

I. *Hydraulische Untersuchungen;*  
*von G. Magnus.*

Zweiter Theil.

Ueber die Bäuche der Strahlen aus kreisförmigen  
Oeffnungen.

[Die Nummern der Paragraphen schliessen sich an die in dem früheren  
Theile dieser Untersuchungen.]

116. In dem vorbergehenden Theile der hydraulischen Untersuchungen <sup>1)</sup> habe ich mich mit der Gestalt der Wasserstrahlen beschäftigt und die auffallenden Formen, welche die aus eckigen Oeffnungen kommenden Strahlen zeigen, dadurch, wie ich glaube, vollständig erklärt, dafs ich sie auf die Erscheinungen zurückgeführt habe, welche bei dem Zusammentreffen zweier Strahlen unter verschiedenen Winkeln entstehen. Ebenso habe ich die Gestalt der Strahlen aus kreisförmigen Oeffnungen, die ungleich regelmässiger sind, beschrieben. Die merkwürdigen Anschwellungen oder Bäuche aber, welche bei Hervorbringung eines Tons in den kreisförmigen Strahlen entstehen und mit denen F. Savart <sup>2)</sup> sich beschäftigt hat, sind damals nur im Allgemeinen behandelt worden. Seitdem habe ich dieselben unter Anwendung verschiedener Hilfsmittel beobachtet, wodurch es gelungen ist ihre Natur und Entstehungsweise sicherer festzustellen. In dem Folgenden will ich mir erlauben diese Beobachtungen mitzutheilen.

117. Vorzugsweise wurden die Bäuche an Strahlen

1) Leipzig bei Joh. Ambr. Barth, 1855, und in Pogg. Ann. XCV, I.

2) *Ann. de Chim. et de Phys.* 2<sup>ème</sup> Ser. Tom. LIII, 337.

beobachtet, die vertical von oben nach unten sich bewegen, weil diese regelmässiger und gleichförmiger erhalten werden können als andere und daher eine grössere Sicherheit für die Beobachtung darbieten.

Um das Wasser ausfliessen zu lassen wurde das in dem vorhergehenden Theile dieser Untersuchungen §. 40 ausführlicher beschriebene Gefäss von 0,4 Meter Höhe und 0,8 Meter Durchmesser angewandt, das auf einem festen Gestell aus starkem Holze stand, welches 1,75 Meter hoch war. In der Mitte des Bodens dieses Gefässes konnten Platten, auf die dort beschriebene Weise eingelegt werden, welche Oeffnungen von verschiedenen Durchmessern enthielten. Die aus denselben hervorgehenden Strahlen fielen in ein Gefäss, das ganz getrennt von dem Gestell auf einer weichen Unterlage stand, damit sich die Bewegungen desselben so wenig als möglich dem Fußboden und dadurch dem Gestell mittheilen konnten. Um diese Bewegungen selbst aber so unbedeutend als möglich zu machen und zugleich das Geräusch zu vermeiden, welches das hinabfallende Wasser hervorbringt, befand sich in dem Gefäss ein Brett, das einen kleinen Winkel mit der Verticalen machte, wie dies in §. 42 beschrieben ist. Indem der Wasserstrahl auf dieses fiel, gleitete er längs desselben hinab, wodurch ein kaum merkliches Geräusch entstand.

Um den Strahl so regelmässig als möglich zu erhalten, war in dem Gefäss, aus welchem er ausfloß, der in §. 38 beschriebene Beruhiger aufgestellt, durch welchen die drehenden Bewegungen des Wassers und die dadurch eintretenden Drehungen in dem Strahle selbst vermieden wurden.

#### Strahlen ohne Bäuche.

118. Zunächst muß ich anführen, daß ich mich durch wiederholte Versuche von der Richtigkeit der in §. 85 enthaltenen Angabe überzeugt habe, daß ein Strahl, der ganz ruhig ausfließt, in dem die Rotation der Flüssigkeit im Innern des Gefässes durch Anwendung des Beruhigers vermieden ist und auf den keine durch einen Ton oder sonst

auf irgend eine Weise hervorgebrachte Vibrationen einwirken, *durchaus keine Bäuche* zeigt. Ein solcher Strahl bildet eine zusammenhängende, vollkommen glatte Masse, deren Querschnitt mit der Entfernung von der Ausflufsöffnung bis zu der Stelle abnimmt, wo er aufhört zusammenhängend zu seyn. Von hier ab zeigt er ein trübes Ansehen. Auch nimmt er einen gröfseren Querschnitt an, so dafs er ungefähr die Gestalt darbietet, die in Fig. 1 Taf. I abgebildet ist. Von abwechselnden Zusammenziehungen und Anschwellungen ist keine Spur, weder in dem glatten zusammenhängenden, noch in dem trüben nicht zusammenhängenden Theile vorhanden. Bisweilen spritzen einzelne sehr kleine Tröpfchen an der Stelle, wo der Strahl anfängt trübe zu werden, und oft auch in gröfserer Tiefe seitlich fort. Bei Strahlen, die aus Oeffnungen von 5 Millim. Durchmesser und darüber kommen, zeigen sich dieselben seltener, allein bei dünneren, die etwa 1 Millim. Durchmesser haben, löst sich der ganze Strahl in feine Tröpfchen auf, und nimmt dadurch die Gestalt Fig. 2 Taf. I an.

119. Auch Savart erwähnt <sup>1)</sup> schon, dafs der Strahl keine Bäuche zeigt, wenn alle Vibrationen in der Nähe vermieden sind. Seine Beschreibung stimmt mit der im vorhergehenden § gegebenen ganz überein, nur der kleinen Tropfen erwähnt er nicht, auch sind diese bei Strahlen von solchen Durchmessern, wie sie Savart benutzt hat, selten in so grofser Menge vorhanden, dafs sie besonders in die Augen fielen.

120. Ein ganz ruhiger Strahl ist selbst bei vollkommen regelmäfsiger Ausflufsöffnung nicht leicht herzustellen. Denn wenn das Wasser unter einem Drucke von etwa 20 Centim. ausfliefst, so ist man selbst durch Anwendung des Beruhigers nicht im Stande, ihn ganz unveränderlich zu erhalten. Ist der Druck geringer, so erscheint er zwar vollkommen glatt, allein die geringste Bewegung, z. B. die, welche ihn durch einen in der Entfernung auf der Strafse fahrenden Wagen mitgetheilt wird, reicht hin, um das Bild eines Ge-

1) *Annal. de Chim. et de Phys.* 2<sup>ème</sup> Série LIII. p. 364, 365.

genstandes, das man durch Reflexion von dem Strahle erblickt, zu verrücken.

#### Entstehung von Bäuchen.

121. Dergleichen Erschütterungen erzeugen indess noch keine Bäuche. Damit diese sich zeigen, müssen dem Gefäß, aus dem das Wasser ausfließt, regelmässige, sehr rasch aufeinanderfolgende Bewegungen mitgetheilt werden. Das geeignetste Mittel hierfür bietet die Hervorbringung eines Tones. Es giebt sogar schwerlich ein anderes Mittel, vorausgesetzt das die Bäuche regelmässig seyn sollen. Denn hierfür sind, wie schon bemerkt, regelmässig in ganz kurzen Zeiten aufeinanderfolgende Bewegungen erforderlich, und diese bringen immer den Eindruck eines Tones hervor. Durch solche regelmässige Vibrationen erscheinen die Bäuche ungefähr so, wie sie in Fig. 3 Taf. I abgebildet sind. Der erste Bauch liegt der Ausflufsöffnung stets sehr viel näher als die Stelle, wo der Strahl ohne Bäuche anfängt trübe zu werden.

122. Bekanntlich bringt der Strahl selbst schon einen Ton hervor, theils dadurch, das die einzelnen getrennten Wassermassen desselben die Luft in Bewegung setzen, durch welche sie fallen, besonders aber dadurch, das diese Massen auf irgend einen flüssigen oder festen Körper aufschlagen. Deshalb erscheinen Bäuche häufig ohne das ein Ton absichtlich hervorgebracht wird. Nur wenn man das Aufschlagen auf einen festen Körper oder auf bereits ausgeflossenes Wasser dadurch verhindert, das man den Strahl auf ein sehr geneigtes Brett fallen läßt, ist der Ton des Strahles so schwach, das er keine Bäuche zu erzeugen vermag.

123. Savart <sup>1)</sup> giebt an, das wenn mittelst eines musikalischen Instrumentes der Ton hervorgebracht wird, welchen der Strahl bei seinem Fallen durch die Luft erzeugt, sogleich Bäuche entstehen, und das diese sich ebenfalls bilden, wenn gewisse andere Töne, die mit jenem in einem

1) A. a. O. S. 357.

einfachen Verhältniß stehen, hervorgebracht werden, daß hingegen Töne, die nicht in solchem einfachen Verhältniß zu dem Tone des Strahles sich befinden, keine Bäuche zu erzeugen vermögen. Diese Angabe habe ich zwar bestätigt gefunden, aber nur für den Fall, daß der Strahl unter einem Druck von mindestens 10 Centim. ausfließt. Ist der Druck geringer, etwa nur 2 oder 3 Centim., so entstehen Bäuche durch jeden Ton, der in der Nähe hervorgebracht wird. Die menschliche Stimme reicht dann schon hin sie zu erzeugen. Nur ganz hohe Töne schienen mir nicht zur Erzeugung von Bäuchen geeignet, wenigstens konnte ich in einem Strahle von 5 Millim. Durchmesser durch sehr hohe Töne dergleichen nicht hervorbringen.

124. War der Druck, unter welchem der Ausfluß stattfand, so groß, daß durch keinen anderen als den ursprünglichen Ton des Strahles oder einen mit diesem in einfachem Verhältniß stehenden, Bäuche sich zeigten, so konnten diese durch jeden anderen Ton hervorgebracht werden, wenn der tönende Körper in unmittelbare Berührung mit dem Gefäß aus welchem das Wasser floß oder auch nur mit dem Gestell desselben gebracht wurde.

125. Zur Hervorbringung der Töne habe ich mich vielfach eines kleinen Elektromagneten bedient, dessen Anker an einer Feder befestigt war, durch deren Bewegung der Strom abwechselnd unterbrochen wurde. Diese Vorrichtung, welche bekannt ist unter dem Namen des Neef'schen oder magnetischen Hammers, läßt sich so abgleichen, daß die Bewegungen der Feder und des Ankers bestimmten Tönen entsprechen, die man nach Belieben, wenigstens innerhalb gewisser Gränzen, verändern kann.

126. Zuweilen bediente ich mich statt dieses Apparates verschiedener Stimmgabeln und besonders einer sehr großen, die das große C angab.

