Rubik-style Magic Cubes Based on Magic Squares

Inder J. Taneja¹

For complete work acess the author's web-site links: https://numbers-magic.com/?p=12775

Abstract

This work brings magic cubes based on magic squares constructed with sequential numbers. Each magic cube is with six magic squares representing each face with different magic square. The total work is for the orders 3 to 10. In each order, some different examples are considered. These examples are based on different types of magic squares, such as, single-digit bordered, doubledigits bordered, striped, cornered, etc. Whole work can be accessed at author's web-site at a link given above.

Contents

1	Rubik-style Magic Cubes	2
	1.1 Magic Cubes of Order 3	2
	1.2 Magic Cubes of Order 4	3
	1.3 Magic Cubes of Order 5	5
	1.4 Magic Cubes of Order 6	10
	1.5 Magic Cubes of Order 7	16
	1.6 Magic Cubes of Order 8	22
	1.7 Magic Cubes of Order 9	34
	1.8 Magic Cubes of Order 10	46
C	Author's Contributions to Magic Squares	59
2	Author's Contributions to Magic Squares	59

2 Author's Contributions to Magic Squares

¹Formerly, Professor of Mathematics, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, Brazil (1978-2012). *E-mail:* ijtaneja@qmail.com; Web-sites: http://inderjtaneja.com; Twitter: @IJTANEJA

1 Rubik-style Magic Cubes

This work bring **magic cubes** based on magic squares of orders 3 to 10. In each case, we constructed 6 using sequential numbers starting from 1. These six magic squares represents six faces of a cube calling as **magic cube**. The odd order magic squares are constructed in such a way that they are of **equal differences magic sums**. In each order, the differences are the orders of the magic squares. The even order magic squares are of equal sums. In each order, we brought more than one example, except for the order 3. These examples are based on different types of magic squares, such as, **single-digit bordered**, **double-digits bordered**, **striped**, **cornered**, etc. This study is also extended in another work on **universal** and/or **upside-down** magic cubes [106]. In case of **cornered** magic squares, an idea of rotation procedure is used. It is based on the script due to H. White [5] is used to bring beauty in structure of magic cubes.

For recent work on W. Rubik-style magic cubes refer W. Walkington [4]. A different kind works on magic cubes can seen in C.Boyer [1], W. Trump [2, 3] and A. Winkel [6].

1.1 Magic Cubes of Order 3

This section brings magic cube based on six magic squares of order 3. These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 54.

19	49	7	20	50	8		21	51	9
13	25	37	14	26	38		15	27	39
43	1	31	44	2	32		45	3	33
	1			2		-		3	
22	52	10	23	53	11		24	54	12
22 16	52 28	10 40	23 17	53 29	11 41		24 18	54 30	12 42

Example 1.1. Let's consider the following six magic squares of order 3:

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 54. The magic squares are of equal difference magic sums. See below

 $S_{3\times3}(1) := 75, S_{3\times3}(2) := 78, S_{3\times3}(3) := 81, S_{3\times3}(4) := 84, S_{3\times3}(5) := 87$ and $S_{3\times3}(6) := 90$.

			19	49	7			
			13	25	37			
			43	1	31			
21	51	9	20	50	8			
15	27	39	14	26	38			
45	3	33	44	2	32			
			22	52	10	24	54	12
			16	28	40	18	30	42
			46	4	34	48	6	36
			23	53	11			
			17	29	41			
			47	5	35			

1.2 Magic Cubes of Order 4

This section brings two examples of magic cube based on six magic squares of order 4. These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 96. The first example is well-known **pandiagonal** magic squares of order 4. The second example is based on **magic rectangles stripes** of equal sums of order 2×4 .

Example 1.2. Let's consider the following six magic squares of order 4:

7	92	1	94	15	84	9	86	23	76	17	78
2											
2	93	8	91	10	85	16	83	18	77	24	75
96	3	90	5	88	11	82	13	80	19	74	21
89	6	95	4	81	14	87	12	73	22	79	20
	1				2				3		
31	68	25	70	39	60	33	62	47	52	41	54
26	69	32	67	34	61	40	59	42	53	48	51
72	27	66	29	64	35	58	37	56	43	50	45
65	30	71	28	57	38	63	36	49	46	55	44
	4				5				6		

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 96. These magic squares are of equal magic sums. See below

 $S_{4\times4}(1) = S_{4\times4}(2) = S_{4\times4}(3) = S_{4\times4}(4) = S_{4\times4}(5) = S_{4\times4}(6) := 194.$

The above magic squares are **pandiagonal**.

Let's see below the	structure for makin	g a magic cube :
---------------------	---------------------	-------------------------

				7	92	1	94				
				2	93	8	91				
				96	3	90	5				
				89	6	95	4				
23	76	17	78	15	84	9	86				
18	77	24	75	10	85	16	83				
80	19	74	21	88	11	82	13				
73	22	79	20	81	14	87	12				
				31	68	25	70	39	60	33	62
				26	69	32	67	34	61	40	59
				72	27	66	29	64	35	58	37
				65	30	71	28	57	38	63	36
				47	52	41	54				
				42	53	48	51				
				56	43	50	45				
				49	46	55	44				

Example 1.3. Let's consider the following six magic squares of order 4:

95	2	94	3	87	10	86	11	79	18	78	19
8	89	5	92	16	81	13	84	24	73	21	76
1	96	4	93	9	88	12	85	17	80	20	77
90	7	91	6	82	15	83	14	74	23	75	22
	1				2				3		
71	26	70	27	63	34	62	35	55	42	E A	12
1 ' '	20	10	~ '	~~	•••	02	55	55	42	54	45
32	65		68	40	57	37	60	48	49		
		29									
32	65	29	68	40	57	37	60	48	49	45	52

$$S_{4\times4}(1) = S_{4\times4}(2) = S_{4\times4}(3) = S_{4\times4}(4) = S_{4\times4}(5) = S_{4\times4}(6) := 194.$$

The above magic squares are constructed using equal sums magic rectangles of order 2×4 . These are known by **stripes**.

