

**9. Zur Diskussion
der Hupkaschen Versuche über die träge Masse
bewegter Elektronen;
von W. Heil.**

In meiner „Diskussion der Versuche über die träge Masse bewegter Elektronen“ bin ich zu dem Schlusse gelangt, daß mit den Hupkaschen Messungen weder die Relativtheorie noch die Kugeltheorie vereinbar sei. Die *damals* gefundene Differenz zwischen Theorie und Beobachtung hat jedoch inzwischen ihre volle Aufklärung gefunden.

Meine Rechnungsergebnisse stützten sich in erster Linie auf die Dimensionen der Fig. 2 in der Hupkaschen Publikation. Ich hielt diese Figur für eine getreue Kopie des von Hrn. Hupka benutzten Apparates und hatte dazu auch die ausreichendsten Gründe:

Zunächst steht auf p. 186 der Hupkaschen Annalenabhandlung wörtlich der Satz:

„Die Einzelheiten des Entladungsrohres, *besonders die Dimensionen der verschiedenen Teile*, sind aus Fig. 2 zu ersehen.“

Sodann wurde auf p. 202 und 203 mit diesen Dimensionen, wenn auch nur zu Fehlerabschätzungen, zahlenmäßig gerechnet.

Besonders aber hat Hr. Hupka selbst mich gelegentlich einer Anfrage nach den Dimensionen seines Apparates auf die Fig. 2 verwiesen, der ein verkleinerter Maßstab beigegeben sei.

Ich hatte daher nicht den geringsten Grund daran zu zweifeln, daß die sich aus dieser Figur ergebenden Dimensionen des Apparates immerhin so genau seien, wie bei einer Dimensionsbestimmung etwa mit einem gewöhnlichen Strichmaßstab erwartet werden kann. Zur Deutung meiner Resultate zugunsten der Theorien hätte aber der Apparat in einzelnen Teilen um ganze Zentimeter von den Dimensionen der Figur verschieden sein müssen.

Ich war daher nicht wenig erstaunt, als ich vor kurzem von Hrn. Hupka die Mitteilung erhielt, daß die Fig. 2 nur

ein Abdruck der für den Glasbläser bestimmten Zeichnung sei, und daß in Wirklichkeit mit *zwei* Apparaten gearbeitet wurde, die sich sowohl untereinander als auch gegenüber der Figur in einzelnen Dimensionen um mehrere Zentimeter unterscheiden. Mit welchem von beiden Apparaten jeweils die einzelnen Messungsreihen ausgeführt worden seien, darüber wären keine Notizen gemacht worden.

Bezeichnet man mit a , b und p die Abstände der Anode A , des Diaphragmas D und des Phosphoreszenzschirmes P von der Kathode und mit d den Durchmesser des Phosphoreszenzschirmes, so ergibt sich für die

I. Röhre: $a = 4,6$, $b = 8,1$, $p = 21,5$ und $d = 7,3$ cm.

II. Röhre: $a = 2$, $b = 8,6$, $p = 23,8$ „ $d = 5,6$ „ .

Fig. 2: $a = 3,5$, $b = 7$, $p = 22,3$ „ $d = 6$ „ .

Die auf Grund der neuen Zahlenwerte vorgenommene Wiederholung meiner Berechnungen ergab jetzt für die

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} \text{I. Röhre} \\ y_1 = \frac{J\sqrt{\eta_0 \cdot 10^{-7}}}{\sqrt{P}} [1,20494] + \frac{\eta_0 \cdot 10^{-7}}{C_\beta} [0,47264] \\ \quad + \left(\frac{\eta_0 \cdot 10^{-7}}{C_\beta}\right)^3 [0,86499 - 2] + \left(\frac{\eta_0 \cdot 10^{-7}}{C_\beta}\right)^3 [0,403 - 3] \\ \text{und für die} \\ \text{II. Röhre} \\ y_1 = \frac{J\sqrt{\eta_0 \cdot 10^{-7}}}{\sqrt{P}} [1,37757] + \frac{\eta_0 \cdot 10^{-7}}{C_\beta} [0,63019] \\ \quad + \left(\frac{\eta_0 \cdot 10^{-7}}{C_\beta}\right)^3 [0,08397 - 1] + \left(\frac{\eta_0 \cdot 10^{-7}}{C_\beta}\right)^3 [0,640 - 3]. \end{array} \right.$$

Die eckigen Klammern enthalten die Logarithmen der Koeffizienten.

