
I. *Vorschlag eines reproducirbaren Widerstandsmaafses; von Werner Siemens.*

Der Mangel eines allgemein angenommenen Widerstandsmaafses und die daraus namentlich für die technische Physik entspringenden wesentlichen Uebelstände, veranlafsten mich schon vor einigen Jahren zur Anstellung der nachfolgend beschriebenen Versuche.

Meine ursprüngliche Absicht war dem Jacobi'schen Widerstandsmaafse allgemeineren Eingang in die Technik zu verschaffen. Ich fand jedoch bald, dafs dieses nicht ohne Nachtheil ausführbar war. Einmal differirten mehrere Jacobi'sche Widerstands-Etalons, die ich mir verschaffte, so wesentlich von einander und waren in so geringer Uebereinstimmung mit den über ihren Widerstand gemachten Angaben, dafs ich nothwendig auf das Jacobi'sche Normalmaafs hätte zurückgehen müssen, was mir jedoch nicht zu Gebote stand. Aber auch abgesehen hiervon überzeugte ich mich, dafs ein Widerstandsmaafs nur dann zur allgemeinen Annahme sich eignet, wenn es reproducirbar ist. Ob der Widerstand eines Metalldrahtes sich mit der Zeit, durch die Erschütterungen des Transportes, durch die ihn durchlaufenden Ströme und andere Einflüsse, verändert, ist noch immer nicht vollständig entschieden. Es ist aber sehr wahrscheinlich, dafs eine solche Aenderung stattfindet und daher durchaus nicht zulässig den Widerstand eines bestimmten Drahtes als Urmaafs des Widerstandes anzunehmen. Ferner werden durch das häufige Copiren eines Widerstandsmaafses nach anderen Copien — wie es doch bei allgemeiner Annahme desselben unvermeidlich wäre —

die Abweichungen vom Normalmaafs stets gröfser. Für Untersuchungen, die mit verbesserten Instrumenten und in gröfserer Schärfe ausgeführt werden sollen, sind aber Copien unbrauchbar, die mit geringerer Schärfe bestimmt sind. Endlich ist es sehr wünschenswerth und bequem einen bestimmten geometrischen Begriff mit dem Widerstandsmaafs verbinden zu können, was bei einem Metalldrabt nie der Fall seyn kann, da der Widerstand der festen Körper von der Molecularbeschaffenheit derselben, so wie von nicht leicht zu vermeidenden Verunreinigungen des Metalls in hohem Grade abhängig ist.

Ebenso wenig geeignet zur allgemeinen Einführung schien mir das absolute Widerstandsmaafs. Man kann es nur mittelst sehr vollkommener Instrumente, in besonders dazu eingerichteten Localen und bei grofser experimenteller Gewandtheit darstellen und es fehlt ihm ebenfalls die in Praxi so wichtige körperliche Vorstellung. Endlich sind seine Zahlen durch ihre Gröfse höchst unbequem.

Der einzig brauchbare Weg zur Aufstellung eines allen Anforderungen genügenden, namentlich von Jedermann mit Leichtigkeit und in der nöthigen Genauigkeit darstellbaren, Widerstandsmaafses, schien mir der zu seyn, den Widerstand des Quecksilbers als Einheit zu benutzen. Quecksilber ist mit grofser Leichtigkeit in ausreichender, fast vollkommener Reinheit zu beziehen oder herzustellen. Es hat, so lange es flüssig ist, keine verschiedene, seine Leitungsfähigkeit modificirende Molecularbeschaffenheit; sein Widerstand ist weniger als der der anderen einfachen Metalle, von Temperaturänderungen abhängig, endlich ist sein specifischer Widerstand sehr bedeutend, die Vergleichungszahlen werden daher klein und bequem.

Ich entschlofs mich also zu versuchen, ob es möglich sey, mittelst gewöhnlicher, im Handel vorkommender Glasröhren und gereinigten Quecksilbers, durch eine geeignete Methode, bestimmte Widerstandsmaafse mit ausreichender Genauigkeit herzustellen. Die gröfste Schwierigkeit schien

darin zu liegen, dafs es nicht möglich ist, sich genau cylindrische Glasröhren zu verschaffen. Die käuflichen Glasröhren haben in der Regel eine gröfsere nebst einigen kleineren Ausbauchungen. Es ist aber leicht sich durch Kalibrirung mittelst eines kurzen Quecksilberfadens aus einer gröfseren Anzahl von Glasröhren einige Stücke von 1 Meter Länge herauszusuchen, bei welchen der Querschnitt sich ziemlich gleichmäfsig verändert. Man kann alsdann das Rohr als abgestumpften Kegel betrachten und den Widerstand dieses Kegels in Rechnung bringen. Das Volumen des mit Quecksilber angefüllten Kegels kann man durch Wägung des Metalls leicht und mit grofser Schärfe bestimmen.