Let's see below the structure for making a **magic cube**:

					95	2	94	3				
					8	89	5	92				
					1	96	4	93				
					90	7	91	6				
	79	18	78	19	87	16	9	82				
	24	73	21	76	10	81	88	15				
	17	80	20	77	86	13	12	83				
	74	23	75	22	11	84	85	14				
-					71	26	70	27	63	40	33	58
					32	65	29	68	34	57	64	39
					25	72	28	69	62	37	36	59
					66	31	67	30	35	60	61	38
					55	48	41	50				
					42	49	56	47				

1.3 Magic Cubes of Order 5

This section brings three examples of magic cube based on six magic squares of order 5. These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 150. The first example is well-known **pandiagonal** magic squares of order 5. The second example is based on **single-digit bordered** magic squares of order 5. The third example is based on **cornered** magic squares of order 5, where magic squares of order 3 are on the superior left corner.

Example 1.4. Let's consider the following six magic squares of order 5:

1	37	73	109	145	2	38	74	110	146	3	39	75	111	147
103	139	25	31	67	104	140	26	32	68	105	141	27	33	69
55	61	97	133	19	56	62	98	134	20	57	63	99	135	21
127	13	49	85	91	128	14	50	86	92	129	15	51	87	93
79	115	121	7	43	80	116	122	8	44	81	117	123	9	45
		1					2					3		
4	40	76	112	148	5	41	77	113	149	6	42	78	114	150
106	142	28	34	70	107	143	29	35	71	108	144	30	36	72
58	64	100	136	22	59	65	101	137	23	60	66	102	138	24
130	16	52	88	94	131	17	53	89	95	132	18	54	90	96
82	118	124	10	46	83	119	125	11	47	84	120	126	12	48

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 96. These magic squares are of equal difference magic sums. See below

 $S_{5\times 5}(1) := 365, S_{5\times 5}(2) := 370, S_{5\times 5}(3) := 375, S_{5\times 5}(4) := 380, S_{5\times 5}(5) := 385$ and $S_{5\times 5}(6) := 390.$

The above magic squares are **pandiagonal**.

							109	145					
				103	139	25	31	67					
				55	61	97	133	19					
				127	13	49	85	91					
				79	115	121	7	43					
39	75	111	147	2	38	74	110	146					
141	27	33	69	104	140	26	32	68					
63	99	135	21	56	62	98	134	20					
15	51	87	93	128	14	50	86	92					
117	123	9	45	80	116	122	8	44					
				5	41	77	113	149	6	42	78	114	150
				107	143	29	35	71	108	144	30	36	72
				59	65	101	137	23	60	66	102	138	24
				131	17	53	89	95	132	18	54	90	96
				83	119	125	11	47	84	120	126	12	48
				4	40	76	112	148					
				106	142	28	34	70					
				58	64	100	136	22					
				130	16	52	88	94					
				82	118	124	10	46					

Example 1.5. Let's consider the following six magic squares of order 5:

3

105

57

129

81

127	145	25	37	31	128	146	26	38	32	129	147	27	39	33
7	67	97	55	139	8	68	98	56	140	9	69	99	57	141
13	61	73	85	133	14	62	74	86	134	15	63	75	87	135
103	91	49	79	43	104	92	50	80	44	105	93	51	81	45
115	1	121	109	19	116	2	122	110	20	117	3	123	111	21
		1					2					3		
130	148	28	40	34	131	149	29	41	35	132	150	30	42	36
10	70	100	58	142	11	71	101	59	143	12	72	102	60	144
16	64	76	88	136	17	65	77	89	137	18	66	78	90	138
106	94	52	82	46	107	95	53	83	47	108	96	54	84	48
118	4	124	112	22	119	5	125	113	23	120	6	126	114	24
		4					5					6		

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 96. These magic squares are of

equal magic sums. See below

$$S_{5\times5}(1) := 365, S_{5\times5}(2) := 370, S_{5\times5}(3) := 375, S_{5\times5}(4) := 380, S_{5\times5}(5) := 385$$
 and $S_{5\times5}(6) := 390.$

The above magic squares are known as **single-digit bordered** magic squares. The inner blocks of order 3 are magic squares of order 3.

