

DER

PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 65.

1. *Ueber magnetische Schirmwirkung;*
von H. du Bois.

Zweiter Theil.¹⁾

Transformation und Discussion der Gleichungen.

§ 7. Die Schirmwirkung wird nach § 4 bestimmt durch das Verhältniss g der Intensität des offenen Aussensfeldes \mathfrak{S}_e zu derjenigen des geschützten Innenfeldes $(\mathfrak{S})_1$; die in § 8 wiederzugebenden Gleichungen (I) und (I*) liefern einen Ausdruck für jene Grösse, die man passend als das *innere Schutzverhältniss* des Doppelpanzers bezeichnet (vgl. § 16). In erster Linie ist die Beziehung zwischen diesem und den entsprechenden Grössen g_1 und g_2 für die den Panzer bildenden einzelnen Schalen klarzulegen. Hierzu ist zunächst für letztere ein Ausdruck zu entwickeln: lässt man R_2 gegen r_2 convergiren, so wird $\nu_2 = \eta_2 = 1$ und $m_2 = n_2 = 0$; es schwindet die Wanddicke der äusseren Schale und die Gleichung (I) reducirt sich auf die weit einfachere, aber noch immer strenge Formel für eine einzige Hohlkugel

$$(5) \quad g_1 - 1 = \frac{2(\mu - 1)^2}{9\mu} (1 - \nu_1),$$

welche dasselbe besagt wie der von Maxwell²⁾ als Ergebniss der Poisson'schen Theorie angegebene Ausdruck

$$(\mathfrak{S})_1 = \frac{9\mu}{9\mu + 2(\mu - 1)^2 \left(1 - \frac{r_1^3}{R^3}\right)} \mathfrak{S}_e.$$

In ganz ähnlicher Weise reducirt sich für einen einzelnen Hohlcyliner Gleichung (I*) auf den einfachen strengen Ausdruck

1) Fortsetzung der im Jubelband 63 p. 348. 1897 erschienenen ersten Mittheilung; die Bezeichnungen sind dort p. 350 zusammengestellt. Die Hauptergebnisse wurden der Physikal. Ges. zu Berlin am 17. Dec. 1897 und 7. Januar 1898 vorgelegt und durch Original-Feilichtbilder erläutert.

2) Maxwell, Treatise 2. Ed. 2. § 433. Oxford 1881.

$$(5^*) \quad g_1 - 1 = \frac{1}{4} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} (1 - q_1),$$

den bereits Stefan (l. c. p. 629) für diesen Fall herleitete.

In sämtliche Gleichungen gehen ausschliesslich die Verhältnisszahlen g , μ , p und m bez. q und n ein; wie aus dimensionstheoretischen Gründen vorauszusehen, ist daher die Schirmwirkung eines Panzersystems, ausser durch seine Permeabilität, nur noch durch seine relativen, nicht durch die absoluten Abmessungen bestimmt. Es üben daher geometrisch ähnliche Panzersysteme aus gleichem Material die gleiche Schirmwirkung aus.

§ 8. Denkt man sich die innere Schale 1 unveränderlich und lässt dagegen die äussere 2 variiren; indem sie zunächst — sich selbst ähnlich bleibend — einschrumpfe, bis der unmagnetische (Luft-)Zwischenraum schwindet, so verringert sich die Schirmwirkung. Denn bei jenem Vorgang convergirt r_2 gegen R_1 , ν_{12} gegen 1, daher m_{12} und n_{12} gegen Null. Ferner convergirt das Product

$$\nu_1 \nu_2 = \frac{r_1^2}{R_1^2} \cdot \frac{r_2^2}{R_2^2} \rightarrow \frac{r_1^2}{R_2^2},$$

welcher Endwerth einfach mit p bezeichnet sei; er gilt für den bei der gedachten Einschrumpfung aus der Zusammenschweissung der beiden Schalen entstehenden Panzer; ähnlich convergirt beim cylindrischen Doppelpanzer

$$q_1 q_2 = \frac{r_1^2}{R_1^2} \cdot \frac{r_2^2}{R_2^2} \rightarrow \frac{r_1^2}{R_2^2} = q.$$

Betrachtet man jetzt die Gleichungen (I) und (I*), welche übersichtshalber hier wiederholt werden mögen:

$$(I) \quad g - 1 = \frac{2}{9} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} \left\{ (1 - \nu_1 \nu_2) + \frac{2\mu^2 + 5\mu + 2}{9\mu} m_{12} m_1 m_2 \right\}$$

$$(I^*) \quad g - 1 = \frac{1}{4} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} \left\{ (1 - q_1 q_2) + \frac{(\mu + 1)^2}{4\mu} n_{12} n_1 n_2 \right\},$$

so ist nach Obigem ersichtlich, wie sie beim Einschrumpfen der äusseren Schale gegen die Ausdrücke (5) und (5*) convergiren, indem p und q an Stelle von ν_1 bez. q_1 treten. Dabei schwindet das *additive* zweite Glied zwischen {}, welches der Anwesenheit der Luftschale zu verdanken war, wie es dessen Factor m_{12} bez. n_{12} kennzeichnet.

§ 9. Lässt man hingegen die Aussenschale sich ausdehnen — wobei sie sich wieder ähnlich bleiben soll — so

wird die magnetische Wechselwirkung der beiden Schalen immer geringer. Es liegt die Annahme nahe, dass sie schliesslich schwinden wird und alsdann das Innenfeld $(\mathfrak{H})_2$ der äusseren Schale ohne weiteres als Aussenfeld für die innere Schale wird gelten dürfen; in übersichtlicher Bezeichnungsweise müsste alsdann sein:

$$(6) \quad \mathfrak{g} = \frac{\mathfrak{H}_e}{(\mathfrak{H})_1} = \frac{\mathfrak{H}_e}{(\mathfrak{H})_2} \cdot \frac{(\mathfrak{H})_2}{(\mathfrak{H})_1} = \mathfrak{g}_1 \mathfrak{g}_2.$$

Hierdurch erscheint die Möglichkeit einer Multiplicirung der einzelnen Schutzverhältnisse gegeben. Diese Eigenschaft lässt sich überdies analytisch nachweisen, indem man eine andere Form der — im Vorigen nicht ausgeschriebenen — Grundgleichungen wählt; diese enthalten einerseits das Product $\mu^2 \mathfrak{g}$, andererseits einen Ausdruck vierten Grades nach μ , dessen Coefficienten im allgemeinen je 7 geometrische und 1 Zahlenglied enthalten. Wie bereits bemerkt, wird durch (I) und (I*) nur eine ihrer Gruppierungen dargestellt. Ordnet man sie in anderer Weise, so ergibt sich für zwei Hohlkugeln

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{g} &= \left\{ \frac{2}{9} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} (1 - p_1) + 1 \right\} \times \left\{ \frac{2}{9} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} (1 - p_2) + 1 \right\} \\ &\quad - \frac{2}{81} \frac{(\mu - 1)^2 (2\mu^2 + 5\mu + 2)}{\mu^2} p_{12} m_1 m_2. \end{aligned} \right.$$

Für zwei Hohlcyylinder

$$(7^*) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{g} &= \left\{ \frac{1}{4} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} (1 - q_1) + 1 \right\} \times \left\{ \frac{1}{4} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} (1 - q_2) + 1 \right\} \\ &\quad - \frac{1}{16} \frac{(\mu^2 - 1)^2}{\mu^2} q_{12} n_1 n_2. \end{aligned} \right.$$

Ersetzen wir hier die $\{ \}$ Klammerausdrücke nach (5) und (5*) durch \mathfrak{g}_1 bez. \mathfrak{g}_2 , so wird für zwei Hohlkugeln

$$(II) \quad \mathfrak{g} = \mathfrak{g}_1 \mathfrak{g}_2 - \frac{2}{81} \frac{(\mu - 1)^2 (2\mu^2 + 5\mu + 2)}{\mu^2} p_{12} m_1 m_2.$$

Für zwei Hohlcyylinder

$$(II^*) \quad \mathfrak{g} = \mathfrak{g}_1 \mathfrak{g}_2 - \frac{1}{16} \frac{(\mu^2 - 1)^2}{\mu^2} q_{12} n_1 n_2.$$

Das zweite Glied rechts schwindet bei der gedachten Ausdehnung der Aussenschale, weil bei zunehmenden r_2 der Bruch $p_{12} = R_1^3/r_2^3$ bez. $q_{12} = R_1^2/r_2^2$ gegen Null convergirt; die alsdann sich ergebende einfache Form von (II) und (II*) bestätigt die durch (6) dargestellte Vermuthung. Bei einem

gegebenen Doppelpanzer misst das erwähnte *subtractive* Glied die magnetische Wechselwirkung der zwei Schalen und damit den Betrag, um welchen man noch von der idealen Multiplicirung der beiden Schutzverhältnisse entfernt ist.

§ 10. Die Anwendbarkeit der Schirmwirkung abwechselnder concentrischer Kugelschichten hoher und niedriger relativer Permeabilität, insbesondere die wichtige Rolle des Luftzwischenraums wurde von Hrn. Rücker¹⁾ erkannt und eingehende Rechnungen für bilamellare, zum Theil auch für trilamellare Kugelpanzer von ihm durchgeführt. In praktischen Fällen dürften indessen Cylinderpanzer mehr in Betracht kommen; ich habe die sphärischen Gleichungen überall parallel neben den cylindrischen²⁾ entwickelt, um neben der Analogie auch die Unterschiede zwischen beiden Problemen hervorzuheben; auch habe ich versucht, die Gleichungen möglichst explicit und übersichtlich anzuordnen.

Durch die vorhergehenden Rechnungen für cylindrische Doppelpanzer ist auch die Lösung des Problems für n -lamellare Panzer angebahnt; bei den alsdann auftretenden $2n$ Grenzflächen ist im allgemeinen ein Ausdruck $2n$ ten Grades nach μ zu erwarten, dessen Coefficienten je $\frac{1}{2}n(5n-3)$ geometrische und 1 Zahlenglied enthalten. Indessen schien mir zunächst kein Grund vorzuliegen die ziemlich mühseligen Rechnungen weiter zu führen, da in fast allen Fällen Doppelpanzer genügen dürften.

Der Versuch einer Lösung für Hohlkörper anderer Gestalt erscheint ziemlich aussichtslos. Eine Betrachtung der μ enthaltenden Coefficienten in (I) und (I*) oder (II) und (II*) zeigt, dass diese für Hohlkugeln und Hohlcylinder nicht allzu verschieden sind, indem das Verhältniss von ersteren zu letzteren für grössere Werthe von μ höchstens $8/9$ bez. $64/81$ beträgt. Bei solchen Rotationshohlkörpern, welche den Uebergang zwischen jenen beiden Grenzformen vermitteln — wie z. B. durch confocale Ovoidflächen begrenzte Schalen — wird die Vermuthung gerechtfertigt sein, dass cet. par. den Coeffi-

1) Rücker, Phil. Mag. (5) 37. p. 95. 1894. Infolge eines Versehens bei der Literaturangabe § 1 nicht angeführt.

2) Die cylindrischen Gleichungen sind zur bessern Unterscheidung durchweg durch * hervorgehoben.

cienten zwischenliegende Werthe zukommen; dabei ist vorausgesetzt, dass bei der Transformation die geometrischen Bestimmungsstücke, d. h. die Volumverhältnisse (vgl. § 3) ungeändert bleiben, sodass $p = q$ und $m = n$. Für auf der Drehbank — durch Abdrehen oder Aufwickeln — herstellbare Hohlkörper wird man daher die Schirmwirkung meistens angenähert berechnen können. Es kommt dabei nur an auf das Verhältniss des eigentlichen — dem Gewicht proportionalen — Schalenvolums zum Aussenvolum.