Bevor ich von den Formeln (1) weiter Gebrauch mache, möchte ich noch zur Frage des Magnetfeldes und der kleinsten und größten magnetischen Ablenkung Stellung nehmen.

Aus der Form, in der mir das Magnetfeld übergeben wurde, mußte ich den Eindruck gewinnen, daß das Magnetfeld, wenn auch nicht den Charakter einer Präzisionsmessung besitzt, so doch mit solcher Sorgfalt bestimmt worden ist, daß es dem wahren Sachverhalt ziemlich nahe kommt.

Was die größte und kleinste magnetische Ablenkung anlangt, so stehe ich nach wie vor auf dem Standpunkt, daß 15 und 30 mm die tatsächlichen Grenzen des Gebietes sind, in dem Beobachtungen angestellt wurden. Zur Begründung dieses Standpunktes läßt sich eine rein sachliche Überlegung anstellen, wenn ich auch hinzuzufügen habe, daß ich selbst nicht erst durch diese Überlegung zu meiner Überzeugung gelangt bin.

Man setze in den Formeln (1)

$$C_{\beta} = \frac{\Phi_{\beta}}{J}.$$

J bezeichnet den Magnetstrom und Φ_{β} eine für die Theorien charakteristische Funktion von β .

Berücksichtigt man zunächst nur die beiden ersten Glieder der Formeln (1), so erkennt man, daß sich die magnetischen Ablenkungen bei konstanter Potentialdifferenz, d. h. bei konstanter Geschwindigkeit β , sowohl unabhängig von den Theorien als auch unabhängig von irgend einer Apparatkonstanten wie die Magnetströme verhalten. Das heißt:

$$\left(\frac{y'}{y''} = \frac{J'}{J''} \right)_{P = \text{const.}}$$

Bezeichnet man den Quotienten J'/J'' mit α und berücksichtigt man noch das *dritte Glied* der Formeln (1), so ergibt sich:

$$(2) \quad \frac{y'}{y''} = \alpha,$$

vermindert um ein gegen α kleines Korrektionsglied von der Größe:

$$\frac{\alpha(1-\alpha^2)}{(C_{\beta}'')^2} \cdot A.$$

Hierin bezeichnet A eine Größe, die nur von η_0 und den Apparatkonstanten abhängig ist. Das vierte Glied der Formeln (1) kommt wegen seiner Kleinheit für diese Überlegung nicht in Betracht. Die in den Formeln (17) meiner Diskussion und den obigen Formeln (1) enthaltenen Koeffizienten entsprechen zweifellos wenigstens ihrer Größenordnung nach dem wahren Sachverhalt, so daß A rund von der Größenordnung $8 \cdot 10^{-2}$ anzusetzen ist.

Die Formel (2) gilt natürlich auch für $y_{\min.}$ und $y_{\max.}$ und lautet für diesen Spezialfall:

$$\frac{y_{\min.}}{y_{\max.}} = \alpha - \frac{\alpha(1 - \alpha^2)}{C_{\beta \min.}^2} \cdot A,$$

(denn dem $y'' = y_{\max.}$ entspricht $C_{\beta''} = C_{\beta \min.}$).

