6. *Ueber thermische Widerstandscoefficienten verschiedener Gläser in ihrer Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung*[1]; *von A. Winkelmann u. O. Schott.*

Der vorliegende Aufsatz beschäftigt sich mit der Frage, von welchen Eigenschaften eines Glases seine Widerstandskraft gegen plötzliche Temperaturänderungen bedingt ist. Im Zusammenhange hiermit ist eine später zu definirende Grösse kurz als „thermischer Widerstandscoefficient" bezeichnet.

Es ist eine bekannte Erfahrung, dass verschiedene Gläser ein sehr verschiedenes Verhalten in der genannten Beziehung zeigen. Während einige Gläser, wenn sie hoch erwärmt sind, schon durch einen schwachen kalten Luftzug in Gefahr gerathen, können andere viel stärkeren plötzlichen Abkühlungen ausgesetzt werden, ohne dass ein Zerspringen zu befürchten wäre.

Hat vorher spannungsfreies Glas nicht an allen Stellen seiner Oberfläche und seines Innern die gleiche Temperatur, so treten Spannungen auf, welche, wenn sie ein gewisses Maass überschreiten, eine Zertrümmerung des Glases zur Folge haben. Diese Spannungen sind sowohl Druck- als auch Zugspannungen; für die vorliegende Frage kommen aber nur die letzteren in Betracht. Denn da die Druckfestigkeit der Gläser immer beträchtlich grösser als die Zugfestigkeit ist, so wird der zulässige Grenzwerth für die letztere früher erreicht und bedingt schon ein Zerreissen, wenn der thatsächlich vorhandene Druck noch weit von dem zulässigen Maximalwerth entfernt ist. Es wird daher ein Glas eine plötzliche Temperaturveränderung an seiner Oberfläche nicht aushalten, wenn durch diese Aenderung infolge der thermischen Ausdehnung eine Zugspannung (bezogen auf die Querschnittseinheit) veranlasst wird, die die Zugfestigkeit erreicht.

---

1) Im Auszuge in der Sitzung d. med.-naturwissensch. Gesellschaft in Jena am 15. Dec. 1893 mitgetheilt.

Um diesen Zusammenhang näher festzustellen, werde für das betrachtete Glas mit

P die Zugfestigkeit,
E der Elasticitätscoefficient,
α der thermische Ausdehnungscoefficient,
$\varkappa$ die Wärmeleitungsfähigkeit,
c die specifische Wärme,
s das specifische Gewicht bezeichnet.

§ 1.

Die zu lösende Aufgabe wird je nach den Grenzbedingungen, die von der Gestalt des betrachteten Glaskörpers abhängen, verschiedene Resultate liefern. Wir wollen uns hier mit einem einfachen Fall begnügen, nämlich voraussetzen, dass das betrachtete Glas den halben unendlichen Raum ausfülle, seiner ganzen Ausdehnung nach die Temperatur 0^0 habe und seine ebene Begrenzungsfläche plötzlich zur Zeit Null auf die Temperatur ϑ_0 (wo ϑ_0 negativ ist) abgekühlt und auf dieser Temperatur erhalten werde.

Von der oberen Begrenzungsfläche pflanzt sich die Abkühlung allmählich nach dem Innern fort und erzeugt hierdurch Zug- und Druckspannungen. Bezeichnet man die Dilationsdifferenz, welche die äusserste Schicht gegenüber einer zweiten Schicht, die in dem kleinen Abstande x sich befindet, in einem bestimmten Moment t blos infolge der Temperaturdifferenz haben würde, mit λ, so ist

$$\lambda = A \cdot \frac{p}{E}, \tag{1}$$

wenn A eine Constante und p die Zugspannung in der äusseren Schicht, bezogen auf die Einheit des Querschnittes, bedeutet, und wenn ferner angenommen wird, dass die Differenz λ durch die elastische Wirkung der zweiten und folgenden Schichten ausgeglichen wird. — Im ersten Moment, wenn die äusserste Schicht schon die Temperatur ϑ_0 erreicht hat, haben die etwas weiter liegenden Schichten noch fast keine Aenderung ihrer ursprünglichen Temperatur erfahren; je kleiner die Zeit t gewählt wird, um so mehr wird die Gleichung (1) der Wahrheit nahe kommen.

Die Dilatationsdifferenz λ, welche die Temperaturdifferenz der beiden Schichten herbeizuführen strebt, ist dieser selbst proportional. Hat die äusserste Schicht die Temperatur ϑ_0, die andere im Abstande x die Temperatur ϑ zur Zeit t, so ist

$$\lambda = A' . \alpha . (\vartheta - \vartheta_0), \tag{2}$$

wo A' eine Constante bezeichnet.

Die Temperatur ϑ im Abstande x zur Zeit t ist [1]):

$$\vartheta = \frac{2\,\vartheta_0}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{\frac{x}{2\sqrt{\frac{\varkappa . t}{s . c}}}}^{\infty} e^{-\beta^2}\, d\beta .$$

Die Temperaturdifferenz $(\vartheta - \vartheta_0)$ ist daher, weil

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^{\infty} e^{-\beta^2}\, d\beta = 1 .$$

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{-2\,\vartheta_0}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^{\frac{x}{2\sqrt{\frac{\varkappa . t}{s . c}}}} e^{-\beta^2}\, d\beta . \tag{3}$$

Für kleine Werthe des Argumentes

$$\frac{x}{2\sqrt{\frac{\varkappa . t}{s . c}}}$$

ist der Werth des Integrals, multiplicirt mit $2/\sqrt{\pi}$, sehr nahe dem Argument selbst proportional. [2])

Für kleine Argumente ist desshalb

$$\vartheta - \vartheta_0 = - A'' . \frac{x . \vartheta_0}{2\sqrt{\frac{\varkappa . t}{s . c}}},$$

wo A'' eine neue Constante darstellt.