§ 11. Bisher wurde keinerlei Vernachlässigung in die Rechnung eingeführt, sodass die Gleichungen als strenge und allgemeingültige zu betrachten sind; es ist indessen stets die Beschränkung zu bedenken, welche in der nothwendigen Annahme einer constanten Permeabilität liegt. Wofern diese etwa den Werth 100 übertrifft, lassen sich die strengen Gleichungen etwas vereinfachen und lauten dann für Doppelpanzer:

$$(IA) \quad g - 1 = \frac{2}{3}(\mu - 2) \left\{ (1 - p_1 p_2) + \frac{2}{3}(\mu + \frac{5}{2}) m_{12} m_1 m_2 \right\},$$

$$(I^*A) \quad g - 1 = \frac{1}{4}(\mu - 2) \left\{ (1 - q_1 q_2) + \frac{1}{4}(\mu + 2) n_{12} n_1 n_2 \right\}.$$

Oder

$$(IIA) \quad g = g_1 g_2 - \frac{4}{3} \mu (\mu + \frac{1}{2}) p_{12} m_1 m_2,$$

$$(II^*A) \quad g = g_1 g_2 - \frac{1}{16} \mu^2 q_{12} n_1 n_2.$$

Dagegen für einfache Panzer, da $\mu - 2 = 4\pi\kappa - 1$, d. h. nahe gleich der 4π -fachen Susceptibilität¹⁾:

$$(5A) \quad g - 1 = \frac{2}{3}(\mu - 2) m = \frac{8}{3} \pi \kappa m,$$

$$(5^*A) \quad g - 1 = \frac{1}{4}(\mu - 2) n = \pi \kappa n.^1)$$

Ueberdies lässt sich der Zahlenaddend oder -Subtrahend neben μ in vielen Fällen noch vernachlässigen. Ferner lassen sich Vereinfachungen einführen für sehr dünne Schalen, deren Wanddicke d etwa von der Ordnung $1/100$ ihres Halbmessers ist; es ist dann angenähert $m = 3d/R$ und $n = 2d/R$, und man erhält für derartige Doppelpanzer

$$(IB) \quad g - 1 = \frac{2}{9}(\mu - 2) \left\{ \frac{3d_1}{R_1} + \frac{3d_2}{R_2} + 2 \left(\mu + \frac{5}{2} \right) m_{12} \frac{d_1}{R_1} \cdot \frac{d_2}{R_2} \right\}$$

$$(I^*B) \quad g - 1 = \frac{1}{4}(\mu - 2) \left\{ \frac{2d_1}{R_1} + \frac{2d_2}{R_2} + (\mu + 2) n_{12} \frac{d_1}{R_1} \cdot \frac{d_2}{R_2} \right\}$$

1) Stefan, l. c. p. 630.

Endlich für einfache, dünne Schalen:

$$(5B) \quad g - 1 = \frac{2}{3} \frac{d}{R} (\mu - 2) = \frac{8\pi\kappa}{3} \frac{d}{R} \text{ (Hohlkugel).}$$

$$(5^*B) \quad g - 1 = \frac{1}{2} \frac{d}{R} (\mu - 2) = 2\pi\kappa \frac{d}{R} \text{ (Hohlzylinder).}$$

Theoretische Folgerungen.

§ 12. Wie bereits von Maxwell¹⁾ bemerkt wurde, kann in den gegebenen Gleichungen umgekehrt das Schutzverhältniss g als ermittelt vorausgesetzt und daraus die Permeabilität hergeleitet werden; zur Bestimmung des theoretisch günstigsten Radienverhältnisses giebt er für eine einfache Hohlkugel folgende Gleichung an

$$1 - \frac{r^3}{R^3} = \frac{9}{2} \cdot \frac{1 + 4\pi\kappa}{4\pi\kappa}.$$

Es wird dann $g = 2$. Nun dürfte es freilich kaum zweckmässig sein, das zu untersuchende Material in Form einer Hohlkugel bez. zweier Halbkugeln der Messung zu unterziehen. Um so einfacher gestaltet sich aber das Verfahren, sobald man Blech oder Draht zu einem Cylinder aufrollt. Dabei ist es durchaus nicht erforderlich, dass das Aussenfeld durch die Schirmwirkung gerade halbirt werde ($g=2$), sondern man erhält ebenso gute Resultate etwa für $1,5 < g < 5$. Die zu benutzenden Formeln werden aus den zuletzt mitgetheilten in einfacher Weise hergeleitet: falls die Wanddicke von der Ordnung $r/10$ ist, erhält man folgende angenäherte Gleichung

$$(8) \quad \mu - 2 = \frac{2r}{d} (g - 1) \left(1 + \frac{3d}{2r}\right).$$

Da bei Transformatorblech fast immer $0,03 < d < 0,05$ cm, wählt man dazu am besten $2r = 4,88$ cm, indem man auf ein Messingrohr dieses Durchmessers das Eisen aufrollt; es ist dann mit genügender Annäherung

$$(9) \quad \mu - 2 = \frac{10(g-1)}{2d}.$$

Bei sehr weiten und dünnen Cylindern, bei denen d von der Ordnung $R/100$ ist, folgt aus (5*B) sofort

$$(10) \quad \mu - 2 = \frac{a}{\pi d} (g - 1),$$

1) Maxwell, Treatise 2. § 433. Oxford 1881.

worin a den einfach zu ermittelnden Umfang bezeichnet. Auf dieses Messverfahren werde ich in § 29 zurückkommen.

§ 13. Es ist nun das Schutzverhältniss in seiner Beziehung zum erforderlichen Panzergewicht näher zu untersuchen. Diese Frage ist von Hrn. Rücker l. c. für multilamellare Kugelpanzer — nicht für Cylinder — auf das eingehendste nach allen Seiten hin discutirt worden, sodass ich mich hier damit begnüge, die wesentlichsten Punkte hervorzuheben, unter besonderer Berücksichtigung des Cylinderproblems. Es werde ein cylindrischer Raum von gegebenem Radius r zunächst durch einen einzigen Hohlcylinder geschützt; dessen Gewicht p ist dann proportional dem Ausdruck

$$\frac{1}{q} - 1.$$

Aber nach (5*) ist $(g - 1)$ proportional $(1 - q)$. Bezieht man daher die Schirmwirkung auf die Gewichtseinheit, so wird

$$\frac{g - 1}{p} \text{ proport. } \frac{1 - q}{\frac{1}{q} - 1} = q.$$

Ebenso wird bei der Hohlkugel

$$\frac{g - 1}{p} \text{ proport. } \mu.$$

Nun ist für eine unendlich dünne Schale q (bez. μ) = 1; wird die Wandung allmählich dicker, so nimmt q zunächst nur sehr langsam ab, sodass anfangs $g - 1$ nahe proportional der Wanddicke und dem Gewicht wächst; sobald erstere indessen etwa $1/20$ oder $1/10$ des Radius übertrifft, nimmt die Schirmwirkung weit langsamer zu als das Panzergewicht. Wird z. B. die Wandung so viel dicker, dass $d = r$, und daher $R = r + d = 2r$, so wird $q = \frac{1}{3}$ ($\mu = \frac{1}{3}$); es hat dann $g - 1$ bereits $3/4$ (bez. $7/8$) des asymptotischen Werthes erreicht, welchem dieser Ausdruck bei unendlicher Zunahme des Aussenradius — und daher des Gewichts — zustrebt. Es ist nach (5*)

$$(11^*) \quad (g - 1)_{\max} = \frac{1}{4} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} \quad (\text{Cylinder}),$$

$$(11) \quad (g - 1)_{\max} = \frac{2}{9} \frac{(\mu - 1)^2}{\mu} \quad (\text{Kugel}).$$

Diese Discussion zeigt, dass es unzweckmässig ist, die Dicke eines Panzers über einen gewissen Werth hinaus zu

steigern; etwa derart, das q bez. p nicht unter den Werth 0,7 herabgemindert werden. Dem entspricht bei Hohlcyllindern eine Wanddicke von etwa 15 Proc., bei Hohlkugeln eine solche von 10 Proc. des mittleren Radius. Diese Grenze liegt bedeutend unter der in der Laboratoriumspraxis vielfach üblichen.

§ 14. Darüber hinaus wird der Panzer besser untertheilt, d. h. man bedient sich einer bilamellaren Panzerung; eine solche dürfte für fast alle vorkommenden Fälle ausreichen. Die Discussion wird dann bedeutend complicirter; es sei daher nur erwähnt, dass behufs Schutzes eines gegebenen cylindrischen Raumes mittels eines zweischaligen Panzers von minimalem Gewichte, folgender Ausdruck:

$$(12) \quad \frac{16 q_{12} q_1 q_2 g_1 g_2 - \mu^2 q_{12}^2 q_1 q_2 n_1 n_2}{q_{12} q_2 n_1 + n_2}$$

ein Maximum erreichen muss; derselbe ist aus der vereinfachten Gleichung (II*A) gewonnen. Für Hohlkugeln ist $81/4$, p und m an Stelle von 16 , q bez. n zu setzen. Hieraus lässt sich theoretisch die zweckmässigste Anordnung mit Rücksicht auf das Panzergewicht berechnen, sobald die Permeabilität und zwei weitere Bedingungen gegeben sind; alsdann lassen sich die drei unabhängigen Variablen q_1 , q_2 und q_{12} bestimmen.

In der Regel dürfte q_1 und q_2 schon vorgeschrieben sein, und lässt sich nur noch über den Luftraum disponiren; setzt man daher $q_{12} = x$, so erhält man durch Differentiren von (12) folgende quadratische Bedingungsgleichung

$$(13) \quad (\mu^2 q_2 n_1^2 n_2 - q_2^2 n_1^2) x^2 + 2(\mu^2 n_1 n_2^2 - q_2 n_1 n_2) x - (16 g_1 g_2 n_2 + n_2^2) = 0,$$

aus der sich x ergibt; das Radienverhältniss des Luftraums beträgt dann \sqrt{x} , bez. mutatis mutandis bei Hohlkugeln $\sqrt[3]{x}$.

§ 15. Betrachtet man beispielsweise einerseits zwei dickere Schalen von gleichem Radienverhältniss, sodass $q_1 = q_2 = q$, so führt obige Bedingung auf die angenäherte Gleichung

$$(14) \quad q_{12} = \frac{\sqrt{1+q}-1}{q},$$

welche auch für sphärische Schalen näherungsweise gilt, und von der Permeabilität unabhängig ist.

Fasst man andererseits zwei dünnere Schalen ins Auge, deren Radienverhältnisse nicht die gleichen zu sein brauchen, so erhält man unter Berücksichtigung der Vereinfachungen des § 11 folgende angenäherte Bedingung

$$(15) \quad q_{12} = \sqrt{\gamma^2 + \gamma} - \gamma$$

wo γ das Verhältniss n_2/n_1 , bez. bei der Kugel m_2/m_1 bezeichnet. Falls q oder γ gegen eins convergiren, nähern sich (14) und (15) beide dem Werthe $(\sqrt{2} - 1)$. Daraus folgt, dass für den einfachsten Fall zweier dünner Schalen vom gleichen Radienverhältniss, derart dass

$$n_1 = n_2 \text{ oder } m_1 = m_2$$

der Luftraum am vortheilhaftesten dimensionirt wird, wenn

$$q_{12} = \mu_{12} = \sqrt{2} - 1 = 0,4142 = \frac{1}{2,4143}.$$

Daher beträgt das beste Verhältniss des Aussenradius r_2 zum Innenradius R_1 der Luftschale

$$\frac{r_2}{R_1} = \sqrt{2,4143} = 1,5538 \text{ (Cylinder),}$$

$$\frac{r_2}{R_1} = \sqrt[3]{2,4143} = 1,3415 \text{ (Kugeln).}$$

In anderen, weniger einfachen Fällen findet man aus der Gl. (13) für das Radienverhältniss des Luftraumes die passendsten Werthe; diese erweisen sich niemals von den oben angeführten sehr erheblich verschieden. Es darf daraus gefolgert werden, dass, wofern auf das Panzergewicht Rücksicht zu nehmen ist, man jenes Verhältniss für Cylinder am besten zwischen 1,5 und 1,6, für Kugeln zwischen 1,3 und 1,4 wählt.

