen Messungen, kehre ich nochmals zu der Parallaxe des *Argelander'schen* Sterns zurück, um das Resultat der Heliometermessungen mit den früheren Bestimmungen zu vergleichen. Die jetzt von mir gefundene Parallaxe $0''72$, welche nicht eine Wiederlegung, sondern Vervollständigung der früher aus *Schlüter's* Beobachtungen berechneten $0''18$ ist, liegt fast genau in der Mitte zwischen den von *Faye* und *Peters* gegebenen Werthen $1''08$ und $0''226$, bietet also zwischen beiden wenigstens ein vermittelndes Resultat dar. *Faye* hat, so viel ich weiss, die Details seiner Beobachtungen und Untersuchungen bisher nicht publicirt; nach den von ihm der Pariser Akademie gemachten Mittheilungen (*Comptes rendus* Tom 23. p. 1080) ist aber die Uebereinstimmung seiner Beobachtungen mit der Theorie so bewunderungswürdig, dass, danach allein zu urtheilen, kaum noch ein Zweifel gegen die Richtigkeit der Parallaxe $1''08$ möglich ist, und dass schon in Beziehung auf astronomische Beobachtungskunst die vollständige Mittheilung der Beobachtungen gewiss von hohem Interesse gewesen wäre. Der Fall, dass bei einer astronomischen Beobachtungsreihe durch Einführung einer unbekanntenen Grösse, welche nur eine Bogensekunde beträgt, die Quadratsumme der Fehler neun und zwanzig mal kleiner als bei Vernachlässigung derselben wird, steht gewiss bisher einzig in seiner Art da, und die Beobachtungsmethode, durch welche eine solche Genauigkeit erlangt wird, verdiente gewiss die höchste Beachtung, da eine so vollständige Harmonie zwischen Theorie und Beobachtung selbst für das Heliometer als unerreichbar anzusehen ist. Unter solchen Umständen hätte es in der That nur einer Fortsetzung der Beobachtungen *Faye's* und der detaillirten Publikation seiner Beobachtungen bedurft, um die Parallaxe $1''08$ über jeden Zweifel zu erheben. Gegenwärtig, da keine der übrigen Beobachtungsreihen eine grössere oder ebenso grosse Parallaxe ergeben, und das Heliometer genügend bewiesen hat, dass eine beträchtliche Parallaxe des *Argelander'schen* Sterns nur dann möglich ist, wenn der durch a bezeichnete Vergleichstern uns noch näher steht als A , scheint die von *Faye* gefundene Zahl doch jedenfalls zu gross zu sein, was vielleicht daher rührt, dass die einzelnen Beobachtungstage zu Gruppen vereinigt sind. Wäre bei den Heliometer-Beobachtungen A nur mit a' und a'' , deren Parallaxen, wie wir gesehen, als gleich anzusehen sind, verglichen, so hätten, mit Anwendung der *Bessel'schen* Wärmeconstante, *Schlüter's* Beobachtungen die Parallaxe

von $A = 0^{\prime}75$, die meinigen $= 0^{\prime}68$ ergeben, und man würde darin eine genügende Bestätigung der merklichen Grösse dieser Parallaxe gefunden haben. Der durch Hinzuziehung des Sterns a entstandene Widerspruch der Heliometerbeobachtungen gegen *Faye's* Resultat, klärt sich nun genügend auf durch die in meinen obigen Untersuchungen so unverkennbar nachgewiesene Verschiedenheit der Parallaxe der Sterne a und a' oder a'' , und sollten die Heliometerbeobachtungen, allein betrachtet, noch Zweifel gegen die beträchtliche Parallaxe von a übrig lassen, so ist gewiss die von *Faye* angestellte Beobachtungsreihe wesentlich geeignet, die Existenz derselben im hohen Grade wahrscheinlich zu machen.