127. Der magnetische Hammer gewährt aber den Vortheil, daß er während längerer Zeit einen und denselben Ton von unveränderter Stärke liefert und daher eine sichere Beobachtung gestattet. Auch bedarf es zu seiner

Erzeugung keiner mechanischen Kraft, wie sie für Orgelpfeifen, Streichinstrumente u. dgl. erforderlich ist, die, wenn der tönende Körper mit dem Gefäß, aus welchem das Wasser ausfließt, oder mit dem Gestell desselben in Berührung ist, dieses letztere und dadurch den ganzen Strahl in schwankende Bewegung versetzt.

128. Gab der magnetische Hammer einen anderen als den ursprünglichen Ton des Strahles oder einen in einfachem Verhältniß stehenden an, so waren, so lange man ihn in der Hand hielt, keine Bäuche bemerkbar, auch wenn man ihn, während er tönte, dem Strahle noch so nahe brachte. Legte man denselben aber an das Gestell, worauf das Gefäß stand, aus welchem das Wasser ausfloß, so entstanden die Bäuche sogleich, und besonders scharf und bestimmt traten dieselben hervor, wenn er ganz fest an dieß Gestell angeschraubt wurde. Dadurch wurden nämlich die Vibrationen regelmäßiger und der Ton weniger klirrend und schnarrend, als wenn er nur mit der Hand gegen dasselbe gedrückt wurde.

Aehnlich waren die Erscheinungen bei Anwendung der Stimmungabel (§. 126). Wurde dieselbe angeschlagen und in der Hand gehalten so trat keine Veränderung in dem Strahl ein, wenn sie nicht zufällig mit dem ursprünglichen Tone des Strahles übereinstimmte. Auch wenn man sie ganz dicht neben dem Strahl hielt, entstanden keine Bäuche. Wurde sie hingegen, nachdem sie angeschlagen worden, auf das Gestell aufgesetzt, so zeigten sich dieselben sogleich, das Verhältniß zwischen dem eigenthümlichen Ton des Strahles und dem der Gabel mochte seyn welches es wollte.

Mit kleinen Stimmungabeln, die nicht gerade den ursprünglichen oder einen in einfachem Verhältniß stehenden Ton angaben, konnte ich, selbst wenn sie auf das Gestell aufgesetzt wurden, keine Bäuche hervorbringen. Ebensovienig durch eine 0,63 Meter lange Orgelpfeife, welche an das Gestell angeschraubt und durch einen entfernt stehenden Blasebalg mittelst eines Schlauches zum Tönen gebracht wurde.

Es versteht sich indefs von selbst, daß sich dieß Verhalten nur auf den §. 117 erwähnten Apparat bezieht, welchen ich gewöhnlich benutzte. Bei einem andern, der weniger fest construirt ist, können auch kleinere Gabeln, die nicht den ursprünglichen oder einen verwandten Ton angeben, selbst bei Anwendung eines höheren Druckes, Bäuche erzeugen, wenn sie auf das Gestell aufgesetzt werden.

Die Bäuche entstehen durch die Vibrationen der Ausflußöffnung und nicht durch die unmittelbare Einwirkung der Luftschwingungen auf den Strahl.

129. Aus diesen Beobachtungen geht hervor, daß die Bäuche hauptsächlich durch die Schwingungen entstehen, in welche das Gefäß versetzt wird, aus dem der Ausfluß stattfindet, daß dagegen die unmittelbare Mittheilung der schwingenden Bewegung des tönenden Körpers durch die Luft entweder gar nicht oder nur in sehr geringem Maasse auf den Strahl einwirkt.

130. Daß Körper, welche in der Hand gehalten werden und ihre Schwingungen nicht anders als durch die Luft mittheilen können, doch Bäuche erzeugen, wenn sie den dem Strahle eigenthümlichen oder einen harmonischen Ton angeben, beweist nicht, daß jene Veränderungen direct durch die Luft vermittelt werden. Denn es ist wohl zu beachten, daß das Gefäß, aus welchem der Strahl ausfließt, wenn jener eigenthümliche Ton gehört wird, jedesmal mit-tönt. Es ist folglich der eigenthümliche Ton des Strahles abhängig von dem Ton, welchen das Gefäß für sich allein angeben würde und er muß mit diesem in einem einfachen Verhältniß stehen. Wenn daher ein Ton angegeben wird, der mit dem des Strahles in einem einfachen Verhältniß steht, so steht er auch mit dem des Gefäßes in einem solchen. Deshalb verstärken seine Schwingungen, wiewohl sie sich nur durch die Luft fortpflanzen, die Schwingungen des Gefäßes und durch diese verändert sich, wie in dem Folgenden noch bestimmter gezeigt werden soll, die Gestalt des Strahles.

131. Ist der Ton, den ein in der Hand gehaltener Körper angiebt, hinreichend stark, so theilt er seine Schwingungen dem Gefäße mit, auch wenn er nicht den diesem eigenthümlichen oder einen harmonischen Ton angiebt. Befestigt man die Stimmgabel (§. 126) auf einem großen Resonanzkasten und nähert sie, nachdem sie angestrichen ist, dem Strahl, so entstehen Bäuche bei einem viel größeren Druck, als wenn die Stimmgabel ohne Resonanzkasten angewendet wird.

132. Hat man den Druck, unter welchem die Flüssigkeit ausfließt, so gewählt, daß die Stimmgabel ohne Resonanzkasten keine Bäuche hervorbringt, wenn sie dem Strahle in einiger Tiefe unter der Ausflußöffnung genähert wird, so sieht man dieselben auftreten, sobald die Gabel ganz nahe an die Ausflußöffnung gebracht wird, ohne diese, wie sich von selbst versteht, zu berühren.

Dies ist eine neue Bestätigung dafür, daß die Vibrationen des tönenden Körpers dem Strahle nicht durch die Luft mitgetheilt werden, denn sonst müßten die Bäuche entstehen sowohl wenn der tönende Körper dem oberen wie wenn er dem unteren Theile des Strahles angenähert wird.

133. Um aber den Einfluß des Gefäßes, namentlich seines Bodens nachzuweisen, wurde folgender Versuch ausgeführt. In den Boden wurde eine Platte eingesetzt, welche mit einer nach unten hervorragenden Hülse von 3 Centim. Durchmesser versehen war und eine eben so große Oeffnung hatte. An diese Hülse wurde mittelst einer Kaoutschoukröhre von gleichem Durchmesser und 8 Centim. Länge, *ab* Fig. 4 Taf. I, eine zweite Hülse befestigt, die mit einer Platte *cd* geschlossen war, in der sich die Ausflußöffnung befand. Auf diese Weise stand die Ausflußöffnung nur mittelst der Kaoutschoukröhre mit dem Gefäße in Verbindung. Ließ man aus dem so vorgerichteten Apparat Wasser ausfließen, so verlängerte sich die Kaoutschoukröhre und die Platte mit der Ausflußöffnung gerieth in Schwankungen, die eine Beobachtung des Strahles unmöglich machten. Um diese zu vermeiden wurde der Platte *cd* ein Durchmesser



von 15 Centim. gegeben und sie auf ein Paar Kissen  $xx$  von einem losen, wollenen Zeuge gelegt. Die Kissen selbst lagen wieder auf einer festen Unterlage, auf einem Brett  $fg$ , in dem sich eine Oeffnung von 6 Centim. Durchmesser befand, durch welche der Strahl floß. Dieses Brett  $fg$  war gleichfalls durch wollene Kissen  $zz$  von dem übrigen Gestell  $PPQQ$  getrennt.

134. Wurde, nachdem das Gefäß so vorgerichtet war, der Neef'sche Hammer an den einen Fuß  $PQ$  des Gestells  $PPQQ$  angeschraubt und in Vibrationen versetzt, so entstanden keine Bäuche. Wurde dann aber die Platte  $cd$  durch irgend einen festen Körper mit dem Boden  $AB$  des Gefäßes in Verbindung gebracht, indem z. B. ein Stück Holz zwischen  $AB$  und  $cd$  geschoben wurde, so entstanden die Bäuche in voller Stärke und Klarheit.

Die Wirkung des Holzes oder des zwischen gebrachten festen Körpers besteht darin, daß durch denselben die Platte  $cd$  in dieselben Schwingungen versetzt wird, wie der Boden des Gefäßes. Fehlt dieser feste Körper, so können die Schwingungen sich nur durch das Wasser dieser Platte mittheilen und dann zeigen sich keine Bäuche. Anfangs benutzte ich eine Röhre aus vulcanisirtem Kaoutschouk. Mit dieser zeigten sich indess Bäuche, auch wenn kein fester Körper zwischen der Platte und dem Boden befindlich war, und es nahmen dieselben wenig an Stärke zu wenn Holz eingefügt wurde. Die käuflichen vulcanisirten Röhren von 3 Centim. Durchmesser sind aber bekanntlich ziemlich stark in Kaoutschouk, daher kam es, daß die Schwingungen des Bodens durch diese Röhre sich der Platte  $cd$  mittheilten. Bei einer Röhre, die aus ganz dünnem, nicht vulcanisirtem Kaoutschouk gefertigt war, fand eine solche Mittheilung nicht statt.

135. Es scheint hiernach keinem Zweifel zu unterliegen, daß die Bäuche durch die Vibrationen der Bodenplatte hervorgebracht werden. Da indess diese Platte nicht vibriren kann ohne die Wassermasse in dem Gefäße in ähnliche Schwingungen zu versetzen, und da umgekehrt die Schwingungen dieses Wassers die Bodenplatte oder den Rand der

Ausflufsöffnung in Vibrationen versetzen, so üben beide ihren Einfluss auf die Erzeugung der Bäuche. Zunächst aber sind es, wie aus dem im vorhergehenden §. beschriebenen Versuche hervorgeht, die Bewegungen der Bodenplatte oder des Randes der Ausflufsöffnung, welche dieselben hervorbringen.

136. Hält man, während der Strahl ausfließt, von unten einen weichen Körper gegen die Bodenplatte  $AB$ , so werden dadurch die Bäuche zwar etwas, aber doch nur unbedeutend geändert. Man darf hieraus indefs nicht schliessen, dass der Boden nicht vibriert. Denn drückt man einen Körper, der nicht gerade zu weich ist, z. B. eine Korkplatte mit der Hand gegen den Boden, so fühlt man die Vibrationen durch diese Platte, sobald die tönende Stimmgabel auf das Gestell aufgesetzt, oder sobald der an das Gestell angeschraubte Neef'sche Hammer mit der Säule verbunden wird.

Die Bäuche ändern sich mit der Stärke des Tons.

137. Mit der Stärke des erzeugenden Tones ändert sich, bei unveränderter Höhe desselben, die Entfernung, in welcher die Bäuche von der Ausflufsöffnung beginnen, und zwar ist diese Entfernung um so geringer je stärker der Ton ist.

Setzt man die Stimmgabel in Vibrationen und stellt sie dann auf das Gestell bei  $P$ , so entstehen sogleich sehr starke Bäuche, deren erster oft ganz nahe an der Ausflufsöffnung liegt. In dem Maafse aber als die Schwingungen der Gabel schwächer werden, rückt der Anfang der Bäuche nach unten, so dass dieselben oft erst in großer Tiefe beginnen. Ähnlich verhält es sich wenn ein Ton auf einem Violoncell angegeben wird.