Innere und äussere Schirmwirkung.

§ 16. Bisher wurde als Schutzverhältniss g der unechte Bruch $\xi_e/(\xi)_1$ defnirt (§ 7). Diese Zahl bildet ein Maass für die innere Schirmwirkung gegen äussere Störungen in solcher Entfernung, dass das störende Feld im Bereiche der Panzerung als ein gleichförmiges zu betrachten ist. Es ist nun umgekehrt die äussere Schirmwirkung zu untersuchen,

d. h. der Schutz der Umgebung gegen Störungen, welche ihren Sitz innerhalb des Panzers haben. Sie mögen ganz allgemein als von irgend welchem dort befindlichen electromagnetischen Systeme herrührend betrachtet werden. Damit aber dem Problem nähergetreten werden könne, ist es zunächst zu specialisiren. Falls die Wirkung von einer oder mehreren magnetischen Kraftlinien „Quellen“ oder „Senken“ ausgeht, ist eine äussere Schirmwirkung in der Regel ausgeschlossen. Es handle sich beispielsweise um einen oder mehrere Nordpole (oder Südpole) in oder nahe dem Centrum eines sphärischen multilamellaren Panzers, wie in Fig. 3: Das freie Feld eines einzelnen Poles ist ein geradlinig radiales; wird ein solcher daher von dem Panzer concentrisch umhüllt, so durchsetzen die Kraftlinien

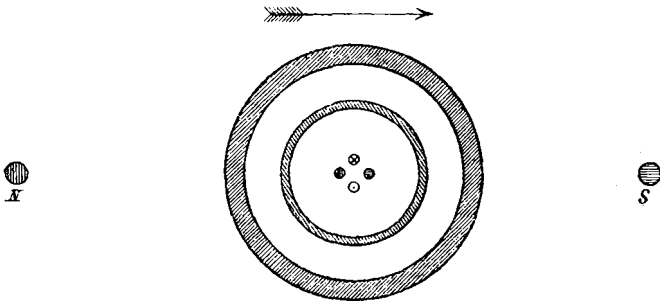


Fig. 3.

sämmtliche Schalen in radialer Richtung, ohne im mindesten von ihnen beeinflusst zu werden.¹⁾ Dies lässt sich leicht aus einem zweidimensionalen Feilichtbild für den entsprechenden cylindrischen Fall ansehen. Die Quelle (oder die Senke) muss dann ein linearer Nordpol (oder Südpol) sein, wie er angefähert durch jedes Ende eines kürzeren Cylindermagneten realisirt wird. Die strahligen Feilichtbilder, welche man bei Anwendung eines solchen in einer Bildebene senkrecht zur Axe erhält, werden durch Umstülpen eines concentrischen Eisen-cylinders in keiner Weise geändert.

Ebensowenig beobachtet man eine äussere Schirmwirkung bei einem einfachen, an der Axe entlang fließenden Strome;

1) Den Specialfall einer radial magnetisirten Hohlkugel habe ich früher gelegentlich behandelt und daraus denjenigen einer transversal-magnetisirten Platte hergeleitet; vgl. Wied. Ann. 31. p. 947. 1887.

dessen „axiales Feld“ mit seinen kreisförmigen Kraftlinien wird weder innerhalb noch ausserhalb des Panzers von den concentrischen Cylinderschalen beeinflusst. Die erwähnten Specialfälle sollen weiterhin bei der Erörterung der mechanischen Schirmwirkung näher betrachtet werden.

§ 17. Wesentlich verschieden gestaltet sich das Problem, sobald Quellen *und* Senken von gleicher Stärke vom Panzer umhüllt werden. Die sie verbindenden Kraftlinien werden nun

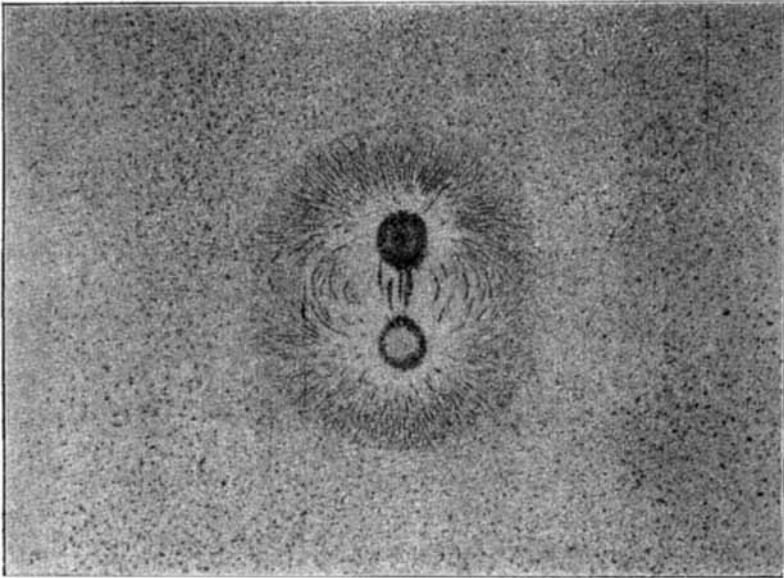


Fig. 4.

Gepanzertes lineares Polenpaar (● Nordpol, ○ Südpol).

grösstentheils den Weg durch die mehr permeablen Schalen bevorzugen, anstatt störend nach aussen sich zu verbreiten; die Umgebung wird daher geschützt. Es soll nur der einfachste Fall erörtert werden, welcher einem gleichförmigen Aussenfelde reciprok entspricht. Letzteres darf als von je einer Quelle *N* und einer Senke *S* herrührend betrachtet werden, welche sich in genügend grosser, gleicher Entfernung befinden; beim Cylinderproblem sind jene beiden Feldträger als linear und senkrecht zur Bildebene voranzusetzen. Mit Bezug auf einen gewissen mittleren Schalenradius wird nun *N* und *S*

reciprok entsprochen durch ein punktförmiges bez. lineares Polenpaar symmetrisch zum Mittelpunkte (vgl. Fig. 3).

Den Schutz der Umgebung vor einem solchen veranschaulicht das Feilichtbild Fig. 4. Infolge der Schirmwirkung der dünnen, durch ihre Kreisspur genügend markirten, Cylinder- schale, ist auf das Feilicht im äusseren Raum eine merkliche Richtkraft nicht mehr ausgeübt worden. Bezeichnet man nun als *äusseres Schutzverhältniss* f das Verhältniss der von dem Polenpaare in irgend einem äusseren Punkte ausgeübten Feld- intensitäten mit oder ohne Panzer, so gilt allgemein

$$(16) \quad f = g.$$

§ 18. Es ist also für eine gegebene sphärische oder cylindrische Panzerung das äussere und innere Schutzverhältniss das gleiche. Einen Beweis dieses Satzes gaben Poisson und Stefan (l. c. p. 635) für einfache Hohlkugeln bez. Hohl- cylinder. Hr. Rücker (l. c. p. 101) dehnt den Beweis auf multilamellare Kugelpanzer aus, und zeigt wie ähnliche Be- ziehungen auch für complicirtere Feldvertheilungen gelten, welche durch zonale Kugelfunctionen höherer Ordnung darstellbar sind. Auch für mehrschalige Cylinderpanzer dürfte das Theorem unschwer zu beweisen sein; im übrigen soll für diesen Fall die experimentelle Bestätigung in § 26 erbracht werden. Auch kann jene Reciprocität der Schirmwirkung mittelbar aus ge- wissen mechanischen Ueberlegungen gefolgert werden (§ 36). Für die Gültigkeit des Theorems ist übrigens die stillschwei- gende Voraussetzung wesentlich, dass das den äusseren und inneren Raum erfüllende Medium die gleiche Permeabilität habe, wie es ja in der Regel stets zutreffen wird.

Einem inneren Polenpaare entspricht übrigens auch eine kleine geschlossene Stromschleife, welche bei der Hohlkugel um den Mittelpunkt kreist; bei dem Hohlcylinder aus zwei der Axe paralle- len und von ihr äquidistanten sich entgegengerichteten Zweigen besteht, wie das in Fig. 3 in üblicher Weise dargestellt ist.

Graphische Darstellung.

§ 19. Die Theorie zweischaliger Cylinderpanzer wird durch die Curven der Fig. 5 erläutert. Zwei Hohlcylinder von der Permeabilität $\mu = 202$ sind ihnen zu Grunde gelegt; für die übrigen Bestimmungsstücke sind abgerundete Werthe ge- gewählt, welche in Tab. 1 übersichtlich zusammengestellt sind.

Tabelle 1.

Nr.	$\frac{r}{R}$	q	n	g	$g_1 g_2$
1	0,895	0,800	0,200	11	} = 44
2	0,97	0,940	0,060	4	

In der Figur ist der Querschnitt des Cylinders Nr. 1 eingezeichnet, dessen Aussenradius zu $R = 2,5$ angenommen ist. Es werde nun Nr. 2 um Nr. 1 angeordnet und bei gleichbleibendem Radienverhältniss ausgedehnt, wie in § 9 vorausgesetzt

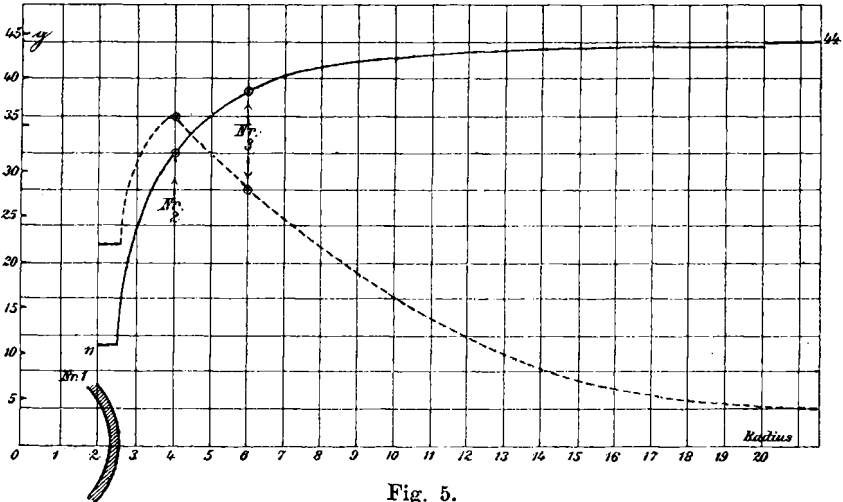


Fig. 5.

wurde. Den Abscissen, welche die aufeinander folgenden Werthe des Innenradius des Cylinders 2 vom Werthe 2,5 aufwärts darstellen, ist das gemeinsame Schutzverhältniss von 1 und 2 als Ordinate zugeordnet, und zwar in der ausgezogenen Curve, nach Gl. (II* A) des § 11 berechnet. Obige Tabelle ergibt zunächst $g = 11$; sobald Panzer Nr. 2 eng anschliessend Nr. 1 umgiebt, wird $g = 14$ und nimmt dann rasch zu, während Nr. 2 sich ausdehnt, um schliesslich dem asymptotischen Werthe $g = g_1 g_2 = 44$ zuzustreben. Die punktirte Curve stellt g dar, bezogen auf die Gewichtseinheit des Doppelpanzers (in willkürlichem Maassstabe); diese Curve erreicht ein Maximum für $r_2 = 3,9 = 1,56 R_1$, in Uebereinstimmung mit den theoretischen Ausführungen des § 15. Die beiden mit \odot markirten Curven-

punkte entsprechen den in § 24 zu erwähnenden Blechcylindern Nr. 2 und Nr. 3, deren Dimensionen sehr nahe mit den in Tab. 1 einfachheitshalber angenommenen abgerundeten Werthen übereinstimmen; die mit jenen Cylindern erhaltenen Versuchsergebnisse bestätigen die Theorie (§ 26).