Setzt man diesen Werth in (2) ein, so erhält man in Verbindung mit (1):

$$p = - \frac{A' . A''}{A} . \frac{x . \vartheta_0}{2\sqrt{t}} . \frac{E . \alpha . \sqrt{s . c}}{\sqrt{\varkappa}} .$$

1) Vgl. Riemann-Hattendorff, „Partielle Differentialgleichungen". p. 126. 1869.

2) Es ist z. B. für das

Argument	0,01	der	Werth	des Integrals	0,011283
„	0,02	„	„	„ „	0,022564
„	0,04	„	„	„ „	0,045111.

Nimmt man für verschiedene Gläser die gleichen Werthe für t und x, so ist

$$\frac{A' . A''}{A} . \frac{x}{2\sqrt{t}}$$

von der Natur des Glases unabhängig und kann durch eine Constante B ersetzt werden; daher

$$p = \frac{B . E . \alpha . \sqrt{s . c}}{\sqrt{\varkappa}} . (- \vartheta_0) .$$

Sobald der Werth p, oder die Spannung in der äussersten Schicht, gleich oder grösser als die Zugfestigkeit P wird, tritt eine Zertrümmerung des Glases ein; es muss daher P/p grösser als 1 bleiben, damit keine Zertrümmerung eintrete. Setzt man die plötzlich herbeigeführte Temperaturdifferenz $(- \vartheta_0)$ gleich 1, so wird P/p

$$(4) \qquad \frac{P}{p'} = \frac{1}{B} . \frac{P . \sqrt{\varkappa}}{E . \alpha . \sqrt{s . c}} = \frac{1}{B} F .$$

Diese Grösse F möge als „thermischer Widerstandscoefficient“ bezeichnet werden. *Je grösser F ist, um so grössere Temperaturdifferenzen werden ertragen, ehe das Glas springt.*

Da bei plötzlichen Temperaturdifferenzen der Bruch des Glases, wenn er überhaupt eintritt, fast momentan erfolgt, so ist das t, soweit es hier in Betracht kommt, immer sehr klein. In dieser kleinen Zeit ist der Voraussetzung nach die äusserste Schicht des Glases auf die niedrige Temperatur ϑ_0 gebracht und erhalten; diese Schicht hat aber gegenüber der nächstfolgenden nach Verlauf der Zeit t noch eine bedeutende Temperaturdifferenz. Es ist daher wahrscheinlich, dass sich die maassgebenden Erscheinungen beim Bruch im wesentlichen in der äusseren Begrenzungsfläche und in der dieser Fläche allernächsten Schicht abspielen und dass es deshalb richtig ist, wenn die oben ausgeführte Bestimmung für *kleine* Argumente in die Rechnung eingeführt ist. Die Voraussetzung aber, dass die Zeit t unabhängig von der Natur des Glases ist, wird vermuthlich nur annähernd zutreffen.

Die vorliegende Betrachtung gilt unter den gemachten Voraussetzungen speciell für den Fall, dass das Glas eine plötzliche *Abkühlung* an seiner Oberfläche erfährt. Es bildet sich dann an der Oberfläche eine *Zug*spannung aus, die mit wachsender Zeit abnimmt.[1])

Wird umgekehrt ein Glas an seiner Oberfläche plötzlich erwärmt, so tritt an der Oberfläche eine *Druck*spannung ein, die Zugspannungen im Innern des Glases zur Folge hat. Die letzteren übertragen sich auf grössere Querschnitte und werden deshalb leichter ausgehalten. Daraus folgt, dass ein Glas unter sonst gleichen Umständen viel besser plötzliche Erwärmungen, als plötzliche Abkühlungen erträgt.

§ 2.

Der Ausdruck F für den thermischen Widerstandscoefficienten gilt unter den beschränkenden Voraussetzungen, die in der Einleitung angegeben sind. Diese Voraussetzungen sind einerseits nur als Annäherungen an den wirklichen Vorgang zu betrachten und können andererseits nicht vollständig realisirt werden. Berechnet man für zwei verschiedene Gläser durch Einführung der entsprechenden Zahlenwerthe den Ausdruck F, so soll der Quotient der beiden Werthe von F gleich dem Quotienten der Temperaturdifferenzen sein, die die beiden Gläser noch gerade auszuhalten vermögen, vorausgesetzt, dass die Grenzbedingungen (also speciell die Form und die Dimensionen der Gläser) keinen Einfluss auf diesen Quotienten ausüben.

Die Grösse F hängt von 6 verschiedenen Eigenschaften des Glases ab. Diese Eigenschaften sind bereits für eine Reihe von Gläsern bestimmt, ohne dass aber bei jeder Untersuchung immer die gleichen Gläser zur Anwendung kamen. Es ist deshalb zur Berechnung von F nothwendig, entweder für die gleichen Glasarten die verschiedenen Eigenschaften von neuem experimentell zu ermitteln oder aus den schon bestimmten Werthen die verlangten Grössen durch Rechnung zu finden.