Es sey $ABCD$ Fig. 1 Taf. I ein solcher abgestumpfter Kegel, dessen parallele Begränzungskreise die Radien R und r haben und dessen Länge l ist. In der Entfernung x von der Ebene AB sey ein mit ihr paralleler Schnitt MN vom Radius z und der Dicke dx durch den Kegel gelegt. Ist W der Widerstand des Kegels in der Richtung seiner Axe, dW der Widerstand des Schnittes MN nach derselben Richtung, so ist:

$$dW = \frac{dx}{z^2 \pi}.$$

Es ist aber

$$z = \frac{(R-r)x}{l} + r.$$

Diesen Werth von z nach x differentürt, giebt:

$$\frac{dz}{dx} = \frac{R-r}{l}$$

folglich

$$dx = \frac{l}{R-r} \cdot dz.$$

Durch Einsetzung dieses Werthes von dx in die erste Gleichung erhält man:

$$dW = \frac{l}{(R-r)\pi} \cdot \frac{dz}{z^2}.$$

Durch Integration dieser Gleichung nach z entsteht:

$$W = \int_0^{\pi} \frac{l}{(R-r)\pi} \cdot \frac{dz}{z^2} = \frac{l}{(R-r)\pi} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

oder

$$1) \quad W = \frac{l}{Rr\pi}.$$

Es sey ferner V das Volumen des abgestumpften Kegels, G das Gewicht des darin enthaltenen Quecksilbers und σ das specifische Gewicht desselben. Es ist

$$V = (R^2 + Rr + r^2) \frac{l\pi}{3}$$

Dividirt man diese Gleichung durch Rr , so ergibt sich:

$$\frac{V}{Rr} = \left(\frac{R}{r} + 1 + \frac{r}{R} \right) \frac{l\pi}{3}$$

und setzt man

$$\frac{R^2}{r^2} = a,$$

so folgt:

$$\frac{V}{Rr} = \left(\sqrt{a} + 1 + \frac{1}{\sqrt{a}} \right) \frac{l\pi}{3}$$

und hieraus:

$$Rr = \frac{V}{l\pi} \cdot \frac{3}{1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}$$

oder für V den Werth $\frac{G}{\sigma}$ gesetzt

$$Rr = \frac{G}{l\pi\sigma} \cdot \frac{3}{1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}.$$

Diesen Werth von Rr in die Gl. 1 eingesetzt giebt:

$$2) \quad W = \frac{l^2\sigma}{G} \cdot \frac{1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{3}.$$

Der auf diese Weise gefundene Werth von W ist selbstverständlich für jede pyramidale Form des Leiters gültig, wenn nur a das Verhältniß des größten zum kleinsten Querschnitt ausdrückt. Er ist ferner noch richtig, wenn man

für einen abgestumpften Kegel von der Länge l eine beliebige Anzahl n solcher Kegel substituirt, die gleich lang sind und deren Gesammtlänge gleich l ist, wenn nur bei jedem das Verhältniß des größten zum kleinsten Querschnitt oder der reciproke Werth dieses Verhältnisses gleich a ist.

Es ist nämlich in diesem Falle, wenn

$$l = n\lambda$$

ist, wo λ die Länge eines Kegels bedeutet:

$$W = n \frac{\lambda^3 \sigma}{G} \cdot \frac{1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{3}$$

oder

$$W = \frac{n^3 \lambda^2 \sigma}{G} \cdot \frac{1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{3}$$

oder

$$W = \frac{l^2 \sigma}{G} \cdot \frac{1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{3}$$

Da nun ferner der Correctionscoefficient für die conische Form des Leiters:

$$\frac{1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{3} = \frac{1 + \frac{R}{r} + \frac{r}{R}}{3}$$

bei geringer Verschiedenheit der Durchmesser R und r nur sehr wenig von 1 verschieden ist, so kann man ohne merklichen Fehler jede nicht völlig cylindrische Röhre als einen abgestumpften Kegel betrachten und die Verhältnißzahl a durch den Quotienten der größten und kleinsten Länge des zur Kalibrirung benutzten Quecksilberfadens bilden.

Durch eine Reihe von Versuchen ermittelte ich nun, ob die für verschiedene Röhren von sehr abweichenden mittleren Querschnitten berechneten Werthe ihrer Widerstände, mit den gemessenen hinreichend genau übereinstimmen. Meine Methode war folgende:

Es wurden käufliche Glasröhren von etwa $\frac{3}{4}$ bis 2^{mm}

innerem Durchmesser auf einen langen Maafsstab befestigt, darauf in jedes Rohr ein Quecksilbertropfen gebracht und die Länge des durch ihn gebildeten Fadens gemessen. Durch Neigung des Rohres konnte man diesen Quecksilberfaden nach und nach das ganze Rohr durchlaufen lassen und somit dasjenige Stück des Rohrs von etwa 1^m Länge ausfindig machen, welches sich am meisten cylindrisch oder gleichförmig conisch erwies. Diese Stücke wurden aus den Röhren ausgeschnitten und die Enden durch eine kleine, von Halske zu diesem Zwecke construirte Vorrichtung so abgeschliffen, dafs die Röhren genau 1 Meter lang waren. Die so vorbereiteten Röhren wurden sorgfältig gereinigt. Diefs liefs sich am leichtesten so bewirken, dafs man zwei mit Seide überspinnene dünne Neusilber- oder Stahldrähte zusammendrehte, sie darauf durch das Rohr schob und dann mit dem hervorragenden einen Ende der Drähte ein Bäschen reiner Baumwolle zusammendrehte, welches darauf langsam und vorsichtig durch das Rohr gezogen wurde. Diese Operation erfordert allerdings einige Sorgfalt um das Zerbrechen des Rohrs zu verhüten. Darauf wurde das Rohr mit gereinigtem Quecksilber gefüllt und der Inhalt gewogen. Diese Operation wurde wie folgt ausgeführt: Das eine Ende des Glasrohrs wurde mittelst eines Verbindungsstückes von vulkanisirtem Kautschuk so in der einen Oeffnung einer kleinen Retorten-Vorlage, wie sie in chemischen Laboratorien gebräuchlich sind, befestigt, dafs das Ende des Rohres in die Vorlage hineinragte. Um das andere Ende des Rohrs ward eine eiserne Klemmvorrichtung, wie sie Fig. 2 Taf. I zeigt, angebracht, mittelst welcher sich ein plangeschliffenes Eisenplättchen gegen die Mündung des Rohrs schrauben liefs. Nachdem nun die passend befestigte Vorlage mit reinem Quecksilber angefüllt war, liefs man dasselbe durch die etwas geneigte Glasröhre in eine untergestellte Schaafe laufen. Wenn der Augenschein nach einiger Zeit lehrte, dafs alle anfänglich sich bisweilen zeigenden Luftbläschen vom durchströmenden Quecksilber entfernt waren, so wurde die Ausflufsöffnung durch Anziehen der das Eisen-

plättchen bewegenden Schraube dicht geschlossen, das Rohr alsdann aufgerichtet und das andere Ende aus dem Kautschukschlauch gezogen. Geschah dieses mit Vorsicht, so war das nun senkrecht aufgerichtete Rohr vollständig angefüllt und die Quecksilbersäule endete in einer kleinen hervorragenden Halbkugel. Durch Aufdrücken eines eben geschliffenen Glasplättchens wurde nun auch die obere Oeffnung geschlossen und das überflüssige Quecksilber beseitigt. Nachdem endlich mit einem Pinsel alle kleinen am Rohre haftenden Quecksilberkügelchen beseitigt waren, wurde der Inhalt der Röhre in ein kleines Glasgefäß entleert und auf einer genauen chemischen Waage gewogen. Wenn man die Vorsicht braucht das Quecksilber sehr langsam ausfließen zu lassen, indem man das Rohr nur sehr wenig neigt und das Eisenplättchen am anderen Ende nur sehr allmählich lüftet, so bleiben keine Quecksilberkügelchen im Rohre zurück, wie es ohne diese Maafsregel gewöhnlich der Fall ist. Erwärmung des gefüllten Rohrs durch Berührung mit bloßen Händen wurde natürlich vermieden. Die Temperatur während der Füllung der Röhren ward beobachtet und das gefundene Gewicht auf Füllung beim Nullpunkt der Temperatur reducirt. Von den nächstfolgenden Tabellen giebt Tabelle I die verschiedenen Längen der Quecksilberfäden bei der Kalibrirung der benutzten Röhrenstücke und die daraus gefundene Verhältniszahl a des grössten zum kleinsten Querschnitt. Tabelle II giebt die durch Wägung gefundenen und auf Füllung bei 0° reducirten Gewichte des Quecksilbers.

Tabelle I.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	
125,0	101,2	48,2	143,0	115	111	
116,4	98,4	47,5	145,0	116	109	
115,3	96,9	45,0	146,0	119	107	
114,0	94,5	45,0	145,0	121	105	
112,0	94,0	44,8	143,5	121	105	
110,2	93,3	44,2	142,5	122	103	
108,2	94,5	43,9	142,5	121	101	
107,0	95,7	43,7	140,0	120	100	
107,0	97,5	42,5	139,0	119	101	
106,0	99,4	41,0			102	
	100,1	40,1			100	
Also $a =$	$\frac{125}{106}$	$\frac{101,2}{83,3}$	$\frac{48,2}{40,1}$	$\frac{146}{139}$	$\frac{122}{115}$	$\frac{111}{100}$

und mithin die respectiven Correctionscoëfficienten

1.	2.	3.	4.	5.	6.
1,00225	1,00055	1,00282	1,000201	1,000289	1,000906

Tabelle II.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
13,208	27,1915	24,3825	62,368	69,802	11,767
13,210	27,1900	24,3830	62,366	69,796	11,768
13,209	27,1915	24,3840	62,357	69,803	11,767
13,209 bei 13°,5 R.	27,1920 bei 14° R.	24,3833 bei 13°,5 R.	bei 18° R	bei 14°,7 R.	bei 15°,2 R.
			61,395 62,398 63,393	69,795 69,795 69,794	11,776 11,777 11,774
			bei 14°,5 R.	bei 18° R.	bei 14°,7 R.