§ 20. Das zweidimensionale Cylinderproblem eignet sich besonders zu einer Darstellung des Kraftlinienverlaufes. In Fig. 6 stellen die 4 Quadranten vier verschiedene Fälle ein-

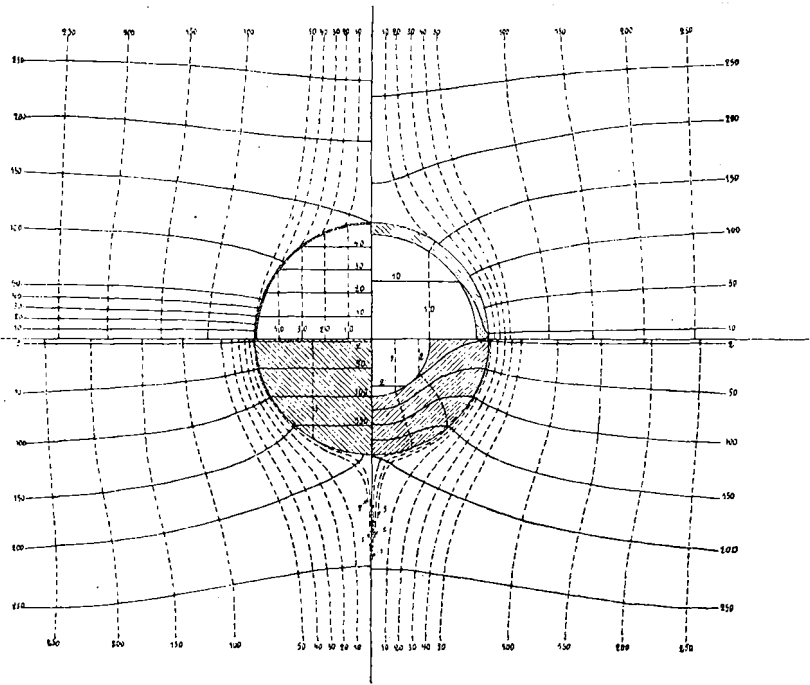


Fig. 6.

facher Cylinderpanzer von verschiedener Dicke dar; die der Berechnung der Curven zu Grunde gelegten Bestimmungsstücke sind der Tab. 2 zu entnehmen.

Die schraffirten Theile stellen Normalquerschnitte dar; die Kraftlinien sind ausgezogen; wo die Inductionslinien im Innern der Ferromagneticums Platzmangels halber nicht eingezeichnet werden konnten, verlaufen sie sehr nahe parallel den Grenzflächen; die zu den Kraftlinien orthogonalen Aequi-

Tabelle 2.

Quadr. Nummer		Nr.	μ	$\frac{r}{R}$	q	g
1	2	1	102	0,98	0,96	2
		2	102	0,92	0,84	5
4	3	3	102	0,50	0,25	20
		4	102	0	0	25

potentiallinien sind punktirt. Die Unstetigkeiten beider Linienscharen an den Uebergangsfächen sind beachtenswerth; die Kraftlinien treten ins Ferromagneticum unter einem Einfallswinkel ein, welcher an der *Aussenfläche* des dünnen Hohlcyllinders merkliche Werthe aufweist; je dicker indessen die Wandung, um so geringer wird die Abweichung der Kraftlinien von der Normalen. Was die *Innenflächen* betrifft, so folgt aus der Gleichförmigkeit des Feldes innerhalb des Panzers dass dort die Kraftlinien überall parallel ihrer ursprünglichen Richtung verlaufen, mithin im allgemeinen nicht senkrecht zur Grenzfläche. Es folgt aus dem bekannten tangentialen Brechungsgesetz, dass bei $\mu = 102$ innerhalb des Ferromagneticums die Kraftlinien die innere Grenzfläche fast tangiren müssen.

§ 21. Der Specialfall des Vollycylinders (Quadrant 4 bietet noch Anlass zu einigen Bemerkungen; der zugehörige Werth $g = 25$ der Tab. 2 würde sich auf eine unendlich enge Axialbohrung beziehen. Bei einem massiven Eisencylinder beträgt bekanntlich der Werth der Induction \mathfrak{B}' nahe das Doppelte der Intensität \mathfrak{H}_e des Aussenfeldes, während er bei einer Vollkugel ungetähr den dreifachen Werth erreicht. Daher ist die resultirende Totalintensität \mathfrak{H}'_t im Eisencylinder

$$(17) \quad \mathfrak{H}'_t = \frac{\mathfrak{B}'}{\mu} = \frac{2}{\mu} \mathfrak{H}_e.$$

Es folgt daraus, dass die Aequipotentiallinien im Eisen bedeutend weiter auseinander liegen als im offenen Felde; das Verhältniss der Zwischenräume beträgt $\mu/2$, d. h. im vorliegenden Beispiel 51, wie aus Quadrant 4 ersichtlich ist. Entsprechend den Eigenschaften conjugirter Functionen tauschen bekanntlich Kraftlinien und Aequipotentiallinien die Rollen, sobald man die ferromagnetischen (schraffirten) und unmagnetischen Theile vertauscht. Daher stellt in Fig. 6 die punktirte Curven-

schar auch die Kraft- bez. Inductionslinien dar für eine cylindrische Bohrung mit einem Eisenkerne von verschiedenem Durchmesser (1, 2, 3) bez. ohne Eisenkern (Quadrant 4), und von einem ausgedehnten, magnetisch weichen Ferromagneticum von der Permeabilität 102 umgeben. Die ersteren drei Quadranten veranschaulichen daher die Thatsache, dass eine cylindrische Schale, deren relative Permeabilität eine sehr geringe ist (im vorliegenden Falle 1/102), den umschlossenen Raum ebenfalls in hohem Maasse schützen würde.

Bezeichnet man nun im 4. Quadrant die Totalintensität in der Bohrung mit \mathfrak{S}_t , die Induction im umgebenden Eisen, wie vorher mit \mathfrak{S} , so folgt aus dem Vorigen

$$(18) \quad \mathfrak{S}_t = \frac{2}{\mu} \mathfrak{S}'.$$

Es lässt sich auch für Bohrungen von nicht kreisförmigem Querschnitt das Verhältniss der Feldintensität zu der Induction in der ferromagnetischen Umgebung annähernd angeben; es bietet dies Anhaltspunkte für die Beurtheilung der Vorgänge in Loch- und Nutenankern (vgl. § 41). Uebrigens lässt sich die Gleichung (18) verificiren, indem man (17) combinirt mit der Formel (11*) für das Schutzverhältniss eines Hohlcyinders, dessen Aussenradius ins Unbegrenzte zunimmt. In ähnlicher Weise findet man für eine sphärische Höhlung innerhalb eines ausgedehnten Ferromagneticums

$$(19) \quad \mathfrak{S}_t = \frac{3}{2\mu} \mathfrak{S}'$$

Diese, für eine magnetisch absolut weiche Umgebung hergeleiteten Gleichungen sind nicht zu verwechseln mit den in § 5 erwähnten, für den fictiven Fall eines absolut starren Ferromagneticums geltenden, bei dem eine Beeinflussung der gleichförmigen Vertheilung durch die Anwesenheit der Bohrung als ausgeschlossen betrachtet wird.

Dritter Theil.

Experimentelle Prüfung.

§ 22. Vorversuche wurden in der Weise angestellt, dass ein aufgehängtes Magnet-System im freien Erdfelde und im mittleren Theile eines Hohlcyinders aus geschweisstem schwedischen Schmiedeeisen ($r = 4,7$ cm; $R = 5,7$ cm; Höhe $b = 14$ cm)

Schwingungen ausführte. Das Quadrat des Verhältnisses der Schwingungszahlen ergiebt das Schutzverhältniss; letzteres war von der Ordnung 10 bis 20. Indessen ergaben sich bei acht untersuchten, anscheinend gleichen Cylindern — deren Verwendung für Panzergalvanometer beabsichtigt war — sehr unregelmässige Resultate. Der Grund war in der Eigenpolarität und Heterogenität — namentlich an der Schweissstelle — der Eisencylinder zu suchen. Erstere lässt sich zwar bis zu einem gewissen Grade durch Aufstellung des Cylinders in zwei oder vier verschiedenen Azimuthen eliminiren, wirkt aber immerhin störend. Letztere wurde bei Aufstellung der theoretischen Ansätze (§ 3) ausdrücklich ausgeschlossen. Das innere Feld zeigte sich ziemlich gleichförmig, einmal in einer Ebene senkrecht zur Axe, dann aber auch an dieser entlang im mittleren Cylindertheile; der Einfluss der Enden wird in § 28 erörtert werden.

§ 23. Das einfache Schwingungsverfahren eignet sich demnach nur für rohere Messungen. Zur Prüfung der Theorie wurde eine Combination desselben mit der Ablenkungsmethode gewählt, welche sich an die, bei den meisten gepanzerten Apparaten obwaltenden Umstände anschliesst. Das frei schwebende Magnetsystem war gabelförmig; die Zinken waren nur wenige Millimeter voneinander entfernt, sodass der Haupttheil der eigenen Kraftlinien zwischen ihnen überging.¹⁾ Ein zweiter grösserer Gabelmagnet, dessen Höhe und Azimuth längs und um die Cylinderaxe justirbar war, befand sich innerhalb des Panzers. Mit dessen Hülfe konnte ein künstliches Richtfeld von beliebigem Azimuth und Intensität erzeugt, und daher stets das ursprüngliche Erdfeld reproducirt werden, trotz der Schirmwirkung und eventueller Eigenpolarität der Panzer. Ein Kriterium für die Gleichheit der Directionskraft mit oder ohne Panzer ergab sich aus den unveränderten Werthen des Azimuths und der Periode; bez. konnte bei einer geringen Aenderung der letzteren eine entsprechende Correction angebracht werden.

1) Wenn eine erheblichere Anzahl Kraftlinien des aufgehängten Systems durch die Panzerwände hin und her schwingt, ergiebt sich eine zu starke Dämpfung und unabhängig davon bei excentrischer Lage eine schwer zu berücksichtigende Aenderung der Periode.

Ein oder zwei Ablenkungsmagnete in erster Hauptlage erzeugten dann Ablenkungen, deren Verhältniss ohne weiteres dem Werthe von g gleichkam; das von ihnen herrührende künstliche „Störungsfeld“ betrug nie mehr als 0,05 C.G.S. Einheit, blieb also durchaus im Bereiche constanter Permeabilität (§ 3). Seine Einwirkung superponirte sich der vorhandenen Vertheilung im Panzer, welche durch den Einfluss des Erdfeldes, der Eigenpolarität und einer etwaigen inductiven Einwirkung des Richtmagnets bedingt war.

§ 24. Behufs Bestimmung des äusseren Schutzverhältnisses wurde das lineare Polenpaar des § 17 dadurch mit genügender Annäherung verwirklicht, dass eine Anzahl kleiner Magnete vom Momente \mathfrak{M} , in Abständen von 1 cm, quer zur Cylinderaxe befestigt wurden, daher ein sogenanntes „Fischgratsystem“ darstellten. Die von einem solchen in einer, gegen seine Länge geringen, Entfernung x bez. y herrührende Intensitätscomponente \mathfrak{S}_x ist, wie leicht gezeigt werden kann

$$\mathfrak{S}_x = \frac{2\mathfrak{M}}{x^2} = \frac{2\mathfrak{M}}{y^2},$$

wobei x senkrecht zur Cylinderaxe und parallel den Quermagneten, y senkrecht zu letzteren abzumessen ist. Dieses Fischgratsystem wurde östlich oder westlich von der beschriebenen magnetometrischen Vorrichtung vertical aufgestellt. Das Verhältniss der durch dasselbe hervorgerufenen Ablenkungen mit oder ohne Panzer ergab jetzt unmittelbar den Werth von f , nach der Definition des § 17. Das System war so schwach, dass das von ihm ausgehende Feld selbst beim engsten Cylinderpanzer noch im Bereiche constanter Permeabilität lag.