1) Hat der Körper nicht die angenommene einfache Begrenzung, so ist die Annahme, dass nur die äussersten Schichten sich an dem Vorgang betheiligen, nicht mehr zulässig; das Resultat setzt sich vielmehr aus der Wirkung sämmtlicher Schichten zusammen und wird hierdurch viel complicirter. Vgl. F. E. Neumann, „Die Gesetze der Doppelbrechung des Lichtes in comprimirten oder ungleichförmig erwärmten unkrystallinischen Körpern". Abh. der Berl. Akademie von 1841.

Die *Zugfestigkeit P* und der *Elasticitätscoefficient E* sind für die in Betracht kommenden Gläser experimentell bestimmt.[1])

Der *thermische Ausdehnungscoefficient* α ist für eine grosse Anzahl verschiedener Gläser schon durch einen[2]) von uns mitgetheilt. Es wird in § 3 gezeigt, dass sich α aus der chemischen Zusammensetzung mit einer gewissen Annäherung berechnen lässt.

Die *thermische Leitungsfähigkeit* $\varkappa$ ist durch Hrn. Paalhorn[3]) für mehrere Gläser bestimmt; gleichzeitig hat Paalhorn eine Formel angegeben, durch die sich $\varkappa$ berechnen lässt, wenn die chemische Zusammensetzung bekannt ist. (§ 4.)

Die *specifische Wärme c* ist in einer früheren Arbeit[4]) bestimmt und lässt sich für Gläser bekannter Zusammensetzung berechnen.

Das *specifische Gewicht s* wird für die einzelnen Gläser experimentell ermittelt; es wird in § 5 gezeigt, dass sich auch diese Grösse aus der chemischen Zusammensetzung berechnen lässt.

§ 3. Der thermische Ausdehnungscoefficient.

In einer früheren Arbeit[2]) ist für eine grössere Anzahl von Gläsern der kubische Ausdehnungscoefficient angegeben. Bei Besprechung dieser Resultate wurde schon darauf hingewiesen, dass einige Bestandtheile die Ausdehnung des Glases in einem bestimmten Sinne stark beeinflussen: die Alkalien (Na_2O und K_2O) vergrössern, die Borsäure vermindert den Ausdehnungscoefficienten. Um eine genauere Einsicht in den Einfluss der verschiedenen Bestandtheile zu erhalten, wurde versucht, den Ausdehnungscoefficienten als Function der chemischen Zusammensetzung darzustellen.

Besteht das Glas aus den Bestandtheilen 1, 2, 3 . . ., die in den Gewichtsmengen a_1, a_2, a_3 . . . in dem Glase vorhanden sind — es ist $a_1 + a_2 + a_3 + \ldots = 100$ —, so

1) Vgl. die vorhergehende Arbeit in diesen Annalen.

2) O. Schott, „Ueber die Ausdehnung von Gläsern und über Verbundglas". Vortrag im Verein zur Beförderung des Gewerbefleisses zu Berlin, 4. April 1892.

3) Paalhorn. Demnächst erscheinende Dissertation.

4) Winkelmann, Wied. Ann. **49.** p. 401. 1893.

wurde der kubische Ausdehnungscoefficient 3α durch die Gleichung

$$3\alpha = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \ldots \tag{5}$$

dargestellt. Die Grössen x_1, x_2 ... wurden aus den Werthen 3α ermittelt; es ergab sich:

Tabelle I.

	$x \cdot 10^7$		$x \cdot 10^7$
Na_2O	= 10,0	As_2O_5	= 2,0
K_2O	= 8,5	Li_2O	= 2,0
CaO	= 5,0	P_2O_5	= 2,0
Al_2O_3	= 5,0	ZnO	= 1,8
BaO	= 3,0	SiO_2	= 0,8
PbO	= 3,0	MgO	= 0,1
		B_2O_3	= 0,1

In der folgenden Tabelle ist die chemische Zusammensetzung der Gläser, der beobachtete und der nach Gleichung (5) berechnete Ausdehnungscoefficient, sowie die Differenz beider, in Procenten des beobachteten Werthes ausgedrückt, angegeben.

Die Gläser sind nach der Grösse der Ausdehnungscoefficienten geordnet.

Die Differenz der beobachteten und berechneten Werthe steigt zweimal bis zu 11 Proc., erreicht einmal die Höhe von 10 Proc. und bleibt im übrigen kleiner als 10 Proc.; im Durchschnitt beträgt die Differenz 4,7 Proc.

Die Tabelle I zeigt in Uebereinstimmung mit der früheren Darstellung, dass die Alkalien grosse Ausdehnungscoefficienten bewirken: die Werthe 10,0 und 8,5 für Na_2O und K_2O überragen die Werthe für die anderen Bestandtheile beträchtlich. Da die Bestandtheile As_2O_5, LiO_2 und MgO nur in geringer Menge resp. nur selten in den untersuchten Gläsern vorkommen, sind die für diese Materialien in der Tabelle I angegebenen Werthe mit einer grossen Unsicherheit behaftet. Sieht man daher hiervon ab, so hat B_2O_3 den kleinsten Werth 0,1 und bewirkt, wie gleichfalls schon die frühere Darstellung zeigte, dass der Ausdehnungscoefficient klein wird. Da der Werth für Phosphorsäure mehr als doppelt so gross ist, als jener für Kieselsäure, so haben unter sonst gleichen Umständen die Phosphatgläser einen grösseren Ausdehnungscoefficienten, als die Silicatgläser.