Gewicht in Grammen bei 0°.

13,2491	27,277	24,457	62,774	70,054	11,808
---------	--------	--------	--------	--------	--------

Substituirt man in die oben gefundene Formel 2) für den Widerstand

$$W = \frac{l^2 \sigma}{G} \cdot \frac{1 + \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}}}{3}$$

aus den Tabellen I und II die Werthe für G (in Milligrammen) und des Correctionscoefficienten, nimmt man ferner für das specifische Gewicht des Quecksilbers bei 0° den Werth

$$\sigma = 13,557$$

und für die gemeinschaftliche Länge aller Röhren

$$l = 1000^{\text{mm}},$$

so erhält man den Widerstand der Röhren in Einheiten des Widerstandes eines Quecksilberwürfels von 1^{mm} Seitenlänge ausgedrückt. Tabelle III giebt diese berechneten Werthe:

Tabelle III.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
1025,54	497,29	555,87	216,01	193,56	1148,9

Es wurden nun die Widerstände dieser mit Quecksilber von 0° gefüllten Röhren mit der Copie eines Jacobi'schen Etalons (B) verglichen und zwar geschah dieses mittelst einer Wheatstone'schen Brücke. Da die von mir benutzte Brücke in der von Halske und mir ihr gegebenen Form zu sehr genauen Widerstandsmessungen geeignet ist, so wird ihre nähere Beschreibung nicht ohne Interesse seyn.

Fig. 3 Taf. I stellt die Brücke in ihrer perspectivischen Ansicht dar. AA ist ein Rahmen von Messing, auf welchem sich der Schlitten BB verschiebt. Der drehbare Knopf C auf dem Schlitten ist mit einem Zahnrade versehen, welches in eine am Rahmen befestigte Zahnstange S eingreift. Der Schlitten ist daher sowohl direct als durch Drehung des Knopfes verschiebbar. Am Rahmen sind ferner die isolirten Stücke EE und der mit Millimetertheilung versehene Maafsstab mm befestigt. Zwischen den isolirten Metallstücken EE , deren innere Flächen normal auf dem Maafsstab stehen und genau 1000^{mm} von einander entfernt sind,

ist ein etwa $0,16^{\text{mm}}$ dicker Platindraht ausgespannt. Dieser Draht, dessen Anfangs- und Endpunkt genau mit den Theilstrichen 0 und 1000 übereinstimmen, wird von 2 kleinen Platinrollen umfaßt, deren Axen am Schlitten *B* mittelst der Federn *G* befestigt sind. Die zu vergleichenden Widerstände werden zwischen der Metallschiene *H*, welche durch den Contacthebel *I* mit dem einen Pole der Kette in Verbindung zu setzen ist, und zwei in den Klemmenlagern *KK* verschiebbaren dicken Kupferstangen *LL* eingeschaltet. Der andere Pol der Kette, zu welcher gewöhnlich ein Daniell'sches Element benutzt wurde, ist in leitender Verbindung mit dem Schlitten *B* und den Platinrollen. Die Klemmenlager *KK* und die als Befestigungspunkte des Platindrahtes dienenden isolirten Metallstücke *EE* sind durch dicke Kupferstangen mit den 4 Lamellen des Stöpselumschalters *S* in gut leitende Verbindung gesetzt. Es lassen sich mithin durch Versetzung der beiden Stöpsel die zu vergleichenden Widerstände vertauschen. Zu den Metallstücken *EE* sind ferner die Enden des Multiplicatordrahtes des zu benutzenden Galvanometers geführt. Ich benutzte zu den vorliegenden Messungen ein Spiegelgalvanometer mit rundem Stahlspiegel von 32^{mm} Durchmesser und 36000 Windungen von $0,15^{\text{mm}}$ dickem Kupferdraht. Der Abstand der mit Millimeter-Theilung versehenen Scale vom Spiegel beträgt $6\frac{1}{2}$ Meter.

Die mit dem beschriebenen Widerstandsmessapparat angestellten und in nachfolgenden Tabellen zusammengestellten Messungen wurden größtentheils vom Hrn. Dr. Esselbach ausgeführt. Die hierbei befolgte Methode war folgende:

Jedes Ende des zu prüfenden Glasrohres wurde mittelst eines Kautschukverschlusses in das Innere einer Retorten-Vorlage geführt. Diese Vorlage wurde so gedreht, daß der unbenutzte weitere Hals nach oben gerichtet war und so mit dem sie verbindenden Rohre in eine Rinne gelegt, die mit Eisstücken angefüllt war. Darauf wurde die eine Vorlage mit gereinigtem und trockenem Quecksilber gefüllt.