Die meisten Versuche wurden mit drei Cylindern ange stellt, welche aus 4, 5 oder 6 Schichten aufgerollten weichen Transformatorblechs bestanden. Die mittlere Dicke der drei Blechstücke, welche einer und derselben Platte entstammten, betrug 0,045 cm. Die Cylinder waren 30 cm hoch, sodass der mittlere Theil von dem Einfluss der Enden (§ 28) ganz verschont blieb; die weiteren geometrischen Bestimmungsstücke sind in Tab. 3 zusammengestellt.

Darin bedeutet: d gesammte Wanddicke; r_m mittlerer; r innerer; R äusserer Radius; $q = r^2/R^2$; $m = 1 - q$; p Gewicht

der Cylinder. Mittels der Gleichung ($I^* B$) lässt sich der rechnerische Nachweis führen, dass der Einfluss der zwischenlagernden dünnen Luft-, bez. Oxydschichten nur ein sehr geringer sein kann.

Tabelle 3.

Nr.	d	r_m	r	R	$\frac{r}{R}$	q	m	p
1	0,270	2,420	2,285	2,555	0,896	0,803	0,197	1,03
2	0,180	4,170	4,080	4,260	0,959	0,920	0,080	1,22
3	0,225	6,290	6,175	6,400	0,965	0,931	0,069	2,35
—	cm	cm	cm	cm	—	—	—	kg

§ 25. Zuerst wurden die drei Blechcylinder jeder für sich geprüft; eine unabhängige einfache Methode, die mittleren Anfangswerthe der Permeabilität zu bestimmen, war nicht leicht anzuwenden. Die Constante wurde daher zunächst aus dem beobachteten Werthe des Schutzverhältnisses berechnet, indem die Gl. (5*A) des § 11 als richtig angenommen wurde; es ergaben sich für die drei Cylinder die Werthe 199, 160, 177. Die Uebereinstimmung darf als genügend erachtet werden bei einem Material wie Transformatorblech, welches auch bei guter Qualität erhebliche Unterschiede der Dicke und der magnetischen Eigenschaften aufweist. Für die drei möglichen bilamellaren Combinationen wurde sodann g gemessen und mit den nach (II*A) berechneten Werthen verglichen. Anstatt μ^2 wurde das Product der wie oben für die beiden Theilcylinder bestimmten Permeabilitäten in Rechnung gesetzt, was auf die Annahme der geometrisch mittleren Permeabilität hinauskommt. Das Schutzverhältniss wurde schliesslich auch für den aus allen drei Cylindern zusammengesetzten trilamellaren Panzer bestimmt. Tab. 4 giebt eine Uebersicht der gefundenen Resultate.

§ 26. Die Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Werthe von g in der vierten und fünften Columne lässt wenig zu wünschen übrig, wenn man die Natur des Versuchsmaterials berücksichtigt. Die theoretischen Werthe lassen sich ohne weiteres mit den in Columne 3 daneben stehenden Werthen der Producte $g_2 g_3$ u. s. w. vergleichen; es ergibt

Tabelle 4.

Nr.	μ			Product	g.	g	f	γ
	berechnet			beobachtet				
uni- lamel- lar	1	$\mu_1 = 199$	—	—	—	10,8	10,9	—
	2	$\mu_2 = 160$	—	—	—	4,2	4,4	2,8
	3	$\mu_3 = 177$	—	—	—	4,0	4,2	3,5
bi- lamel-	(2, 3)	$\sqrt{\mu_2 \mu_3} = 168$	$g_2 g_3 = 16,8$	12,1	11,4	13,0	6,3	—
	(1, 3)	$\sqrt{\mu_1 \mu_3} = 188$	$g_1 g_3 = 43,5$	38,4	35,6	—	—	—
lar	(1, 2)	$\sqrt{\mu_1 \mu_2} = 179$	$g_1 g_2 = 45,0$	32,8	31,2	31,0	—	—
trilam.	(1, 2, 3)	$\sqrt[3]{\mu_1 \mu_2 \mu_3} = 179$	$g_1 g_2 g_3 = 181$	—	71,2	—	—	—

sich daraus sofort der Betrag, um den das resultirende Schutzverhältniss noch hinter dem idealen Werthe zurückbleibt, welcher sich aus der einfachen Multiplicirung der Theilwerthe ergeben würde (vgl. § 9). Die sechste Columne enthält die äusseren Schutzverhältnisse f , nach dem Verfahren des § 24 bestimmt. Wie ersichtlich stimmen diese sehr nahe mit den Werthen für das innere Schutzverhältniss überein und liefern daher einen experimentellen Beweis für das in § 18 erörterte allgemeine Theorem.

In der letzten Columne sind einige Messungen des Verhältnisses γ angeführt, welches sich auf den äusseren Schutz gegen die Fernwirkung eines Magnets bezieht, dessen Axe nun aber mit derjenigen des Panzers zusammenfiel und dessen Länge etwa ein Drittel der Cylinderlänge betrug. Dieser Specialfall lässt sich der Berechnung ohne weiteres nicht unterziehen.¹⁾ Wie ersichtlich, ist nun γ zwar von derselben Ordnung wie g oder f , immerhin aber bedeutend geringer. Bei electromagnetischen Systemen, deren Axe schräg zur Panzeraxe geneigt wäre, müsste eine Zerlegung nach den beiden Haupttrichtungen, \perp und \parallel der Axe, vorgenommen werden. Einige Versuchsergebnisse in Tab. 4 ($g_1 = 10,8$, $g_2 = 4,2$, $g_3 = 4,0$) sind bereits durch Fig. 5 annähernd dargestellt worden, die sich auf eine

1) Er trifft ungefähr zu bei einer unterirdischen, durch einen eisernen Tunnel fahrenden electricen Bahn, sofern das Feld des Electromotors der Fahrtrichtung parallel gerichtet ist. Die Physik hat heutzutage zuweilen auch mit derartigen Fällen zu rechnen.

festen innere Schale ($g_1 = 11$) und eine zweite sich ausdehnende ($g_2 = 4$) bezog. Zwei besondere Lagen der letzteren (in Fig. 5 mit \odot markirt) entsprechen sehr nahe den Cylindern Nr. 2 und 3 der obigen Versuchsreihe.

Controlversuche.

§ 27. Durch eine weitere Reihe von Versuchen wurde festgestellt, dass das Schutzverhältniss eines gegebenen Cylinders im wesentlichen unabhängig ist von der Zeit, von etwaiger Eigenpolarität, vom Azimuth, insbesondere auch von demjenigen der Stelle, wo sich Anfang und Ende des spiralig aufgerollten Bleches befand. Ferner wurde einer der zuerst erwähnten schmiedeeisernen Cylinder gleichmässig bewickelt und konnte so der Einwirkung eines peripherischen Feldes — bis zu mehreren C.G.S.-Einheiten — unterworfen werden. Hierdurch entstand neben der Circularmagnetisirung erhebliche Polarität infolge von Heterogenität, namentlich an der Schweissstelle. Trotzdem und trotz der dem intensiveren Felde entsprechenden höheren Permeabilität blieb das Schutzverhältniss wesentlich unverändert. Hieraus ergibt sich eine Begründung für die in § 23 vertretene Auffassung, nach welcher die Schirmwirkung gegen schwache Störungen innerhalb gewisser Grenzen nur von der constanten Permeabilität abhängt, welche geringen, sich irgend einem magnetischen Zustande superponirenden Zu- oder Abnahmen des Feldes entspricht.¹⁾ Dies ist von Interesse im Hinblick auf den Schutz von Galvanometern und anderen Apparaten, bei denen Spulen, Richtmagnete und dergl. schon von vorneherein einen erheblichen magnetischen Einfluss auf den Panzer ausüben können.

§ 28. Bisher wurden die Cylinder als unendlich lang vorausgesetzt, und dadurch der Einfluss der Enden eliminirt. Behufs näherer Bestimmung desselben wurde das geschützte Feld längs der Axe von mehreren Cylindern bestimmt, und zwar so weit, als die Schirmwirkung überhaupt noch bemerkbar war. Fig. 7. stellt das Ergebniss beim Panzer Nr. 3 dar, von dem ein Viertel im Querschnitt schraffirt angegeben ist;

1) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 23. p. 245. 1887. Wenn der gegebene Ausgangszustand eine Magnetisirung Null aufweist, handelt es sich insbesondere um die „Anfangspermeabilität“.

die ausgezogene Curve entspricht dem Werthe (§) des geschützten Feldes in Axenpunkten in Procenten des äusseren Feldes. In der punktirten Curve sind die reciproken Werthe aufgetragen, d. h. sie stellt das Schutzverhältniss g dar. Wie ersichtlich, macht sich der Einfluss der Mündung nach innen zu etwa um eine Strecke von der Ordnung des Halbmessers bemerkbar. Daraus folgt, dass die Schirmwirkung in der Mitte von Cylindern, deren Länge nur das Drei- bis Vierfache des

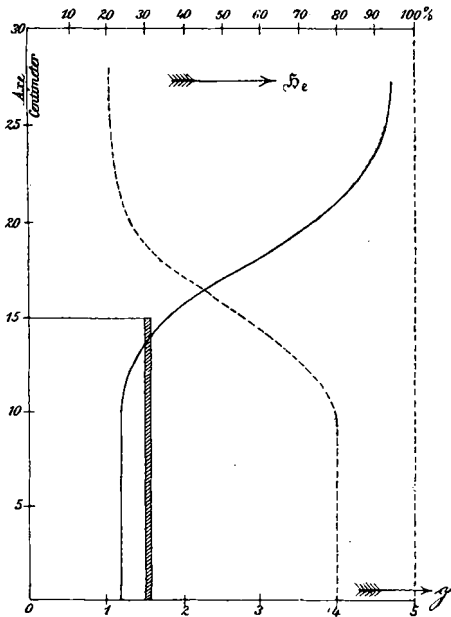


Fig. 7.

Radius beträgt, von derjenigen bei unendlicher Länge nicht merklich abweicht (§ 3). Für kürzere Cylinder wird die Schirmwirkung geringer, nach Stefan (l. c. p. 621) im Verhältniss von b zu

$$\sqrt{4R^2 + b^2},$$

wo b die Höhe, und die Wurzel die Diagonale eines Meridianschnittes bedeutet.

§ 29. Wie in § 12 erwähnt, lässt sich umgekehrt die Schirmwirkung zur bequemen Bestimmung der Anfangspermeabilität ver-

werten. Es wurden verschiedene Muster von Transformatorblech nach diesem Verfahren untersucht und ergaben Anfangswerte von $\mu = 100$ bis $\mu = 250$. Aus den mit Cylindern der verschiedensten Höhen und Durchmesser erhaltenen Resultaten ergab sich zugleich eine Controle für die im Vorigen hergeleiteten Gleichungen. Daraufhin wurde dann behufs rascher Erledigung solcher Messungen ein „Panzerpermeameter“ construirt. Es mag dahingestellt bleiben, ob es möglich sein wird, nach dieser Methode auch Bestimmungen der variablen höheren Permeabilität bei intensiveren Feldern vorzunehmen.

Die Einzelheiten dieses Verfahrens gehören mehr in das Gebiet der Materialprüfungstechnik. Zu bemerken ist, dass nach neueren Untersuchungen des Hrn. D. K. Morris¹⁾ die Permeabilität bei ca. 750° (Dunkelrothgluth) unter Umständen Anfangswerthe von der Ordnung 10000 erreicht; es dürfte nicht ganz ausgeschlossen sein, dass man sich in Ausnahmefällen den hierdurch erzielbaren, fast vollkommenen Schutz nutzbar machen könnte.

Anwendungen der Schirmwirkung.