Es werde nun einmal angenommen, die Werte 15 und 30 mm wären die tatsächlichen Werte der kleinsten und größten beobachteten magnetischen Ablenkungen. Dann müßte

$$\alpha - \frac{\alpha(1 - \alpha^2)}{C_{\beta \min.}^2} A = \frac{y_{\min.}}{y_{\max.}} = 0,5000$$

sein. Es ist

$$\alpha = \left(\frac{J_{\text{aus Tab. I}}}{J_{\text{aus Tab. VIII}}} \right) \text{ für } P = \text{const.}$$

So ergibt sich z. B.:

für $P = 47930$

$$J' = 0,11517$$

(vgl. Tab. I, Hupka, Annalen-Abh.),

$$J'' = 0,22682$$

(aus Tab. VIII durch einfache Interpolation streng bestimmbar),

$$\alpha = \underline{0,5077};$$

für $P = 59800$

$$J' = 0,12935, \quad J'' = 0,25481 \text{ (strenger Wert),}$$

$$\alpha = \underline{0,5076};$$

für $P = 42130$

$$J' = 0,10768, \quad J'' = 0,21218,$$

$$\alpha = \underline{0,5075}.$$

Nimmt man $C_{\beta \min.}$ rund gleich 2 an, so ergibt sich als Korrektion an α

$$- 0,0075.$$

Es ist daher

$$\alpha - \frac{\alpha(1 - \alpha^2)}{C_{\beta \min.}^2} A,$$

ebenfalls gleich

$$0,5000$$

und zwar genau bis auf mindestens 4 Promille. Die Übereinstimmung mit dem empirischen Wert 0,5000 ist eine so vor-

zügliche, daß ich nicht umhin kann, die Grenzwerte 15 und 30 mm sogar bis auf mindestens $\frac{1}{2}$ Proz. als genau zu betrachten. Für die folgenden Untersuchungen ist diese Genauigkeit aber nicht einmal erforderlich.

Tabelle I.

Die berechneten kleinsten und größten magnetischen Ablenkungen.

Aus der Hupkaschen Tabelle	C_β	I. Röhre .				II. Röhre
		$\eta_0 = 1,77 \times 10^7$		$\eta_0 = 1,84 \times 10^7$		$\eta_0 = 1,77 \times 10^7$
		Magnetische Ablenkung y_1	Prozentische Abweichung von den Grenzen 15 u. 30 mm	y_1	Prozentische Abweichung von den Grenzen 15 u. 30 mm	y_1

Relativtheorie

VIII	1,9577	27,62 mm größte Abl.	8 Proz.	28,16	6 Proz.	—
I	3,8583	13,80 mm kleinste Abl.	8 „	14,08	6 „	19,86 kleinste Abl.

Kugeltheorie

VIII	1,9462	27,79 mm größte Abl.	7,5 Proz.	28,34	5,5 Proz.
I	3,8509	13,83 mm kleinste Abl.	7,5 „	14,15	5,5 „

Aus Tab. I ergibt sich, daß die für die II. Röhre aus der Relativtheorie berechnete kleinste magnetische Ablenkung 19,86 mm beträgt bei zugrunde gelegtem $\eta_0 = 1,77 \cdot 10^7$, d. h.:

Die für die II. Röhre berechnete kleinste magnetische Ablenkung ist um mehr als 30 Proz. größer als der beobachtete Wert 15 mm. Die Abweichung ist für die Kugeltheorie noch bedeutender. Wollte man daran festhalten, daß die kleinsten Ablenkungen auch mit der II. Röhre gemacht sein können, so ist die obige enorme Abweichung durch nichts zu erklären, nicht einmal durch den etwaigen Einwand, das Magnetfeld sei nur provisorisch bestimmt worden.

Vergleicht man dagegen, daß sich für die I. Röhre für die kleinsten berechneten Ablenkungen die Werte $14,08_{\eta_0 = 1,84 \cdot 10^7}$

bzw. $13,80_{\eta_0 = 1,77 \cdot 10^7}$ mm ergeben, also Werte, die sich nur um 6 bzw. 8 Proz. vom beobachteten Werte 15 mm unterscheiden, so kommt man zu dem Schlusse, daß die kleinsten Ablenkungen (15 mm Ablenkungen) überhaupt *nur* mit der I. Röhre gemacht sein können.