138. Nicht nur wenn der Strahl aus einer Oeffnung in dünner Wand hervorgeht, sondern auch wenn er aus einem Rohre ausfließt das nach unten enger wird, bilden sich beim Aufsetzen der Stimmgabel auf das Gestell Bäuche; aber sie sind weniger bestimmt und scharf als beim Aus-

fließen aus dünner Wand. Ebenso verhält es sich bei Anwendung des magnetischen Hammers oder des Violoncells.

#### Beschaffenheit der Bäuche.

139. Es ist bekannt, daß die Bäuche aus einzelnen getrennten Wassermassen bestehn. Auch wenn ihre Gestalt noch so regelmäfsig ist, lassen sich die getrennten Massen in ihnen nachweisen.

Hält man z. B. ein Stückchen Drath oder Blech oder sonst einen leichten Körper so in der Hand, daß das eine Ende desselben ein wenig in den Strahl hineinreicht, so fühlt man, wenn dasselbe von dem platten Theile des Strahls getroffen wird, einen gleichmäfsigen Druck. Wird dasselbe dagegen von einem Bauche getroffen, so fühlt man deutlich eine stark vibrirende Bewegung.

140. Eine Lichtflamme in die Nähe des Strahls gebracht, brennt ruhig so lange sie sich neben dem glatten Theile desselben befindet, wird sie aber neben einen Bauch gehalten, so bewegt sie sich unruhig. Offenbar versetzen die getrennten Wassermassen aus denen der Bauch besteht, die Luft in Bewegung, und diese macht die Flamme unruhig, wogegen der platte Theil des Strahls, da er zusammenhängend ist, die Luft kaum merklich bewegt.

141. In den Untersuchungen über die Bewegung der Flüssigkeiten Pogg. Ann. Bd. LXXX, S. 1 habe ich in §. 3 schon angeführt, daß die Lichtflamme, wenn sie neben den zusammenhängenden Theil des Strahls gebracht wird, durch denselben nicht bewegt werde. Dieß habe ich auch jetzt wieder bestätigt gefunden. Wendet man indeß statt der Flamme eines Lichtes eine Gasflamme an, und zwar die eines Bunsen'schen Brenners, dessen Hahn nur wenig geöffnet ist, so daß das Gas unter sehr geringem Druck ausströmt, so zieht sich, wenn der Wasserstrahl durch das brennende Gas hindurchgeht, dieses ein wenig mit dem Strahle hinab. Es geht hieraus hervor, daß in der That auch der zusammenhängende Theil des Strahls die Luft etwas mitführt, allein nur mit einer sehr geringen Kraft, denn

sobald das Gas unter einem größeren Druck aus dem Brenner strömt, wird die Flamme nicht von dem Strahle mitgenommen. Ebenso wenig vermag der Strahl eine Lichtflamme oder eine *neben* ihm senkrecht in die Höhe brennende Gasflamme von ihrer aufsteigenden Bewegung abzulenken.

**Beobachtungen mittelst eines rotirenden Spiegels.**

142. Bestimmter kann man die Beschaffenheit des Strahls untersuchen, wenn man ihn von einem Punkte aus beleuchtet, und sich eines Spiegels zur Beobachtung bedient, der einige Centim. breit und hoch ist und um eine verticale Axe rotirt. Zur Beleuchtung genügt eine einfache Lampe in einem dunkeln Zimmer, besser ist es indess die Lampe in einem Kasten anzuwenden aus dem das Licht mittelst Linsen auf den zu untersuchenden Theil des Strahls gerichtet wird. Gewöhnlich bediente ich mich um die Rotation des Spiegels hervorzubringen eines Uhrwerks, das in der Entfernung von etwa einem Meter vom Strahle aufgestellt war. Bleibt der Spiegel an unveränderter Stelle, so kann man nur ein kleines Stück des Strahls in ihm wahrnehmen. Um daher die verschiedenen Theile desselben zu beobachten war es nothwendig das Uhrwerk mit dem Spiegel auf ein Statif so aufzustellen, dafs es beliebig gehoben oder gesenkt werden konnte. Ebenso mußte auch der Beleuchtungsapparat auf einem anderen Statif befindlich seyn, um die verschiedenen Theile des Strahls beleuchten zu können.

143. Betrachtet man, wenn kein Ton vorhanden und alles ganz ruhig ist, den stark beleuchteten platten Theil des Strahls, so erblickt man in dem rotirenden Spiegel eine breite leuchtende Fläche. Werden aber durch den §. 125 erwähnten magnetischen Hammer Bäuche hervorgebracht, und der Spiegel auf einen derselben eingestellt, so sieht man einzelne getrennte leuchtende Linien in demselben in der Art, wie sie in Fig. 5 Taf. I abgebildet sind.

144. Diese Linien können nur davon herrühren, dafs die beobachtete Stelle des Strahls entweder aus einzelnen getrennten rundlichen Massen besteht, oder dafs sie ringförmig-

mige Anschwellungen d. h. abwechselnd gröfsere und kleinere Durchmesser hat. Denn denkt man sich eine kleine rundliche Wassermasse, einen Tropfen, an unveränderter Stelle, und den Spiegel, durch dessen Reflexion man den Tropfen wahrnimmt, ebenfalls stillstehend, so kann man nur einen leuchtenden Punkt erblicken, weil die rundliche Wassermasse das auf sie fallende Licht nur von *einem* Punkte ihrer Oberfläche so reflectirt, dafs es von dem Spiegel in das Auge des Beobachters gelangen kann. Bleibt der Spiegel stehen ohne zu rotiren, bewegt sich der Tropfen aber abwärts, so erblickt man statt eines Punktes eine leuchtende verticale Linie. Dreht sich dann der Spiegel während der Tropfen fällt, so geht die verticale Linie in eine gegen den Horizont geneigte, und unter gewissen Umständen in eine gekrümmte über, und ihre Neigung wird um so gröfser, je schneller der Spiegel rotirt. An die Stelle aber an welcher der Tropfen zuerst wahrgenommen worden, tritt sogleich ein zweiter und danach ein dritter u. s. f. Jeder bildet eine ähnliche geneigte oder gekrümmte Lichtlinie. Allein da der Spiegel schon seine Lage verändert hat, wenn der zweite Tropfen an die Stelle des vorhergehenden getreten ist, so werden die verschiedenen Tropfen gleichzeitig von verschiedenen Stellen des Spiegels reflectirt, und daher erscheinen die Linien als gleichlaufend neben einander. Der Abstand zwischen diesen Linien ist abhängig von der Winkelgeschwindigkeit des Spiegels. Ich habe dieselben am deutlichsten gesehn, wenn derselbe sich ein Mal in der Sekunde um seine Axe drehte.

145. Man kann diese Linien auch wahrnehmen, indem man den Spiegel nicht mit dem Uhrwerk, sondern mit der Hand hin und her bewegt. Sie kreuzen sich aber dann und bilden eine netzartige Figur, ähnlich wie Fig. 6 Taf. I.

146. Betrachtet man den oberhalb der Bäuche befindlichen zusammenhängenden Theil des Strahls mittelst des Spiegels, so erblickt man, wenn die Bäuche durch den Neef'schen Hammer erzeugt und recht constant sind, ähnliche Linien wie bei Beobachtung der Bäuche, nur sind dieselben sehr

viel breiter, etwa so wie sie in Fig. 7 Taf. I abgebildet sind. Häufig lassen sie gar keinen Zwischenraum zwischen sich. Sie bilden dann einen leuchtenden Streifen, der oben ausgezackt, unten aber unbestimmt begrenzt erscheint.

147. Es geht hieraus hervor, daß wenn Bäuche in dem Strahle vorhanden sind, auch der dem Auge sonst glatt erscheinende Theil abwechselnd grössere und kleinere Durchmesser hat; doch ist dies, wie gesagt, nur der Fall, wenn in dem unteren Theil des Strahles Bäuche vorhanden sind, fehlen diese, so ist der obere zusammenhängende Theil des Strahles, zunächst der Ausflußöffnung, vollkommen glatt, d. h. seine Durchmesser nehmen continuirlich bis zu der Stelle ab, wo er anfängt trübe zu werden.

#### Savart's Methode der Beobachtung des Strahls.

148. Savart hat, um die einzelnen Theile des Strahles zu untersuchen, sich bekanntlich des von ihm beschriebenen <sup>1)</sup> Riemen ohne Ende, mit abwechselnden hellen und dunkeln Streifen bedient. Statt desselben kann man, wie Savart selbst schon vorgeschlagen hat <sup>2)</sup> und wie dies auch seitdem von Vielen geschehen ist, ein mit Speichen versehenes Rad anwenden, das man zwischen den stark beleuchteten Strahl und den Beobachter, oder zwischen die Lichtquelle und den Strahl stellt, so daß im letzteren Falle der Strahl sich zwischen diesem Rade und dem Beobachter befindet. Versetzt man dann das Rad in so schnelle Rotation, daß man die einzelnen Speichen nicht mehr zu unterscheiden vermag, so erscheint der oberhalb der Bäuche befindliche Theil des Strahles ganz glatt und zusammenhängend, wie man ihn mit bloßen Augen erblickt, nur etwas lichtschwächer. Stellt man aber das Rad mit den Speichen einem Bauche gegenüber, so nimmt man bei richtiger Umdrehungsgeschwindigkeit einzelne, in verticaler Richtung von einander getrennte Massen wahr. Die Gestalten dieser Massen sind indess mittelst des Speichenrades nicht zu erkennen,

1) a. a. O. S. 349.

2) a. a. O. S. 348.

selbst nicht, wenn man den Strahl durch das §. 142 erwähnte System von Linsen in einem dunkeln Zimmer beleuchtet.

149. Eine einfache Ueberlegung lehrt, weshalb die Gestalt nicht zu erkennen ist. Wenn nämlich zwei Bewegungen in entgegengesetzten Richtungen stattfinden, wie hier die des Speichenrades und des Wasserstrahles, so können die Umrisse der einzelnen sich bewegenden Massen sich nicht so darstellen, wie sie in der Wirklichkeit sind. Es braucht nur daran erinnert zu werden, dafs zwei Räder, welche Speichen haben die eben so breit sind als die Räume zwischen denselben und die sich um eine gemeinschaftliche Axe in entgegengesetzter Richtung mit gleicher Geschwindigkeit drehen, wenn die Zahl der Speichen in beiden gleich ist, den Eindruck von einem Rade mit der doppelten Anzahl von Speichen hervorbringen. Jede von diesen Speichen erscheint alsdann halb so breit, als sie in der Wirklichkeit ist.

Wendet man nur ein Rad mit Speichen an und hinter diesem eine Scheibe mit kreisförmigen Oeffnungen, so erblickt man bei entgegengesetzter Rotation der Scheibe und des Speichenrades die Oeffnungen nicht mehr kreisförmig, sondern länglich rund, und in gleicher Weise kann man bei Anwendung von verschiedenen Scheiben sich überzeugen, dafs man die Umrisse stets ganz anders erblickt, als sie in der Wirklichkeit sind.