Tabelle II.

Fortlaufende Nr.	SiO_2	B_2O_3	ZnO	PbO	MgO	Al_2O_3	As_2O_5	BaO	Na_2O	K_2O	CaO	P_2O_5	Kub. Ausdehnungscoeff. $10^7 = 3\alpha \cdot 10^7$ beob.	ber.	beob. — ber. in Proc.
39	—	41	59	—	—	—	—	—	—	—	—	—	110	110	± 0
40 = 37	51,3	14	5	—	—	4,5	0,2	25	—	—	—	—	137	149	− 9
41 = 21	32,8	31	—	25	—	7	0,2	—	1	3	—	—	157	175	− 11
42	—	56	—	32	—	12	—	—	—	—	—	—	161	162	− 1
43 (6 Li_2O)	—	64	—	—	—	30	—	—	—	—	—	—	168	168	± 0
44 = 36	72	12	—	—	—	5	—	—	11	—	—	—	177	194	− 10
45 = 22 = 2	—	69,1	—	—	—	18	0,2	4,7	8	—	—	—	202	191	+ 5
46	45,2	—	—	46,4	—	0,5	0,2	—	0,2	7,5	—	—	236	244	− 3
47	54,3	1,5	—	33	—	—	0,2	—	3	8	—	—	238	241	− 1
48	48,8	3	10,3	—	—	—	0,4	29	1,0	7,5	—	—	238	220	+ 8
49	68,3	10	2	—	—	—	0,2	—	10	9,5	—	—	239	240	± 0
50	28,4	—	—	69	—	—	0,1	—	—	2,5	—	—	241	251	− 4
51 = 38 = 6	67,5	2	7	—	—	2,5	—	—	14	—	7	—	241	254	− 5
52	69,1	2,5	—	—	—	—	0,4	—	4	16	8	—	265	272	− 3
53 = 31	—	3	—	—	—	8	1,5	28	—	—	—	59,5	261	246	+ 6
54	51,7	—	7	10	—	—	0,3	20	1,5	9,5	—	—	270	240	+ 11
55	68,2	—	2	13,1	—	—	0,2	—	16,5	—	—	—	271	263	+ 3
56	68,1	3,5	7	—	—	—	0,4	—	5	16	—	—	275	254	+ 8
57	—	3	—	—	4	10	0,5	—	—	12	—	70,5	279	295	− 6
58 = 20	20	—	—	80	—	—	—	—	—	—	—	—	280	256	+ 9
59	73,2	—	—	—	—	—	0,3	—	18,5	—	8	—	290	284	+ 2
60	65,5	2,5	2	—	—	—	0,4	9,6	5	15	—	—	289	263	+ 9
61	64,3	1,5	—	—	—	—	0,2	—	3	20	11	—	292	307	− 5
62	71,7	—	—	—	—	2	0,3	—	10	13	3	—	300	294	+ 2
63	54,8	—	—	25	—	2,5	0,2	—	6	11,5	—	—	305	289	+ 5
64	69,7	—	—	—	—	—	0,3	—	—	25	5	—	305	294	+ 4
65	64,3	—	—	—	—	2,5	0,2	—	9	15	9	—	314	327	− 4
66	58,8	—	8	6	—	4	0,2	—	10	14	—	—	324	319	+ 2
67	43,0	—	—	34	—	4	—	—	8	11	—	—	328	330	− 1
68	57	—	5	—	—	12	—	—	13	13	—	—	337	355	− 5

§ 4. Die thermische Leitungsfähigkeit.

Hr. Paalhorn hat die Leitungsfähigkeit von 12 Gläsern verschiedener Zusammensetzung untersucht[1]) und die Resultate durch eine Formel

$$\varkappa = a_1 y_1 + a_2 y_2 + \ldots$$

dargestellt. Die Constanten a_1, a_2 . . . haben die gleiche Bedeutung wie in Gleichung (5); y_1, y_2 . . . wurden durch Paalhorn aus den Beobachtungen von $\varkappa$ ermittelt. Diese Berechnung wurde nochmals wiederholt und eine kleine Verbesserung in der Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen erzielt. Es ergab sich

Tabelle III.

	$y \cdot 10^3$		$y \cdot 10^3$
Al_2O_3	= 0,0200	P_2O_5	= 0,0160
SiO_2	= 0,0220	PbO	= 0,0080
Na_2O	= 0,0160	As_2O_5	= 0,0020
ZnO	= 0,0100	K_2O	= 0,0010
BaO	= 0,0100	B_2O_3	= 0,0150
MgO	= 0,0084		

Tabelle IV.

