partialen Reflexion, wenn wir $\varepsilon=\omega$ setzen. Die Gleichung des Gränzkegels wird dann:

$$\left(1-\frac{1}{\omega^2}\right)(x^2+y^2)-\frac{1}{\omega^2}z^2=0;$$

sie ist aus der elementaren Dioptrik hinlänglich bekannt.

IV. *Zur Theorie der Farbenmischung;*
von H. Grafsmann, Professor in Stettin.

Im 87. Bande dieses Journals theilt Hr. Helmholtz eine Reihe zum Theil neuer und sinnreicher Beobachtungen mit, aus welchen er den Schlufs zieht, dafs die seit Newton allgemein angenommene Theorie der Farbenmischung in den wesentlichsten Punkten irrig sey, und es namentlich nur zwei prismatische Farben gebe, nämlich Gelb und Indigo, welche vermischt Weifs liefern. Daher möchte es nicht überflüssig seyn, zu zeigen, wie die Newton'sche Theorie der Farbenmischung bis zu einem gewissen Punkte hin, und namentlich der Satz, dafs jede Farbe ihre Complementarfarbe hat, welche mit ihr vermischt Weifs liefert, aus unbestreitbaren Thatsachen mit mathematischer Evidenz hervorgeht, so dafs dieser Satz als einer der wohlbegründetsten in der Physik angesehen werden mufs. Ich werde dann zeigen, wie die von Helmholtz angestellten *positiven* Beobachtungen, statt gegen diese Theorie zu zeugen, vielmehr dazu dienen können, dieselbe theils zu bestätigen, theils zu ergänzen.

Hierbei wird es nöthig seyn, den Farbeneindruck, dessen das Auge fähig ist, in seine Momente zu zerlegen. Zunächst unterscheidet das Auge farbloses und farbiges Licht. An dem farblosen Lichte (Weifs, Grau) unterscheidet es nur die gröfsere oder geringere *Intensität*, und diese läfst sich mathematisch bestimmen. Ebenso unterscheiden wir an einer homogenen Farbe nur ihre gröfsere oder geringere Intensität. Aber auch für die Verschiedenheit der einzelnen homogenen Farben haben wir ein mathematisch bestimmbares Maafs, welches uns am vollkommensten in der jeder Farbe entsprechenden Schwingungsdauer geboten wird; schon die populäre Sprache hat diese Differenz auf eine sehr passende Weise durch den Ausdruck *Farbenton* bezeichnet. Wir werden also an einer homogenen Farbe zweierlei: ihren Farbenton und ihre Intensität unterscheiden können. Vermischt man nun eine homogene Farbe mit farblosem Lichte, so wird der Farbeneindruck durch diese Beimischung abgeschwächt. Die populäre Sprache ist reich an Bezeichnungen, welche diese Differenz bezeichnen sollen; die Bestimmungen: gesättigt, tief, blafs, fahl, matt, weifslich, welche man den Farbennamen hinzufügt, sollen diefs Verhältnifs darstellen. Die wissenschaftliche Bezeichnung, welche dieser populären Nomenklatur substituirt werden mufs, ergiebt sich aus dem Obigen von selbst, indem jeder Farbeneindruck der genannten Art sich in drei mathematisch bestimmbare Momente zerlegt: den *Farbenton, die Intensität der Farbe,* und die *Intensität des beigemischten Weifs*. Die verschiedenen Farbentöne bilden eine stetige Reihe von der Art, dafs sich, wenn man von einer Farbe dieser Reihe aus in ihr stetig fortschreitet, zuletzt die ursprüngliche Farbe wiederholt. Hierbei darf jedoch ein Umstand nicht unerwähnt gelassen werden, nämlich die Schwierigkeit, sich homogenes rothes Licht zu verschaffen, welches den Uebergang zwischen dem Violett und Roth des gewöhnlichen Sonnenspectrums vermittelt, und welches man durch