150. Das von Hrn. Plateau angegebene Anorthoskop, so wie die übrigen sehr sinnreichen Vorrichtungen, welche dieser Physiker für ähnliche Metamorphosen angegeben hat, beruhen bekanntlich auf dieser Veränderung der Umrisse.

151. Ich habe, um dieselben anschaulich zu machen, einen Apparat construiren lassen, bei dem man mit Leichtigkeit zwei Scheiben der verschiedensten Art in gleichem oder entgegengesetztem Sinne mit den verschiedensten Geschwindigkeiten bewegen kann. Die Scheiben sind von dünner Pappe. Man kann sich daher leicht eine grofse An-

zahl derselben mit den verschiedensten Oeffnungen in Bezug auf Zahl und Gestalt verschaffen. Ueberzicht man solche Scheiben mit einer Auflösung von Schellack, so ziehen sie keine Feuchtigkeit aus der Luft an und sind von großer Dauer. Jede Scheibe hat ihre eigene Axe, doch liegen beide in derselben Horizontalen. Jede Axe erhält ihre Bewegung durch einen Schnurlauf, der von einer Rolle kommt. Die beiden Rollen sind parallel, stehen aber senkrecht gegen eine große messingene Platte, gegen die sie durch Federn gedrückt werden. Dreht man die Messingplatte, so drehen sich auch die gegen sie gedrückten Rollen in Folge der Reibung. Die eine der beiden Rollen läßt sich auf ihrer Axe verschieben. Wird sie so gestellt, daß beide Rollen die Messingplatte auf entgegengesetzten Seiten vom Mittelpunkt derselben berühren, so drehen sie sich in entgegengesetzter Richtung, liegen beide auf derselben Seite vom Mittelpunkt, so drehen sie sich in gleicher Richtung. Je näher die verschiebbare Rolle sich dem Mittelpunkt befindet, um so geringer ist ihre Geschwindigkeit. Es ist dieses Princip der Bewegung schon von Hrn. Faraday <sup>1)</sup> für den ähnlichen Zweck angewandt worden, jedoch in etwas anderer Zusammenstellung <sup>2)</sup>.

1) Pogg. Annal XXII. 601.

2) Der Apparat den ich habe ausführen lassen, ist in Fig. 8 Taf. I abgebildet:  $ab$  und  $cd$ , sind die beiden Axen mit ihren Scheiben  $AB$  und  $CD$ . Die Axe  $ab$  wird in Bewegung gesetzt durch den Schnurlauf  $fg$ . Dieser geht um die Rolle  $p$ , welche mit einem hervorstehenden Bande versehen ist. Ihre Axe ist in dem Rahmen  $xx$  befestigt, durch den sie mittelst der Feder  $K$  gegen die Messingplatte  $MN$  gedrückt wird. Die Axe  $cd$  wird auf ähnliche Weise durch den Schnurlauf  $hk$  bewegt, der um die Rolle  $q$  geht. Die Axe  $mn$  dieser letzteren ist in dem Rahmen  $xx$  angebracht. Die Rolle selbst hat keinen vorstehenden Rand. Statt dessen befindet sich auf derselben Axe  $mn$  die kleine Messingscheibe  $r$ , die etwas größer als die Rolle  $q$  ist. Diese Scheibe  $r$  läßt sich auf der Axe  $mn$  verschieben, so daß sie zwischen dem Mittelpunkt  $m$  der Platte  $MN$  und  $n$ , oder zwischen diesem Mittelpunkt und  $q$  gebracht werden kann. Der Rahmen  $xx$  ist bei  $l$  und  $l$  zwischen Spitzen befestigt, und wird mittelst der Federn  $LL$  so gegen die Platte  $MN$  gedrückt, daß wenn diese um ihre Axe  $m$  bewegt wird, die Scheibe  $r$



Beobachtung mittelst des elektrischen Funkens.

152. Um die Gestalt eines Gegenstandes zu beobachten, der sich mit großer Geschwindigkeit bewegt, genügt es ihn nur während eines Augenblickes zu beleuchten. Man hat deshalb den elektrischen Funken zur Untersuchung des Strahles in Vorschlag gebracht. Es ist mir indess nicht gelungen mittelst desselben etwas mehr wahrzunehmen, als daß die Bäuche aus getrennten Massen bestehen. Die Gestalt dieser Massen waren weder die mit mir beschäftigten Personen, noch ich selbst im Stande zu erkennen. Ich vermüthe daß die Ursache hiervon folgende ist: Die rundlichen Massen, aus denen die Bäuche bestehen, reflectiren das Licht das von einem Punkte kommt, so, daß das Auge von jeder derselben nur einen Punkt vorzugsweise leuchtend erblickt. Deshalb erscheinen dieselben, wenn der durch Reibung sich ebenfalls dreht und ihre Axe  $mn$  so wie die Rolle  $q$  in Bewegung setzt.

Um der Platte  $MN$  die nöthige Geschwindigkeit zu ertheilen, befindet sich auf ihrer Axe  $m$  ein Trieb (der indess in der Figur nicht vorhanden ist), in den das gezahnte Rad  $RS$  eingreift, das selbst mittelst einer Kurbel gedreht wird.

Eine kleine Vorrichtung durch welche es möglich ist die Pappscheiben  $AB$  und  $CD$  schnell durch andere zu ersetzen, verdient vielleicht noch Erwähnung. Gewöhnlich muß man die Schraube  $\lambda$ , durch welche die Scheibe  $CD$  befestigt ist, ganz losschrauben um eine neue Pappscheibe aufsetzen zu können. Damit dieß vermieden werde, haben die Pappscheiben in der Mitte eine Oeffnung von der Gestalt  $\varepsilon\varepsilon$  Fig. 10 Taf. I. Auf der Axe  $cd$  aber ist eine kleine Scheibe aus Messing befestigt, die einen hervorstehenden Rand hat. In Fig. 9 Taf. I stellt  $\gamma$  diese Scheibe mit ihrem Rande  $\alpha$  vor. Der kreisförmige Theil der Oeffnung  $\varepsilon\varepsilon$  in der Pappscheibe paßt genau um diesen Rand  $\alpha$  der ein klein wenig conisch ist. Außerdem befindet sich das Messingstück  $\beta$  auf der Axe  $cd$ . Von vorn betrachtet hat dasselbe die Gestalt  $\eta\eta$ , die in Fig. 10 punkirt angegeben ist. Dasselbe ist drehbar um die Axe  $cd$  und kann durch die geränderte Schraube  $\lambda$  gegen  $\gamma$  gepreßt werden. Will man eine Pappscheibe aufsetzen, so schiebt man ihre Oeffnung  $\varepsilon\varepsilon$  über  $\lambda$  und  $\beta$  fort, dreht das Stück  $\beta$ , das gleichsam einen Vorreiber bildet, und preßt es mittelst der Schraube  $\lambda$  gegen die Pappscheibe. Damit beim Abnehmen dieser letzteren das Stück  $\beta$  sich leicht löse, ist es zweckmäßig in den Rand  $\alpha$  ein Paar Windungen einer Spiralfeder  $\mu$  einzulegen.

Strahl durch den elektrischen Funken beleuchtet wird, wie eine Schnur von Perlen, allein ihre Gestalt kann man nicht erkennen, weil die Intensität des Lichtes, das von den übrigen Punkten dieser Massen zurückgeworfen wird, zu gering ist, um sie bei der Schnelligkeit mit welcher der Eindruck vorübergeht, deutlich wahrnehmen zu können.

Beobachtungen mittelst einer sehr feinen rotirenden Spalte.

153. Da die erwähnten Mittel nicht ausreichend waren die Gestalt der einzelnen Theile des Strahles zu erkennen, so habe ich mich nach einem anderen umgesehen. Es ist mir gelungen den beabsichtigten Zweck vollkommen zu erreichen durch Anwendung einer Scheibe, die nur einen einzigen Ausschnitt, von nicht ganz ein Millim. Breite, in der Richtung ihres Radius hat. Dieselbe muß so rasch vor dem Auge rotiren, daß man den Strahl fortwährend zu sehen glaubt, wiewohl das Licht desselben immer nur nach Vollendung einer Umdrehung ins Auge gelangt. Findet die Beobachtung durch die Spalte statt wenn diese sich von unten nach oben bewegt, also der Richtung des Strahles entgegen, so erscheint die Gestalt der getrennten Massen zwar etwas verkürzt, jedoch nur unbedeutend, weil die Spalte nur sehr schmal ist. Ebenso erscheint sie etwas, aber nur unbedeutend verlängert, wenn man das Auge so hinter der Scheibe hält, daß die Beobachtung stattfindet, während die Spalte sich in demselben Sinne wie der Strahl bewegt. Außerdem kann man die Beobachtung vornehmen in dem Augenblick, wo die Spalte parallel mit dem Strahl ist, dann erscheint dieser in seiner Breite fast wie in der Wirklichkeit und auch in der Richtung, in welcher das Wasser sich bewegt, erblickt man ihn unverändert. Alle drei Arten der Beobachtung können angewandt werden um sich gegenseitig zu ergänzen. Am sichersten beobachtet man den Strahl aber mittelst der letzten, die auch den Vortheil gewährt, daß sie ein viel größeres Stück des Strahles auf einmal zu übersehen gestattet.

154. Die Scheiben welche ich anwandte hatten einen Durchmesser von 250 Millim. Da die Breite der Spalte höchstens 1 Millim. betrug, so bildete dieselbe etwa  $\frac{1}{780}$  der Fläche der Scheibe. Das Licht welches bei Drehung der Scheibe von dem Strahl ins Auge gelangte, verhielt sich folglich zu dem welches ohne Scheibe in dasselbe fiel wie 1 : 780. Der Strahl mußte deshalb sehr stark beleuchtet werden, wenn man ihn mittelst der Scheibe beobachten wollte. Um ihn ununterbrochen wahrzunehmen, war es nothwendig der Scheibe 20 bis 25 Umdrehungen in der Sekunde zu ertheilen. Zwischen je zwei von jenen schwachen Lichteindrücken lag daher eine Zeit von  $\frac{1}{20}$  bis  $\frac{1}{25}$  Sekunde, und jeder Eindruck dauerte  $\frac{1}{15600}$  bis  $\frac{1}{19500}$  Sekunde.

155. Bringt man in solcher Scheibe statt *einer* feinen Spalte vier an, so läßt sich die Beobachtung nicht gehörig vornehmen. Denn bleibt die Geschwindigkeit der Scheibe ungeändert, so ist zwar die Zeit jedes einzelnen Lichteindrucks auch ungeändert, die Eindrücke folgen aber aufeinander nach  $\frac{1}{80}$  bis  $\frac{1}{100}$  Sekunde und dieses Zeitintervall ist für die Beobachtung zu kurz. Dreht man dagegen die Scheibe langsamer, so daß die Zeiten zwischen den Beobachtungen länger werden, so gehen die Ausschnitte langsamer beim Auge vorüber, die Umrisse der einzelnen Massen verändern sich beträchtlicher und dadurch leidet die Deutlichkeit.