Das Quecksilber füllte nun das Rohr und lief durch dasselbe in die leere Vorlage. War das Niveau des Quecksilbers in beiden Gefäßen gleich, so war in der Regel auch das Rohr ganz blasenfrei mit Quecksilber gefüllt. Es wurden nun dicke amalgamirte Kupferdrähte durch die beiden aufgerichteten Hülsen der Vorlagen in das Quecksilber geführt und alsdann der Widerstand des Rohres mittelst der oben beschriebenen Brücke mit dem eines Jacobi'schen Widerstandsetalon verglichen ¹⁾.

Der Widerstand der Zuleitungsdrähte wurde dadurch bestimmt, daß beide amalgamirte Kupfercylinder in ein gemeinschaftliches mit Quecksilber gefülltes Gefäß getaucht wurden. Derselbe erwies sich jedoch als verschwindend klein im Vergleich mit dem Widerstande der Röhren.

Die in der nachstehenden Tabelle zusammengestellten Versuche wurden so angestellt, daß erst bei der einen Stellung des Commutators der Schieber *BB* so lange verschoben wurde, bis das Galvanometer beim Niederdrücken des Contacthebels *I* keine dauernde Ablenkung zeigte. Darauf wurden durch den Commutator die zu vergleichenden Widerstände vertauscht und abermals der Schieber richtig eingestellt. Diese beiden Ablenkungen sind in den mit *a* und *b* bezeichneten Columnen angegeben. Waren die Beobachtungen fehlerfrei, so mußte die Summe beider = 1000 seyn, was in der Mehrheit der Fälle, wenigstens sehr nahe der Fall war. Es ist hierbei noch zu bemerken, daß nach Herstellung des Stromgleichgewichts, beim Schließen der Kette stets ein kleiner Ausschlag von einigen Scalentheilen bemerkt ward im Sinne eines größeren Widerstandes des

1) Anfänglich benutzten wir anstatt amalgamirter Kupferdrähte Cylinder von Eisen als Zuleitungen. Es stellte sich aber heraus, daß ein sehr beträchtlicher Uebergangswiderstand vom Eisen zum Quecksilber auftrat, obgleich die Oberfläche des Eisens vollständig rein war. Dieser Widerstand, der auch bei unverquicktem Kupfer auftrat, war besonders stark, wenn die Cylinder nach der Reinigung noch einige Zeit an der Luft gelegen hatten, und es ist daher wahrscheinlich diese Erscheinung der auf der Oberfläche condensirten Gasschicht zuzuschreiben.

aus nebeneinanderliegenden Drahtspiralen gebildeten Jacobi'schen Etalons. Da bei der Oeffnung der Kette ein entgegengesetzter Ausschlag von gleicher Gröfse erfolgte, so war dieses offenbar dem Extracurrent in den Drahtspiralen des Jacobi'schen Etalons zuzuschreiben. Ferner stellte sich heraus, dafs schon eine Erwärmung des Quecksilbers bei längerer Dauer des Stromes eintrat, obgleich nur eine Daniell'sche Zelle benutzt wurde. Bei der langsamen Schwingung und der grofsen Dämpfung der Elongationen meines Spiegels liefs sich der hieraus entspringende Fehler leicht dadurch eliminiren, dafs man nur kurze Strömungen durch das Instrument gehen liefs. Der Schlitten wurde immer so eingestellt, dafs beim Schliesen ein schwacher Ausschlag nach links eintrat, der bei längerer Dauer des Stromes, in Folge der Erwärmung, in eine Ablenkung nach rechts überging. Man konnte nun durch geringe weitere Verschiebung des Schlittens den Ausschlag nach links verschwindend klein machen und dadurch den Einflufs der Erwärmung gänzlich beseitigen.

Tabelle IV.

Röhren	1.		2.		3.		5.		6.			
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b		
Beobachtete Widerstände	605,7	394,3	429,1 429,0	570,9 571,1	456 456,3 456,2 456,2	543,7 543,6 543,3 543,6	247,6	752,6	227,4 227,3	772,8 772,8	633,2 633,15 633,10	366,8 366,85 366,90
Mittelwerthe	605,7	394,3	429,05	571,0	456,2	543,6	247,6	752,6	227,35	772,8	633,15	366,85
Für $l = 1$	1,536		0,7514		0,8392		0,329		0,2942		1,726	
W_1	1016,52		427,28		555,38		217,73		194,7		1142,3	
$\frac{W}{W_1}$	1,008		1,00		1,0008		0,992		0,994		1,005	