Die II. Röhre besaß einen Radius von 2,8 cm. Es konnten folglich mit dieser Röhre *auch die 30 mm* Ablenkungen *nicht* gemacht worden sein. Für die I. Röhre ergaben sich durch Rechnung für die größten magnetischen Ablenkungen wiederum Werte, die um 6 bzw. 8 Proz. von dem beobachteten Wert 30 mm abweichen. Diese Übereinstimmung der prozentischen Abweichungen bei der I. Röhre von den Grenzen 15 und 30 mm war nach den Ausführungen auf p. 405 und 406 natürlich zu erwarten.

Fast dieselben Verhältnisse ergaben sich für die Kugeltheorie.

Tabelle II.

Die aus der Hupkaschen Tab. VIII berechneten magnetischen Ablenkungen für $\varepsilon/\mu_0 = 1,77 \cdot 10^7$.

P	y_1 Konstante Masse in cm	y_1 Kugeltheorie in cm	y_1 Relativtheorie in cm
35540	2,8097	2,7698	2,7620
37880	2,8134	2,7710	2,7613
40200	2,8150	03	2,7594
42230	2,8207	35	2,7621
44500	2,8238	41	22
47860	2,8271	32	09
50370	2,8296	28	00
52550	2,8327	40	00
54430	2,8376	68	22
56450	2,8396	60	15
58700	2,8423	60	12
60160	2,8448	71	15
61650	2,8471	78	17
65000	2,8513	84	13
66880	2,8532	79	08
67850	2,8561	94	22
70020	2,8582	93	16

Tabelle III.

Die aus der Hupkaschen Tab. I berechneten magnetischen Ablenkungen ($\eta_0 = 1,77 \cdot 10^7$).

P	y_1 Konstante Masse in cm	y_1 Kugeltheorie in cm	y_1 Relativtheorie in cm
17430	1,3920	1,3832	1,3804
19310	1,3934	30	04
20960	1,3944	31	02
23340	1,3961	34	03
24710	1,3971	35	05
26520	1,3984	41	05
29560	1,4005	44	05
30450	1,4009	48	03
32540	1,4022	49	03
36130	1,4047	52	05
38160	1,4060	55	07
40000	1,4072	58	07
42130	1,4087	60	06
44170	1,4098	60	04
46010	1,4115	65	07
47930	1,4126	66	07
49920	1,4143	72	13
51980	1,4155	74	07
53500	1,4162	73	03
55460	1,4178	75	07
57760	1,4192	77	05
59800	1,4221	78	04
62320	1,4223	87	08
66410	1,4251	89	10

Die Fig. 1 und 2, welche die Ergebnisse der Tab. II und III darstellen, zeigen deutlich, daß die der Annahme konstanter Masse, der Kugeltheorie und der Relativtheorie angehörigen Punkte (y_1, P) sich wenigstens in dem von Hrn. Hupka beobachteten Teil des Geschwindigkeitsbereiches geraden Linien ziemlich eng anschmiegen und daß sich diese Geraden, nach dem Ende kleinerer Potentialdifferenzen hin verlängert, schließlich für $P = 0$ so gut wie genau in einem Punkte schneiden: In Fig. 1 im Punkte $P = 0$ und im Mittel-

wert aller y_1 (Relativtheorie), nämlich $y_1 = 27,618$. In Fig. 2 im Punkte $P = 0$ und $y_1 = 13,806$ (Mittelwert, Relativtheorie).