Die von *Peters* aus seinen Beobachtungen gefundene Parallaxe $0^{\prime}226$ zeigt schon durch ihren beträchtlichen wahrscheinlichen Fehler, $= \pm 0^{\prime}141$, dass eine merklich grössere sehr wohl möglich ist; die Beobachtungsreihe, aus der diese Bestimmung abgeleitet wurde, ist in der That, trotz ihrer bewunderungswürdigen Genauigkeit, nicht geeignet ein sicheres Resultat in Beziehung auf die Parallaxe zu liefern. Unter den 48 Beobachtungen sind nämlich nur zwei vorhanden, bei denen der Coefficient der Parallaxe negativ ist, und unter den 46 positiven Coefficienten liegen wiederum 41 zwischen 0,6 und 0,7, sind also so gut wie constant. Diese höchst ungünstige Vertheilung der Beobachtungen (entstanden durch die Unmöglichkeit den Stern bei Tage zu beobachten) ist die Ursache des grossen wahrsch. Fehlers der Parallaxe, und es treten dadurch in den Final-Gleichungen (*Peters*, *Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes* pag. 123) die Grössen ξ''' und γ''' wechselseitig in solche Abhängigkeit untereinander, dass nicht beide zugleich genügend bestimmt werden können.

Setzt man für ν''' , ω''' , p''' die in den §§ 70, 71, 75 der genannten Abhandlung gegebenen Werthe, und $z = 0$, so sind die Endgleichungen:

$$0 = -5,065 + 47,250 \xi''' + 26,915 \gamma'''$$

$$0 = -3,573 + 26,915 \xi''' + 18,374 \gamma'''$$

in denen γ''' die Parallaxe, ξ''' eine Correction der Declination etc. bezeichnet. Man erhält daraus $\xi''' = -0^{\prime}022$, $\gamma''' = +0^{\prime}226$, oder, wenn eine der beiden Grössen unbestimmt bleibt,

$$\gamma''' = +0^{\prime}195 - 1,465 \xi'''$$

$$\xi''' = +0,107 - 0,570 \gamma'''$$

Die aus dieser wechselseitigen Abhängigkeit entstehende Unsicherheit wird am anschaulichsten, wenn man verschiedene Werthe von γ''' den Beobachtungen anpasst, und die Quadratsumme $= \Sigma$, der übrigbleibenden Fehler aufsucht.

Setzt man nämlich

die Parallaxe $\gamma''' = 0^{\prime}226$, so ist $\xi''' = -0^{\prime}022$ und $\Sigma = 5^{\prime}98$

	0,726	-0,307	6,76
	1,080	-0,508	8,26

Man sieht also, dass selbst die Annahme der *Faye's*chen Parallaxe die kleinste Quadratsumme nur um etwas mehr als ein Drittel ihrer Grösse vermehrt, und unter den bei dieser Parallaxe übrigbleibenden Fehlern der Beobachtungen ist nur ein einziger, (Dec. 7, Fehler $= -1^{\prime}08$) welcher die Grösse einer Sekunde erreicht. Die von mir gefundene Parallaxe $0^{\prime}72$ ist offenbar noch sehr gut mit der Beobachtungsreihe von *Peters* vereinbar, und stellt dieselbe nur ganz wenig schlechter dar als die Parallaxe $0^{\prime}226$; die Aenderungen, welche die übrigbleibenden Fehler dadurch erleiden ($\Delta\nu = \Delta\xi''' + \varepsilon\Delta\gamma'''$), sind nämlich bei 42 Beobachtungen kleiner als $0^{\prime}06$, bei einer einzigen (Nov. 17, $\Delta\nu = -0^{\prime}57$) grösser als $0^{\prime}5$, und überhaupt so beschaffen, dass im Ganzen nur bei drei Beobachtungen (Nr. 23, 24, 25) der Fehler um eine Grösse geändert wird, welche den wahrsch. Fehler einer Beobachtung $= 0^{\prime}246$, übersteigt.

Es bleibt nun noch die zuletzt gemachte Bestimmung der Parallaxe des *Argelauder's*chen Sterns durch *Otto Struve* zu betrachten übrig; dieselbe gründet sich auf eine in den Jahren 1848 und 1849 angestellte Beobachtungsreihe, bei welcher A mit zwei Sternen in Declination am Filarmikrometer verglichen wurde, von denen der eine der oben durch a'' bezeichnete war. *O. Struve* giebt als das Resultat seiner Beobachtungen und Rechnungen $\pi = +0^{\prime}034 \pm 0^{\prime}029$, betrachtet aber diese Zahl nicht als eine genäherte Bestimmung des wahren Werthes der Parallaxe, weil sie nur wenig grösser ist als ihr wahrscheinlicher Fehler, sondern folgert nur aus seinen Untersuchungen, dass man 12 gegen 1 wetten könne, dass π kleiner als $0^{\prime}1$ sein müsse. Da dieser Schluss hauptsächlich auf dem berechneten wahrsch. Fehler beruht, der so oft unser Urtheil täuschen kann, so schien mir derselbe noch einer strengeren Kritik zu bedürfen, um den Werth dieses Resultates in das rechte Licht zu setzen.