127 145 25 37 31 7 67 97 55 139 13 61 73 85 133 103 91 49 79 43 115 1 121 109 19	
13 61 73 85 133 103 91 49 79 43 115 1 121 109 19	
103 91 49 79 43 115 1 121 109 19	
115 1 121 109 19	
120 147 27 20 22 120 146 26 20 22	
129 147 27 39 33 128 146 26 38 32	
9 69 99 57 141 8 68 98 56 140	
15 63 75 87 135 14 62 74 86 134	
105 93 51 81 45 104 92 50 80 44	
117 3 123 111 21 116 2 122 110 20	
131 149 29 41 35 132 150 30	42 36
11 71 101 59 143 12 72 102	60 144
17 65 77 89 137 18 66 78	90 138
107 95 53 83 47 108 96 54	84 48
119 5 125 113 23 120 6 126	114 24
130 148 28 40 34	
10 70 100 58 142	
16 64 76 88 136	
106 94 52 82 46	
118 4 124 112 22	

Example 1.6. Let's consider the following six magic squares of order 5:

91	61	67	133	13	92	62	68	134	14	93	63	69	135	15
49	73	97	145	1	50	74	98	146	2	51	75	99	147	3
79	85	55	37	109	80	86	56	38	110	81	87	57	39	111
25	31	127	43	139	26	32	128	44	140	27	33	129	45	141
121	115	19	7	103	122	116	20	8	104	123	117	21	9	105
		1					2					3		
94	64	70	136	16	95	65	71	137	17	96	66	72	138	18
52	76	100	148	4	53	77	101	149	5	54	78	102	150	6
82	88	58	40	112	83	89	59	41	113	84	90	60	42	114
28	34	130	46	142	29	35	131	47	143	30	36	132	48	144
124	118	22	10	106	125	119	23	11	107	126	120	24	12	108
		4					5					6		

 $S_{5\times5}(1) := 365, S_{5\times5}(2) := 370, S_{5\times5}(3) := 375, S_{5\times5}(4) := 380, S_{5\times5}(5) := 385$ and $S_{5\times5}(6) := 390.$

The above magic squares are known as **cornered** magic squares, where the magic squares of order 3 are on the superior of left corner.

					13	1	109	139	103					
					133	145	37	43	7					
					67	97	55	127	19					
					61	73	85	31	115					
					91	49	79	25	121					
123	27	81	51	93	92	62	68	134	14					
117	33	87	75	63	50	74	98	146	2					
21	129	57	99	69	80	86	56	38	110					
9	45	39	147	135	26	32	128	44	140					
105	141	111	3	15	122	116	20	8	104					
105	141	111	3	15	122 107	116 11	20 23	8 119	104 125	18	6	114	144	108
105	141	111	3	15						18 138	6 150	114 42	144 48	108 12
105	141	111	3	15	107	11	23	119	125					
105	141	111	3	15	107 143	11 47	23 131	119 35	125 29	138	150	42	48	12
105	141	111	3	15	107 143 113	11 47 41	23 131 59	119 35 89	125 29 83	138 72	150 102	42 60	48 132	12 24
105	141	111	3	15	107 143 113 5	11 47 41 149	23 131 59 101	119 35 89 77	125 29 83 53	138 72 66	150 102 78	42 60 90	48 132 36	12 24 120
105	141	111	3	15	107 143 113 5 17	11 47 41 149 137	23 131 59 101 71	119 35 89 77 65	125 29 83 53 95	138 72 66	150 102 78	42 60 90	48 132 36	12 24 120
105	141	111	3	15	107 143 113 5 17 124	11 47 41 149 137 28	23 131 59 101 71 82	119 35 89 77 65 52	125 29 83 53 95 94	138 72 66	150 102 78	42 60 90	48 132 36	12 24 120
105	141	111	3	15	107 143 113 5 17 124 118	11 47 41 149 137 28 34	23 131 59 101 71 82 88	119 35 89 77 65 52 76	125 29 83 53 95 94 64	138 72 66	150 102 78	42 60 90	48 132 36	12 24 120
105	141	111	3	15	107 143 113 5 17 124 118 22	11 47 41 149 137 28 34 130	23 131 59 101 71 82 88 58	119 35 89 77 65 52 76 100	125 29 83 53 95 94 64 70	138 72 66	150 102 78	42 60 90	48 132 36	12 24 120

1.4 Magic Cubes of Order 6

This section brings three examples of magic cube based on six magic squares of order 6. These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 216. The first example is a general example of magic square of order 6. The second example is based on **single-digit bordered** magic squares of order 6. The third example is based on **cornered** magic squares of order 6, where magic squares of order 4 are on the superior left corner.

Example 1.7. Let's consider the following six magic squares of order 6:

1	215	214	213	2	6	19	197	196	195	20	24	37	179	178	177	38	42
210	8	208	9	11	205	192	26	190	27	29	187	174	44	172	45	47	169
204	203	15	16	200	13	186	185	33	34	182	31	168	167	51	52	164	49
18	14	201	202	17	199	36	32	183	184	35	181	54	50	165	166	53	163
7	206	10	207	209	12	25	188	28	189	191	30	43	170	46	171	173	48
211	5	3	4	212	216	193	23	21	22	194	198	175	41	39	40	176	180
		1						2						3			
55	161	160	159	56	60	73	143	142	141	74	78	91	125	124	123	92	96
156	62	154	63	65	151	138	80	136	81	83	133	120	98	118	99	101	115
150	149	69	70	146	67	132	131	87	88	128	85	114	113	105	106	110	103
72	68	147	148	71	145	90	86	129	130	89	127	108	104	111	112	107	109
61	152	64	153	155	66	79	134	82	135	137	84	97	116	100	117	119	102
157	59	57	58	158	162	139	77	75	76	140	144	121	95	93	94	122	126
		4						5						6			

$$S_{6\times 6}(1) = S_{6\times 6}(2) = S_{6\times 6}(3) = S_{6\times 6}(4) = S_{6\times 6}(5) = S_{6\times 6}(6) := 651.$$