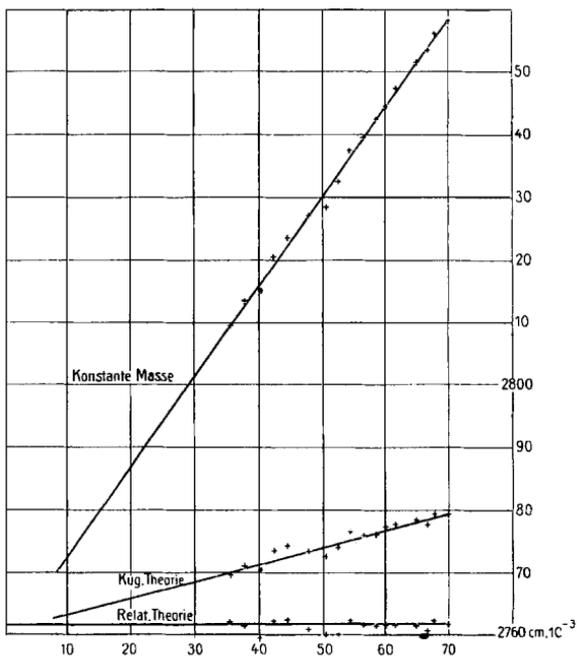


Fig. 1.

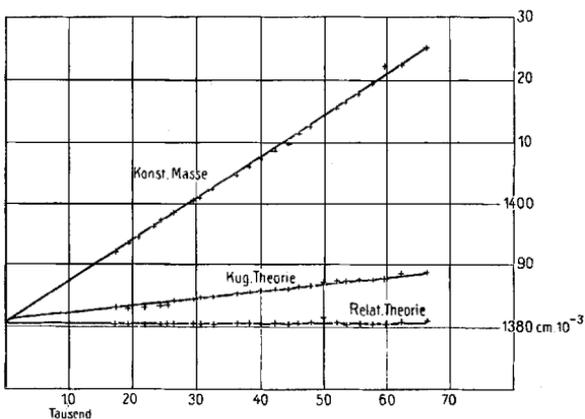


Fig. 2.

Folgende zusammenfassende Darstellung der Sachlage dürfte daher viel Wahrscheinlichkeit für sich beanspruchen:

Die Grenzwerte 15 und 30 mm sind die tatsächlichen Grenzen des Intervalles, in dem Beobachtungen angestellt worden sind. Die Grenzbeobachtungen selbst sind mit der I. Röhre gemacht worden. Die für beide Theorien aus den Dimensionen dieser Röhre berechneten Werte für die größten und kleinsten magnetischen Ablenkungen weichen von den Werten 15 und 30 mm um ca. 8 Proz. ab, wenn für η_0 die Zahl $1,77 \cdot 10^7$ um ca. 6 Proz. wenn für η_0 die Zahl $1,84 \cdot 10^7$ zugrunde gelegt wird. Diese Abweichungen sind zwar wesentlich geringer als diejenigen, welche sich aus den früheren Berechnungen ergeben haben, aber doch immerhin noch sehr beträchtlich. Aber aus dem Umstande, daß nicht einmal die aus der Annahme konstanter Masse berechnete Kurve ($y_1 P$) sich mit abnehmender Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen dem beobachteten Werte $y_1 = 15$ bzw. $y_1 = 30$ mm nähert, geht hervor, daß diese Abweichungen schwerlich den in Frage stehenden Theorien zugeschrieben werden können. Sie sind vielmehr aus irgend einer Apparatkonstanten herzuleiten, deren genaue Bestimmung aus Mangel an den dazu erforderlichen Präzisionsbeobachtungen nicht möglich war. Man wird gewiß nicht fehl gehen, wenn man dem Magnetfeld und seiner Orientierung in bezug auf den Apparat die gefundene Differenz zwischen Berechnung und Beobachtung zuschreibt.