Fortl. Nr.	SiO_2	B_2O_3	ZnO	PbO	MgO	Al_2O_3	As_2O_5	BaO	Na_2O	K_2O	CaO	P_2O_5	Leitungsfähigkeit . 10^3 = $\varkappa \cdot 10^3$		
													beob.	ber.	beob.-ber. i.%
69 [2])	21	—	—	79	—	—	—	—	—	—	—	—	1,083	1,093	− 1
70	51	—	12	—	—	—	—	5	—	32	—	—	1,304	1,324	− 2
71 = 27	—	3	—	—	4	10	1,5	—	—	12	—	69,5	1,409	1,406	± 0
72 [3])	45,1	—	—	46,4	—	—	—	—	0,5	8	—	—	1,433	1,379	+ 4
73 [4])	—	68,8	—	—	—	18	—	5	8	—	—	—	1.445	1,572	− 9
74	4	54,5	12	11,5	—	14	—	—	—	4	—	—	1,470	1,401	+ 5
75 = 23	34,5	10,2	7,8	—	—	5	0,5	42	—	—	—	—	1,610	1,511	+ 6
76	26,5	29	—	34	—	9	—	—	0,5	1	—	—	1,650	1,479	+ 10
77 [5])	65,9	2,5	2	—	—	—	—	9,6	5	15	—	—	1,832	1,661	+ 9
78	67,4	—	3,6	13	—	—	—	—	16	—	—	—	1,861	1,879	− 1
79 [6])	71	—	12	—	—	—	—	—	17	—	—	—	1,932	1,954	− 1
80 = 19 = 5	71	14	—	—	—	5	—	—	10	—	—	—	2,267	2,092	+ 8
81	67,9	—	5,8	8,0	—	1	0,3	—	16,8	—	—	—	1,940	1,904	+ 2
82	61,6	—	—	—	—	15	0,3	—	23,0	—	—	—	1,970	2,022	− 3
83	70,6	—	—	—	—	—	0,3	—	2,0	16	11	—	1,950	1,954	± 0

1) Paalhorn, l. c.

2) Die Zusammensetzung des Glases stimmt nahe mit Nr. 58 u. Nr. 20.

3) Die Zusammensetzung des Glases stimmt nahe mit Nr. 46.

4) Die Zusammensetzung des Glases stimmt nahe mit Nr. 45 = 22 = 2.

5) Die Zusammensetzung des Glases stimmt nahe mit Nr. 60.

6) Die Zusammensetzung des Glases stimmt nahe mit Nr. 25.

Die Tabelle IV ist entsprechend der Tabelle II eingerichtet. Die Gläser sind nach der Grösse der Leitungsfähigkeit geordnet. Die Werthe für die Leistungsfähigkeit $\varkappa$ beziehen sich auf g, cm, sec., 1 °C.

Die Differenzen steigen zweimal bis 10 Proc.; der Durchschnitt derselben ist 3,8 Proc.

§ 5. Das specifische Gewicht.

Das specifische Gewicht wurde bei Zimmertemperatur bestimmt und auf Wasser von 4° als Einheit bezogen. Setzt man voraus, dass das Glas aus einer Mischung der Bestandtheile, die keine Volumenänderung erfahren, zusammengesetzt ist, so wird das specifische Gewicht s des Glases

$$s = \frac{100}{\dfrac{a_1}{z_1} + \dfrac{a_2}{z_2} + \dfrac{a_3}{z_3} + \dots} \tag{6}$$

wo z_1, z_2, z_3 ... das specifische Gewicht der Bestandtheile bezeichnet und a_1, a_2 ... die in Gleichung (5) angegebene Bedeutung haben. Für die Grössen z_1, z_2 ... werden folgende Werthe eingesetzt:

Tabelle V.

z	z
$PbO = 9{,}6$	$CaO = 3{,}3$
$BaO = 7{,}0$	$K_2O = 2{,}8$
$ZnO = 5{,}9$	$Na_2O = 2{,}6$
$Al_2O_3 = 4{,}1$	$P_2O_5 = 2{,}55$
$As_2O_5 = 4{,}1$	$SiO_2 = 2{,}3$
$MgO = 3{,}8$	$B_2O_3 = 1{,}9$

Mit diesen Werthen wurde nach der obigen Gleichung das specifische Gewicht berechnet. Die folgende Tabelle enthält die Zusammenstellung.

Tabelle VI.

Fortl.[1] Nr.	Specifisches Gewicht $= s$ beob.	ber.	beob. — ber. in Proc.
19 = 5	2,370	2,31	+ 2,6
20	5,944	5,87	+ 1,2
21	2,758	2.75	+ 0.3
22 = 2	2,243	2,26	− 0,8

1) Die chemische Zusammensetzung dieser Gläser ist in Tabelle VII angegeben.

Fortl. Nr.	Specifisches Gewicht = s		
	beob.	ber.	beob. — ber. in Proc.
23	3,532	3,45	+ 2,3
24	3,578	3,66	− 2,3
25	2,572	2,54	+ 1,3
26	3,879	3,88	± 0,0
27	2,588	2,52	+ 2,6
28	2,580	2,57	+ 0,4
29 = 8	2,629	2,62	+ 0,3
30	2,518	2,51	+ 0,3
31	3,070	3,19	− 4,0
32	2,668	2,75	− 3,0
33	4,731	4,78	− 1,0
34	2,378	2,34	+ 1,6
35	2,479	2,50	− 1,2
36	2,370	2,32	+ 2,2
37	2,848	2,83	+ 0,7
38	2,585	2,52	+ 2,5

Die Differenz zwischen den beobachteten und berechneten Werthen steigt einmal bis 4,0 Proc., im Durchschnitt beträgt sie 1,5 Proc. Es ist nicht ohne Interesse, die Werthe, welche in Tabelle V für die specifischen Gewichte der Bestandtheile angegeben sind, mit jenen zu vergleichen, welche direct experimentell bestimmt sind. Die letzteren sind folgende[1]):