das Prisma nur unter besonders günstigen Umständen (an heiteren Sommermittagen) hervorbringen kann (s. Pogg. Ann. Bd. 13 S. 441). Ich werde diese äufserste Farbe des Spectrums, welche ebenso wohl als äufserstes Roth, wie als äufserstes Violett aufgefafst werden kann, Purpur nennen. Betrachten wir nun endlich ein beliebig zusammengesetztes Licht, so kann das Auge an ihm gleichfalls nur die angeführten drei Momente unterscheiden, d. h. es läfst sich jeder Lichteindruck nachahmen, indem man eine homogene Farbe von bestimmter Intensität mit farblosem Lichte von bestimmter Intensität vermischt. Hiernach haben wir also bei jedem Lichteindruck Dreierlei zu unterscheiden: die Intensität der Farbe, den Farbenton, die Intensität des beigemischten farblosen Lichtes. Es würde sich leicht ein Apparat anfertigen lassen, vermittelst dessen man im Stande wäre, jede Farbe nach diesen drei Momenten zu bestimmen. Um hiervon eine Idee zu geben, denke man sich zwei weifse Tafeln von gleicher Beschaffenheit um ein Charnier beweglich, und zwar so, dafs die weifse Seite der Tafeln auf der Aufsenseite des von den Tafeln gebildeten Winkels sich befinde, und zugleich sey ein getheilter Kreis vorhanden, um diesen Winkel zu messen. Nun lasse man in einer auf der Drehungsaxe senkrechten Ebene auf die eine dieser Tafeln das zu prüfende farbige Licht fallen; auf die andere Tafel falle in einer beliebigen Richtung jener Ebene weifses Licht und in einer dagegen senkrechten Richtung derselben Ebene homogenes Licht auf, und zwar sey das letztere so gewählt, dafs es denselben Farbenton habe, wie das zu prüfende Licht. Indem man nun diese letztere Tafel um das Charnier dreht, wird man dem farblosen und dem homogenen Lichte, welches von dieser Tafel nach allen Seiten hin zerstreut wird, jedes beliebige Intensitätsverhältnifs geben können. Indem man darauf die erstere Tafel gleichfalls dreht, wird man dem von ihr zerstreuten Lichte jeden Grad der Intensität geben können, welcher geringer ist als die Intensität bei senkrecht auffallendem Lichte. Auf diese Weise wird man, wenn man nur die auf die zweite Tafel fallenden Vergleichungslichter hinreichend schwach genommen hat, nothwendig eine Stellung der Tafeln finden, bei welcher beide auf ein sie zugleich sehendes Auge gleichen Lichteindruck machen. Es würde also ein solcher Apparat ausreichen, um alle in Betracht kommenden Momente mathematisch zu bestimmen. Nun könnte freilich der obige Satz, dafs das Auge direct nur diese drei Momente zu unterscheiden vermöge, in Zweifel gezogen werden. Und allerdings möchte ein directer Beweis schwer zu führen seyn, da noch immer die Möglichkeit bleibt, daſs ein Auge vermöge seiner besondern Organisation vielleicht Unterschiede entdecken möchte, die ein anderes nicht zu entdecken vermag. Jedoch genügt für unsern Zweck die Thatsache vollkommen, daſs bisher kein Beobachter ein anderes Moment, was den Farbeneindruck bestimmte, anzugeben vermochte, und auch die Sprache in der Beschreibung der Farbeneindrücke nur diese drei Momente kennt, so daſs wir also mit Bestimmtheit behaupten können, es seyen bisher nur diese drei Momente des Farbeneindrucks beobachtet worden; und nur auf diese Behauptung werden wir bei dem unten zu erwähnenden Beweise zurückgeben.