Erscheinung eines Strahles ohne Bäuche bei Beobachtung mittelst der feinen Spalte.

156. Wird aber der Apparat, so wie er §. 154 beschrieben worden, angewandt, so zeigt sich der Strahl, wenn alles ganz ruhig ist und keine Bäuche vorhanden sind, so wie ihn Fig. 11 Taf. II darstellt. Diese Abbildung ist entworfen nach einem Strahl, der aus einer Oeffnung von 3 Millim. Durchmesser unter einem Drucke von 5 Centim. kam, doch zeigen alle, sowohl aus etwas kleineren, wie aus sehr viel größeren kreisförmigen Oeffnungen kommende

Strahlen, so weit ich sie habe beobachten können, ein ähnliches Verhalten.

Der obere Theil des Strahles ist glatt und sein Durchmesser nimmt bis  $\alpha$  nur sehr allmählich ab. Von  $\alpha$  bis  $\beta$ , wo er anfängt trübe zu werden, zeigt er einzelne Einschnürungen. Die zwischen diesen befindlichen Theile des Strahles nehmen immer mehr eine kugliche Gestalt an. Endlich trennen sich die rundlichen Massen und bilden einzelne Tropfen von verschiedener Gröfse und Gestalt, die unregelmäßig nach einander folgen.

157. Die Trennung des Strahles in einzelne Massen findet daher auf ganz ähnliche Weise statt, wie sie von Hrn. Plateau bereits in der zweiten Reihe, §. 69 seiner schönen Untersuchungen: *Sur les figures d'équilibre d'une masse liquide sans pesanteur*, beschrieben ist.

158. Die Regelmäßigkeit mit der die einzelnen Massen sich bilden und trennen, ist indessen nicht sehr groß. Ich vermute dafs diefs davon herrührt, dafs in dem bedeutenden Abstände von der Ausflufsöffnung, in welchem die Einschnürungen beginnen, die Geschwindigkeit aller Theile, welche in demselben, gegen die Axe des Strahles senkrechten Querschnitte liegen, nicht mehr gleich ist. Daher entstehen auch bisweilen die schon §. 118 erwähnten ganz kleinen Tropfen, die seitlich sich fortbewegen. Je kleiner die Ausflufsöffnung ist, um so mehr entstehen von diesen Tröpfchen.

**Erscheinung eines Strahles mit Bäuchen bei Beobachtung mittelst der feinen Spalte**

159. Ganz anders verhält sich der Strahl, wenn Bäuche in ihm vorhanden sind. Der obere zusammenhängende Theil erscheint zwar, wenn er mit blofsen Augen beobachtet wird, auch glatt, und selbst mit Hülfe der rotirenden Scheibe sind Anschwellungen in demselben kaum wahrzunehmen, allein durch Anwendung des rotirenden Spiegels überzeugt man sich, wie bereits §. 146 erwähnt, dafs er abwechselnd gröfsere und kleinere Durchmesser hat. Es ist

bei Anwendung dieses Spiegels sehr überraschend, wie der breite leuchtende glatte Streifen, den der Strahl zeigt so lange er keine Bäuche hat, plötzlich ausgezackt erscheint sobald man eine tönende Stimmgabel auf das Gestell aufsetzt, oder sobald der magnetische Hammer in Thätigkeit gesetzt wird.

Da die Anschwellungen oder die Verschiedenheiten der Durchmesser in diesem Theile des Strahles, besonders in geringer Entfernung von der Ausflußöffnung, so schwach sind, daß sie durch die rotirende Spalte nicht wahrgenommen werden können, so ist es auch nicht möglich sie in der Zeichnung darzustellen. Die Bäuche aber erscheinen, durch die rotirende Spalte betrachtet, wie sie in Fig. 12 Taf. II dargestellt sind. Oberhalb des ersten Bauches bei  $\beta$  treten sehr schwache Anschwellungen hervor, die allmählich stärker werden. Sie sind überall sehr regelmäfsig gestaltet. Kurz bevor sie sich als einzelne Massen von dem Strahle losreißen sind sie nur noch durch ganz dünne Wassermassen verbunden, die wie feine Stäbchen erscheinen. Aus diesen dünnen Wassermassen entstehen bei der Trennung kleine Tröpfchen, welche ganz regelmäfsig zwischen je zwei der gröfseren sich zeigen. Diese kleinen Tropfen sind nicht zu verwechseln mit den noch viel kleineren, seitlich sich fortbewegenden, von denen im vorhergehenden §. und im §. 118 die Rede gewesen. Solche seitlich sich fortbewegende Tröpfchen entstehen zwar auch bisweilen wenn der Strahl Bäuche hat, aber nur wenn der dieselben hervorrufoende Ton nicht rein ist, oder wenn zwei nicht harmonische Töne gleichzeitig vorhanden sind. Jene regelmäfsig zwischen zwei gröfseren befindliche kleinen Tropfen, die ganz senkrecht niederfallen, bringen den Eindruck eines in der Mitte der Bäuche befindlichen hohlen Cylinders hervor, wie dies Savart schon angegeben hat. Sie sind so klein, daß man eine Veränderung ihrer Gestalt auch mittelst der rotirenden Spalte nicht wahrnehmen kann. Dagegen erscheinen die grofsen Tropfen an einer Stelle breiter als lang, an einer anderen länger als breit, wie dies Savart

ebenfalls angegeben hat. Da wo die Mitte eines Bauches hinfällt, bilden sie ein Sphaeroid dessen verticale Axe kleiner als die horizontale ist, dagegen erscheinen sie in der Mitte zwischen zwei Bäuchen lang gestreckt, so das ihre verticale Axe gröfser als die horizontale ist.

160. Aus Savart's Beschreibung geht hervor <sup>1)</sup>, das er durch den von ihm benutzten Riemen mit abwechselnden hellen und dunkeln Streifen nur beobachtet hat, das die Bäuche aus einzelnen getrennten Massen bestehen. Die Form, in welcher er den Strahl abbildet, ist eine mehr erschlossene als wirklich wahrgenommene. Um so gröfser ist sein Verdienst! Jetzt ist die Beobachtung mittelst der erwähnten rotirenden Spalte sehr einfach.

161. Wenn Bäuche in einem Strahle entstehen sollen, so mus die Regelmäfsigkeit der Trennung in Tropfen nicht nur in sofern stattfinden, das alle Tropfen gleich gros sind, sondern es mus auch die Zeit, welche zwischen der Bildung von zwei derselben vergeht, immer dieselbe bleiben, und ebenso mus auch die Stelle, an welcher die Tropfen sich von dem Strahle trennen, stets dieselbe seyn. Denn nur unter diesen Bedingungen sind alle Tropfen, wenn sie an derselben Stelle des Strahls z. B. in der Mitte eines Bauches angekommen sind, am meisten in horizontaler Richtung ausgedehnt und ebenso, wenn sie in der Mitte zwischen zwei Bäuchen sich befinden, vorzugsweise in verticaler Richtung gestreckt. Gerade dadurch, das sie diese verschiedenen Dimensionen immer an denselben Stellen annehmen, bringen sie den Eindruck von Bäuchen hervor.

162. Man würde irren wenn man glaubte, das in einem Strahle der keine Bäuche zeigt, die getrennten Wassermassen ihre Gestalt nicht auch in der Weise änderten, das sie bald lang gestreckt, bald abgeplattet oder breit erscheinen. Nur sind diese Massen nicht alle von derselben Gröfse, auch trennen sie sich nicht genau an derselben Stelle von dem zusammenhängenden Theile des Strahls. Deshalb erscheinen sie auch nicht alle an derselben Stelle lang ge-

1) a. a. O. S. 349.

streckt und an derselben andern Stelle des Strahls in ihrer größten Breite, sondern es finden sich an ein und derselben Stelle rasch hintereinander bald lang gestreckte, bald in der Breite ausgedehnte Massen. Deshalb bringen dieselben aber auch nicht den Eindruck regelmäßiger Anschwellungen hervor. Dafs aber die abgetrennten Massen sich stets in der Breite ausdehnen, geht abgesehen von der Beobachtung mittelst der rotirenden Scheibe, auch daraus hervor, dafs der trübe Theil des Strahls stets breiter ist als der platte zusammenhängende.

163. Das regelmäßige Abreißen der Wassermassen wird, wie aus dem Versuche §. 134 hervorgeht, bedingt durch die Vibrationen der Bodenplatte oder richtiger des Randes der Ausflufsöffnung. Indem dieser Rand sich regelmäßig auf und und nieder bewegt, wird die Geschwindigkeit des ausfließenden Strahles abwechselnd beschleunigt und verzögert, und durch diese regelmäßig abwechselnden Beschleunigungen und Verzögerungen entstehen die abwechselnden Einschnürungen und Anschwellungen, die in gröfserer Tiefe die Trennung des Strahls in einzelne Tropfen zur Folge haben. Sind diese abwechselnden Beschleunigungen und Verzögerungen nicht vorhanden, so fehlen die Bäuche und das Abreißen findet in gröfserer Entfernung von der Ausflufsöffnung und viel weniger regelmäßig statt. Wahrscheinlich trägt die geringere Entfernung in welcher, wenn Bäuche vorhanden sind, die einzelnen Massen abreißen, nicht unbedeutend zur Vermehrung der Regelmäßigkeit bei, da alle Bewegungen in dem Strahle in geringerer Entfernung von der Ausflufsöffnung regelmäßiger sind als entfernt davon.

164. Je stärker die Vibrationen der Ausflufsöffnung sind, oder was dasselbe ist, je gröfser die Intensität des Tones ist, der diese Vibrationen erzeugt, um so gröfser ist der Unterschied zwischen den abwechselnden Beschleunigungen und Verzögerungen; um so geringer ist daher die Entfernung von der Ausflufsöffnung in welcher das Abreißen stattfindet, oder in welcher die Bäuche entstehen, wie dies die §. 137 angeführten Beobachtungen gezeigt haben.

Strahl aus einer ganz feinen Oeffnung.

165. Einen interessanten Beitrag zu den Wirkungen der Vibrationen der Ausflufsöffnung liefert noch die folgende Beobachtung.

Läfst man Wasser aus einer engen Oeffnung fließen, die weniger als ein Millim. Durchmesser hat, so bewegen sich die kleinen Tropfen in welche der Strahl zerfällt, ganz unregelmäßig, etwa so wie es Fig. 13 Taf. I darstellt. Bringt man dann aber einen Ton hervor, so ordnen sich die Theilchen sehr regelmäßig, indem eine gewisse Anzahl immer unmittelbar aufeinander folgt, dann ein etwas größerer Zwischenraum bleibt, und darauf wieder jene frühere Anzahl folgt, etwa so wie es in Fig. 14 Taf. I abgebildet ist. Die größeren Zwischenräume entsprechen den Hebungen der Ausflufsöffnung.