Tabelle Va.

	spec. Gew.		spec. Gew.
PbO	= 9,32	CaO	= 3,15
BaO	= 5,00	K_2O	= 2,66
ZnO	= 5,65	P_2O_5	= 2,38
Al_2O_3	= 3,85	SiO_2	= 2,17[2])
As_2O_5	= 4,09	B_2O_3	= 1,46
MgO	= 3,40		

Die Werthe in Tabelle Va sind sämmtlich kleiner, als die in Tabelle V. Für Na_2O ist in Va kein Werth angegeben; aus dem specifischen Gewicht 2,45 für $Na_4P_2O_7$ kann man in Verbindung mit dem Werthe 2,38 für P_2O_5 den Werth für Na_2O annähernd ableiten; man erhält 2,55. Berechnet man hiermit und mit den in Tabelle Va angegebenen Werthen

[1]) Physik. chem. Tabellen von Landolt-Börnstein. Berlin 1883.

[2]) Diese Zahl wurde im hiesigen physik. Institut an einem Stück geschmolzenen Bergkrystalls bestimmt, welches von Hrn. A. Brun in Genf hergestellt war.

das specifische Gewicht der in VI verzeichneten Gläser nach der Formel (6), so findet man kleinere Werthe als die beobachteten, d. h. *durch die Vereinigung der Bestandtheile zu einem Glase tritt eine Volumenverminderung ein.*

§ 6. Thermischer Widerstandscoefficient.

In der folgenden Zusammenstellung (Tabelle VII) ist in der letzten Verticalspalte der thermische Widerstandscoefficient F (§ 1) berechnet. Da in § 3 der kubische Ausdehnungscoefficient angegeben ist, wurde derselbe auch in dieser Berechnung von F beibehalten, sodass in der folgenden Tabelle $F/3$ aufgeführt ist. Die mit einem * bezeichneten Werthe der folgenden Tabelle sind berechnet, nicht beobachtet. Die Tabelle enthält ausser der Angabe über die chemische Zusammensetzung sämmtliche Grössen, die zur Berechnung des thermischen Widerstandscoefficienten nothwendig sind.

Wie aus der letzten Verticalspalte hervorgeht, zeigen die thermischen Widerstandscoefficienten beträchtliche Unterschiede; der grösste Werth (4,84 für Nr. 37) ist mehr als viermal so gross, wie der kleinste (1,17 für Nr. 20). Das Glas Nr. 20, ein sehr schweres Bleisilicat, weist unter allen Gläsern den kleinsten Werth für den Quotienten P/E auf; es hat ferner die kleinste Leitungsfähigkeit und einen grossen Ausdehnungscoefficienten. Durch das Zusammentreffen dieser Umstände wird der kleine Werth des Widerstandscoefficienten bedingt. Die Grössen c (specifische Wärme) und s (specifisches Gewicht) haben nur einen kleinen Einfluss auf das hier betrachtete Verhalten, weil sie sich theilweise gegenseitig compressiren; denn das Product $c.s$ zeigt gegenüber den anderen Bestimmungsstücken nur geringe Unterschiede.

Es war von Interesse, eine Prüfung der in der Tabelle VII berechneten Widerstandscoefficienten zu versuchen, wenn auch nur so weit, um bei den Gläsern Unterschiede festzustellen, welche dem Sinne nach der Rechnung entsprechen. Es wurden zu diesem Zwecke allseitig polirte Würfel einiger der oben benutzten Glassorten auf eine constante Temperatur erwärmt und plötzlich in kaltes Wasser getaucht, um zu erfahren, welche Maximaltemperaturdifferenz dieselben ertragen, ohne zu zerspringen. Es stellte sich bei diesen Versuchen

Tabelle VII.