§ 30. Das Princip des Schutzes von Galvanometern und anderen Apparaten durch abwechselnde Eisen- und Luftschichten ist auch für den Physiker eine Frage von praktischer Bedeutung, die hier etwas eingehender discutirt werden möge.

Man dürfte in den meisten Fällen mit einem zweischaligen Panzer einen genügenden Schutz erreichen. Die geometrischen Bedingungen für eine maximale Schirmwirkung, mit oder ohne Berücksichtigung der Gewichtersparniss, sind für jeden Specialfall der Discussion der §§ 13—15 zu entnehmen. Für die Entscheidung der rein constructiven Frage der Panzergestalt wären somit genügende Anhaltspunkte gegeben; es bleibt die Wahl des geeignetsten Materials zu erörtern übrig.

Im Hinblick auf die erwünschte azimuthale Symmetrie, auf Homogenität und Billigkeit bieten geschweisste Panzer aus Schmiedeeisen zu viele Nachtheile (vgl. § 22). Die vortheilhafteste Combination folgender Eigenschaften — nach Maassgabe ihrer Wichtigkeit geordnet — ist zu erstreben: Hohe Anfangspermeabilität, geringe Retentionsfähigkeit, Homogenität, hoher electricischer Widerstand, geringe magnetische Verzögerung, Billigkeit. Bis auf weiteres ist Transformatorblech, weicher Blumendraht oder eine der vorzüglichen neueren Flusseisensorten („Gussstahl“²⁾), möglichst wenig porös zu wählen) je nach der Sachlage vorzuziehen. Es würde zu weit führen, die Vorzüge und Nachtheile jener Materialien eingehender zu erörtern, zumal über manche der gewollten Eigenschaften nur wenig

1) D. K. Morris, Diss. Zürich 1897; Phil. Mag. (5) 44. p. 213. 1897.

2) Freilich pflegen bei diesem Material die Anfangswerthe der Permeabilität geringer als beim Transformatorblech zu sein.

bekannt ist; hier die nöthigen Daten zu beschaffen, ist Sache der Materialprüfungstechnik.

§ 31. Es handelte sich bisher ausschliesslich um „stationäre Schirmwirkung“ gegen constante äussere Felder. Aber thatsächlich variiren Störungen in mehr oder weniger raschem Tempo. Gewisse Erfahrungen mit einem für „stationäre Astasirung“ justirten massiven Panzergalvanometer ergaben zuweilen mangelhaften Schutz während einer rasch veränderlichen Störung; das Scalenbild zeigt dann einen geringen, vorübergehenden Ausschlag. Dies kann nur erklärt werden durch magnetische Verzögerung oder Wirbelströme, oder durch beide; daher wurde auf die Eigenschaften sub 4) und 5) in obiger Zusammenstellung einiges Gewicht gelegt. Sofern Wirbelströme in Betracht kommen sollten, ist der Panzer zu untertheilen; dies ist bereits der Fall bei aufgewickeltem Draht, weniger bei aufgerolltem Blech. Theoretisch würde ein Cylinderpanzer am besten wie eine Trommelarmatur aufgestapelt werden, d. h. aus flachen gestanzten Ringen; freilich wäre dies viel kostspieliger als das Aufrollen; bei dem die Kosten kaum in Betracht kommen.

Bei der Differentialastasirung eines in der Axe eines Cylinderpanzers aufgehängten Doppelsystems (§ 2) lässt sich die punktirte Curve der Fig. 7 verwerthen. Wie leicht einzusehen, muss das magnetische Moment jedes Theilsystems proportional dem, für den von ihm eingenommenen Axenpunkte geltenden Werthe von g sein, damit völlige astatiche Compensation erreicht werde.¹⁾ Ich hoffe in Gemeinschaft mit Hrn. Rubens das von uns construirte Panzergalvanometer unter Berücksichtigung der im Vorigen betonten Gesichtspunkte demnächst weiter zu verbessern.

Mutatis mutandis gilt das Gesagte ebenso gut für die äussere Schirmwirkung mittels mehrschaliger Panzer, die sich in manchen Fällen vortheilhaft anwenden lässt.²⁾

1) Und zwar gilt dies, einerlei ob, wie bisher $g > 1$, oder aber $g < 1$, entsprechend einer *Verstärkung* des Aussenfeldes, wie sie von den Herren Raps und Franke (Electrotechn. Zeitschr. 17. p. 591. 1896) zur Astasirung vorgeschlagen wurde. Uebrigens wurde die Anwendung der Differentialastasirung bereits von Stefan (l. c. p. 621.) angeregt.

2) W. Christie (The Electrician 31. p. 446. 1893) beschreibt die zweckentsprechende Panzerung einer Dynamomaschine im erdmagnetischen Observatorium zu Greenwich.

Vierter Theil.

Mechanische Schirmwirkung.

§ 32. Ein Theil eines electromagnetischen Systemes sei in einem gleichförmigen Felde einer ponderomotorischen Kraft ausgesetzt, welche ihm eine translatorische Bewegung in irgend einer Richtung zu ertheilen bestrebt sei. Wird nun auf das Theilsystem in irgend einer Weise eine Schirmwirkung ausgeübt, wobei das Aussenfeld an der von jenem eingenommenen Stelle im Verhältniss $1/g$ geschwächt wird, so verringert sich die Kraft im gleichen Maasse. Der positive Bruchtheil, um den sie vermindert wird, d. h. demnach $1 - 1/g$ der Gesamtkraft, greift dann am Panzer an — wie immer dieser auch gestaltet und angeordnet sein möge — und würde eine Bewegung in gleicher Richtung wie vorhin erzeugen, falls sich dem keine Beschränkung entgegengesetzt.

Wird hingegen der Schirm so angeordnet, dass andere Raumtheile geschützt werden, jedoch am Orte des electromagnetischen Theilsystems eine Verstärkung des Feldes eintritt, (z. B. in der § 31 Anm. erwähnten Weise), so ist $g < 1$, und die ponderomotorische Kraft wird vergrössert. Dagegen wird der Restbetrag $1 - 1/g$ nunmehr negativ und wird daher das Bestreben zeigen die Verstärkungsvorrichtung in einer der obigen entgegengesetzten Richtung zu bewegen.

Obige Sätze lassen sich aus dem Energieprincip beweisen, wenn man dieses auf einen geeigneten Cyklus von Operationen anwendet, welche mit dem Theilsystem mit oder ohne Anwendung des Panzers auszuführen sind.¹⁾ Der auf den Panzer übertragene Bruchtheil der ponderomotorischen Kraft beträgt nach dem Vorigen

$$(20) \quad 1 - \frac{1}{g} = \frac{(g-1)}{(g-1)+1}.$$

Für sphärische und cylindrische Panzer lässt sich dieser Ausdruck berechnen, indem einer der früher für $(g-1)$ ge-

1) Die Einzelheiten dieses einfachen energetischen Beweises glaube ich der Räumersparniss halber übergangen zu können.

gebenen Formeln substituirt wird; falls das Schutzverhältniss g einen erheblicheren Werth aufweist, wird offenbar fast die gesammte Kraft auf den Panzer übertragen. Man kann die fragliche Erscheinung passend als mechanische Schirmwirkung bezeichnen.

§ 33. Behufs qualitativer und quantitativer Prüfung der beschriebenen Wirkung wurde ein ölgedämpfter Aluminiumrahmen an einem 285 cm langen Octofilargehänge befestigt, welches ihm nur einen Freiheitsgrad liess, den einer translatorischen horizontalen Bewegung; an dem Rahmen konnten kleinere leichte Cylinderpanzer vertical befestigt werden. Wenn nun beispielsweise ein Ende eines Rundmagnets axial in den Panzer eingeführt wird, so ist das magnetische Gleichgewicht zunächst ein labiles, indem der Panzer sich seitwärts zu bewegen strebt, bis seine Wandung den Magnet berührt. Dem hilft man ab, indem man das Gehänge belastet, bis die dadurch bedingte Pendelstabilität überwiegt. Die Empfindlichkeit für horizontale Kräfte wird in derselben Weise regulirt; 1 mm Ausschlag entsprach je nach der Belastung 50 bis 200 Dyn. Wird nun ein gleichförmiges Feld parallel der Richtung der Beweglichkeit des Panzers erregt, so folgt dieser sofort in der Richtung des Feldes oder ihr entgegengesetzt, je nachdem das Nordende bez. das Südende des Magnetes von ihm umschlossen wird. Einige Messungen zeigten ungefähre Uebereinstimmung des Werthes der Kraft mit dem, aus der vom Panzer umhüllten Menge „freien Magnetismus“ zu folgernden Betrage, der sich der Natur der Sache nach nur schätzen liess. Genauere quantitative Bestimmungen betreffs gepanzerter Stromleiter werden in § 39 mitgetheilt.

§ 34. Der vorliegende Fall ist in Fig. 8 durch ein Feilichtbild veranschaulicht; die Spur des dünnen Cylinderpanzers ist zur Genüge markirt. Zwischen ihm und dem Centralpole verlaufen die Kraftlinien beinahe genau radial; dies würde völlig nur zutreffen bei unendlicher innerer Schirmwirkung, entsprechend dem in § 16 erörterten Falle einer linearen Centralquelle ohne äussere Schirmwirkung. Es würde dann aus Symmetriegründen eine einseitige Zwangsresultirende¹⁾ zwischen

1) Der Ausdruck „Zwang“ entspricht hier und im Folgenden ungefähr dem englischen „stress“. Eine Verwechslung mit einem be-

Quelle und Panzer nicht mehr auftreten. Es sei m die magnetische „Stärke“ der Quelle, so beträgt zunächst der unbehinderte Zwang zwischen ihr und dem äusseren Feldträger (sei es die Erde, ein Stahlmagnet, eine Spule oder dergleichen) $m \mathfrak{H}_e$.

Im Rahmen der modernen Auffassung des electromagnetischen Feldes scheint mir nun die Annahme, als ob irgend ein Zwang zwischen Quelle und Feldträger durch den Panzer *hindurch* wirken könnte, widersinnig. Es kann bei Anwesenheit

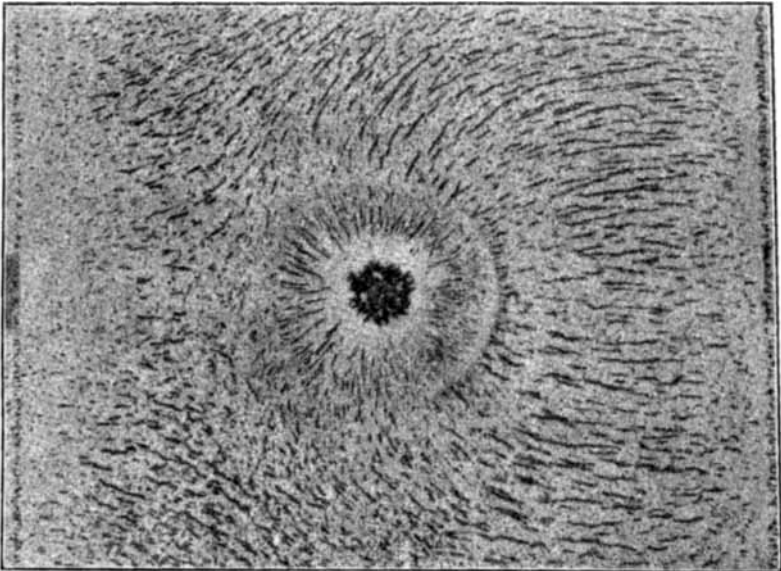


Fig. 8.
Gepanzerter Nordpol im gleichförmigen Felde.
→ \mathfrak{H}_e

eines solchen nur noch die Rede sein von dem Auftreten des Zwanges $m \mathfrak{H}_e$ zwischen Feldträger und Panzer; ausserdem tritt bei endlicher Schirmwirkung zwischen letzterem und der Centralquelle noch ein geringerer Zwang $= m \mathfrak{H}_e/g$ auf; infolge dessen beträgt die auf den Panzer wirkende resultirende Kraft $m \mathfrak{H}_e(1 - 1/g)$, in Uebereinstimmung mit Gl. (20). In Fig. 8 haben die Längsspannung und der Querdruck der Kraftlinien

kannten, wesentlich verschiedenen mechanischen Begriffe (engl. „constraint“) dürfte ausgeschlossen sein; vgl. Hertz, Mechanik § 385, Leipzig 1894.

offenbar das Bestreben, den Panzer von links nach rechts zu treiben. Die bekannten Maxwell'schen Ausdrücke für den electromagnetischen Zwang müssen dementsprechend, über die äussere Grenzfläche integrirt, eine einseitige Resultirende $= m \mathfrak{S}_e$ ergeben.