#### Tropfenbildung.

166. Läfst man Wasser durch einen Hahn ausfließen, um die Geschwindigkeit beliebig verändern zu können, und stellt denselben so, daß die Tropfen sich einzeln und nach ziemlich langen Zwischenräumen bilden, so sieht man, bei einer Ausflufsöffnung von 8 Millim., daß die Tropfen anfangs die Gestalt Fig. 15 Taf. II annehmen, ähnlich der, die Savart abgebildet hat. Darauf schnüren sie sich ein, wie dies Fig. 16 andeutet, und gleich darauf fallen sie herab. Beobachtet man diesen Vorgang mittelst der rotirenden Spalte, so sieht man wie bei dem Abfallen aus der Einschnürung ein dünner, den Tropfen mit der zurückbleibenden Flüssigkeit noch verbindender feiner Wasserfaden *ab* Fig. 17 entsteht, aus dem gewöhnlich ein, bisweilen zwei oder mehrere kleinere Tropfen entstehn.

167. Mehr als einen dieser kleinen Tropfen erhält man, wenn die größeren Tropfen sich etwas rascher hintereinander bilden. Man sieht dann nämlich nach jedem Abreißen den Rest der Flüssigkeit *a* Fig. 17 hin- und herschwanken, und wenn während die Schwankungen noch stattfinden der neue Tropfen sich losreißt, so entstehn die kleinen Tropfen in größerer Anzahl, auch fallen sie dann nicht alle senkrecht herab.



Wie die schwankenden Bewegungen solche Unregelmäßigkeiten beim Abreißen hervorbringen, ist nicht schwer einzusehen. Durch ähnliche unregelmäßige Bewegungen entstehen ohne Zweifel auch in einem Strahl der keine Bäuche hat, an dem äußersten Ende des zusammenhängenden Theils, die kleinen, sich seitlich fortbewegenden Tropfen §. 118 und §. 158.

168. Beschleunigt man die Bildung der Tropfen, indem man durch Stellung des Hahns den Zufluss des Wassers allmählich vermehrt, so gehn dieselben plötzlich in einen zusammenhängenden Strahl über. Aus diesem entstehn zwar auch Tropfen, aber erst an seinem äußersten Ende. Auch sind sie im Verhältniß zu denen, die dicht an der Ausflußöffnung sich gebildet hatten, nur sehr klein, weil der Durchmesser des Strahls rasch abnimmt. Zuweilen gelingt es den Hahn so zu stellen, daß die Tropfen sich noch an der Ausflußöffnung bilden, aber mit einer Schnelligkeit die der fast gleich ist, bei welcher sie in einen zusammenhängenden Strahl übergehn. Alsdann bedarf es nur einer kleinen Erschütterung damit dieser Uebergang stattfindet und sie sich plötzlich mit einander verbinden. Es ist dann sehr überraschend zu sehn wie verschieden die Größe der Tropfen ist, die sich in dem einen und in dem anderen Falle bilden.

Diese Erscheinungen, die gewiß schon häufig beobachtet worden sind, geben, wie ich glaube, einen Aufschluß über das Entstehen des platten zusammenhängenden Theils des Strahls, so wie über die Bildung der kleinen, seitlich sich fortbewegenden Tropfen in dem Strahle ohne Bäuche.

Gestalt der Bäuche, die von festen Körpern unterbrochen sind.

169. Ich kann nicht unterlassen einige eigenthümliche Gestalten zu erwähnen, die der Strahl annimmt, und die beweisen mit wie großer Regelmäßigkeit die Tropfen in den Bäuchen sich bewegen.

Führt man in den ersten oder zweiten, oder irgend einen noch regelmäßig gestalteten Bauch, und zwar da wo er am

breitesten ist, einen cylindrischen Körper, z. B. eine Glasröhre  $C$  Fig. 18 Taf. II von 1 Centim. Durchmesser in horizontaler Lage ein, bis fast an den innern, durch die kleinen Tropfen gebildeten Cylinder  $zz$ , jedoch mit der Vorsicht das dieser nicht berührt wird, so nimmt der Bauch die in Fig. 18 abgebildete seltsame Gestalt an. Die kleinen Tropfen setzen ihren Weg ungestört fort, so das man den inneren feinen Cylinder  $zz$  unverändert erblickt, die großen dagegen ziehen sich capillarisch gegen die Glasröhre. In Folge der Quantität der Bewegung aber, welche das Wasser in ihnen durch den Fall erlangt hat, gehen beständig kleinere und größere Antheile derselben über die Glasröhre bei  $a$  hinaus, und fliegen als Tropfen von verschiedener Größe fort. Zugleich erblickt man eine dünne Wasserfläche  $zab$  Fig. 18, die sich unterhalb  $b$  wieder zu einer unregelmäßigen Masse vereinigt, und in der einzelne eigenthümlich gestaltete Linien bei gewissen Beleuchtungen sichtbar werden.

170. Untersucht man diesen Theil des Strahls mittelst der rotirenden Spalte §. 154, so erscheint derselbe so wie ihn Fig. 19 darstellt. Man sieht die großen Tropfen sich capillarisch an der Glasröhre hinziehen, und dadurch eine länglich zugespitzte Gestalt annehmen. Sobald sie sich von dem Glase getrennt haben, können sie in dieser Gestalt nicht bleiben, sie zerfallen in mehrere einzelne Tropfen, die sich aber alle mit gleicher Geschwindigkeit fortbewegen, so das sie in concentrischen Kreisen bleiben, deren Mittelpunkt in der Glasröhre  $C$  liegt. Diese Tropfen erscheinen, so lange sie sich regelmäsig fortbewegen, dem unbewaffneten Auge als jene dünne Fläche von Wasser  $zab$ . Aber in einiger Tiefe fliegen immer mehr von ihnen seitlich fort, wodurch die Ausdehnung der Fläche geringer wird.

Ueber die eigenthümlichen Linien, welche man bei gewissen Beleuchtungen in dieser Fläche  $zab$  Fig. 18 wahrnimmt, gewährt die Beobachtung mittelst der rotirenden Spalte keinen Aufschluss. Wahrscheinlich beruhen dieselben auf Reflexion des Lichtes von verschiedenen gleich großen Tropfen.

171. Bringt man statt der Glasröhre einen feinen Draht in einen vollkommen ausgebildeten Bauch, jedoch auch mit der Vorsicht, daß der innere feine Cylinder  $zz$  nicht von demselben berührt wird, so theilt sich der Strahl in der Weise wie es Fig. 20 darstellt. In dieser bezeichnet  $P$  den feinen Draht und  $zz$  den inneren feinen Cylinder. Betrachtet man den Strahl in dieser Gestalt mittelst der rotirenden Spalte §. 154, so sieht man, daß die Tropfen in den beiden Armen  $PX$  und  $PY$ , in die sich der Strahl getheilt hat, stets in gleichen Abständen von dem Drahte  $P$  bleiben, und daß die kleinen Tropfen, die den senkrecht hinabgehenden feinen Cylinder  $Pz$  bilden, etwa in der Mitte des Abstandes zwischen je zwei Tropfen in  $PX$  und  $PY$  sich bewegen, gerade so wie sie sich zwischen den großen Tropfen bewegt hätten, wenn diese durch den Draht  $P$  nicht getheilt worden wären. In Fig. 21 ist diese Erscheinung abgebildet. Man erblickt den Tropfen  $a$  der durch den Draht  $P$  getheilt wird sehr deutlich, aber gewöhnlich schon etwas unterhalb  $P$ , wo er auch in der Fig. abgebildet ist. Es leuchtet ein, daß man ihn an dem Drahte  $P$  nur dann erblicken kann, wenn die rotirende Spalte gerade in dem Moment vor dem Auge vorübergeht, wo er sich dort befindet. Da aber der Abstand zwischen zwei von den großen Tropfen, sehr viel größer ist als ihr Durchmesser, so geht die Spalte sehr viel häufiger beim Auge vorbei wenn der Draht  $P$  sich in dem Zwischenraum zwischen den Tropfen befindet, als in dem wo ein Tropfen bei ihm vorübergeht. Deshalb erblickt man auch den getheilten Tropfen selten an dem Drahte, sondern gewöhnlich bereits unter demselben.

**Ablenkung des Strahls bei Annäherung eines elektrischen Körpers.**

172. Nähert man einem Strahle der keine Bäuche hat, da wo er noch vollkommen zusammenhängend ist, einen elektrischen Körper, z. B. eine geriebene Glas- oder Harzstange, so wird er abgelenkt, etwa so wie dieß Fig. 22 darstellt, in welcher  $EE$  die elektrische Stange bedeutet,

*AB* den senkrechten und *BCD* den abgelenkten Theil des Strahls.

173. Nähert man in ähnlicher Weise die elektrische Stange der Mitte eines regelmässigen Bauches, so wird bei einer gewissen Stärke der elektrischen Wirkung nur der innere feine cylindrische Theil *zz* des Strahls abgelenkt, so dafs dieser sich ganz aus dem Bauche herausbewegt, etwa so wie es Fig. 23 darstellt.

174. Die kleinen Tropfen, welche den inneren cylindrischen Theil *zz* bilden, werden nämlich viel leichter von dem elektrischen Körper durch Vertheilung angezogen, als die gröfseren, welche die äufsere Gestalt der Bäuche hervorbringen, deshalb werden die kleineren von ihrer Richtung abgelenkt, die gröfseren aber nicht. Diese Ablenkung findet für alle jene kleinen Tropfen in derselben Weise und an derselben Stelle statt. Sie nehmen deshalb alle dieselbe Richtung an, und bringen dadurch den Eindruck eines feinen gekrümmten Strahles ebenso hervor, wie sie ohne abgelenkt zu seyn, den des feinen verticalen Cylinders hervorbringen. So grofs ist aber die Regelmässigkeit der Bewegungen in dem Strahle, dafs die tieferen Bäuche, nachdem die kleinen Tropfen abgelenkt sind, noch ganz unverändert erscheinen.

175. Aufser dem regelmässig abgelenkten inneren Cylinder kommen bei Annäherung des elektrischen Körpers bisweilen noch einzelne Wasserstrahlen hier und da aus den Bäuchen hervor, die so fein wie Glasfäden sind, und wie diese dem elektrischen Körper folgen; sie werden aus den feinen Tropfen gebildet, die, wie §. 159 erwähnt, bisweilen seitlich aus den Bäuchen herausspritzen, wenn der erzeugende Ton nicht rein ist, oder, was dasselbe ist, wenn zwei nicht harmonische Töne gleichzeitig vorhanden sind.

Strahlen, die sich vertical aufwärts oder unter irgend einem Winkel gegen den Horizont bewegen.