Fortlauf. Nr.	Chemische Zusammensetzung													Zugfestigkeit in kg pro qmm	Elasticitätscoefficient in kg pro qmm	Kubischer Ausdehnungscoeff.	Leitungsfähigkeit	Specifische Wärme	Specifisches Gewicht	Thermischer Widerstandscoefficient $\frac{1}{3} = \frac{F}{3}$
	SiO_2	B_2O_3	ZnO	PbO	MgO	Al_2O_3	As_2O_5	BaO	Na_2O	K_2O	CaO	P_2O_5	Mn_2O_3	P	E	$3\alpha.10^7$	$\varkappa.10^3$	c	s	$\frac{P.\sqrt{\varkappa}}{E.3\alpha.\sqrt{c.s}}$
19 = 5 = 80	71	14	—	—	—	5	—	—	10	—	—	—	—	6,95	7296	183*	2,267	0,204	2,370	3,56*
20 = 58	20	—	—	80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3,53	5088	280	1,080*	0,079*	5,944	1,17*
21 = 41	32,7	31	—	25	—	7	0,3	—	1	3	—	—	—	6,12	5474	157	1,544*	0,169*	2,758	4,10*
22 = 2 = 45	—	69,1	—	—	—	18	0,2	4,7	8	—	—	—	—	5,76	4699	202	1,572*	0,218	2,243	3,45*
23 = 75	34,5	10,1	7,8	—	—	5	0,5	42,0	—	—	—	—	—	7,52	7952	195*	1,610	0,138*	3,532	2,79*
24	44,2	—	—	47	—	—	0,2	—	0,5	8	—	—	0,1	6,07	5389	250*	1,365*	0,125*	3,578	2,49*
25	70,6	—	12,0	—	—	—	0,4	—	17	—	—	—	—	8,51	6498	249*	1,946*	0,201*	2,572	3,23*
26	41	—	—	51,7	—	—	0,2	—	—	7	—	—	0,1	5,39	5467	248*	1,323*	0,118*	3,879	2,14*
27 = 71	—	8	—	—	4,0	10	1,5	—	—	12	—	69,5	—	5,56	6780	295*	1,409	0,189*	2,588	1,49*
28	64,6	2,7	2	—	—	—	0,4	10,2	5	15	—	—	0,1	6,76	6626	265*	1,689*	0,179*	2,580	2,32*
29 = 8	67,9	—	5,8	8,1	—	1	0,3	—	16,8	—	—	—	0,1	6,79	6514	263*	1,905*	0,191	2,629	2,45*
30 = 10	58,7	—	—	—	—	—	0,3	—	—	33	8	—	—	7,82	6970*	368*	1,605*	0,189*	2,518	1,77*
31 = 53 = 13	—	3	—	—	—	8	1,5	28	—	—	—	59,5	—	7,63	6296	261	1,440*	0,159	3,070	2,51*
32	54,8	—	17	—	—	—	0,2	—	—	28	—	—	—	8,32	5862	313*	1,404*	0,178*	2,668	2,47*
33	29,3	—	—	67,5	—	—	0,2	—	—	3	—	—	—	5,32	5512	252*	1,188*	0,096*	4,731	1,96*
34	70,2	12	—	—	3,0	4,5	—	—	10,3	—	—	—	—	8,16	7001	183*	2,004*	0,206*	2,378	4,06*
35 = 7	73,8	—	5	—	—	3,5	—	—	10,5	—	7	—	0,2	8,35	7077	226*	2,157	0,196*	2,479	3,48*
36	72,0	12	—	—	—	5	—	—	11	—	—	—	—	7,73*	7260	177	2,040*	0,205*	2,370	3,90*
37 = 40 = 12	51,3	14	5	—	—	4,5	0,2	25	—	—	—	—	—	7,75*	7232	137	1,729*	0,162	2,848	4,84*
38 = 6 = 51	67,3	2	7	—	—	2,5	—	—	14	—	7	—	0,2	9,06*	7543	241	2,100	0,199*	2,585	3,18*

heraus, dass die Zahl der bei der plötzlichen Abkühlung auftretenden Sprünge um so grösser war, je mehr das zulässige Temperaturintervall überschritten wurde. Durch diese Erscheinung erhielt man einen Fingerzeig, welche Temperaturdifferenz man nach dem ersten Versuche anzuwenden hatte. Andererseits bieten diese Versuche Schwierigkeiten ähnlicher Art, wie die Beobachtungen zur Bestimmung der Zugfestigkeit. Ebenso wie dort werden auch hier kleine Fehler an der Oberfläche der Gläser für das Resultat entscheidend, sodass einzelne Würfel bei einer bestimmten Temperaturdifferenz schon Sprünge zeigen, während andere der gleichen Glassorte unversehrt bleiben.

Im Folgenden ist als Beispiel eine vollständige Versuchsreihe mit Gläsern von Nr. 21 angegeben. Die Erwärmung unter 100° geschah in Wasser, über 100° in Glycerin. In der ersten Columne ist die Temperaturdifferenz angegeben, denen die Würfel ausgesetzt wurden; die zweite Columne enthält die Angabe, ob die Würfel gesprungen sind, die dritte Bemerkungen über die Sprünge.

Glas Nr. 21. Würfel von 2 cm Seite.

Temperatur-differenz	Angabe, ob der Würfel zersprungen	Bemerkungen
94,8	zersprungen	Wenig Sprünge
94,8	"	" "
94,8	nicht zersprungen	
94,8	" "	
94,8	" "	
96,8	nicht zersprungen	
96,8	" "	
96,8	" "	
111,0	zersprungen	Sehr wenig Sprünge
103,5	nicht zersprungen	
103,5	" "	
108	nicht zersprungen	
108	" "	
110,5	zersprungen	Sehr wenig Sprünge
110,5	nicht zersprungen	

Zu den vorstehenden Versuchen wurden fünf Würfel gleicher Grösse benutzt. Wie die Zahlen zeigen, sprangen von diesen Würfeln zwei schon bei einer Temperaturdifferenz von 94,8°, während die drei anderen Würfel diese noch ertrugen. Da bei der Differenz von 111,0° ein Würfel zersprang, wurde die Differenz wieder verkleinert und da schliesslich bei 110,5° noch ein Würfel zersprang, der letzte aber unversehrt blieb, wurde diese Zahl als jene Maximaldifferenz angenommen, welche diese Würfel noch gerade aushielten.

In der folgenden Tabelle ist eine Zusammenstellung der Beobachtungen gegeben. Die Gläser sind nach der Grösse der in der Tabelle VII berechneten Widerstandscoefficienten geordnet, soweit Versuche mit ihnen angestellt wurden. Die Beobachtungen beziehen sich auf Würfel von 2 cm und von 1 cm Seite, die getrennt voneinander aufgeführt sind.

Tabelle VIII.