Das zweite, was wir voraussetzen, ist: »daſs, wenn man von den beiden zu vermischenden Lichtern das eine stetig ändert (während das andere unverändert bleibt), auch der Eindruck der Mischung sich stetig ändert.«

Wir sagen nämlich, ein Lichteindruck ändere sich stetig, wenn die beiden Intensitäten (die Intensität der Farbe und die des beigemischten farblosen Lichtes) sich stetig ändern und auch der Farbenton, vorausgesetzt, daſs die Intensität der Farbe nicht Null ist, sich stetig ändere. Ist nämlich die Intensität der Farbe Null, so ist das Licht eben ein farbloses; und es kann daher ein Farbenton dadurch, daſs die Intensität der Farbe stetig bis Null hin abnimmt, in jeden andern, von ihm gänzlich getrennt liegenden Farbenton stetig übergehen, wenn nämlich die Intensität des letzteren wiederum von Null ab stetig wächst. Es bedarf wohl kaum der Erwähnung, daſs der Fall, wo eins oder mehrere der der Eindruck bestimmenden Momente sich gleich bleiben, mit unter den Begriff der Stetigkeit gefaſst werden muſs, wie dieſs ja überall üblich ist. Was nun die stetige Aenderung des Farbentones betrifft, so wird dieselbe im Allgemeinen durch die stetige Aenderung der diesen Farbenton bestimmenden Schwingungsdauer dargestellt werden, jedoch mit dem Unterschiede, daſs der Farbeneindruck des äuſsersten Violett sich wieder an den des äuſsersten Roth stetig anschliefst. In der That ist der Uebergang von Violett durch Purpur zum Roth für das Auge ein ebenso stetiger, wie zwischen irgend welchen zwei anderen Farben, wenngleich durch Beobachtungen noch keinesweges die Gränze mit Sicherheit festgestellt ist, an welcher derselbe Farbeneindruck bei verschiedener Schwingungsdauer wiederkehrt. Ich werde den Uebergang vom Roth zum Orange, Gelb, Grün, Blau, Violett, Purpur zurück zum Roth den *positiven* Uebergang, den umgekehrten den *negativen* nennen. Hiernach kann also jedes gefärbte Licht A in ein anders gefärbtes Licht B auf drei verschiedene Arten stetig übergehen, nämlich entweder so, dafs der Farbenton des Lichtes nach und nach alle Farbentöne annimmt, die auf dem positiven Uebergange von A zu B liegen, oder alle die auf dem negativen Uebergange liegen, oder endlich, dafs das Licht beim Uebergange einmal oder mehrere Male farblos wird. Der Satz des stetigen Ueberganges, den wir so eben entwickelt haben, mufs als ein durch die Erfahrung vollkommen begründeter angesehen werden, da ein unvermittelter Sprung in den Erscheinungen sich auch bei den rohesten Beobachtungen kenntlich machen mufs, und ein solcher Sprung bisher von Niemand beobachtet worden ist.