§ 35. Falls das zu schützende System aus Quellen und Senken von gleicher Gesamtstärke besteht (z. B. aus vollständigen Magneten oder geschlossenen Stromkreisen wie in

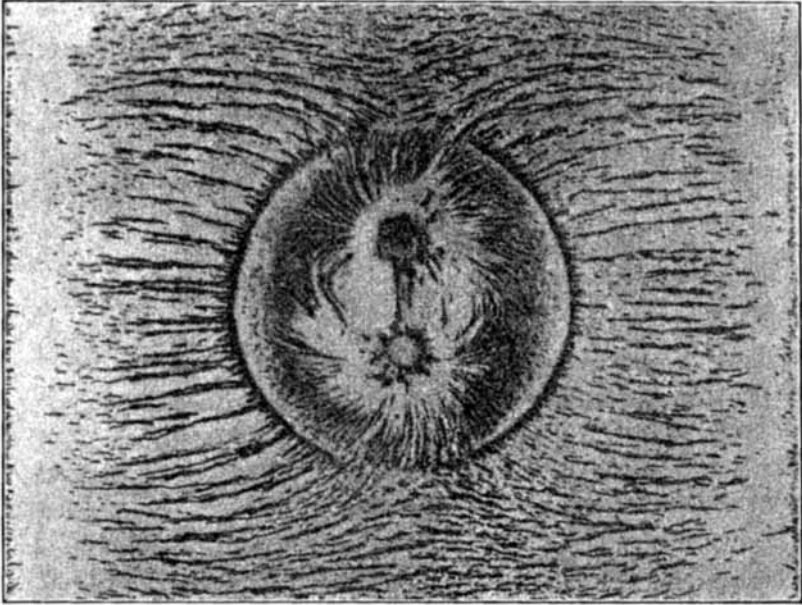


Fig. 9.

Gepanzerter linearer ● Nordpol und ○ Südpol, im gleichförmigen Felde.

→ \mathfrak{S}_e

§ 17), so übt ein unbehindertes gleichförmiges Feld nur ein Drehungsmoment aus, dessen Werth $= \mathfrak{M}_i \mathfrak{S}_e$ ist, wo \mathfrak{M}_i das magnetische Moment des Systemes bezeichnet (vgl. Fig. 9). Die Vertheilung der Kraftlinien im ungeschützten Zustande ist bekannt und entspricht einem Drehungsmoment im Uhrzeigersinne. Der Werth des letzteren wird durch den Cylinderpanzer auf $\mathfrak{M}_i \mathfrak{S}_e / g$ reducirt; dieser Ausdruck stellt daher den auftretenden „Drillungszwang“ zwischen Panzer und Polenpaar dar. Denken wir uns nun den Feldträger mit dem Polenpaare starr

verbunden, hingegen den Panzer frei um seine Axe drehbar, etwa durch Befestigung an einem torsionslosen Unifilargehänge. Das *resultirende* Drehungsmoment auf den Panzer muss Null sein; er würde sonst in dauernde Drehung gerathen müssen, da die Vertheilung bei einem absolut weichen Cylinder aus Symmetriegründen vom Azimuth unabhängig sein muss.¹⁾ Es folgt, dass zwischen Feldträger und Panzer ebenfalls ein Drillungszwang vom Werthe $\mathfrak{M}_i \mathfrak{S}_e / g$ herrschen muss, derart dass die an den Panzer von aussen und von innen herantretenden drehenden Gesamtkräfte gleich und entgegengesetzt sind. Fig. 9 giebt hierfür qualitative Belege, obwohl sie freilich weniger leicht interpretirbar ist als Fig. 4, mit der sie am besten verglichen wird.

§ 36. Hieran lässt sich nun ein Beweis für die in § 18 erörterte Gleichheit des inneren Schutzverhältnisses g und des äusseren f knüpfen. Das Aussenfeld rühre wieder von einem symmetrischen, beiderseitig genügend weit entfernten Polenpaare (vgl. Fig. 3, § 16) her, dessen Moment mit \mathfrak{M}_e bezeichnet werde. Die magnetische Intensität, welche am Orte jedes äusseren Poles vom inneren Polenpaare — welches sich nun, wie in Fig. 9, in zweiter Hauptlage dazu befinden soll — ausgeübt wird, sei \mathfrak{S}_i . Dann wird auf das äussere Paar entgegen dem Uhrzeigersinn ein Drehungsmoment $\mathfrak{M}_e \mathfrak{S}_i$ ausgeübt — zunächst abgesehen von Schirmwirkung — welches dem Obigen numerisch gleich sein muss. Es ist daher

$$(21) \quad \mathfrak{M}_i \mathfrak{S}_e = \mathfrak{M}_e \mathfrak{S}_i,$$

wie sich durch Einsetzen der leicht zu berechnenden Ausdrücke für \mathfrak{S}_i und \mathfrak{S}_e auch ohne weiteres bestätigen lässt. Wird jetzt der Panzer eingesetzt, so reduciren sich die beiden Drehungsmomente auf

$$(22) \quad \frac{\mathfrak{M}_i \mathfrak{S}_e}{g} \quad \text{und} \quad \frac{\mathfrak{M}_e \mathfrak{S}_i}{f}.$$

1) Bei der Ausführung des entsprechenden Versuches beobachtet man eine geringe Ablenkung des Panzers entgegen dem Sinne derjenigen Drehung, welche das frei beweglich gedachte Polenpaar ausführen würde. Diese Erscheinung kann nur auf Hysterese des Panzers zurückgeführt werden und ist gleicher Natur wie etwa die Mitdrehung einer Eisenscheibe durch einen rotirenden Magnet.

Diese müssen auch jetzt noch gleich sein; es folgt aus (21)

$$g = f$$

wie in (16), und ebenfalls unter der Voraussetzung, dass das innere und äussere Medium die gleiche Permeabilität aufweise; denn wäre dies nicht der Fall, so würde der vorliegende Beweis hinfällig. Im übrigen lässt dieser sich nicht nur auf Cylinder- und Kugelpanzer, sondern mutatis mutandis allgemein auf Rotations-Hohlkörper ausdehnen.

Gepanzerte Stromleiter.

§ 37. Dieses Beispiel mechanischer Schirmwirkung wurde von Stefan im IV. Abschnitte seiner Abhandlung (l. c. p. 636) beiläufig angedeutet. Ich möchte es als Specialfall der vorhergehenden allgemeineren Erscheinung betrachten, und gehe dabei wieder von der neueren Auffassung des electromagnetischen Feldes aus, während Stefan sich (1882) in einem wesentlich potential-theoretischen Vorstellungskreise bewegte.

Eine lange axiale Stromleiterstrecke sei von einem oder mehreren concentrischen Cylinderpanzern umgeben; wie in § 16 ausgeführt wurde, tritt eine äussere Schirmwirkung nicht auf. Es bezeichne I die Stromstärke (in Dekaampère), \mathfrak{F} den electromagnetischen seitlichen Schub, f dieselbe Grösse pro Längeneinheit des Leiters. Es wäre alsdann im offenen Felde

$$(23) \quad \mathfrak{f} = I \mathfrak{S}_e.$$

Bei Anwendung des Panzers wird ein Theil des resultirenden Schubes f_p auf ihn übertragen; nach dem allgemeinen Satze des § 32 beträgt dieser

$$(24) \quad f_p = \frac{g-1}{g} I \mathfrak{S}_e.$$

Bezeichnet man den Zwang zwischen Stromleiter und Panzer mit f_i , so ist

$$(25) \quad f_i = f - f_p = \frac{I \mathfrak{S}_e}{g}.$$

Dieser schwindet bei absolutem Schutze ($g = \infty$); der Leiter ist dann völlig zwanglos und dementsprechend wird $f_p = f$.

Der Werth von f_p kann berechnet werden, indem man einen der im Vorigen gegebenen Ausdrücke für einfache oder mehrschalige Cylinderpanzer an Stelle von $(g-1)$ substituirt.

Beschränkt man sich der Einfachheit halber auf erstere, so ergibt sich aus (24) und (5* A)

$$(26^*) \quad f_p = \frac{(\mu - 2) n}{4 + (\mu - 2) n} I \mathfrak{S}_e.$$

Führt man den mittleren Radius r_m und die Wanddicke d ein, so ist nach der früheren Bezeichnungsweise $2 r_m = R + r$ und $d = R - r$; dieses ergibt

$$(27^*) \quad f_p = \frac{2(\mu - 2) r_m d}{4 r_m^2 + 2 \mu r_m d + d^2}.$$

In vielen Fällen darf im Nenner d^2 vernachlässigt werden und es wird schliesslich

$$(28^*) \quad f_p = \frac{(\mu - 2) \frac{d}{r_m}}{2 + \mu \frac{d}{r_m}}.$$

§ 38. Bei langem Stromleiter und Panzer wird der electromagnetische Schub auf eine Strecke L , gleich $f_i L$ bez. $f_p L$. Betrachtet man dagegen den extremen Fall eines sehr kurzen Panzers bis zum Toroid oder flachen Schutzring herab, so tritt eine theilweise Kraftübertragung immer noch ein, wofern nur eine, noch so geringe Schirmwirkung auf einen Theil des Leiters vorhanden ist (vgl. § 32). Das geschützte Feld (\mathfrak{S}) wird in der Ebene des Schutzringes ein Minimum, dagegen das Schutzverhältniss g ein Maximum aufweisen; man könnte dies durch Curven, ähnlich denjenigen für ein Cylinderende (Fig. 7) darstellen. Auf jedes Element dz des Leiters beträgt der Schub in Richtung der Y -Axe — wenn das Feld der X -Axe parallel ist — offenbar

$$f_i dz = I(\mathfrak{S}) dz = \frac{I \mathfrak{S}_e}{g} dz.$$

Zwischen zwei Querschnitten (z_1, z_2), an denen die Schirmwirkung nur mehr unmerklich ist, erleidet der Leiter daher den Gesamtschub

$$\mathfrak{S}_i = \int_{z_1}^{z_2} f_i dz = I \mathfrak{S}_e \int_{z_1}^{z_2} \frac{1}{g} dz.$$

Dagegen beträgt der auf den Schutzring übertragene Schub

$$(29^*) \quad \mathfrak{F}_p = I \mathfrak{F}_e \int_{z_1}^{z_2} \frac{g-1}{g} dz.$$

In Fig. 7 entspricht dieses Integral dem Flächenstück zwischen der ausgezogenen Curve und der 100 Proc. entsprechenden punktierten Geraden. Hieraus lässt sich durch graphische Integration ermitteln, dass man, um den Schub auf einen Cylinder von endlicher Länge zu berechnen, dieser beiderseits etwa $\frac{3}{4}$ des Halbmessers hinzu zu addiren hat.