176. Bisher ist nur von Strahlen die Rede gewesen, die von oben nach unten fliefsen, alle anderen, sey es, dafs sie

senkrecht von unten nach oben, oder unter irgend einem Winkel gegen den Horizont sich bewegen, verhalten sich ganz ähnlich. Alle sind, wenn sie aus einer vollkommen kreisförmigen Oeffnung kommen, zunächst dieser letzteren glatt und zusammenhängend, in größerer Entfernung werden sie trübe und zeigen dann einen größeren Querschnitt, dabei trennen sie sich in einzelne Tropfen. Untersucht man den trüben Theil mittelst der rotirenden Spalte, so sieht man, daß die Bildung der Tropfen in ganz ähnlicher Weise stattfindet, wie es in §. 156 von den von oben nach unten fließenden Strahlen beschrieben und in Fig. 11 Taf. II abgebildet ist. Nur die Dimensionen sind etwas andere, namentlich sind die Abstände der rundlichen Massen von einander geringer.

177. Wird die Ausflußöffnung oder das Gestell, an welchem das Gefäß oder die Röhre befestigt ist, in welcher diese Oeffnung sich befindet, durch einen tönenden Körper in Vibrationen versetzt, so entstehen auch bei diesen Strahlen Bäuche in ganz ähnlicher Weise, wie in den von oben nach unten fließenden. Allein sie sind niemals so regelmäsig wie bei diesen, weil der Ausfluß unter größerem Druck und deshalb weniger regelmäsig stattfindet. Bei der Untersuchung mittelst der rotirenden Spalte verhalten diese Bäuche sich zwar insofern ähnlich wie die der Strahlen die von oben nach unten fließen, als sie aus einzelnen größeren Tropfen bestehen, die ihre Gestalt ändern, aber die kleinen Tropfen, welche sich zwischen je zwei größeren in den im §. 159 beschriebenen Bäuchen befinden, sind oft gar nicht vorhanden, oft sind sie unregelmäsig vertheilt, so daß sie sich weder in der Mitte zwischen zwei größeren noch in derselben Curve mit diesen bewegen.

#### Theilung eines Strahles in zwei oder drei.

178. Bei einer gewissen Neigung des Strahles gegen den Horizont, die nach dem verschiedenen Druck, unter dem das Wasser ausfließt, verschieden seyn kann, setzen häufig auch die größeren Tropfen nicht alle ihren Weg in derselben Curve fort. Dadurch verbreiten sie sich durch einen grö-

fseren Raum und bilden so die Erscheinung, welche Savart <sup>1)</sup> mit dem Namen *Gerbe* (*Garbe*) bezeichnet hat.

179. Diese Erscheinung entsteht ohne Zweifel durch sehr geringe Bewegungen, in welche die Ausflufsöffnung, senkrecht gegen die Richtung des Strahles, durch die Vibrationen des tönenden Körpers versetzt wird und die man als transversale Bewegungen bezeichnen kann.

Man ist zwar nicht im Stande diese Bewegungen mit dem Auge, wohl aber mit der Hand wahrzunehmen. Die Ausflufsöffnung, welche ich für die Erzeugung dieser Strahlen anwandte, war in einer Platte angebracht, welche eine Röhre verschlofs, die verschiedene Neigungen annehmen konnte. Eine ähnliche Vorrichtung scheint auch Savart für diese Versuche benutzt zu haben, wie diefs aus den Abbildungen hervorgeht, die er von denselben gegeben hat <sup>2)</sup>. Legt man die Hand an eine solche Röhre, während der tönende Körper sich an dem Gestell befindet, an welchem dieselbe befestigt ist, so kann man die transversalen Bewegungen sehr deutlich fühlen. Durch dieselben geräth auch der zusammenhängende Theil des Strahles in ähnliche Bewegungen, die, obwohl sie auferordentlich schwach sind, doch genügen, um den Tropfen, da wo sich dieselben losreißen, verschiedene Richtungen zu ertheilen, so dafs sie nicht alle derselben Curve folgen, sondern sich über einen gröfseren Raum verbreiten.

180. Bisweilen verwandelt sich die *Gerbe* oder *Garbe* in zwei oder drei Strahlen, die von einer Stelle des ursprünglichen Strahles ausgehen, so dafs dieser sich gleichsam in zwei oder drei Arme spaltet, die oft noch regelmäfsige Bäuche zeigen.

181. Untersucht man einen solchen getheilten Strahl mittelst der rotirenden Spalte, so erblickt man, entsprechend der Anzahl von Armen in welche der Hauptstrahl sich getheilt hat, zwei oder drei verschiedene Reihen von Tropfen, die alle von einer Stelle ausgehen. Aber man sieht auch zugleich, dafs die Tropfen der verschiedenen Reihen nicht

1) A. a. O. S. 380.

2) *Ann. de Chim.* 2<sup>ème</sup> Ser. Tome LVI. Pl. 3.

alle gleichzeitig die Trennungsstelle verlassen. Denn wenn z. B. zwei Strahlen vorhanden sind, so sieht man wie die beiden Reihen von abwechselnden Tropfen gebildet werden, so dafs wenn man die Tropfen nach der Reihenfolge, in welcher sie sich von dem zusammenhängenden Theile des Strahles trennen, mit Zahlen bezeichnet, die eine Reihe die Tropfen 1, 3, 5, 7 u. s. f. und die andere die Tropfen 2, 4, 6, 8 u. s. f. enthält. Aehnlich verhält es sich, wenn drei Reihen vorhanden sind. Da die Tropfen der einzelnen Reihen stets dieselbe Richtung in der Art verfolgen, dafs sie dieselben Curven beschreiben, so müssen die einen, z. B. die geraden, den zusammenhängenden Theil des Strahles verlassen wenn derselbe sich in einer bestimmten Lage befindet, und die ungeraden wenn er in eine andere Lage gelangt ist. Es mufs daher ein bestimmtes Verhältnifs zwischen den Zeitintervallen stattfinden, in denen die Abtrennungen erfolgen, und den Zeiten für die transversalen Bewegungen, so dafs die Intervalle zwischen zwei zu einem und demselben Arme gehörenden Tropfen gleich seyn müssen einem Hin- und Hergange der transversalen Bewegung des Strahles. Da beide, die Trennung der Tropfen und die transversalen Bewegungen des Strahles, durch die Vibrationen der Ausflufsöffnung hervorgebracht werden, indem diese durch den tönenden Körper nicht nur in der Richtung des Strahles, sondern auch senkrecht gegen diese Richtung in Bewegung gesetzt wird, so mufs ein einfaches Verhältnifs zwischen diesen Bewegungen stattfinden, und es kann deshalb leicht eine Theilung des Strahles in zwei Arme eintreten; seltener gelingt es denselben in drei Arme zu spalten.

Auch diese Spaltung der Strahlen beweist, wie grofs der Einflufs ist, den die Vibrationen der Ausflufsöffnung auf den Strahl ausüben.

**Einflufs eines Tons auf Strahlen aus eckigen Oeffnungen.**

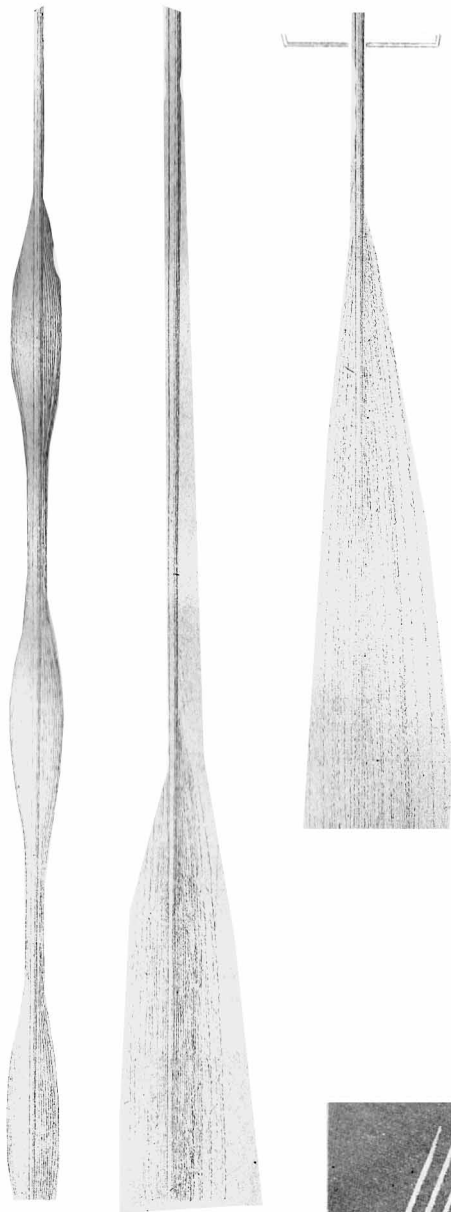
182. Betrachtet man einen Strahl der aus einer eckigen Oeffnung senkrecht von oben nach unten fließt, während kein Ton vorhanden ist, mittelst der rotirenden Spalte,

so sieht man, daß der obere Theil, der die sonderbaren, in dem vorhergehenden Theile dieser Untersuchungen, §§. 44, 45, 61, 64, beschriebenen Gestalten in voller Regelmäßigkeit zeigt, aus einer zusammenhängenden Wassermasse besteht, daß aber da, wo die Regelmäßigkeit geringer wird, rundliche Massen in dem Strahle entstehen. Diese erblickt man, wenn sie anfangen sich zu bilden, als wären sie aus mehreren kleineren Kugeln oder Tropfen zusammengesetzt, die auf den Rändern  $ir, i, r,$  der in §. 45 beschriebenen Flächen entstehen, da wo diese Flächen auch dem bloßen Auge nicht mehr glatt und zusammenhängend erscheinen. Allmählich vereinigen sich jene Kugeln zu einem einzigen Tropfen, der zwar anfangs noch die Spuren seiner Entstehung zeigt, aber immer mehr die sphärische Gestalt annimmt. In Fig. 24 Taf. II ist es versucht diese Erscheinung abzubilden, so wie man sie durch die rotirende Spalte an einem Strahle beobachtet, der aus einer länglich viereckigen Oeffnung, §. 44, hervorgeht.

183. Bringt man einen tönenden Körper oder den magnetischen Hammer §. 125 an dem Gefäße an, aus welchem der Strahl ausfließt, oder an dem Gestell, auf welchem dieses Gefäß sich befindet, so werden dadurch zwar keine Bäuche, wie bei den Strahlen aus kreisförmigen Oeffnungen erzeugt, allein die Tropfenbildung beginnt, in Folge der Vibrationen, in geringerer Entfernung von der Ausflußöffnung, auch findet sie in regelmäßigeren Zeitintervallen statt als ohne Ton. Bei Strahlen von größerem Querschnitt ist diese Wirkung des Tons weniger bemerklich, aber bei dünneren zeigt sie sich sehr deutlich. Der Einfluß, den die Vibrationen der Ausflußöffnung auf den Strahl ausüben, ist daher auch bei den aus eckigen Oeffnungen kommenden, wiewohl bei diesen keine Bäuche entstehen, ganz ähnlich wie bei den aus kreisförmigen.