Aus diesen Voraussetzungen nun läfst sich der folgende Satz mit mathematischer Evidenz ableiten:

»Es giebt zu jeder Farbe eine andere homogene Farbe, welche, mit ihr vermischt, farbloses Licht liefert.«

Beweis. Es sey a der Farbenton der gegebenen Farbe. Angenommen nun, es gebe keine homogene Farbe, die mit ihr vermischt farbloses Licht liefere, so sey eine beliebige homogene Farbe angenommen, deren Farbenton x und deren Intensität y sey. Läfst man nun zuerst, während x constant bleibt, y stetig von Null ab wachsen, bis die Intensität der Farbe a gegen sie verschwindet, so wird die Mischung sich stetig ändern, und da sie nach der Annahme nie farbloses Licht geben soll, wird auch ihr Farbenton sich stetig ändern, also, da die Mischung anfangs den Farbenton

a, zuletzt den Farbenton x hat, stetig von a nach x hin übergehen. Dieser Uebergang kann ein positiver oder negativer seyn. Ob das eine oder der andere der Fall sey wird von dem Farbenton x abhängen. Nimmt man den Farbenton x von a unendlich wenig verschieden an, aber nach der positiven Uebergangsseite hin, so wird jener Uebergang gleichfalls positiv seyn. Denn gesetzt er wäre negativ, so müfsten bei der Steigerung der Intensität y alle Farbentöne aufser den von a unendlich wenig verschiedenen hervortreten, also Farbentöne, welche von a ganz verschieden sind; es sey y eine solche Intensität, bei welcher ein von a ganz verschiedener Farbenton hervortrete. Nun ist klar, dafs die Farbe, deren Farbenton a und deren Intensität y ist, mit a vermischt, den Farbenton a giebt, während die Farbe, deren Farbenton x und deren Intensität y ist, einen ganz verschiedenen Farbenton liefert; aber diese beiden mit a vermischten Farben haben bei gleicher Intensität y zwei unendlich nahe aneinandergränzende Farbentöne, d. h. jene beiden mit a vermischten Farben gehen stetig in einander über, also mufs auch (nach dem zweiten Satze) die Mischung stetig sich ändern, also auch ihr Farbenton; dieser sollte aber ein ganz verschiedener seyn. Also führt die Annahme, dafs der Uebergang von a nach x ein negativer seyn soll, zu Widersprüchen, d. h. er ist nothwendig ein positiver. Aus demselben Grunde wird, wenn x von a aus nach der negativen Seite hin unendlich wenig entfernt liegt, ein negativer Uebergang von a nach x stattfinden. Läfst man nun den Farbenton x von a aus nach positiver Seite hin stetig sich ändern, so dafs er die ganze Farbenreihe bis nach a hin zurück durchläuft, so mufs der zugehörige Uebergang der Mischung, welcher jedesmal durch die Steigerung des y bewirkt wird, nothwendig, da er zuerst positiv, zuletzt negativ ist, irgend wo sein Zeichen ändern. Es sey a' ein Farbenton, bei dem diese Aenderung eintritt, so dafs also jener Uebergang, ehe x diesen Farbenton erreicht, positiv ist, sobald es ihn überstiegen hat, negativ ist. Wenn nun der Farbenton

x durch diesen Farbenton a' stetig hindurchgeht, so mufs bei jedem Werth der Intensität y der Farbenton der Mischung sich stetig ändern, also die sämmtlichen Farbentöne, welche durch Steigerung der Intensität y entstehen, in beiden Fällen (wenn x unendlich nahe neben a' einmal zur Rechten und einmal zur Linken liegt), unendlich nahe aneinander liegen. Diefs ist aber unmöglich, da die einen auf dem positiven, die anderen auf dem negativen Uebergange von a zu a' liegen. Also führt die Annahme, dafs es zu a keine homogene Farbe gebe, die mit ihr vermischt Weifs liefere, zu einem Widerspruche, d. h. zu jeder Farbe giebt es eine homogene Farbe, die mit ihr vermischt Weifs liefert. *q. d. e.*