						1	215	214	213	2	6						
						210	8	208	9	11	205						
						204	203	15	16	200	13						
						18	14	201	202	17	199						
						7	206	10	207	209	12						
						211	5	3	4	212	216						
37	179	178	177	38	42	19	197	196	195	20	24						
174	44	172	45	47	169	192	26	190	27	29	187						
168	167	51	52	164	49	186	185	33	34	182	31						
54	50	165	166	53	163	36	32	183	184	35	181						
43	170	46	171	173	48	25	188	28	189	191	30						
175	41	39	40	176	180	193	23	21	22	194	198						
						55	161	160	159	56	60	73	143	142	141	74	78
						156	62	154	63	65	151	138	80	136	81	83	133
						150	149	69	70	146	67	132	131	87	88	128	85
						72	68	147	148	71	145	90	86	129	130	89	127
						61	152	64	153	155	66	79	134	82	135	137	84
						157	59	57	58	158	162	139	77	75	76	140	144
						91	125	124	123	92	96						
						120	98	118	99	101	115						
						114	113	105	106	110	103						
								105 111	106 112	110 107	103 109						
						114	113										

Example 1.8. Let's consider the following six magic squares of order 6:

212	210	3	216	4	6		194	192	21	198	22	24	176	174	39	180	40	42
2	17	202	11	204	215		20	35	184	29	186	197	38	53	166	47	168	179
8	12	203	18	201	209		26	30	185	36	183	191	44	48	167	54	165	173
10	206	13	200	15	207		28	188	31	182	33	189	46	170	49	164	51	171
208	199	16	205	14	9		190	181	34	187	32	27	172	163	52	169	50	45
211	1 7 214 1 213 5 1						193	25	196	19	195	23	175	43	178	37	177	41
		1							2						3			
158	156	57	162	58	60		140	138	75	144	76	78	122	120	93	126	94	96
56	71	148	65	150	161		74	89	130	83	132	143	92	107	112	101	114	125
62	66	149	72	147	155		80	84	131	90	129	137	98	102	113	108	111	119
64	152	67	146	69	153		82	134	85	128	87	135	100	116	103	110	105	117
154	145	70	151	68	63		136	127	88	133	86	81	118	109	106	115	104	99
157	61	160	55	159	59		139	79	142	73	141	77	121	97	124	91	123	95
		4		-			5						6					

 $S_{6\times 6}(1) = S_{6\times 6}(2) = S_{6\times 6}(3) = S_{6\times 6}(4) = S_{6\times 6}(5) = S_{6\times 6}(6) := 651.$

The above magic squares are known as **single-digit bordered** magic squares. The inner blocks of order 4 are magic squares of order 4.

						212	210	3	216	4	6						
						2	17	202	11	204	215						
						8	12	203	18	201	209						
						10	206	13	200	15	207						
						208	199	16	205	14	9						
						211	7	214	1	213	5						
176	174	39	180	40	42	194	192	21	198	22	24						
38	53	166	47	168	179	20	35	184	29	186	197						
44	48	167	54	165	173	26	30	185	36	183	191						
46	170	49	164	51	171	28	188	31	182	33	189						
172	163	52	169	50	45	190	181	34	187	32	27						
175	43	178	37	177	41	193	25	196	19	195	23						
						158	156	57	162	58	60	140	138	75	144	76	78
						56	71	148	65	150	161	74	89	130	83	132	143
						62	66	149	72	147	155	80	84	131	90	129	137
						64	152	67	146	69	153	82	134	85	128	87	135
						154	145	70	151	68	63	136	127	88	133	86	81
						157	61	160	55	159	59	139	79	142	73	141	77
						122	120	93	126	94	96						
						92	107	112	101	114	125						
						98	102	113	108	111	119						
						100	116	103	110	105	117						
						118	109	106	115	104	99						
						121	97	124	91	123	95						

Example 1.9. Let's consider the following six magic squares of order 6:

17	202	11	204	209	8		35	184	29	186	191	26	53	166	47	168	173	44
12	203	18	201	207	10		30	185	36	183	189	28	48	167	54	165	171	46
206	13	200	15	215	2		188	31	182	33	197	20	170	49	164	51	179	38
199	16	205	14	9	208		181	34	187	32	27	190	163	52	169	50	45	172
4	3	216	210	6	212		22	21	198	192	24	194	40	39	180	174	42	176
213	214	1	7	5	211		195	196	19	25	23	193	177	178	37	43	41	175
		1							2						3			
71	148	65	150	155	62		89	130	83	132	137	80	107	112	101	114	119	98
66	149	72	147	153	64		84	131	90	129	135	82	102	113	108	111	117	100
152	67	146	69	161	56		134	85	128	87	143	74	116	103	110	105	125	92
145	70	151	68	63	154		127	88	133	86	81	136	109	106	115	104	99	118
58	57	162	156	60	158		76	75	144	138	78	140	94	93	126	120	96	122
159	160	55	61	59	157		141	142	73	79	77	139	123	124	91	97	95	121
		4				_			5						6			

 $S_{6\times 6}(1) = S_{6\times 6}(2) = S_{6\times 6}(3) = S_{6\times 6}(4) = S_{6\times 6}(5) = S_{6\times 6}(6) := 651.$

The above magic squares are known as **cornered** magic squares, where the magic squares of order 4 are on the superior of left corner.