Meiner Ansicht nach lassen sich hauptsächlich zwei Einwendungen gegen die Arbeit von *O. Struve* erheben, von denen die eine sich auf die Methode der Beobachtungen, die zweite auf die Behandlung derselben bezieht. *Struve* hat nämlich den festen Faden seines Mikrometers nicht genau auf den vorgehenden Stern gerichtet, sondern östlich vom Meridian etwas südlich, westlich vom Meridian etwas nördlich von demselben, und nun abgewartet, bis der Stern, dessen Bewegung vermöge der Aenderung der Refraction dem Faden nicht genau parallel war, von diesem bei seinem Hin- und Herzittern zum ersten Mal halbirt wurde. Der feste Faden ist demnach gleichsam auf die Gränze der Zone gestellt, in welcher der vorgehende Stern durch die Undulationen der Refraction hin- und herschwingt, und da der vorgehende Stern auch stets der nördlichere war, so sind östlich vom Meridian

die Deklinationsunterschiede, absolut genommen, stets zu klein, westlich vom Meridian stets zu gross gemessen; der bewegliche Faden wurde nämlich immer genau auf den folgenden Stern selbst gerichtet in dem Augenblicke, wo dieser sich in der Mitte der von ihm durch das Gesichtsfeld beschriebenen Sehne befand. Man begreift nun, dass auf diese Weise der Fehler des beobachteten Deklinationsunterschiedes von der Grösse der Undulationen abhängig ist, und da die deshalb nothwendige Correction unbekannt ist und erst aus den Beobachtungen bestimmt werden muss, so werden diese dadurch in Beziehung auf die Ermittlung der Parallaxe, wie wir so gleich sehen werden, in ihrem innersten Wesen gefährdet. *Struve* nimmt den Fehler für alle Messungen constant an, so dass er nur auf verschiedenen Seiten des Meridians entgegengesetztes Zeichen hat, obgleich es wohl mehr als wahrscheinlich ist, dass er sich sowohl mit der Höhe des Sterns als mit der Beschaffenheit der Luft ändern wird.

Der zweite Einwurf bezieht sich darauf, dass *Struve* die Messungen mit beiden Vergleichsternen zusammengezogen hat, ohne geprüft zu haben, was ein jeder derselben, für sich allein behandelt, ergiebt. Beide Beobachtungsreihen sind in so fern ganz unabhängig von einander, als bei jedem Sterne die Schraube wieder auf den Coincidenzpunkt zurückbewegt, und das Instrument fortgerückt, also wieder von vorne angefangen wurde. Ein Zusammenziehen solcher Beobachtungen kann nur dann gestattet sein, wenn dadurch wesentlich an Genauigkeit gewonnen wird, wie z. B. wenn die Differenz der Deklinationsunterschiede viel genauer ausfällt als die Unterschiede selbst, und selbst dann wäre eine getrennte Discussion nicht überflüssig gewesen, weil man ja nicht wissen kann, ob die Parallaxe der Vergleichsterne einander gleich gesetzt werden dürfen, und die relative Genauigkeit der beiden Deklinationsunterschiede hier gewiss nicht ohne weiteres einander gleich angenommen werden darf, da der eine sechs mal so gross als der andere ist, und der in Deklination entferntere Stern auch in Rectascension bedeutend weiter von *A* absteht. Ich habe deshalb die Beobachtungen einer getrennten Behandlung in Beziehung auf die beiden Vergleichsterne unterworfen und werde die Resultate meiner Rechnungen hier anführen, indem ich zugleich die von *Struve* in seiner Abhandlung gebrauchten Bezeichnungen beibehalte.

§ 16.