Die mit W' bezeichnete Spalte ist durch Multiplication der vorhergehenden mit der Zahl 661,8 gebildet, welche Zahl durch Vergleichung des berechneten Widerstandes des Rohres Nr. 2 mit dem Widerstande des benutzten Jacobi'schen Etalons ermittelt ist. Die Zahlen dieser Spalte mußten mithin mit den in Tabelle III berechneten Widerständen der Röhren übereinstimmen. Die in der mit $\frac{W}{W_1}$ bezeichnete Spalte befindlichen Quotienten der berechneten durch die beobachteten Widerstände zeigen, daß die Differenzen nicht größer sind, wie zu erwarten war. Die wesentlichsten Abweichungen sind bei unseren Messungen dadurch entstanden, daß weder die Temperaturen des Quecksilbers noch die des zur Vergleichung bestimmten Kupferetalons völlig constant waren. Die Temperatur des Eiswassers schwankte zwischen 0 und 2° und die des Etalons zwischen 19 und 22° C. Da aber die Leitungsfähigkeit des Kupfers durch Erwärmung um 1° C. um etwa 0,4 Proc. vermindert wird, so erklären sich hieraus die 1 Proc. nicht erreichenden Abweichungen vollkommen und es kann nicht zweifelhaft seyn, daß die benutzte Methode geeignet ist, Widerstandsetalons bis zu jedem Grade von Genauigkeit zu reproduciren.

Die beobachteten Widerstände der Tabelle IV hätten eigentlich noch um die Größe des Ausbreitungswiderstandes des Stromes im Quecksilber der Glasgefäße oder des Uebergangswiderstandes vom Querschnitt des Rohrs zu den amalgamirten Zuleitungsdrähten vermindert werden müssen. Man kann diesen Widerstand ohne großen Fehler als den Widerstand einer Halbkugelschaale definiren, deren innerer Radius gleich r dem inneren Radius des Rohres und deren äußerer Radius gegen r sehr groß und daher in die Rechnung als unendlich groß einzuführen ist. Der Widerstand einer halben Kugelschaale von der Dicke dx und dem Radius x , wird ausgedrückt durch

$$dW = \frac{dx}{2x^2\pi}$$

mithin

$$W = \int_0^{\infty} \frac{dx}{2x^2\pi} = \frac{1}{2r\pi} = \frac{r}{2r^2\pi}$$

Der Widerstand der Ausbreitung in beiden Quecksilbermassen ist also gleich dem Widerstande einer Verlängerung des Rohrs um die Hälfte seines Durchmessers. Wenn nun auch dadurch, daß die Endflächen des Rohrinhaltes eben und nicht, wie in der Rechnung angenommen, halbkugelförmig sind, noch eine geringe Vergrößerung des Ausbreitungswiderstandes herbeigeführt wird, so ist die Gesamtgröße desselben doch so gering, daß er füglich vernachlässigt werden konnte.

Die zu den bisherigen Versuchen benutzten geraden Glasröhren sind ziemlich unbequem als Etalons zu verwenden. Ich liefs mir daher von Hrn. Geißler in Berlin ähnliche Röhren in Spiralforn aufwinden und die aufwärts gebogenen geraden Enden mit kleinen Glasgefäßen zur Aufnahme der Zuleitungsdrähte versehen. Diese Glasspiralen wurden, wie Fig. 4 Taf. I zeigt, am Holzdeckel eines weiteren mit Wasser gefüllten Gefäßes befestigt. Die Temperatur des Wassers ward durch ein Thermometer, welches durch eine Oeffnung im Holzdeckel eingeführt werden konnte, beobachtet. Die blasenfreie Füllung der Glasspiralen mit Quecksilber liefs sich leicht dadurch herstellen, daß man mittelst eines geeigneten Propfens die Mündung des Rohres in einem der Glasgefäße verstopfte, darauf das andere Gefäß mit Quecksilber füllte und dann den Pfropfen vorsichtig lüftete und erst dann ganz entfernte, wenn das Quecksilber langsam sämtliche Windungen des Rohres durchlaufen hatte.

Da das Quecksilber in der Reihe von Metallen fehlt, für welche Arndtsen ¹⁾ die Veränderung des specifischen Widerstandes mit der Temperatur bestimmt hat, so mußte diese Lücke erst ausgefüllt werden. Dies geschah durch Hrn. Dr. Esselbach mit Hülfe der beschriebenen Vorrich-

1) Diese Ann. Bd. 102, S. 1.

tung. Es wurde der Widerstand einer der spiralförmig aufgewundenen Röhren mit dem der geraden Röhren Nr. 2 zuerst bei der Temperatur des Eiswassers und darauf bei höheren Temperaturen des gewundenen Rohres verglichen. Bezeichnet w den Widerstand des Rohres Nr. 2, nach Tabelle III gleich 498,7, ferner w_1 den Widerstand des gewundenen Rohres und berücksichtigt man, daß die Widerstände der Zuleitungsdrähte zur Röhre 2 und zur Spirale gleich gemacht wurden und den Widerstand von 11 Quecksilberwürfeln von 1^{mm} Seitenlänge hatten, so ergibt sich

$$\frac{w+11}{w_1+11} = \frac{a}{b}$$

wenn a und b die Längen der Stücke des Platindrahtes der Brücke bezeichnen, bei welchen kein Strom durch den Galvanometerzweig ging. Diefs war der Fall wenn

$$\frac{a}{b} = \frac{311,3}{688,7}$$

war, woraus sich

$$w_1 = 219,4$$

ergab.