						8	10	2	208	212	211						
						209	207	215	9	6	5						
						204	201	15	14	210	7						
						11	18	200	205	216	1						
						202	203	13	16	3	214						
						17	12	206	199	4	213						
177	40	163	170	48	53	35	184	29	186	191	26						
178	39	52	49	167	166	30	185	36	183	189	28						
37	180	169	164	54	47	188	31	182	33	197	20						
43	174	50	51	165	168	181	34	187	32	27	190						
41	42	45	179	171	173	22	21	198	192	24	194						
175	176	172	38	46	44	195	196	19	25	23	193						
						139	77	79	73	142	141	98	100	92	118	122	121
						140	78	138	144	75	76	119	117	125	99	96	95
						136	81	86	133	88	127	114	111	105	104	120	97
						74	143	87	128	85	134	101	108	110	115	126	91
						82	135	129	90	131	84	112	113	103	106	93	124
						80	137	132	83	130	89	107	102	116	109	94	123
						159	58	145	152	66	71						
						160	57	70	67	149	148						
						55	162	151	146	72	65						
						61	156	68	69	147	150						
						59	60	63	161	153	155						
						157	158	154	56	64	62						

1.5 Magic Cubes of Order 7

This section brings three examples of magic cube based on six magic squares of order 7. These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 294. The first example is well-known **pandiagonal** magic squares of order 7. The second example is based on **single-digit bordered** magic squares of order 7. The third example is based on **cornered** magic squares of order 7, where magic squares of orders 3 and 5 are on the superior left corner.

Example 1.10. Let's consider the following six magic squares of order 7:

_															I	_						
1	49	97	145	193	241	289		2	50	98	146	194	242	290		3	51	99	147	195	243	291
235	283	37	43	91	139	187		236	284	38	44	92	140	188		237	285	39	45	93	141	189
133	181	229	277	31	79	85		134	182	230	278	32	80	86		135	183	231	279	33	81	87
73	121	127	175	223	271	25		74	122	128	176	224	272	26		75	123	129	177	225	273	27
265	19	67	115	163	169	217		266	20	68	116	164	170	218		267	21	69	117	165	171	219
205	211	259	13	61	109	157		206	212	260	14	62	110	158		207	213	261	15	63	111	159
103	151	199	247	253	7	55		104	152	200	248	254	8	56		105	153	201	249	255	9	57
			1				•				2								3			
4	52	100	148	196	244	292		5	53	101	149	197	245	293		6	54	102	150	198	246	294
238	286	40	46	94	142	190		239	287	41	47	95	143	191		240	288	42	48	96	144	192
136	184	232	280	34	82	88		137	185	233	281	35	83	89		138	186	234	282	36	84	90
76	124	130	178	226	274	28		77	125	131	179	227	275	29		78	126	132	180	228	276	30
268	22	70	118	166	172	220		269	23	71	119	167	173	221		270	24	72	120	168	174	222
208	214	262	16	64	112	160		209	215	263	17	65	113	161		210	216	264	18	66	114	162
106	154	202	250	256	10	58		107	155	203	251	257	11	59		108	156	204	252	258	12	60
			4								5	-							6			

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 294. These magic squares are of equal difference magic sums. See below

 $S_{7\times7}(1) := 1015, S_{7\times7}(2) := 1022, S_{7\times7}(3) := 1029, S_{7\times7}(4) := 1036, S_{7\times7}(5) := 1043$ and $S_{7\times7}(6) := 1050.$

The above magic squares are **pandiagonal**.

1 49 97 145 193 241 289 235 283 37 43 91 139 187 133 181 229 277 31 79 85 73 121 127 175 223 271 25 265 19 67 115 163 169 217 205 211 259 13 61 109 157 205 211 259 13 61 109 157 3 51 99 147 195 243 291 2 50 98 146 194 242 290 237 285 39 45 93 141 189 236 284 38 44 92 140 188
133 181 229 277 31 79 85 73 121 127 175 223 271 25 265 19 67 115 163 169 217 205 211 259 13 61 109 157 3 51 99 147 195 243 290 98 146 194 242 290
73 121 127 175 223 271 25 265 19 67 115 163 169 217 205 211 259 13 61 109 157 3 51 99 147 195 243 291 2 50 98 146 194 242 290
265 19 67 115 163 169 217 205 211 259 13 61 109 157 3 51 99 147 195 243 291 2 50 98 146 194 242 290
205 211 259 13 61 109 157 103 151 199 247 253 7 55 3 51 99 147 195 243 291 2 50 98 146 194 242 290
3 51 99 147 195 243 291 2 50 98 146 194 242 290
3 51 99 147 195 243 291 2 50 98 146 194 242 290
237 285 39 45 93 141 189 236 284 38 44 92 140 188
135 183 231 279 33 81 87 134 182 230 278 32 80 86
75 123 129 177 225 273 27 74 122 128 176 224 272 26
267 21 69 117 165 171 219 266 20 68 116 164 170 218
207 213 261 15 63 111 159 206 212 260 14 62 110 158
105 153 201 249 255 9 57 104 152 200 248 254 8 56
4 52 100 148 196 244 292 5 53 101 149 197 245 293
238 286 40 46 94 142 190 239 287 41 47 95 143 191
136 184 232 280 34 82 88 137 185 233 281 35 83 89
76 124 130 178 226 274 28 77 125 131 179 227 275 29
268 22 70 118 166 172 220 269 23 71 119 167 173 221
208 214 262 16 64 112 160 209 215 263 17 65 113 161
106 154 202 250 256 10 58 107 155 203 257 11 59
6 54 102 150 198 246 294
240 288 42 48 96 144 192
138 186 234 282 36 84 90
78 126 132 180 228 276 30
270 24 72 120 168 174 222
210 216 264 18 66 114 162