Der von *Struve* eingeschlagene Weg der Rechnung kommt im Wesentlichen darauf hinaus, dass nicht die Werthe von Δa und Δb selbst, sondern die Differenz dieser Deklinationsunterschiede, (ihre algebraische Summe), als das Resultat der Beobachtung eines Abends angesehen sind; er würde

vollständig mit diesem letzteren Verfahren identisch sein, wenn die Grösse $C - (\Delta ab)$ nicht im Verhältniss von 2 zu 3, sondern ganz gleich auf Δa und Δb vertheilt wäre. Die in Tableau V auf der rechten Seite des = stehenden Zahlen sind in der That nichts anderes als $\frac{1}{2}(\Delta b + \Delta a + 141''451) + \frac{1}{10}(C - (\Delta ab))$, und der zweite auf die Beobachtung von Δa gegründete Weg führt natürlich zu einem zweiten mit dem ersten völlig identischen Systeme von Bedingungsgleichungen, weil

$$\begin{aligned} \Delta b & \mp 0''085 + \frac{3}{2}(C - (\Delta ab)) + 170''940 \\ & = \Delta a \pm 0,085 - \frac{3}{2}(C - (\Delta ab)) - 29,500 \end{aligned}$$

sein muss, bietet also nur theilweise eine Controle der Rechnung dar. Die Grösse $\frac{1}{10}(C - (\Delta ab))$ beträgt im Maximum nur $0''1$ und befolgt durchaus kein Gesetz, wie es scheint; es ist daher ersichtlich, dass der Werth von π nur ganz unerheblich geändert werden kann, je nachdem man den von *Struve* eingeschlagenen Weg befolgt, oder, auf $C - (\Delta ab)$ gar keine Rücksicht nehmend, (wodurch dann zugleich die Correction $\pm 0''085$ ganz überflüssig wird), nur die Differenz der Deklinationsunterschiede unverändert, ohne diese jedenfalls sehr hypothetische Verbesserung anwendet. Meine Rechnung ergab aus den ungeänderten Werthen von $\frac{1}{2}(\Delta b + \Delta a + 141''45)$ die Parallaxe $\pi = +0''012$; was man also gegen die Zweckmässigkeit der von *Struve* seinen Beobachtungen hinzugefügten Correctionen einwenden könnte, wird deshalb gleichgültig, weil der Einfluss dieser Correctionen bei der von *Struve* gewählten Berechnungsart auf das Endresultat sehr unbedeutend ist, mithin diese selbst ziemlich gleichgültig sind.

Es ist nun aber auch in der That durchaus kein Grund für die Zusammenziehung der Beobachtungen vorhanden; vielmehr bietet der Umstand, dass zwei Vergleichsterne benutzt sind, so dass man auf zwei von einander unabhängigen Wegen zur Bestimmung von π gelangen kann, einen beträchtlichen Vortheil dar, der nicht aufgeopfert werden darf, wenn nicht wichtige Gründe das Verschmelzen beider Messungsreihen nothwendig machen. Geht man von den in Tableau IV enthaltenen, auf 1848 Sept. 20. reducirten Werthen von Δb und Δa aus, berechnet daraus für jeden Abend den Werth $\Delta b - \Delta a + 200''44$, addirt die erhaltenen Abweichungen ohne Rücksicht auf ihre Vorzeichen zusammen, so ergiebt sich die Summe = $13''4$; auf gleiche Weise erhält man die Summe der Abweichungen $\Delta b + \Delta a + 141''45 = 12''3$. Schon diese einfache Operation zeigt, dass bei *Struve's* Beobachtungen die Differenz der gemessenen Declinationsunterschiede nicht sicherer sich ergiebt als ihre Summe, was auch nicht auffallend ist, wenn man berücksichtigt, dass die Summe zur Differenz sich etwa wie 7 zu 5 verhält; und doch sollte bei einer verschwin-

dend kleinen Parallaxe die Differenz hier merklich genauer werden, indem die Verschiedenheit zwischen östlichen und westlichen Beobachtungen, wenn sie in beiden Deklinationsunterschieden gleich ist, aus den Werthen von $\Delta b + \Delta a + 141''45$ verschwunden sein muss, während sie in $\Delta b - \Delta a + 200''44$ doppelt vorkommt. Nimmt man aber, wie es *Struve* gethan, diese Verschiedenheit constant an, so kann sie auch bei einer getrennten Discussion beider Reihen mit in Rechnung gebracht werden.