In meiner Diskussion bin ich ferner zu dem Schlusse gelangt, daß bei den Hupkaschen Messungen die Feststellung des Unterschiedes in der Leistungsfähigkeit der beiden Theorien hart an der Grenze der Ausführbarkeit lag. Bei dieser Schlußfolgerung stützte ich mich auf die in der Hupkaschen Arbeit enthaltene Mitteilung, wonach „nicht anzunehmen ist, daß der Fehler bei den Potentialmessungen $\frac{1}{4}$ Proz. übersteigt“ und auf das Ergebnis einer von mir ausgeführten Berechnung, aus welcher hervorging, daß die Deutung der Ablenkungsversuche zugunsten der Kugeltheorie in den Potentialmessungen einen Fehler von in einigen Fällen weniger als $\frac{1}{4}$ Proz. im ungünstigsten Falle aber weniger als $\frac{1}{2}$ Proz. erfordert.

Nach Hrn. Hupka ist zur Deutung der Ablenkungsversuche zugunsten der Kugeltheorie aber ein Fehler von ca. 1 Proz. oder 800 Volt erforderlich. Wie mir Hr. Hupka kürzlich mitteilte, ist unter der Korrektur der Potentialdifferenz um 1 Proz. folgendes zu verstehen: Man muß bei der Kugeltheorie die letzte Potentialdifferenz einer Messungsreihe um ca. 1 Proz. vergrößern, wenn der dazugehörige Schlußwert für C_β gleich dem Anfangswert von C_β werden soll. Dabei wird der Anfangswert für die Potentialdifferenz in jeder Messungsreihe als richtig angesehen.

Bei meinen Berechnungen dagegen bin ich von der Annahme ausgegangen, daß der *Mittelwert* aus allen zu einer Beobachtungsreihe gehörigen Werten von C_β der *wahrscheinlichste* Wert von C_β sei. Die Berechtigung dieser Annahme leuchtet für die Relativtheorie ohne weiteres ein, da hier die Werte für C_β ziemlich eng um einen Mittelwert herumschwanken. Nicht so für die Kugeltheorie. Hier zeigen die Werte für C_β mit wachsender Potentialdifferenz die ausgesprochene Tendenz abzunehmen, wenn auch nur um höchstens 0,007 Proz. bei einer Zunahme der Potentialdifferenz um 1 Proz. Diese Tendenz, abzunehmen, braucht aber nicht notwendig durch die Eigenart der zugrunde liegenden Theorie hervorgerufen zu sein. Sie kann ebensogut auch durch einen systematischen Beobachtungsfehler verursacht sein. Überdies ist es nicht gesagt, ob die Tendenz der C_β mit wachsender Potentialdifferenz abzunehmen, auch noch wahrgenommen worden wäre, wenn Hr. Hupka über die Grenzen des von ihm tatsächlich beobachteten Geschwindigkeitsbereiches hinausgegangen wäre, so sehr auch der Gang der Figg. 1 und 2 wenigstens nach der Seite kleinerer Geschwindigkeiten hin dafür zu sprechen scheint.

Wenn ich daher auch für die Kugeltheorie die Existenz eines zu einer bestimmten Messungsreihe gehörigen *konstanten* Wertes für C_β voraussetzte, und diesen mit dem Mittelwert aller beobachteten C_β identifizierte, so erschien mir dies geboten, ebensowohl im Interesse der Unparteilichkeit als auch im Interesse möglichst hoher Anforderungen, die meines Erachtens an Messungen gestellt werden müssen, welche eine Entscheidung zwischen den Theorien der Dynamik des

Elektrons zum Gegenstand der Untersuchung machen. In der Tat ergeben sich nach dem von mir angenommenen Fehlergesetz nur halb so große Korrekturen für die Potentialdifferenz als nach dem von Hrn. Hupka benutzten Fehlergesetz $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ Proz. gegenüber $\frac{1}{2}$ bis 1 Proz. bei Hrn. Hupka. Dafür aber sind meine Korrekturen am Anfang negativ und am Ende positiv, während bei Hrn. Hupka zur Deutung der Kugeltheorie immer positive Korrekturen anzubringen sind.

(Eingegangen 7. Juli 1910.)