Example 1.11. Let's consider the following six magic squares of order 7:

247	223	235	25	19	7	259	248	224	236	26	20	8	260	249	225	237	27	21	9	261
					,							-		3					-	
1	199	217	97	109	103	289	2	200	218	98	110	104	290	<u> </u>	201	219	99	111	105	291
13	79	139	169	127	211	277	14	80	140	170	128	212	278	15	81	141	171	129	213	279
253	85	133	145	157	205	37	254	86	134	146	158	206	38	255	87	135	147	159	207	39
241	175	163	121	151	115	49	242	176	164	122	152	116	50	243	177	165	123	153	117	51
229	187	73	193	181	91	61	230	188	74	194	182	92	62	231	189	75	195	183	93	63
31	67	55	265	271	283	43	32	68	56	266	272	284	44	33	69	57	267	273	285	45
			1							2							3			
250	226	238	28	22	10	262	251	227	239	29	23	11	263	252	228	240	30	24	12	264
4	202	220	100	112	106	292	5	203	221	101	113	107	293	6	204	222	102	114	108	294
16	82	142	172	130	214	280	17	83	143	173	131	215	281	18	84	144	174	132	216	282
256	88	136	148	160	208	40	257	89	137	149	161	209	41	258	90	138	150	162	210	42
244	178	166	124	154	118	52	245	179	167	125	155	119	53	246	180	168	126	156	120	54
232	190	76	196	184	94	64	233	191	77	197	185	95	65	234	192	78	198	186	96	66
34	70	58	268	274	286	46	35	71	59	269	275	287	47	36	72	60	270	276	288	48
			4							5							6			

 $S_{7\times7}(1) := 1015, S_{7\times7}(2) := 1022, S_{7\times7}(3) := 1029, S_{7\times7}(4) := 1036, S_{7\times7}(5) := 1043$ and $S_{7\times7}(6) := 1050.$

The above magic squares are known as **single-digit bordered** magic squares. The inner blocks of order 3 and 5 are magic squares of orders 3 and 5.

														1						
							247	223	235	25	19	7	259							
							1	199	217	97	109	103	289							
							13	79	139	169	127	211	277							
							253	85	133	145	157	205	37							
							241	175	163	121	151	115	49							
							229	187	73	193	181	91	61							
							31	67	55	265	271	283	43							
249	225	237	27	21	9	261	248	224	236	26	20	8	260							
3	201	219	99	111	105	291	2	200	218	98	110	104	290							
15	81	141	171	129	213	279	14	80	140	170	128	212	278							
255	87	135	147	159	207	39	254	86	134	146	158	206	38							
243	177	165	123	153	117	51	242	176	164	122	152	116	50							
231	189	75	195	183	93	63	230	188	74	194	182	92	62							
33	69	57	267	273	285	45	32	68	56	266	272	284	44							
							250	226	238	28	22	10	262	252	228	240	30	24	12	264
							4	202	220	100	112	106	292	6	204	222	102	114	108	294
							16	82	142	172	130	214	280	18	84	144	174	132	216	282
							256	88	136	148	160	208	40	258	90	138	150	162	210	42
							244	178	166	124	154	118	52	246	180	168	126	156	120	54
							232	190	76	196	184	94	64	234	192	78	198	186	96	66
							34	70	58	268	274	286	46	36	72	60	270	276	288	48
							251	227	239	29	23	11	263							
							5	203	221	101	113	107	293							
							5 17	203 83	221 143	101 173	113 131	107 215	293 281							
							17	83	143	173	131	215	281							
							17 257	83 89	143 137	173 149	131 161	215 209	281 41							

Example 1.12. Let's consider the following six magic squares of order 7:

151	121	163	175	115	43	247	152	122	164	176	116	44	248	153	123	165	177	117	45	249
157	145	133	193	97	67	223	158	146	134	194	98	68	224	159	147	135	195	99	69	225
127	169	139	79	211	283	7	128	170	140	80	212	284	8	129	171	141	81	213	285	9
199	187	181	73	85	265	25	200	188	182	74	86	266	26	201	189	183	75	87	267	27
91	103	109	205	217	55	235	92	104	110	206	218	56	236	93	105	111	207	219	57	237
271	289	37	277	31	61	49	272	290	38	278	32	62	50	273	291	39	279	33	63	51
19	1	253	13	259	241	229	20	2	254	14	260	242	230	21	3	255	15	261	243	231
			1							2							3			
154	124	166	178	118	46	250	155	125	167	179	119	47	251	156	126	168	180	120	48	252
160	148	136	196	100	70	226	161	149	137	197	101	71	227	162	150	138	198	102	72	228
130	172	142	82	214	286	10	131	173	143	83	215	287	11	132	174	144	84	216	288	12
202	190	184	76	88	268	28	203	191	185	77	89	269	29	204	192	186	78	90	270	30
94	106	112	208	220	58	238	95	107	113	209	221	59	239	96	108	114	210	222	60	240
274	292	40	280	34	64	52	275	293	41	281	35	65	53	276	294	42	282	36	66	54
22	4	256	16	262	244	232	23	5	257	17	263	245	233	24	6	258	18	264	246	234
			4							5							6			