Beide Grössen Δa und Δb zeigen, wenn man sie in östliche und westliche Beobachtungen trennt die erwähnte Verschiedenheit in gleichem Sinne; bei Δa sind die westlichen Werthe absolut genommen um $0''14$ bei Δb um $0''20$ grösser als die östlichen. Ich werde diese Unterschiede respective $= 2i$ und $2i'$ bezeichnen, so dass i und i' positive Zahlen sind. Bezeichnet man der Kürze wegen den Coefficienten von π durch k (+ wenn er die Deklination des *Argelander'schen* Sterns vergrössert), so erhält man folgende Form der Bedingungsgleichungen für Δa und Δb :

$$\begin{aligned}\Delta a &= +29''492 \mp i + Tdm + d\Delta a + k\pi \\ \Delta b &= -170,943 \pm i' + Tdm + d\Delta b + k\pi\end{aligned}$$

wo das obere Zeichen von i und i' für östliche, das untere für westliche Beobachtungen gilt. Es würde unzweckmässig sein, dm aus jedem Sterne allein ableiten zu wollen, da die Bewegung des Hauptsterns auf andere Weise sicherer ermittelt werden kann, und die Vergleichsterne in der Zeit von zwei Jahren keine Bewegung in Deklination gezeigt haben. Lässt man daher dm und ebenso i und i' unbestimmt, so erhält man aus Δa die Normalgleichungen

$$\begin{aligned}0 &= -0''216 - 1,00i + 1,10dm + 47,00d\Delta a + 11,48\pi \\ 0 &= -2,580 + 15,69i - 2,95dm + 11,48d\Delta a + 14,51\pi\end{aligned}$$

und aus Δb die Normalgleichungen

$$\begin{aligned}0 &= +0''009 + 1,00i' + 1,10dm + 47,00d\Delta b + 11,48\pi \\ 0 &= +2,516 - 15,69i' - 2,95dm + 11,48d\Delta b + 14,51\pi\end{aligned}$$

Die Auflösung derselben ergibt

$$\begin{aligned}\text{aus } \Delta a \dots \pi &= +0''220 - 1,362i + 0,275dm \\ \Delta b \dots \pi &= -0,215 + 1,362i' + 0,275dm\end{aligned}$$

Struve fand $dm = +0''034$; setzt man die eigene Bewegung des Sterns G in Deklination $= -5''737$, wie ich sie oben gefunden, so ist $dm = +0''045$, also der Einfluss von dm jedenfalls ganz unbedeutend; setzt man $dm = +0''04$ so werden die beiden Werthe von π

$$\begin{aligned}\text{aus } \Delta a \dots \pi &= +0''231 - 1,362i \\ \Delta b \dots \pi &= -0,204 + 1,362i'\end{aligned}$$

Man sieht hieraus wie bedeutend der Einfluss von i und i' auf die Bestimmung der Parallaxe auch dann noch ist, wenn man nur den einfachsten Fall, dass diese beiden Correctionen

constante Werthe haben annimmt. Will man nun weitergehen, so bleibt nichts anderes übrig als, wie *Struve* gethan $i = i'$ zu setzen, und den Werth von $2i$ aus der Differenz der östlich und westlich vom Meridian sich ergebenden Werthe von $\Delta b - \Delta a$ zu bestimmen; dies giebt $i = i' = 0''085$, und damit folgt:

$$\text{aus } \Delta a \dots \pi = +0''115 \quad \text{aus } \Delta b \dots \pi = -0,088.$$

Die kleine Parallaxe, welche *Struve* gefunden hat ist also nur aus der gegenseitigen Zerstörung zweier einander entgegengesetzter, mindestens um $0''2$ von einander abweichender Werthe hervorgegangen: um sie für die richtige zu halten, müsste man den für i angenommenen Werth etwa verdoppeln, woraus die Unsicherheit des Resultats schon genügend erhellt.

O. Struve glaubte ferner eine unverkennbare Verschiedenheit zwischen seinen Beobachtungen vor und nach Sept. 1848 zu bemerken. Ich erhielt nach Substitution der aus jedem für sich getrennt behandelten Systeme hervorgehenden Werthe in die Bedingungsgleichungen, (denen im Vorhergehenden gleiches Gewicht beigelegt ist), wenn $i = i' = 0''085$ beibehalten wurde, den mittleren Fehler einer Beobachtung

$$\begin{aligned}\text{vor Sept. 1848 für } \Delta b &= \pm 0''260 & \text{für } \Delta a &= \pm 0''180 \\ \text{nach } \text{---} &= \pm 0,218 & \text{---} &= \pm 0,180\end{aligned}$$

