dafs die gemeinschaftliche Oberfläche noch etwas stärker gespannt blieb, als die des Quecksilbers vor dem Zugiefsen des Wassers war.

VII. *Ueber die Gränze der Stabilität eines flüssigen Cylinders; von J. Plateau.*

In den Paragraphen 38 und 46 der *zweiten Reihe* meiner *experimentellen und theoretischen Untersuchungen über die Gleichgewichtsfiguren einer flüssigen Masse ohne Schwere* [1]) weise ich theoretisch nach, dafs der Cylinder zu den Figuren des einer unschweren flüssigen Masse zukommenden Umdrehungs-Gleichgewichts gehört, und nachdem ich die Versuche beigebracht, mittelst deren ich diese Gattung von flüssigen Figuren verwirklichte, zeige ich, von diesen Versuchen ausgehend, dafs der flüssige Cylinder nur dann stabil ist, wenn das Verhältnifs zwischen seiner Länge und seinem Durchmesser nicht über eine gewisse Gränze hinausgeht, deren Werth zwischen 3,0 und 3,6 liegt.

In einer der Berliner Academie vorgelegten Notiz [2]) sucht Hr. Hagen diese Gränze theoretisch zu bestimmen, und er findet für ihren Werth die Gröfse $2^{\frac{3}{2}} = 2{,}8284$ d. h. einen Werth, der beträchtlich unter dem kleinsten der beiden Zahlen liegt, zwischen welchen nach meinen Versuchen dieselbe Gränze liegen mufs. Da Hrn. Hagen's Resultat die Zulässigkeit meiner Folgerung und die Tragweite der ihr zum Grunde liegenden Versuche zu verringern scheint, so glaube ich hier zeigen zu müssen, worin sich Hr. Hagen geirrt, obwohl ich mir die theoretischen Entwicklungen, in

1) *Mém. de l'acad. de Bruxelles, T. XXIII*, (die möglichst bald mitgetheilt werden wird. P.)

2) Siehe den vorhergehenden Aufsatz.

Betreff der Stabilitätsgränze des Cylinders, der dritten Reihe meiner Arbeit vorbehalten mufs.

Zuvörderst mufs ich bemerken, dafs Hr. Hagen eins meiner Resultate nicht richtig anführt [1]). Nach diesem Gelehrten soll ich gesagt haben, dafs meine Cylinder „sich noch stabil zeigten, wenn ihre Länge 3 bis 3,6 Mal gröfser war als ihr Durchmesser". Nun aber zeigen die in meiner Abhandlung angeführten Versuche, dafs die Stabilität dieser Cylinder noch für das Verhältnifs 3 existirt und für das Verhältnifs 3,6 nicht mehr existirt, allein sie zeigen nichts für die dazwischen liegenden Verhältnisse, und es ergiebt sich daraus blofs der Schlufs, dafs der genaue Werth der Stabilitätsgränze zwischen den Zahlen 3 und 3,6 liegt, d. h. gröfser ist als die erste und kleiner als die zweite.

Nach Berichtigung dieses ersten Punktes schreite ich zu der von Hrn. Hagen angewandten theoretischen Methode. Sobald die Umwandlung des Cylinders beginnt, hat die geschlängelte Curve, welche die Meridianlinie der Figur ausmacht, nothwendig höchst schwache Krümmungen. Davon ausgehend, nimmt Hr. Hagen an, dafs jeder der convexen und concaven Theile dieser Curve als ein sehr kleiner Bogen anzusehen sey, „dessen Krümmungshalbmesser dem Radius des Kreises gleich ist, der seinen Scheitel und seine beiden Endpunkte trifft". Den so erhaltenen Krümmungsradius gebraucht er alsdann, um die Drucke zu bestimmen, welche die Flüssigkeit an den respectiven Mitten einer Anschwellung und einer Einschnürung auf sich selbst ausübt, und um zum Werth der Stabilitätsgränze durch die Betrachtung zu gelangen, dafs der Unterschied obiger beiden Drucke diesseits dieser Gränze positiv und jenseits negativ seyn mufs. Allein die Voraussetzung des Hrn. Hagen in Betreff des Krümmungsradius ist keineswegs erlaubt, wie ich sogleich zeigen werde.