Es wurde nun die Temperatur des geraden Rohrs durch schmelzendes Eis fortwährend auf der Temperatur 0 erhalten, während das die Glasspirale umgebende Wasser erwärmt wurde. In der folgenden Tabelle bezeichnet t die Temperatur des geraden Rohres, t_1 die des gewundenen, a und b die im Zustande des Stromgleichgewichts abgelesenen Drahtlängen, y den gesuchten Coëfficienten, berechnet nach der von Arndtsen aufgestellten Formel

$$\frac{w_1(1+y t_1)+11}{w(1+y t)+11} = \frac{a}{b}$$

Tabelle V.

t	t_1	a	b	y
0°	47° C.	320,4	679,5	0,000964
0	34,5	318,0	682,0	0,000960
0	16,5	314,6	685,4	0,000981

Im Mittel 0,000968

Hiernach ist Quecksilber unter allen einfachen Metallen dasjenige, dessen Widerstand sich bei zunehmender Temperatur am Wenigsten vergrößert.

Mit Hülfe dieses Coëfficienten ward nun auch der Widerstand der beiden anderen Glasspiralen *A* und *B* bestimmt, welche später als Normalmaafse zur Herstellung von Widerstandscopien in Neusilberdraht benutzt wurden. Der Widerstand der Spirale *A* war bei 0° Temperatur gleich 514,45 und der Spirale *B* = 673,0.

Neusilberdraht eignet sich ganz besonders zur Anfertigung von Widerstandsetalons, weil seine Leitungsfähigkeit sehr gering ist und sich bei Temperaturveränderungen nur sehr wenig, nach Arndtsen um etwa 0,0004 Proc. pro Grad Celsius, verändert.

Bisher wurde in der vorliegenden Untersuchung stets der Widerstand eines Quecksilberwürfels von 1^{mm} Seitenlänge als Einheit des Widerstandes angenommen. Für kleine Widerstände und überhaupt für Widerstandsberechnungen hat diese Einheit manche Vorzüge. Es erscheint aber doch als zweckmäßiger das Widerstandsmaafs in völlige Uebereinstimmung mit dem Metermaafs zu bringen. Ich schlage daher vor als Einheit des Widerstandes anzunehmen:

Den Widerstand eines Quecksilberprismas von 1 Meter Länge und 1 Quadratmillim. Querschnitt bei 0°.

Sollte dieser Vorschlag allgemeineren Eingang finden, so würden sich alle Widerstandsangaben ohne weitere Umschreibung auf Angaben der Länge in Metermaafs reduciren. Es würde dann jeder Physiker im Stande seyn sich sein Widerstandsmaafs selbst so genau wie seine Instrumente es gestatten und erfordern, darzustellen und die etwaige Veränderung des Widerstandes der im Gebrauch bequemeren Etalons aus Metalldrähten zu controlliren. Selbstredend müfste jedoch dabei als Einheit der Leitungsfähigkeit der Körper nicht, wie bisher, die des Kupfers oder Silbers, sondern die des Quecksilbers angenommen werden. Leider liegen nur wenige Vergleiche der Leitungsfähigkeit des Quecksilbers mit der der festen Metalle vor, aus denen

sich eine solche Tabelle berechnen liefse und es fehlt auch bei den meisten Vergleichen der Leitungsfähigkeit der festen Metalle unter sich die Angabe, ob hart gezogene oder ausgeglühte Drähte benutzt wurden. Aus der nachstehenden Tabelle ergibt sich aber, daß die Leitungsfähigkeit ausgeglühter Drähte beträchtlich gröfser ist wie die der nicht geglühten.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Art des Drahtes.	Länge in Millimetern.	Gewicht in Milligrammen.	Specifisches Gewicht.	Widerstand bei 0° Temperatur.	Leitungsfähigkeit Hg = 1.
1) Silberdraht, hart	4014,4	4884,9	10,479	614,55	56,252
do. ausgeglüht	4014,4	4889,1	10,492	537,2	64,38
2) do. hart	4014,4	3233,1	10,502	896,1	58,20
ausgeglüht	4014,4	3009,6	10,5132	889,08	63,31
3) Kupfer, hart	4014,4	3099,5	8,925	890,5	52,109
4) do. hart	4014,4	4409,1	8,916	622,7	52,382
ausgeglüht	4014,4	4355,2	8,903	599,05	52,013
5) do. hart	2007,2	1260,4	8,916	545,8	52,217
ausgeglüht	2007,2	1252,7	8,894	517	55,419
6) do. hart	2007,2	1263,2	8,916	545,6	52,121
ausgeglüht	2007,2	1211,5	8,894	520,8	55,338
7) Platin, hart	436,4	544,1	21,452	910,6	8,244
8) do. hart	436,4	550,1	21,452	897,7	8,27
9) Messing, hart	1003,6	1406,1	8,473	530,6	11,439
do. geglüht	1003,6	1397,8	8,464	451,7	13,502