so dass allerdings für Δb eine solche Verschiedenheit zwischen den früheren und späteren Beobachtungen hervortritt, aber zugleich wird auch eine verschiedene Genauigkeit zwischen den Messungen von Δb und Δa angedeutet, welche schon von vorn herein nicht unwahrscheinlich ist, da Δb nahe sechs mal so gross als Δa ist, und der Stern b im Verhältniss wie 3:2 weiter von G entfernt ist. Die Quadratsumme der Fehler aller Messungen von Δa ist $= 1''53$, für $\Delta b = 2''75$, also das Gewichtsverhältniss nahe wie 1,8:1; es lässt sich aber in demselben Sinne noch vermehren. Während nämlich die übrigbleibenden Fehler bei Δb keine besondere Eigenthümlichkeit zeigen, tritt dagegen bei denen von Δa ein Vorherrschen des Zeichens + in der ersten Reihe und dagegen ein Uebergewicht von - in der zweiten hervor, so dass Δa bei den früheren Beobachtungen durchschnittlich etwas kleiner gefunden ist als durch die späteren. Es würde unstatthaft sein diesen Unterschied durch eine Aenderung der relativen Bewegung der Sterne G und a wegschaffen zu wollen, weil dann dm eine ganz unpassende Grösse erhielte und die Heliometerbeobachtungen die Unbeweglichkeit von a (der oben durch a'' bezeichnete Stern), genügend nachgewiesen haben. Mag nun die Ursache dieser kleinen Differenz sein, welche sie wolle, so scheint es wenigstens zweckmässig, beide Reihen von einander gesondert zu berechnen. Ich erhielt auf solche Weise, unter Beibehaltung von $i = 0''085$ und $dm = +0''040$, aus der älteren Reihe $\pi = +0''137$, aus der

späteren $\pi = +0''175$, und den Unterschied der aus beiden Reihen folgenden Werthe von Δa , den ich durch $2k$ bezeichnen will, $= 0''168$. Man kann also die Beobachtungen von Δa besser darstellen, wenn man die Unbekannte k einführt,

$$\begin{aligned} +47,00 d\Delta a + 11,48 \pi - 5,00 k &= -0''016 - i & +1,104 dm &= -0''057 \\ +11,48 d\Delta a + 14,51 \pi - 6,73 k &= -2,580 + 15,69 i - 2,95 dm &= -1,365 \\ - 5,00 d\Delta a - 6,73 \pi + 47,00 k &= -2,180 - 25,00 i + 26,60 dm &= -3,241 \end{aligned}$$

Die Werthe rechts von dem letzten $=$ sind aus der Voraussetzung $dm = +0''040$ und $i = +0''085$ hervorgegangen, und bei Anwendung derselben giebt die Auflösung der Gleichungen $k = +0''088$, $\pi = +0''157$, $d\Delta a = -0''028$; die Quadratsumme der Fehler wird durch Substitution dieser Werthe bis auf $1''17$ verringert, so dass das frühere Gewichtsverhältniss sich nun in $2,35:1$ verwandelt, woraus genügend hervorgeht, dass die Beobachtungen von Δa als merklich genauer anzusehen sind, am wenigsten aber ohne Weiteres, wie *Struve* gethan, mit denen von Δb zusammengeworfen werden können.

Fassen wir nun die vorhergehenden Untersuchungen kurz zusammen, so ergibt sich, abgesehen von den Mängeln, welche die Beobachtungen wegen der befolgten Messungsmethode höchst wahrscheinlich haben müssen, aus den vorliegenden abgeschlossenen Beobachtungen Folgendes:

1) Wenn man die Beobachtungen ohne Zuziehung irgend einer hypothetischen Correction berechnet, so ergeben die beiden Vergleichsterne zwei einander widersprechende, nahe gleich grosse Werthe von π , welche um $0''43$ von einander abweichen, und zwar giebt der günstiger gelegene Stern α die positive Parallaxe $0''23$.

2) Dieser Widerspruch wird etwas gemildert durch die Annahme einer constanten, für beide Sterne gleichen, Verschiedenheit zwischen östlichen und westlichen Beobachtungen, jedoch werden die Beobachtungen von α dadurch nicht besser dargestellt; die beiden Werthe von π differiren dann um $0''20$.