Die indirecte Form des Beweises habe ich gewählt, weil in ihr sich am leichtesten ohne Umschweife die möglichste Strenge erreichen läfst. Uebrigens leuchtet ein, dafs in dieser indirecten Beweisform zugleich die directe Behauptung liegt, dafs die Farbe a', bei welcher die Art des Ueberganges sich ändert, diejenige sey, welche in irgend einem Intensitätsverhältnifs mit a vermischt farbloses Licht geben mufs.

Prüfen wir nun die Helmholtz'schen Versuche, so ergiebt sich aus ihnen, wenigstens annähernd, diejenige Farbe, welche mit einer gegebenen farbloses Licht zu liefern vermag. Für Gelb ist diefs nach Helmholtz Indigo, ein Resultat, was von der Newton'schen Theorie der Farbenmischung keineswegs so abweichend ist, wie es für den ersten Augenblick scheint. Helmholtz hat die beiden Farben, welche nach ihm Weifs geben, genauer bestimmt; indem das Gelb zwischen den Fraunhofer'schen Linien D und E liegt, und zwar etwa 3mal so weit von E entfernt als von D, das Indigo hingegen von der Mitte zwischen den Linien J und G bis gegen G hin liegt, nämlich so dafs jedes Indigo, welches zwischen den genannten Gränzen liegt, mit irgend einem Gelb, was in der Nähe der bezeichneten Stelle liegt, Weifs liefert. Der Vergleich mit der Newton'schen Regel der Farbenmischung wird dadurch erschwert, dafs die Farbennamen bei den verschiedenen Beobachtern nicht denselben Inhalt haben, wie man sich davon sehr leicht überzeugt, wenn man die Beschreibung der Farben, welche zwischen den verschiedenen Fraunhofer'schen Linien liegen sollen, in den verschiedenen Lehrbüchern und Abhandlungen vergleicht. Newton beschreibt die Lage der Gränzen zwischen je zweien seiner Farben, wie sie sich in dem Spectrum seines Glases zeigten, genau; er bestimmt auch das mittlere Brechungsverhältnifs und das Zerstreuungsverhältnifs dieses Glases, so dafs alle Elemente vorliegen, um die Lage der Newton'schen Farbengränzen zwischen den Fraunhofer'schen Linien so genau zu bestimmen, als eben jene Newton'schen Bestimmungen selbst reichen. Nach diesem Princip habe ich durch Vergleichung der Fraunhofer'schen und Newton'schen Messungen, indem ich annahm, dafs Newton's Anfangsroth und sein End-Violett mit den Fraunhofer'schen Linien *B* und *H* zusammenfallen, gefunden, dafs Newton's Anfangs-Orange (d. h. die Gränze zwischen Roth und Orange) zwischen den Linien *C* und *D*, von *C* und *D* im Verhältnifs von 7 : 6 entfernt liegt, sein Anfangs-Gelb liegt bei *D* (um $\frac{1}{11}$ des Intervalles *DE* von *D* aus nach *E* hin entfernt), sein Anfangs-Grün liegt bei *E* (von *E* um $\frac{1}{11}$ *ED* nach *D* zu entfernt), sein Anfangs-Blau bei *F* (von *F* um $\frac{1}{14}$ *FG* nach *G* zu entfernt) sein Anfangs-Indigo zwischen *F* und *G*, im Verhältnifs 5 : 3 von *F* und *G* entfernt, sein Anfangs-Violett in *G*. Es hat zwar die Annahme, dafs die Gränzen des Newton'schen Spectrums mit den Linien *B* und *H* zusammenfallen, etwas willkürliches; doch gelangt man auch zu demselben Resultat, wenn man davon ausgeht, dafs die Farben, welche die mittlere Brechbarkeit haben, bei Fraunhofer und Newton zusammenfallen. Construirt man nun den Newton'schen Farbenkreis nach der in seiner Optik (*Lib. I. pars II, prop. VI*) angegebenen Regel, und trägt in ihn die Lagen der Fraunhofer'schen Linien, wie sie oben angegeben wurden, hinein (s. Fig. 16 Taf. I.), so ergiebt sich, dafs das von Helmholtz bestimmte Gelb nach der Newton'schen Regel Weifs giebt mit einem Indigo, welches zwischen den Fraunhofer'schen Linien *F* und *G* liegt, und welches von F und G in dem Verhältnifs von 15 : 2 absteht. In der Figur sind diese Farben durch die punktirte Linie, welche sie verbindet, angedeutet. Es fällt also diefs Indigo noch innerhalb der Farbengränzen, zwischen denen die Complementarfarben des Gelb nach Helmholtz liegen. Man sieht also, dafs die angeführte Beobachtung von Helmholtz mit dem Resultat der Newton'schen Versuche im Wesentlichen übereinstimmt. Für die übrigen Farben leugnet nun allerdings Hr. Helmholtz die Möglichkeit, aus ihnen durch Vermischung zweier Farben Weifs zu erhalten. Aber prüfen wir irgend eine seiner Versuchsreihen, z. B. die über die Mischung des Roth mit den übrigen Farben, so ergiebt sich daraus jedesmal die Complementarfarbe leicht. Nach ihm giebt nämlich Roth mit Orange, Gelb, Grün die mittleren Farbentöne, welche in dieser Reihe, also nach unserer Bezeichnung vom Roth aus nach der positiven Seite liegen. So z. B. giebt nach ihm Roth mit Grün vermischt ein *fahles* Gelb, welches bei vorwaltendem Roth durch Orange in Roth, bei vorwaltendem Grün durch Gelbgrün in Grün übergeht. Ebenso giebt Roth mit Violett, Indigblau, Himmelblau die in dieser Reihe dazwischen liegenden Farbentöne, welche also nach unserer Bezeichnung vom Roth aus nach der negativen Seite liegen. Namentlich giebt nach ihm Roth mit Himmelblau vermischt ein *weifsliches* Violett, welches bei überwiegendem Roth in Rosaroth und Carminroth übergeht. Es mufs also nach dem oben erwiesenen Satze die Complementarfarbe des Roth zwischen Grün und Himmelblau liegen, also irgend ein Farbenton des Blaugrünen seyn. Nun sagt zwar Helmholtz, dafs bei der Mischung des Roth mit den grünblauen Tönen eine fleischfarbene Mischung hervorgeht; allein, wie diese Fleischfarbe bei überwiegendem Blaugrün in dieses übergeht, wie es doch der Fall seyn mufs, wird nicht gesagt. Es bleibt hier also eine Lücke. Ueberdiefs ist Fleischfarbe nichts anderes, als ein mit vielem Weifs gemischtes Roth, und es ist kein anderer Uebergang desselben in das Blaugrüne denkbar, als der dafs sich das Roth immer mehr abschwächt, bis es unter dem beigemischten Weiſs verschwindet, und dann aus diesem Weiſs (oder Grau) nach und nach das Blaugrün hervortritt; kurz, es findet hier der normale Uebergang durch farbloses Licht hindurch statt. Dasselbe gilt für die übrigen Versuchsreihen. Die aus ihnen abgeleitete Tafel der Complementarfarben würde folgende seyn:

Gelb,	Gelbgrün,	Grün,	Grünblau,	Himmelblau,	Indigo,
Indigo,	Violett,	Purpur,	Roth,	Orange,	Gelb,

wo die zusammengehörigen Complementarfarben untereinander stehen.

Ich habe bisher versucht, mit möglichst wenigen Voraussetzungen auszureichen. Ich werde jetzt, um den Hauptsatz der Farbenmischung abzuleiten, noch zu den bisherigen beiden Voraussetzungen eine dritte hinzufügen, nämlich die:

»daſs zwei Farben, deren jede constanten Farbenton, constante Farbenintensität und constante Intensität des beigemischten Weiſs hat, auch constante Farbenmischung geben, gleich viel aus welchen homogenen Farben jene zusammengesetzt seyen.«

Auch diese Voraussetzung scheint durch die bisherigen Beobachtungen hinreichend gerechtfertigt zu seyn. Denn daſs die farbigen Pulver vermischt andere Resultate geben, als wenn man, statt sie selbst zu vermischen, das von ihnen ausgehende Licht vermischt, kann keinen Einwand abgeben, zumal da der Grund dieser Abweichung durch Helmholtz aufgedeckt ist.

Es sey nun a eine homogene Farbe, und a' diejenige homogene Farbe, welche mit a gemischt Weiſs giebt. Der Anschaulichkeit wegen denke man sich a und a' dargestellt durch 2 gleich lange aber entgegengesetzt gerichtete Strecken (Fig. 17, Taf. I.), die von Einem Punkte ausgehen. Es sey ferner b eine Farbe, welche mit a gemischt eben so viel Weiſs liefert, wie mit a' gemischt; und um diese gleiche Beziehung von b zu a und zu a' auszudrücken, sey b durch eine gegen a und a' senkrechte Strecke dargestellt. Ferner sey die Intensität der Farbe b so gewählt, dafs, wenn b' die Farbe ist, die mit b Weifs giebt, die Intensität des durch diese Mischung entstandenen Lichtes gleich der Intensität des durch die Mischung von a und a' entstandenen Lichtes sey. Diefs sey bildlich dadurch dargestellt, dafs man die Strecke, welche die Farbe b ausdrückt, gleich lang macht mit a und a', während die Complementarfarbe von b, durch die mit b gleich lange aber entgegengesetzt gerichtete Strecke b' dargestellt sey. Wir wollen annehmen, dafs von den beiden Farben b und b' die Farbe b diejenige sey, welche von a aus nach der positiven Uebergangsseite liegt. Es leuchtet ein, dafs wenn die Farbe a gegeben ist, dann a', b, b' durch Beobachtung zu finden sind. Ist z. B. a Gelb, so ist a' Indigo; auf dem positiven Uebergange von a zu a' liegen die verschiedenen Töne des Grünen und Blauen; das Grüngelb wird mit Gelb (a) vermischt eine sehr geringe, mit Indigo (a') vermischt eine sehr bedeutende Beimischung des Weifs geben. Schreitet man vom Grüngelb nach der positiven Seite zu fort, so wird bei der Vermischung mit Gelb die Beimischung des Weifs nach und nach zunehmen, bei der Vermischung mit Indigo abnehmen. Es wird also auf dem Uebergange ein Farbenton liegen, welcher mit dem Gelb vermischt, ebenso viel Weifs liefert, wie mit Indigo vermischt. Es sey diefs etwa Grün, so wird b Grün und b' Purpur seyn. Es leuchtet nun ein, dafs man durch Vermischung von je zweien dieser vier Farben alle Farbentöne erhalten mufs. Es seyen diese Farbentöne für alle Intensitätsverhältnisse der zu mischenden homogenen Farben a und b, b und a', a' und b', b' und a durch Beobachtungen gefunden. Wir nehmen an, es seyen die Intensitäten der beiden zu mischenden Farben durch die Längen der zugehörigen Strecken dargestellt, so dafs, wenn die eine Farbe z. B. den Farbenton a hat, und die Intensität derselben sich zu der von a wie m zu 1 verhält, dann jene Farbe durch eine Strecke dargestellt sey, welche mit a gleiche Richtung, aber die m-fache Länge hat. Nachdem man so die beiden zu mischenden Farben geometrisch dargestellt hat, construire man aus diesen Strecken *die geometrische Summe*, d. h. die Diagonale des Parallelogramms, welches die beiden Strecken zu Seiten hat[1]), und setze fest, dafs diese Summe oder Diagonale die Farbe der Mischung darstellen soll, nämlich ihre Richtung den Farbenton und ihre Länge die Intensität der Farbe.

Ist diefs geschehen, so kann man von jetzt an den Farbenton, und die Farbenintensität jeder Mischung von Farben durch blofse Construction finden. Nämlich man braucht nur die Strecken, welche den Farbenton und die Farbenintensität der zu mischenden Farben darstellen, zu bestimmen, und diese dann geometrisch zu addiren, d. h. wie Kräfte zusammenzusetzen, so stellt die geometrische Summe (die Resultante jener Kräfte) den Farbenton und die Farbenintensität der Mischung dar. Es folgt diefs unmittelbar daraus, dafs die Ordnung, in welcher man geometrisch addirt (die Kräfte zusammensetzt), gleichgültig ist für das Resultat. In der That es seyen die durch die Strecken a, b, a', b' gemäfs der obigen Bestimmung dargestellten Farben zu Grunde gelegt, und sey unter αa, wenn α positiv ist, eine Farbe verstanden, die den Farbenton a hat, und deren Farbenintensität sich zu der von a verhält wie α zu 1, und wenn α negativ ist, sey unter αa eine Farbe verstanden, die den Farbenton der Complementarfarbe a' besitzt, und deren Farbenintensität sich zu der von a' wiederum wie α zu 1 verhalte. Dasselbe gelte in Bezug auf die zweite zu Grunde gelegte Farbe b und deren Complementarfarbe b'. Von den beiden Farben e und e_1, deren Mischungsfarbe man sucht, sey die eine darstellbar durch die Mischung der Farben αa und βb, die andere durch die Mischung der Farben $\alpha_1 a$ und βb_1, so ist (immer abgesehen vom beigemischten Weifs) die Mischung von c und c_1 darstellbar durch die Vermischung der vier Farben αa, βb,

$\alpha_1 a$,

1) Der Begriff dieser geometrischen Summe ist von mir in meiner Ausdehnungslehre (Leipzig 1844) und von Möbius in seiner Mechanik des Himmels (Leipzig 1843) zuerst entwickelt.