Mit Recht betrachtet Hr. Hagen die abwechselnd con-

1) Doch sicher, wie auch Hr. Plateau zugeben wird, nicht mit Absicht. P.

vexen und concaven Axen der Curve als vollkommen symmetrisch (congruent). Allein daraus leuchtet ein, dafs die Curve eine grofse Analogie mit der Sinusoïde haben mufs. Wenn man nun in der Rechnung des Hrn. Hagen den von ihm angewandten Krümmungsradius ersetzt durch den des Scheitels von Bögen einer Sinusoïde, so findet man, als Werth der Stabilitätsgränze, die Gröfse π, d. h. das Verhältnifs des Umfangs zum Durchmesser, nämlich 3,1416. Dieser Werth weicht beträchtlich von dem des Hrn. Hagen ab, und mufs *a priori*, nach der Form der Curve, für genauer gehalten werden.

Nun mufs ich sagen, dafs auch ich mich schon seit lange mit der theoretischen Untersuchung der Stabilitätsgränze beschäftigt, und mittelst einer strengen Methode wirklich als genauen Werth dieser Gränze die Gröfse π gefunden habe. Dieser Werth liegt aber zwischen 3 und 3,6, und nimmt also den Platz ein, welchen ihm meine Versuche bezeichnet hatten. Wie schon oben gesagt, werde ich meine Methode in der dritten Reihe meiner Arbeit auseinandersetzen.

Die Unrichtigkeit der Voraussetzung des Hrn. Hagen hat folgenden Grund. Sobald die Umwandlung beginnt und demzufolge die von der Generatrix des ursprünglichen Cylinders auf der geschlängelten Curve aufgefangenen Bögen nur noch ungemein schwache Krümmungen besitzen, wird der osculirende Kreis des Scheitels eines von ihnen einen äufserst grofsen Radius haben, und folglich der Bogen dieses selben von obiger Generatrix aufgefangenen Kreises einen sehr geringen Theil der gesammten Circumferenz ausmachen. Daraus folgt, dafs der erwähnte Bogen in seiner ganzen Erstreckung sich ungemein wenig von dem der Curve entfernen wird. Es scheint also auf dem ersten Blick, als könne man wie Hr. Hagen diesen Kreis mit Fug als denjenigen betrachten, der durch den Scheitel und die beiden Enden des Bogens geht. Allein wenn man erwägt, dafs der Bogen dieser Curve und der des wahren Osculationskreises, beide, die Generatrix des Cylinders unter sehr spitzen Winkeln treffen, so begreift man, dafs, ungeachtet der grofsen Annäherung dieser Bögen, ihre respectiven an einer selben Seite des Scheitels liegenden Enden einen sehr merklichen Abstand von einander haben können. Um die Sache durch ein analoges, obwohl übertriebenes Beispiel klarer zu machen, betrachte man zwei Grade, die einander parallel und aufserordentlich nahe sind. Wie grofs diese Nähe auch sey, so ist klar, dafs wenn man die beiden Geraden durch eine dritte, zu ihnen schiefe, schneidet, die beiden Durchschnittspunkte sehr weit von einander abstehen können. Man sieht also, dafs bei unserer geschlängelten Curve, die Sehne des wahren Osculationskreises sehr von der des Curvenbogens abweichen kann, und dafs folglich, wenn man, wie Hr. Hagen es thut, zum Krümmungsradius des Scheitels dieses letzteren Bogens den Radius des Kreises nimmt, der durch diesen Scheitel und die beiden Enden dieses Bogens geht, einem sehr beträchtlichen Fehler ausgesetzt ist. Mithin könnte Hrn. Hagen's Methode nur zu einem mehr oder weniger angenäherten, aber nicht zum richtigen Resultate führen.

Es giebt noch einen Punkt, über welchen ich nicht mit Hrn. Hagen übereinstimmen kann, nämlich die Erklärung, welche Derselbe in der angeführten Notiz von der grofsen Länge der Stücke liefert, in welche meine Quecksilbercylinder zerfallen. Ich werde mich indefs hier nicht über diesen Gegenstand verbreiten, da sich die Aufgabe ausführlich in meiner Abhandlung behandelt findet.