3) Die Messungen von Δa zeigen sich entschieden genauer als die von Δb , und diese Gewichtsverschiedenheit wird noch erhöht, wenn man die ältere und neuere Reihe der Messungen von Δa für sich getrennt behandelt, oder, was auf dasselbe hinauskommt, eine kleine constante Verschiedenheit zwischen beiden Reihen in die Rechnung einführt; der auf diese Weise aus Δa folgende Werth von π hat dann ein Gewicht, welches mehr als doppelt so gross ist, als das Gewicht des aus Δb folgenden Werthes; man erhält nämlich:

$$\begin{aligned} & \text{wahrsh. Fehl. einer Beob.} \\ \text{aus } \Delta a \quad \pi &= +0''157 \pm 0''033 \dots\dots\dots = \pm 0''110 \\ \Delta b \quad \pi &= -0,088 \pm 0,049 \dots\dots\dots = \pm 0,167 \end{aligned}$$

so dass durch das Zusammenziehen beider Resultate doch noch $\pi = +0''08$ sich ergeben würde, mit dem wahrscheinl.

so dass der Coefficient derselben für die ältere Reihe $= -1$, für die spätere $= +1$ ist; ich setze die auf diese Weise hervorgehenden Normalgleichungen für die Beobachtungen von Δa vollständig hierher:

Fehler $\pm 0''027$: letzterer hat hier jedoch kaum noch einen Sinn, da die Differenz der beiden Werthe von π nahe 10 mal so gross ist als dieser wahrscheinl. Fehler, der natürlich mit jener Differenz in gar keinem näheren Zusammenhange steht.

Aus diesen Untersuchungen scheint mir genügend hervorzugehen, dass der von *Otto Struve* aus seinen Beobachtungen gezogene Schluss .. „que la parallaxe ne s'élève point à $0''1$... und qu'on peut parier 12 contre 1 quelle n'atteint pas cette valeur...“ nicht als das Resultat derselben angesehen werden kann, wenn man nicht etwa die ungleiche Genauigkeit der Messungen von Δa und Δb , und die beträchtliche Differenz der beiden daraus folgenden Werthe von π für bedeutungslos halten will. Sollen beide Vergleichsterne zu einem Resultate vereinigt werden, so ergeben die Beobachtungen, dass die Parallaxe von G um $0''04$ grösser ist als das Mittel der Parallaxen von a und b , und man könnte nun die Verschiedenheit der beiden Werthe von π auch hier durch eine Verschiedenheit der Parallaxen von a und b erklären, allein es fehlt hier die Möglichkeit diese Verschiedenheit durch Untersuchung der Grösse $\Delta b - \Delta a$ zu prüfen oder zu bestätigen, weil dabei das von *Struve* als nothwendig angenommene Vorhandensein der von mir durch i bezeichneten Correction, kein anderes als ein ganz willkürliches und jedenfalls höchst zweifelhaftes Resultat finden lässt, welches wenigstens nicht geeignet sein dürfte, das aus den weit zahlreicheren Heliometerbeobachtungen hervorgehende zu widerlegen.

Ich habe es für nothwendig gehalten diese Bemerkungen über die älteren Bestimmungen der Parallaxe des *Argelander*-schen Sterns hinzuzufügen, theils weil meiner Meinung nach eine möglichst sorgfältige Kritik der Beobachtungen und der daraus folgenden Resultate kaum irgendwo nothwendiger ist, als bei Untersuchungen über die Parallaxe der Fixsterne, da es sich nicht allein um die Bestimmung der Entfernung derselben handelt, sondern auch um die Frage, ob die heutige Beobachtungskunst diesem Probleme bereits gewachsen ist, und welche Beobachtungsmethode die sichersten Resultate liefert, theils weil durch die Darlegung einer neuen Beobachtungsreihe nebst ihrem Resultate im Ganzen wenig gewonnen wird, wenn sich nicht zugleich eine kritische Vergleichung, wozu nicht jeder Leser Zeit und Lust hat, daranknüpft. Ohne behaupten zu wollen, dass die aus den Heliometerbeobachtungen

abgeleitete Parallaxe des *Argelander'schen* Sterns = 0"72 schon so nahe richtig sein müsse, dass sie nur unbedeutende Verbesserungen in Zukunft erleiden könne, glaube ich doch, dass sie gegenwärtig als die sicherste und demnach beste der vorhandenen Bestimmungen angesehen werden darf, und wenigstens so lange als nahezu richtig angesehen werden muss, so lange es nicht möglich ist, die sich daran knü-

pfende beträchtliche Parallaxe des durch *a* bezeichneten Vergleichsterns = 1"17 durch andere unzweifelhafte Beobachtungen vollständig zu widerlegen.