$\alpha_1 a$, $\beta_1 b$. Aber αa giebt mit $\alpha_1 a$ vermischt $(\alpha+\alpha_1)\,a$ und βb mit $\beta_1 b$ vermischt $(\beta+\beta_1)\,b$. Also ist die Mischung von c und c_1 auch darstellbar durch die Mischung der beiden Farben $(\alpha+\alpha_1)\,a$ und $(\beta+\beta_1)\,b$. Da diese letzteren aber die zu Grunde gelegten Farbentöne a, b oder a', b' haben, so wird ihre Mischung dargestellt durch die geometrische Summe der Strecken, also durch die Strecke $(\alpha+\alpha_1)a+(\beta+\beta_1)b$ d. h. durch $(\alpha a+\beta b)+(\alpha_1 a+\beta_1 b)$ d. h. durch die geometrische Summe zweier Strecken, welche einzeln genommen die zu vermischenden Farben darstellen.

Wir können diefs Gesetz, welches aus den drei zu Grunde gelegten Voraussetzungen mit Nothwendigkeit folgt, und welches zur Bestimmung der Farbenreihe nur eine einfache, aber vollständige Beobachtungsreihe erfordert, auch noch in anderer Weise ausdrücken. Nämlich wenn man um den Anfangspunkt der Strecken mit dem Radius a einen Kreis schlägt, und statt jeder Strecke den Punkt setzt, in welchem sie die Peripherie trifft, versehen mit einem Gewicht, welches der Länge jener Strecke proportional ist, so kann man die Mischfarbe aus 2 gegebenen Farben auf folgende Weise finden: Man stellt jede der zu mischenden Farben durch einen solchen schweren Punkt der Peripherie dar, so nämlich, dafs der zugehörige Radius den Farbenton anzeigt, und das zugehörige Gewicht die Farbenintensität ausdrückt, und bestimmt den Schwerpunkt. Dann zeigt die Strecke, welche vom Mittelpunkte nach diesem Schwerpunkt gezogen ist, den Farbenton an, und, nachdem sie mit der Summe der Gewichte multiplicirt ist, auch die Farbenintensität. Die Identität dieser Bestimmung mit der früheren ergiebt sich leicht aus folgender, in meiner Ausdehnungslehre erwiesenen Construction des Schwerpunktes: Den Schwerpunkt der Punkte A, B, $C\ldots$, welche beziehlich mit den Gewichten α, β, $\gamma,\ldots$ versehen sind, findet man, indem man von einem beliebigen Punkte O die Strecken OA, OB, $OC\ldots$ zieht, diese beziehlich mit α, β, $\gamma,\ldots$ multiplicirt d. h. ihre Länge, ohne ihre Richtung zu ändern, im Verhältnifs $1:\alpha$, $1:\beta$, $1:\gamma,\ldots$ ändert, aus den so gewonnenen Strecken die geometrische Summe bildet, und diese durch $\alpha+\beta+\gamma+\ldots$ dividirt, so ist der Endpunkt der so gewonnenen Strecke der gesuchte Schwerpunkt.

Was endlich die Beimischung des farblosen Lichtes betrifft, so ist dazu noch eine Voraussetzung erforderlich. Am einfachsten ist es, anzunehmen:

»dafs die gesammte Lichtintensität der Mischung die Summe sey aus den Intensitäten der gemischten Lichter.«

Hierbei verstehe ich unter der gesammten Lichtintensität die Summe aus der Intensität der Farbe, wie ich sie oben festgestellt habe, und aus der Intensität des beigemischten Weifs, und die Intensität des Weifsen, wie auch jeder einzelnen Farbe, setze ich dabei nicht dem Quadrat der Vibrationsintensität, sondern dieser selbst proportional, so dafs also bei der Vermischung zweier weifsen oder gleichfarbigen Lichter die Intensität der Mischung die Summe wird aus den Intensitäten der vermischten Lichter. Es ist diese vierte Voraussetzung nicht als eine so wohl begründete zu betrachten, wie die früheren, obwohl sie sich aus theoretischen Betrachtungen durchaus als die wahrscheinlichste ergiebt. Um die Folgerungen aus dieser Hypothese zu ziehen, wollen wir die Intensität der durch die Strecke a dargestellten Farbe gleich 1 setzen, und annehmen, dafs die verschiedenen homogenen Farben, deren Intensität 1 ist, durch Punkte der Peripherie dargestellt werden, so dafs das Gewicht dieser Punkte dem Obigen gemäfs gleichfalls gleich 1 gesetzt werden mufs. Nun seyen (Fig. 18) A und B zwei Punkte der Peripherie, welche also homogene Farben von der Intensität 1 darstellen. Es mögen nun die Farben αA und βB vermischt werden, d. h. zwei homogene Farben deren Intensitäten α und β sind, und deren Farbentöne A und B sind, so ist die Summe der Intensitäten $\alpha+\beta$. Um nun die Farbe der Mischung zu bestimmen, haben wir nach dem Obigen den Schwerpunkt der mit den Gewichten α und β versehenen Punkte A und B zu suchen. Es sey derselbe C, der Mittelpunkt des Kreises sey O, so ist, wenn der Radius des Kreises 1 gesetzt ist, nach dem Obigen die