---





7. B. Fig. 14.

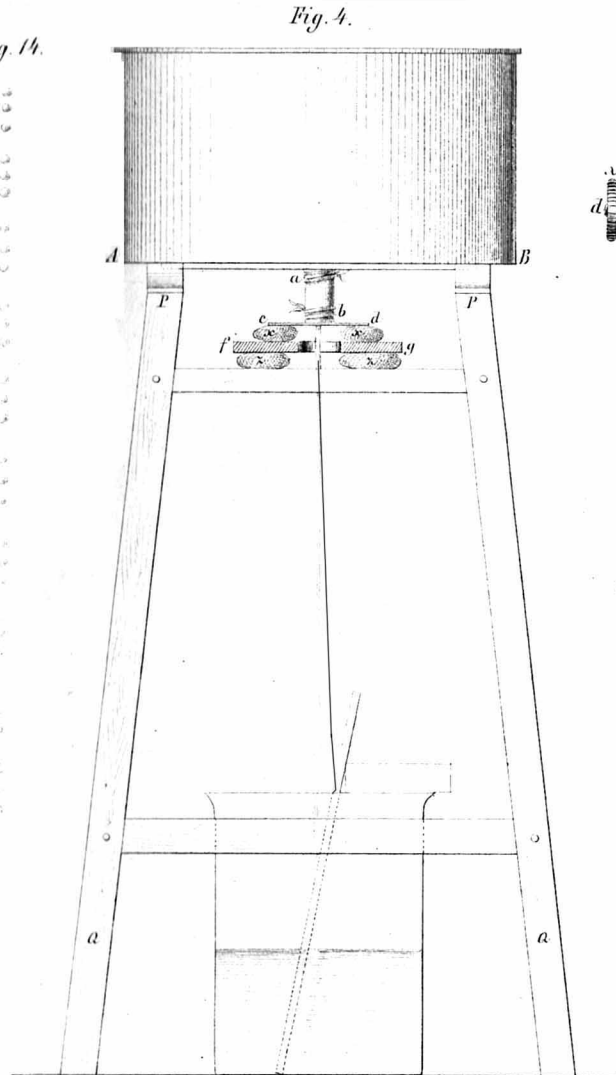


Fig. 4.

1/10 natürlicher Größe.

Fig. 5.

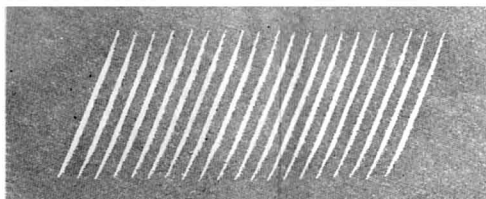


Fig. 6.

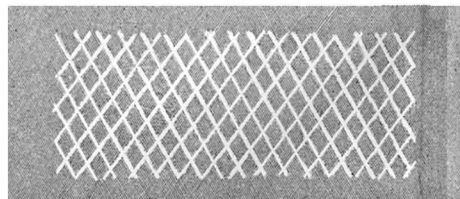
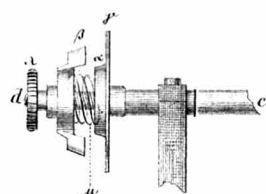
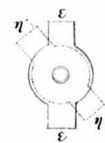


Fig. 9.



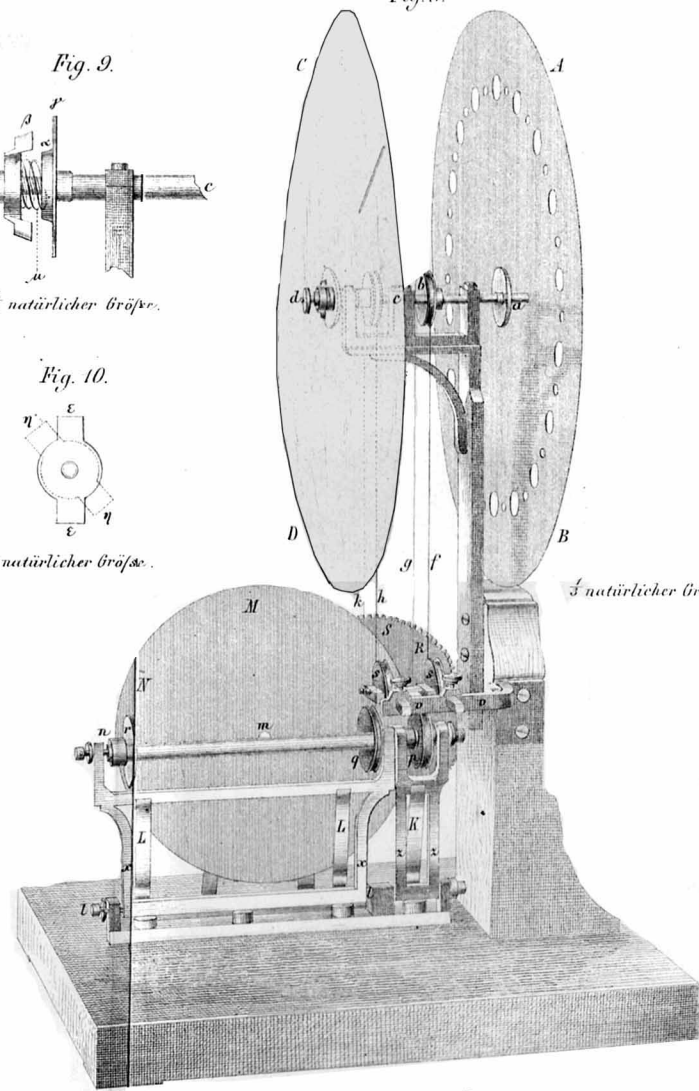
2/3 natürlicher Größe.

Fig. 10.



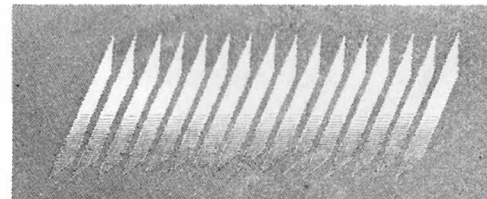
2/3 natürlicher Größe.

Fig. 8.



1/3 natürlicher Größe.

Fig. 7.



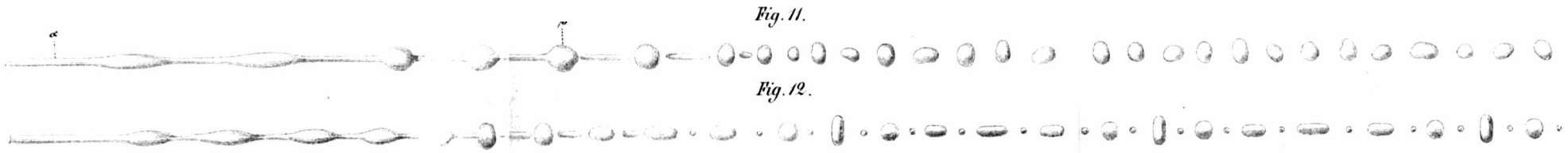


Fig. 18.

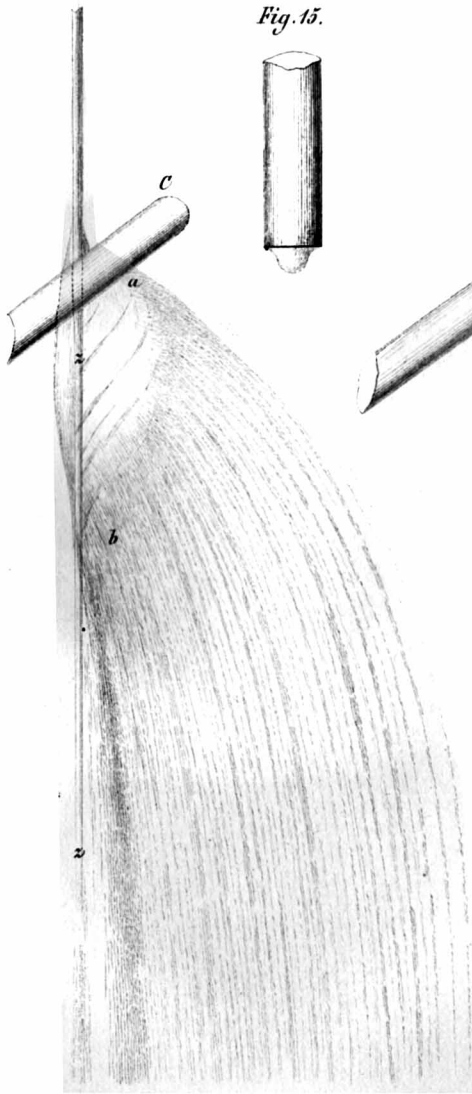


Fig. 15.

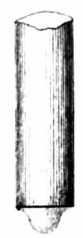


Fig. 19.



Fig. 16.



Fig. 24.



Fig. 20.

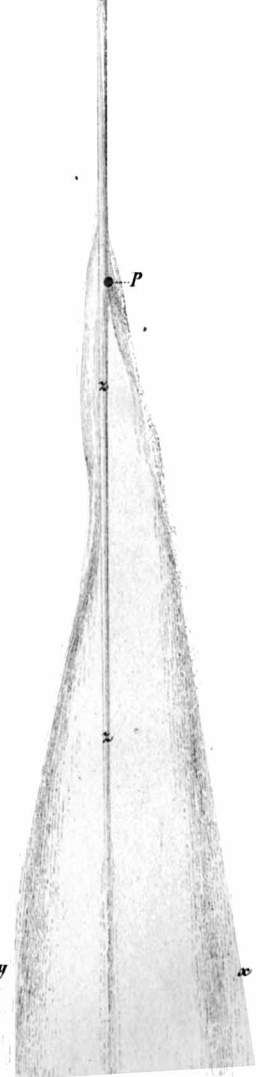


Fig. 21.



Fig. 17.

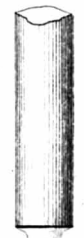


Fig. 22.

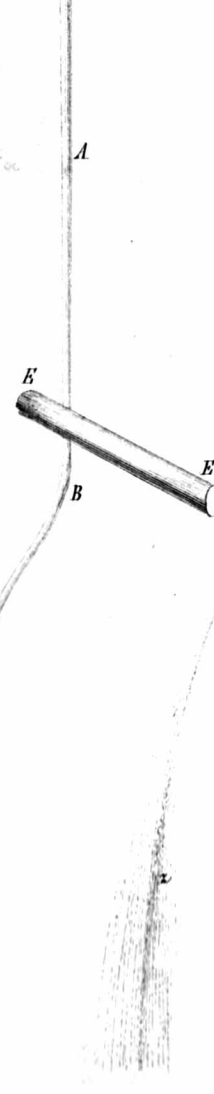


Fig. 23.