Königsberg, im October 1852.

M. Wichmann.

Oppositions - Ephemeride der Parthenope,
für 12^h mittlere Zeit Berlin.

1853	R. A. in Zt.	Diff.	Decl.	Diff.	log. Δ	1853	R. A. in Zt.	Diff.	Decl.	Diff.	log. Δ
Janr. 16,5	9 ^h 46' 12"	-41"	+14° 39' 4	+5' 4	0,2454	Febr. 5,5	9 ^h 29' 20"	-57"	+16° 40' 6	+6' 3	0,2307
17,5	45 31	42	44,8	5,5	0,2440	6,5	28 23	58	46,9	6,3	0,2308
18,5	44 49	43	50,3	5,5	0,2427	7,5	27 25	59	53,2	6,3	0,2309
19,5	44 6	45	55,8	5,7	0,2414	8,5	26 26	58	59,5	6,2	0,2311
20,5	43 21	45	+15 1,5	5,8	0,2402	9,5	25 28	58	+17 5,7	6,2	0,2313
21,5	42 36	47	7,3	5,9	0,2391	10,5	24 30	58	11,9	6,2	0,2317
22,5	41 49	48	13,2	6,0	0,2381	11,5	23 32	58	18,1	6,1	0,2321
23,5	41 1	49	19,2	6,0	0,2371	12,5	22 34	57	24,2	6,0	0,2325
24,5	40 12	51	25,2	6,1	0,2362	13,5	21 37	58	30,2	5,9	0,2331
25,5	39 21	51	31,3	6,1	0,2353	14,5	20 39	56	36,1	5,9	0,2337
26,5	38 30	51	37,4	6,2	0,2345	15,5	19 43	57	42,0	5,8	0,2344
27,5	37 39	53	43,6	6,2	0,2338	16,5	18 46	56	47,8	5,7	0,2352
28,5	36 46	54	49,8	6,3	0,2331	17,5	17 50	55	53,5	5,6	0,2361
29,5	35 52	54	56,1	6,3	0,2326	18,5	16 55	55	59,1	5,6	0,2370
30,5	34 58	55	+16 2,4	6,4	0,2321	19,5	16 0	54	+18 4,7	5,4	0,2379
31,5	34 3	56	8,8	6,4	0,2317	20,5	15 6	53	10,1	5,4	0,2390
Febr. 1,5	33 7	56	15,2	6,3	0,2313	21,5	14 13	52	15,5	5,2	0,2401
2,5	32 11	56	21,5	6,4	0,2311	22,5	13 21	51	20,7	5,1	0,2413
3,5	31 15	57	27,9	6,3	0,2309	23,5	12 30	51	25,8	5,0	0,2425
♂ 4,5	30 18	-58	34,2	+6,4	0,2308	24,5	11 39	-49	30,8	+4,8	0,2438
5,5	9 29 20		+16 40,6		0,2307	25,5	9 10 50		+18 35,6		0,2452

Parthenope, welche sich im Aphel befindet, wird die Lichtstärke 0,60 haben, also kaum 10. Grösse sein.

Bilk 1853, Januar 7.

R. Luther.

Kreismikrometer - Beobachtungen auf der Bilkster Sternwarte.

Calliope.

	M. Zt. Bilk.	Sch. R. A.	Sch. Decl.	Stern.	Gr.	Scheinb. Ort.	
1852 Nov. 28	8 ^h 7' 43"7	75° 39' 46"7	+25° 22' 54"5	10 Vergl.	<i>a</i> (9)	76° 44' 7"2 +25° 11' 8"9	Bes. Z. 521.

Lutetia.

1852 Dec. 3	8 49 22,3	37 34 10,5	+12 20 22,1	3 „	<i>a</i> (9)	38 4 7,4	+12 15 44,0	B. Z. 126.
11	6 49 49,0	36 44 50,9	+12 20 50,1	10 „	<i>a</i> (9)	7,2	43,8	—

Bilk 1852, Dec. 17.

R. Luther.