 $S_{7\times7}(1) := 1015, S_{7\times7}(2) := 1022, S_{7\times7}(3) := 1029, S_{7\times7}(4) := 1036, S_{7\times7}(5) := 1043$ and $S_{7\times7}(6) := 1050.$

The above magic squares are known as **cornered** magic squares, where the magic squares of orders 3 and 5 are on the superior of left corner.

							247	223	7	25	235	49	229							
							43	67	283	265	55	61	241							
							115	97	211	85	217	31	259							
							175	193	79	73	205	277	13							
							163	133	139	181	109	37	253							
							121	145	169	187	103	289	1							
							151	157	127	199	91	271	19							
21	273	93	201	129	159	153	152	122	164	176	116	44	248							
3	291	105	189	171	147	123	158	146	134	194	98	68	224							
255	39	111	183	141	135	165	128	170	140	80	212	284	8							
15	279	207	75	81	195	177	200	188	182	74	86	266	26							
261	33	219	87	213	99	117	92	104	110	206	218	56	236							
243	63	57	267	285	69	45	272	290	38	278	32	62	50							
231	51	237	27	9	225	249	20	2	254	14	260	242	230							
							233	245	263	17	257	5	23	252	228	12	30	240	54	234
							53	65	35	281	41	293	275	48	72	288	270	60	66	246
							220													
							239	59	221	209	113	107	95	120	102	216	90	222	36	264
							239 29	59 269	221 89	209 77	113 185	107 191	95 203	120 180	102 198	216 84	90 78	222 210	36 282	264 18
							29	269	89	77	185	191	203	180	198	84	78	210	282	18
							29 11	269 287	89 215	77 83	185 143	191 173	203 131	180 168	198 138	84 144	78 186	210 114	282 42	18 258
							29 11 227	269 287 71	89 215 101	77 83 197	185 143 137	191 173 149	203 131 161	180 168 126	198 138 150	84 144 174	78 186 192	210 114 108	282 42 294	18 258 6
							29 11 227 251	269 287 71 47	89 215 101 119	77 83 197 179	185 143 137 167	191 173 149 125	203 131 161 155	180 168 126	198 138 150	84 144 174	78 186 192	210 114 108	282 42 294	18 258 6
							29 11 227 251 22	269 287 71 47 274	89 215 101 119 94	77 83 197 179 202	185 143 137 167 130	191 173 149 125 160	203 131 161 155 154	180 168 126	198 138 150	84 144 174	78 186 192	210 114 108	282 42 294	18 258 6
							29 11 227 251 22 4	269 287 71 47 274 292	89 215 101 119 94 106	77 83 197 179 202 190	185 143 137 167 130 172	191 173 149 125 160 148	203 131 161 155 154 124	180 168 126	198 138 150	84 144 174	78 186 192	210 114 108	282 42 294	18 258 6
							29 11 227 251 22 4 256	269 287 71 47 274 292 40	89 215 101 119 94 106 112	77 83 197 179 202 190 184	185 143 137 167 130 172 142	191 173 149 125 160 148 136	203 131 161 155 154 124 166	180 168 126	198 138 150	84 144 174	78 186 192	210 114 108	282 42 294	18 258 6
							29 11 227 251 22 4 256 16	269 287 71 47 274 292 40 280	89 215 101 119 94 106 112 208	77 83 197 179 202 190 184 76	185 143 137 167 130 172 142 82	191 173 149 125 160 148 136 191	203 131 161 155 154 124 166 178	180 168 126	198 138 150	84 144 174	78 186 192	210 114 108	282 42 294	18 258 6

1.6 Magic Cubes of Order 8

This section brings 6 examples of magic cube based on six magic squares of order 8. These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 384. The first example is a **pandiagonal** magic square of order 8, where in each case, there are four equal sums **pandiagonal** magic squares of order 4 The second example is based on **single-digit bordered** magic squares of order 8. The third and forth examples are of striped magic squares. The fifth example is based on **double-digits bordered** magic squares. The sixth is based on **cornered** magic squares of order 8