§ 39. Es wurden einige Messungen mit dem in § 33 erwähnten Octofilargehänge angestellt, indem ein starker Strom durch einen langen verticalen Leiter floss, welcher stets nahe der Axe des Panzers aufgestellt wurde, um Kräfte infolge von Excentricität zu vermeiden; das labile electromagnetische Gleichgewicht wurde wieder durch genügende Belastung in ein stabiles umgewandelt. Der Cylinder, aus Transformatorblech in einer Lage hergestellt, hatte folgende Dimensionen: Durchmesser 4 cm, Dicke 0,04 cm, Höhe 10 cm, welche nach obigen Bemerkungen als $10 + \frac{3}{4} \times 4 = 13$ cm in Rechnung zu bringen ist. Das Schutzverhältniss für schwache Felder war zu $g = 2,63$ bestimmt worden; dem entspricht für den Bereich einer constanten Permeabilität $\mu = 176$ folgender Bruchtheil des Schubs

$$\frac{\mathfrak{F}_p}{\mathfrak{F}} = \frac{g-1}{g} = \frac{2,63-1}{2,63} = 62 \text{ Proc.}$$

Die Versuche wurden mit einem, mittels eines passenden Electromagnets erhaltenen, möglichst gleichförmigen Aussenfelde von 13,3 C.G.S. angestellt; diesem entspricht eine mittlere magnetisirende Kraft, welche eine weit höhere Permeabilität und Schirmwirkung bedingt, als die angegebene; es ist daher zu erwarten dass jene 62 Proc. bedeutend übertroffen werden.

Tabelle 5.

\mathfrak{F}_e	I	$\mathfrak{F} = \frac{13 I \mathfrak{F}_e}{10}$ berechn.	\mathfrak{F}_p beob.	$\frac{\mathfrak{F}_p}{\mathfrak{F}}$
13,3	108	1870	1760	94%
13,3	70	1200	1110	93
C.G.S.	Amp.	Dyn	Dyn	—

Die Zahlenwerthe in Tab. 5 sind das Mittel aus je vier Beobachtungen unter Commutirung der Strom- und Feldrichtung. Wie ersichtlich nimmt ein derart dünner leichter Strompanzer bereits 94 Proc. des Schubs auf. Bei Commutirung eines Stromes von 250 Ampère und passender Empfindlichkeit konnte eine kleine Ablenkung des Panzers beobachtet werden, falls dieser in west-östlicher Richtung Bewegungsfreiheit hatte;

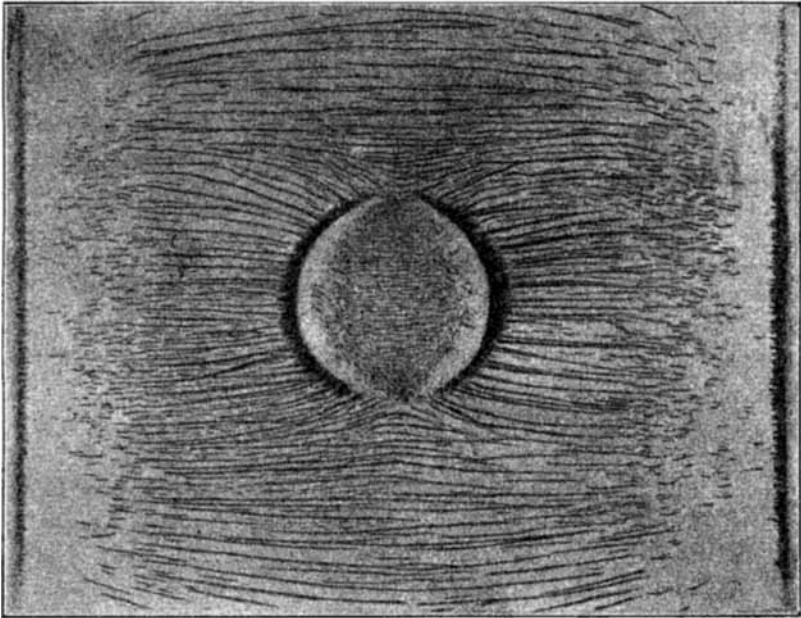


Fig. 10.

Stromloser Cylinderpanzer im Felde.

zur Beobachtung dieser Wirkung des Erdfeldes muss ein Panzer gewählt werden, der möglichst frei von Eigenpolarität ist. Die Richtung des beobachteten Schubs war stets in Uebereinstimmung mit bekannten electromagnetischen Regeln. Die Erscheinung liess sich auch bei toroidalen oder flachen Ringen aus Eisen bez. Stahl beobachten, sobald nur ein Theil des Stromleiters ihrer Schirmwirkung unterlag. Nach den theoretischen Ausführungen des § 32 kommt es auf die Gestalt des schwächenden oder verstärkenden Ferromagneticums überhaupt

nicht an; im allgemeinen wird stets eine gewisse Kraftübertragung stattfinden.

§ 40. Das resultirende Feld eines gepanzerten Stromes im gleichförmigen Aussenfelde lässt sich in zwei Dimensionen entwerfen, indem man eins der Quadrantenbilder der Fig. 6 mit dem circularen Stromfelde in bekannter Weise zusammensetzt. Diese Superposition ergibt eine unsymmetrische



Fig. 11.

Strom im offenen Felde. Strom (250 Amp.) nach hinten gerichtet.
 → $\Phi_e = 10$ C.G.S.

Vertheilung, welche die beobachtete Uebertragung des electromagnetischen Schubs abbildet. Von den Feilichtbildern, welche ich zur besseren Veranschaulichung dieses Falles hergestellt habe, sind drei reproducirt. Fig. 10 stellt vergleichshalber den stromlosen Cylinderpanzer im gleichförmigen Felde dar und stimmt gut überein mit der theoretisch entworfenen Fig. 6 (Quadrant 1). Fig. 11 ist das bekannte Bild eines Stromes im offenen Felde. Vergleicht man nun hiermit Fig. 12, so ist zu ersehen, wie sich die fragliche Erscheinung im Bilde hervor-

thut. Bei dem dünnen Panzer ist auch im Innern die Vertheilung noch unsymmetrisch, entsprechend dem noch auftretenden Zwang zwischen Panzer und Strom; bei dickeren Cylindern tritt dagegen im Innern nur das kaum verzerrte Circularfeld hervor. Der genauere Charakter des Bildes hängt wesentlich vom Radius-vector R_n der „neutralen Stelle“ ab. Es ist nach dem Biot-Savart'schen Gesetze $R_n = 2 I / \mathfrak{H}_e$ und es

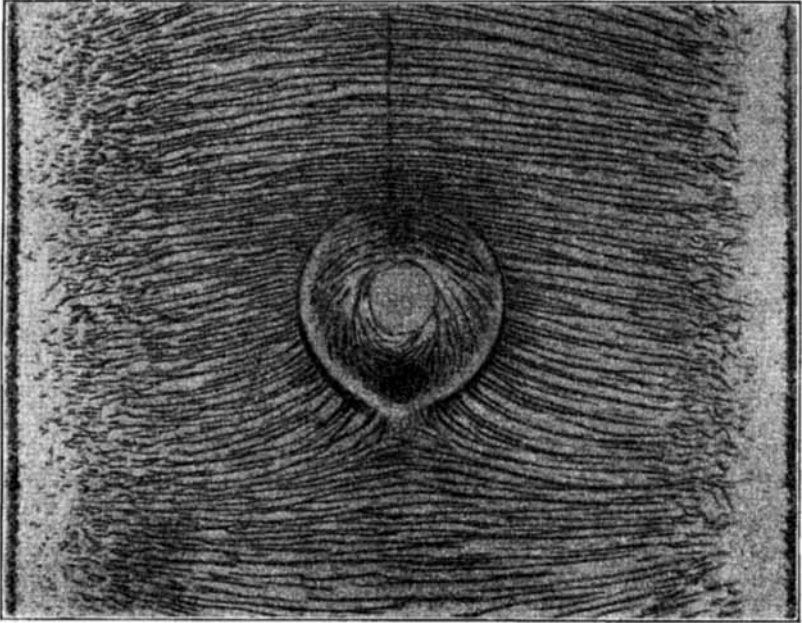


Fig. 12.

Gepanzerter Strom im Felde. Strom (250 Amp.) nach hinten gerichtet.
 $\rightarrow \mathfrak{H}_e = 40 \text{ C.G.S.}$

kommt nun darauf an, ob $R_n > R$, $R_n = R$ oder $R_n < R$, wo R den Aussenradius des Panzers bezeichnet. Eine eingehendere Erörterung aller beobachteten Einzelheiten würde zu weit führen.

§ 41. Falls ein gerader Leiter sich selbst und der Cylinderaxe parallel, senkrecht zum geschützten Felde (\mathfrak{H}) mit der Geschwindigkeit \mathfrak{B} fortbewegt wird, so beträgt die inducirte electromotorische Intensität \mathfrak{E} (d. h. die E.M.K. pro Längeneinheit).

(30*)

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{B}(\mathfrak{H}).$$

Falls aber der axiale Leiter und der Panzer starr verbunden sind und gemeinsam senkrecht zum Aussenfelde eine translatorische Bewegung ausführen, so wird

$$(31^*) \quad \mathcal{E} = \mathfrak{B} \mathfrak{S}_e,$$

obwohl während der Ortsveränderung der Leiter dauernd im schwächeren geschützten Felde verbleibt. Dieses bereits von Stefan (l. c. p. 639) richtig erkannte Verhalten lässt sich, wie mir scheint am übersichtlichsten aus dem Princip der Continuität des Inductionsflusses in jeder Inductionsröhre erklären. Betrachtet man z. B. Fig. 6: dort muss der Querschnitt der Röhren innerhalb des Panzers jenem Grundsatz gemäss umgekehrt proportional der Intensität des geschützten Feldes sein, daher im Verhältniss g gegen ihren Querschnitt im offenen Aussenfelde vergrössert erscheinen. Wenn bei der Bewegung die Vertheilung ungeändert bleiben soll, müssen, wie leicht zu ersehen, die Inductionsröhren die Axe mit einer ihrem Querschnitt proportionalen Geschwindigkeit durchsetzen; nach dem Vorigen wird daher thatsächlich

$$(32^*) \quad \mathcal{E} = (g \mathfrak{B}) (\mathfrak{S}) = \mathfrak{B} \mathfrak{S}_e.$$

Umgekehrt ist der Querschnitt der Röhren in der Wandung des Panzers bez. in einem massiven ferromagnetischen Cylinder geringer als im offenen Felde, entsprechend dem höheren Werthe der Induction. Sie werden daher dort die Axe mit einer geringeren Geschwindigkeit durchsetzen, aber die electromotorische Intensität bleibt stets die gleiche. In allen drei Fällen: 1. des freien, 2. des gepanzerten, 3. des ferromagnetischen Leiters wird *cet. par.* während einer gegebenen Frist dieselbe Zahl von Röhren vom Leiter durchsetzt.

Uebrigens lässt sich die bekannte klassische energetische Herleitung der Inductionerscheinungen aus den rein electromagnetischen auch ohne weiteres auf den vorliegenden Fall anwenden, in ähnlicher Weise wie es § 32 zur Gewinnung des allgemeinen, die Uebertragung der ponderomotorischen Kraft auf den Panzer betreffenden Satzes geschah.

In dem geschilderten Sinne habe ich es versucht, das ziemlich umstrittene Verhalten der sogenannten Nuten- und

Lochanker vieler Dynamos, welche ein interessantes Beispiel zu der hier behandelten Theorie darstellen, zu discutiren und durch geeignete Feilichtbilder zu erläutern.¹⁾

Berlin, Februar 1898.

1) du Bois, *Electrotechn. Ztschr.* 18. p. 502. 1897 und *The Electrician* 39. p. 579. 1897. Es knüpfte sich an diese Frage eine eingehende Discussion, an der die Herren Baily, Baumgardt, v. Dolivo-Dobrowolsky, Menges, J. Russell, Searle, Swinburne, E. Wilson und der Verfasser sich beteiligten (*Electrotechn. Ztschr.* 18. *The Electrician* 39. und 40.). Eine systematische Bearbeitung der magnetischen Schirmwirkung unter besonderer Berücksichtigung der praktischen Anwendungen und der Materialprüfungstechnik wird im 40. Bande von „*the Electrician*“ erscheinen.

(Eingegangen 2. Februar 1898.)