

# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 55.

### 1. *Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie;* *von A. Einstein.*

Eine Reihe von Publikationen der letzten Zeit, insbesondere die neulich in diesen Annalen 53. Heft 16 erschienene scharfsinnige Arbeit von Kretschmann, veranlassen mich, nochmals auf die Grundlagen der allgemeinen Relativitätstheorie zurückzukommen. Dabei ist es mein Ziel, lediglich die Grundgedanken herauszuheben, wobei ich die Theorie als bekannt voraussetze.

Die Theorie, wie sie mir heute vorschwebt, beruht auf drei Hauptgesichtspunkten, die allerdings keineswegs voneinander unabhängig sind. Sie seien im folgenden kurz angeführt und charakterisiert und hierauf im nachfolgenden von einigen Seiten beleuchtet:

a) *Relativitätsprinzip*: Die Naturgesetze sind nur Aussagen über zeiträumliche Koinzidenzen; sie finden deshalb ihren einzig natürlichen Ausdruck in allgemein kovarianten Gleichungen.

b) *Äquivalenzprinzip*: Trägheit und Schwere sind wesensgleich. Hieraus und aus den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie folgt notwendig, daß der symmetrische „Fundamentaltensor“ ( $g_{\mu\nu}$ ) die metrischen Eigenschaften des Raumes, das Trägheitsverhalten der Körper in ihm, sowie die Gravitationswirkungen bestimmt. Den durch den Fundamentaltensor beschriebenen Raumzustand wollen wir als „*G*-Feld“ bezeichnen.

c) *Machsches Prinzip*<sup>1)</sup>: Das *G*-Feld ist *restlos* durch die Massen der Körper bestimmt. Da Masse und Energie nach

1) Bisher habe ich die Prinzipie a) und c) nicht auseinandergelassen, was aber verwirrend wirkte. Den Namen „Machsches Prinzip“ habe ich deshalb gewählt, weil dies Prinzip eine Verallgemeinerung der Machschen Forderung bedeutet, daß die Trägheit auf eine Wechselwirkung der Körper zurückgeführt werden müsse.

den Ergebnissen der speziellen Relativitätstheorie das Gleiche sind und die Energie formal durch den symmetrischen Energietensor ( $T_{\mu\nu}$ ) beschrieben wird, so besagt dies, daß das  $G$ -Feld durch den Energietensor der Materie bedingt und bestimmt sei.

Zu a) bemerkt Hr. Kretschmann, das so formulierte Relativitätsprinzip sei keine Aussage über die physikalische Realität, d. h. über den *Inhalt* der Naturgesetze, sondern nur eine Forderung bezüglich der mathematischen *Formulierung*. Da nämlich die gesamte physikalische Erfahrung sich nur auf Koinzidenzen beziehe, müsse es stets möglich sein, Erfahrungen über die gesetzlichen Zusammenhänge dieser Koinzidenzen durch allgemein kovariante Gleichungen darzustellen. Er hält es deshalb für nötig, einen anderen Sinn mit der Relativitätsforderung zu verbinden. Ich halte Hrn. Kretschmanns Argument für richtig, die von ihm vorgeschlagene Neuerung jedoch nicht für empfehlenswert. Wenn es nämlich auch richtig ist, daß man jedes empirische Gesetz in allgemein kovariante Form muß bringen können, so besitzt das Prinzip a) doch eine bedeutende heuristische Kraft, die sich am Gravitationsproblem ja schon glänzend bewährt hat und auf folgendem beruht. Von zwei mit der Erfahrung vereinbarten theoretischen Systemen wird dasjenige zu bevorzugen sein, welches vom Standpunkte des absoluten Differentialkalküls das einfachere und durchsichtigere ist. Man bringe einmal die Newtonsche Gravitationsmechanik in die Form von absolut kovarianten Gleichungen (vierdimensional) und man wird sicherlich überzeugt sein, daß das Prinzip a) diese Theorie zwar nicht theoretisch, aber praktisch ausschließt!

Das Prinzip b) hat den Ausgangspunkt der ganzen Theorie gebildet und erst die Aufstellung des Prinzipes a) mit sich gebracht; es kann sicherlich nicht verlassen werden, solange man am Grundgedanken des theoretischen Systems festhalten will

Anders ist es mit dem „Machschen Prinzip“ c); die Notwendigkeit, an diesem festzuhalten, wird keineswegs von allen Fachgenossen geteilt, ich selbst aber empfinde seine Erfüllung als unbedingt notwendig. Nach c) darf gemäß den Gravitationsfeldgleichungen kein  $G$ -Feld möglich sein ohne Materie. Das Postulat c) hängt offenbar aufs engste mit der Frage nach der zeiträumlichen Struktur des Weltganzen zusammen; denn an

der Erzeugung des  $G$ -Feldes werden alle Massen der Welt teilhaben.

Als allgemein kovariante Feldgleichungen der Gravitation hatte ich zunächst vorgeschlagen

$$(1) \quad G_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T),$$

wobei zur Abkürzung

$$G_{\mu\nu} = \sum_{\sigma\tau} g^{\sigma\tau} (u_{\sigma} \cdot \tau \nu)$$

gesetzt ist. Diese Feldgleichungen erfüllen aber das Postulat c) nicht; denn sie lassen die Lösung zu

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \text{konst. (für alle } \mu \text{ und } \nu), \\ T_{\mu\nu} &= 0 \quad (\text{für alle } \mu \text{ und } \nu). \end{aligned}$$

Nach den Gleichungen (1) wäre also im Widerspruch mit dem Machschen Postulat ein  $G$ -Feld denkbar ohne jede erzeugende Materie.

Das Postulat c) wird aber — soweit meine bisherige Einsicht reicht — erfüllt durch die aus (1) durch Hinzufügung des „ $\lambda$ -Gliedes“ gebildeten Feldgleichungen<sup>1)</sup>

$$(2) \quad G_{\mu\nu} - \lambda g_{\mu\nu} = -\kappa(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T).$$

Ein singularitätenfreies Raum-Zeit-Kontinuum mit überall verschwindendem Energietensor der Materie scheint es nach (2) nicht zu geben. Die einfachste nach (2) denkbare Lösung ist eine statische, in den räumlichen Koordinaten sphärische bzw. elliptische Welt mit gleichmäßig verteilter, ruhender Materie. Man kann sich so aber nicht nur eine Welt *gedanklich konstruieren*, welche dem Machschen Postulat entspricht; man kann sich vielmehr vorstellen, daß unsere wirkliche Welt durch die eben genannte sphärische approximiert wird. In unserer Welt ist zwar die Materie nicht gleichmäßig verteilt, sondern in einzelnen Himmelskörpern konzentriert, nicht ruhend, sondern in (gegen die Lichtgeschwindigkeit langsamer) relativer Bewegung begriffen. Aber es ist sehr wohl möglich, daß die mittlere, („natürlich gemessene“) räumliche Dichte der Materie,

1) Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. Berl. Ber. 1917, S. 142.

genommen für Räume, die sehr viele Fixsterne umspannen, eine nahezu konstante Größe in der Welt ist. In diesem Falle *müssen* die Gleichungen (1) durch ein Zusatzglied vom Charakter des  $\lambda$ -Gliedes ergänzt werden; es muß dann die Welt in sich geschlossen sein, und ihre Geometrie weicht von der eines sphärischen bzw. elliptischen Raumes nur wenig und nur lokal ab, wie etwa die Gestalt der Erdoberfläche von der eines Ellipsoides abweicht.

(Eingegangen 6. März 1918.)

---