Farbenintensität gleich $(\alpha+\beta)\,OC$. Es sey der Punkt worin OC verlängert die Peripherie trifft, D, so ist die Gesammtintensität $\alpha+\beta$, oder, da der Radius 1 gesetzt ist, $(\alpha+\beta)\,OD$. Diese Gesammtintensität soll nach der gemachten Voraussetzung gleich der Intensität der Farbe *plus* der Intensität des beigemischten Weifs seyn, also ist letztere gleich $(\alpha+\beta)\,OD-(\alpha+\beta)\,OC$ d. h. $=(\alpha+\beta)\,CD$. Also ist die Intensität des beigemischten Weifs gleich der mit der Summe der Gewichte multiplicirten Entfernung des Schwerpunktes von der Peripherie. Hieraus folgt dann weiter, dafs wenn man stets die gesammte Masse im Schwerpunkt vereinigt denkt, in welchem Falle man den mit einem solchen Gewicht versehenen Schwerpunkt die *geometrische Summe* der einzelnen mit ihren Gewichten behafteten Punkte nennt [1]), dann jeder Lichteindruck nach seinen drei Momenten genau durch einen mit einem gewissen Gewichte behafteten Punkt dargestellt wird. Die Richtung, in welcher dieser Punkt vom Centrum aus liegt, oder auch der Punkt, worin diese Richtung die Peripherie trifft, stellt den Farbenton dar, das Gewicht des Punktes die gesammte Lichtintensität; die mit diesem Gewichte multiplicirte Entfernung vom Centrum stellt die Intensität der Farbe dar, und die mit dem Gewichte multiplicirte Entfernung von der Peripherie die Intensität des beigemischten Weifs. Wenn wir unter Farbensättigung eines Lichtes die Intensität seiner Farbe, dividirt durch die ganze Lichtintensität, verstehen, so wird die Farbensättigung durch die einfache Entfernung des Punktes vom Centrum dargestellt. Hat man dann auf diese Weise zwei oder mehre zu mischende Farben dargestellt, so wird die Mischung vollständig durch die geometrische Summe der die einzelnen Farben darstellenden schweren Punkte dargestellt. Man sieht, dafs diefs hier auf rein mathematischem Wege aus vier hinreichend begründeten Voraussetzungen abgeleitete Gesetz in seinen wesentlichen Zügen mit Newton's empirischer Regel, wie er sie am angeführten Orte aufstellt, übereinstimmt. Doch

1) S. Meine Ausdehnungslehre und Möbius barycentrischen Calcul.

bedarf die Art, wie Newton die homogenen Farben auf dem Umfange seines Kreises vertheilt, einer durchgängigen Revision, zu welcher durch die Versuche des Hrn. Helmholtz nur erst die ersten Anfänge gemacht sind. Erst wenn hierüber ein hinreichendes Licht verbreitet ist, kann man sich an die Beantwortung der interessanten Frage heranwagen, nach welchem Gesetze die den verschiedenen Farben zugehörigen Aetherschwingungen sich in den Nerven oder im Sensorium zu einfachen Farbeneindrücken zusammensetzen, eine Frage, von deren Beantwortung wesentlich die Idee der verschiedenen Farben und des farblosen Lichtes abhängt.

Stettin d. 19. Febr. 1853.

V. *Ueber die Diathermansie des Steinsalzes. Schreiben an Hrn. A. von Humboldt von Hrn. M. Melloni.*

Portici, bei Neapel, 21. März 1853.

Zwei geschickte Experimentatoren haben neulich veröffentlicht, dafs das Steinsalz weniger durchgänglich sey für strahlende Wärme aus Quellen von niederer Temperatur, als für die aus Quellen von höherer Temperatur. Ich zweifle nicht, dafs diese Herren die Wärme, welche die Wand eines mit siedendem Wasser gefüllten Gefäfses ausstrahlt, nach dem Durchgang durch eine recht reine und wohl polirte Steinsalzplatte, weniger reichlich fanden als die, welche dieselbe Platte durchläfst, wenn die Wärmestrahlung von Flammen oder glühenden Körpern ausgegangen ist. Nur darf man daraus nicht schliefsen: »dafs das Steinsalz nicht alle Arten Wärme gleich gut durchlasse« [1]).

Um meine Meinung deutlich auszudrücken, und zugleich um jeden Beobachter, der mit meinem thermo-elektrischen

1) *Compt. rend. de l'acad. des Scienc. de l'Inst.* 10. *Jan.* 1853, *p.* 34.