Es ist hiernach die spezifische Leitungsfähigkeit des ausgeglühten Silberdrahtes um 10 Proc., die des ausgeglühten Kupferdrahtes durchschnittlich um 6 Proc. gröfser wie die des nicht ausgeglühten Silbers, resp. Kupfers. Besonders auffallend ist diese Zunahme beim Messing. Da die Härte gezogener Drähte von der Gröfse der Ausdehnung nach dem letzten Ausglühen abhängt, so muß sie und ebenso die Leitungsfähigkeit stets verschieden ausfallen, wenn auch das Metall völlig gleichartig ist. Ebenso ist die Höhe der Temperatur, bei welcher die Drähte ausgeglüht wurden, die Dauer des Glühens und die Geschwindigkeit der Abkühlung nicht ohne Einfluß auf die Gröfse der spezifischen Leitungsfähigkeit. Die Columne 5 der obigen Tabelle ist nach der früher entwickelten Formel

$$w = \frac{l^2 \cdot \sigma}{Q} \cdot \frac{a + \sqrt{a} + \frac{l}{\sqrt{a}}}{3}$$

berechnet. Der Correctionscoefficient für die Conicität, $\frac{a + \sqrt{a} + \frac{l}{\sqrt{a}}}{3}$, ist bei Metalldrähten fast immer aufser Betracht zu lassen, da er nicht merklich von 1 verschieden ist. Wie ersichtlich ist diese Methode weit schärfer wie die bisher gebräuchliche, bei welcher der mittlere Durchmesser der Drähte durch directe Messungen zu ermitteln war. Dieser ungenaue Werth ging im Quadrat in die Rechnung ein, wodurch die Ungenauigkeit der Methode noch wesentlich erhöht wurde. Bei der von mir benutzten Methode sind dagegen sämmtliche Data mit größter Schärfe zu bestimmen, namentlich die Länge, welche hier im Quadrat auftritt.

Vergleicht man die obige Tabelle mit der von Arndt-sen aufgestellten, so ergibt sich, dafs der gefundene mittlere Werth der Leitungsfähigkeit des ungeglühten Platindrahtes, nämlich 8,257 und der geringste gefundene Werth für ungeglühtes Silber, 56,252, genau in dem von Arndt-sen angegebenen Verhältnisse stehen, während der Widerstand des Kupfers der Arndt-sen'schen Tabelle dem des ausgeglühten Kupferdrahtes der meinigen ziemlich genau entspricht. Da das von mir benutzte Silber und Platina chemisch rein war und auch Arndt-sen diese Metalle in völliger Reinheit benutzte, so habe ich bei der Berechnung der nachfolgenden Tabellen den Widerstand des Platina's und harten Silbers zu Grunde gelegt. Die aus der Arndt-sen'schen Tabelle entnommenen Werthe sind mit (A), die selbst beobachteten mit (S) bezeichnet.

Tabelle VI.

Leitungsfähigkeit der Metalle bei der Temperatur t , verglichen mit der des Quecksilbers bei 0° .

Quecksilber	$\frac{1}{1+0,00095t}$ (S)
-------------	----------------------------

Blei	$\frac{5,1554}{1+0,00376t}$	(A)
Platin	$\frac{8,257}{1+0,00376t}$	(A, S)
Eisen	$\frac{8,3401}{1+0,00413t+0,00000527t^2}$	(A)
Neusilber	$\frac{10,532}{1+0,000387t-0,000000557t^2}$	(A)
do. geglüht	4,137	(S)
Messing, hart	11,439	(S)
do. geglüht	13,502	(S)
do. "	$\frac{14,249}{1+0,00166t-8,00000203t^2}$	(A)
Aluminium	$\frac{31,726}{1+0,003638t}$	(A)
Kupfer	$\frac{55,513}{1+0,00368t}$	(A)
do. hart	52,207	(S)
do. geglüht	55,253	(S)
Silber, hart	$\frac{56,252}{1+0,003414t}$	(A, S)
do. geglüht	64,38	(S)

Der Uebersichtlichkeit wegen habe ich die von Arndtsen beobachteten Werthe mit den von ihm angegebenen Correctionscoëfficienten für erhöhte Temperaturen versehen. Ob dieselben bei geglühten und ungeglühten Drähten dieselben bleiben, habe ich nicht untersuchen können. Das von mir untersuchte Messing enthielt, wie die in meinem Laboratorio ausgeführte Analyse ergab, 29,8 Proc. Zink und 70,2 Proc. Kupfer.

Schließlich bemerke ich noch für Diejenigen, welche sich Etalons in der beschriebenen Weise darstellen wollen, dafs es nothwendig ist, das Quecksilber vor dem Gebrauch unter einer Decke von concentrirter Schwefelsäure mit einigen Tropfen Salpetersäure etliche Stunden zu erwärmen, damit alle metallischen Verunreinigungen, so wie der absorbirte Sauerstoff, welche seine Leitungsfähigkeit sehr wesentlich *vergröfsern*, vollständig beseitigt werden.