Nr. der Gläser	Widerstands-coefficient. $\frac{1}{3}$ $= F \cdot \frac{1}{3}$	Maximale Temperaturdifferenz, die ertragen wurde von Würfeln	
		mit 2 cm Seite	mit 1 cm Seite
21	4,10	110,5°	148,0°
34	4,06	—	148,0
19	3,56	95,5	—
22	3,45	84,7	103,5
25	3,23	78,5	103,5
23	2,79	70,9	90,5
31	2,51	32,0	50,5
24	2,49	66,2	98,5
28	2,32	77,8	88,4
26	2,14	69,8	88,5
33	1,96	65,8	87,0
27	1,49	—	62,7
20	1,17	52,8	61,9

Vergleicht man die Zahlenwerthe der beiden letzten Columnen miteinander, so findet man allgemein, dass die Würfel von 1 cm Seite eine höhere Temperaturdifferenz ertrugen, als die entsprechenden Würfel von 2 cm Seite. Es steht dieses Resultat mit der bekannten Erfahrung im Einklange, dass ein Glas um so besser plötzliche Temperaturdifferenzen aushält, je dünner es ist.

Eine nähere Durchsicht der Tabelle lässt erkennen, dass das Glas Nr. 31 der Rechnung auch nicht annähernd entspricht. Denn während der berechnete Widerstandscoefficient von mittlerer Grösse, nämlich 2,51, ist, stellen die Beobachtungen mit

Temperaturdifferenzen von nur 32° resp. 50.5° das Glas ganz ausserhalb aller übrigen in die unterste Stelle. Es war bisher nicht möglich, eine Ursache für dieses Verhalten aufzufinden. Sieht man aber von dem Glase Nr. 31 ab, so zeigen die übrigen Gläser eine mit der Rechnung genügende Uebereinstimmung. Diese soll sich darin zu erkennen geben, dass ebenso wie die Widerstandscoefficienten auch die Zahlen für die Temperaturdifferenzen der Grösse nach geordnet erscheinen. Dies trifft bei den Temperaturdifferenzen für Würfel von 2 cm Seite zu, wenn man bei zwei Gläsern Nr. 23 und 24 etwas grössere Werthe einführen würde. Bei den Würfeln von 1 cm Seite ist die Uebereinstimmung ebenfalls genügend; die Widerstandscoefficienten der Nr. 28 und 26 sind so wenig voneinander verschieden, dass die beiden Temperaturdifferenzen 88,4, 88,5 keinen Widerspruch mit der Rechnung zu begründen vermögen; es reicht deshalb eine mässige Vergrösserung des Werthes für Nr. 23 aus, um die Zahlenreihe allmählich abnehmen zu lassen. — Schliesslich möge noch besonders bemerkt werden, dass durchaus nicht zu erwarten war, die Beobachtungen würden Temperaturdifferenzen liefern, die den Widerstandscoefficienten proportional sind; die Versuchsbedingungen entsprechen hierfür zu wenig den theoretischen Voraussetzungen.

Dass die Gläser viel besser plötzliche Erwärmungen als Abkühlungen ertragen, wurde durch einen Versuch mit dem Glase Nr. 20 bewiesen. Ein Würfel dieses Glases von 2 cm Seite wurde zuerst von Zimmertemperatur aus plötzlich in siedendes Glycerin eingetaucht, ohne dass derselbe zersprang. Dann wurde ein Zinnbad angewandt, dessen Temperatur bis 480° gesteigert wurde; auch in diesem Bade, durch welches eine plötzliche Temperatursteigerung von 465° herbeigeführt wurde, erhielt der Würfel keine Sprünge. Zur Vergleichung werde angeführt, dass ein Würfel gleichen Glases und gleicher Grösse nach Tabelle VIII bei einer plötzlichen *Abkühlung* nur eine Temperaturdifferenz von 52,8° auszuhalten vermag.

Fasst man die Resultate der vorstehenden Arbeit kurz zusammen, so ergiebt sich:

1. Es ist in dem *„thermischen Widerstandscoefficienten“* ein Ausdruck aufgestellt, der zeigt, von welchen physikalischen Eigenschaften die Kraft abhängt, mit der die Gläser plötzlichen Abkühlungen Widerstand leisten. Die genannten physikalischen Eigenschaften werden durch den Elasticitätscoefficienten, die Zugfestigkeit, den thermischen Ausdehnungscoefficienten, die thermische Leitungsfähigkeit, die specifische Wärme und das specifische Gewicht bedingt.

2. Für eine grössere Anzahl verschieden zusammengesetzter Gläser ist der thermische Widerstandscoefficient berechnet; es zeigen sich hierbei grosse Unterschiede für die verschiedenen Gläser: der grösste Werth verhält sich zum kleinsten etwa wie 4 zu 1.

3. Die Ergebnisse der durch Rechnung gefundenen Widerstandscoefficienten sind für einige Gläser experimentell geprüft. Mit einer Ausnahme, die noch einer Aufklärung bedarf, hat sich eine genügende Bestätigung der Rechnung ergeben.

4. Die unter 1. genannten Coefficienten, von denen der thermische Widerstandscoefficient abhängt, lassen sich mit einer gewissen Annäherung berechnen, wenn die chemische Zusammensetzung des Glases bekannt ist und nicht zu sehr von den bereits untersuchten Gläsern abweicht.

Jena, December 1893.