Example 1.13. *Let's consider the following six magic squares of order 8:*

7	380	1	382	15	372	9	374		39	348	33	350	47	340	41	342	71	316	65	318	79	308	73	310
Ľ.		1				-																		
2	381	8	379	10	373	16	371		34	349	40	347	42	341	48	339	66	317	72	315	74	309	80	307
384	3	378	5	376	11	370	13		352	35	346	37	344	43	338	45	320	67	314	69	312	75	306	77
377	6	383	4	369	14	375	12		345	38	351	36	337	46	343	44	313	70	319	68	305	78	311	76
23	364	17	366	31	356	25	358		55	332	49	334	63	324	57	326	87	300	81	302	95	292	89	294
18	365	24	363	26	357	32	355		50	333	56	331	58	325	64	323	82	301	88	299	90	293	96	291
368	19	362	21	360	27	354	29		336	51	330	53	328	59	322	61	304	83	298	85	296	91	290	93
361	22	367	20	353	30	359	28		329	54	335	52	321	62	327	60	297	86	303	84	289	94	295	92
			1					•				2								3				
103	284	97	286	111	276	105	278		135	252	129	254	143	244	137	246	167	220	161	222	175	212	169	214
98	285	104	283	106	277	112	275		130	253	136	251	138	245	144	243	162	221	168	219	170	213	176	211
288	99	282	101	280	107	274	109		256	131	250	133	248	139	242	141	224	163	218	165	216	171	210	173
281	102	287	100	273	110	279	108		249	134	255	132	241	142	247	140	217	166	223	164	209	174	215	172
119	268	113	270	127	260	121	262		151	236	145	238	159	228	153	230	183	204	177	206	191	196	185	198
114	269	120	267	122	261	128	259		146	237	152	235	154	229	160	227	178	205	184	203	186	197	192	195
272	115	266	117	264	123	258	125		240	147	234	149	232	155	226	157	208	179	202	181	200	187	194	189
265	118	271	116	257	126	263	124		233	150	239	148	225	158	231	156	201	182	207	180	193	190	199	188

$$S_{8\times8}(1) = S_{8\times8}(2) = S_{8\times8}(3) = S_{8\times8}(4) = S_{8\times8}(5) = S_{8\times8}(6) := 1540.$$

Above magic squares are **pandiagonal**, where the 4 inner blocks in each case are also **pandiagonal** magic squares of order 4.

								7	380	1	382	15	372	9	374								
								2	381	8	379	10	373	16	371								
								384	3	378	5	376	11	370	13								
								377	6	383	4	369	14	375	12								
								23	364	17	366	31	356	25	358								
								18	365	24	363	26	357	32	355								
								368	19	362	21	360	27	354	29								
								361	22	367	20	353	30	359	28								
71	316	65	318	79	308	73	310	39	348	33	350	47	340	41	342								
66	317	72	315	74	309	80	307	34	349	40	347	42	341	48	339								
320	67	314	69	312	75	306	77	352	35	346	37	344	43	338	45								
313	70	319	68	305	78	311	76	345	38	351	36	337	46	343	44								
87	300	81	302	95	292	89	294	55	332	49	334	63	324	57	326								
82	301	88	299	90	293	96	291	50	333	56	331	58	325	64	323								
304	83	298	85	296	91	290	93	336	51	330	53	328	59	322	61								
297	86	303	84	289	94	295	92	329	54	335	52	321	62	327	60				-	-		-	
								103	284	97	286	111	276	105	278	135	252	129	254	143	244	137	246
								98	285	104	283	106	277	112	275	130	253	136	251	138	245	144	243
								288	99	282	101	280	107	274	109	256	131	250	133	248	139	242	141
								281	102	287	100	273	110	279	108	249	134	255	132	241	142	247	140
								119	268	113	270	127	260	121	262	151	236	145	238	159	228	153	230
								114	269	120	267	122	261	128	259	146	237	152	235	154	229	160	227
								272	115	266	117	264	123	258	125	240	147	234	149	232	155	226	157
								265	118	271	116	257	126	263	124	233	150	239	148	225	158	231	156
								167	220	161	222	175	212	169	214								
								162	221	168	219	170	213	176	211								
								224	163	218	165	216	171	210	173								
								217	166	223	164	209	174	215	172								
								183	204	177	206	191	196	185	198								
								178	205	184	203	186	197	192	195								
								208	179	202	181	200	187	194	189								
								201	182	207	180	193	190	199	188								

Example 1.14. Let's consider the following six magic squares of order 8:

8	2	382	384	371	13	373	7	40	34	350	352	339	45	341	39	72	66	318	320	307	77	309	71
5	366	364	17	370	18	20	380	37	334	332	49	338	50	52	348	69	302	300	81	306	82	84	316
6	16	31	356	25	358	369	379	38	48	63	324	57	326	337	347	70	80	95	292	89	294	305	315
11	22	26	357	32	355	363	374	43	54	58	325	64	323	331	342	75	86	90	293	96	291	299	310
381	24	360	27	354	29	361	4	349	56	328	59	322	61	329	36	317	88	296	91	290	93	297	68
376	362	353	30	359	28	23	9	344	330	321	62	327	60	55	41	312	298	289	94	295	92	87	73
375	365	21	368	15	367	19	10	343	333	53	336	47	335	51	42	311	301	85	304	79	303	83	74
378	383	3	1	14	372	12	377	346	351	35	33	46	340	44	345	314	319	67	65	78	308	76	313
			1								2								3				
104	98	286	288	275	109	277	103	136	130	254	256	243	141	245	135	168	162	222	224	211	173	213	167
101	270	268	113	274	114	116	284	133	238	236	145	242	146	148	252	165	206	204	177	210	178	180	220
102	112	127	260	121	262	273	283	134	144	159	228	153	230	241	251	166	176	191	196	185	198	209	219
107	118	122	261	128	259	267	278	139	150	154	229	160	227	235	246	171	182	186	197	192	195	203	214
285	120	264	123	258	125	265	100	253	152	232	155	226	157	233	132	221	184	200	187	194	189	201	164
280	266	257	126	263	124	119	105	248	234	225	158	231	156	151	137	216	202	193	190	199	188	183	169
279	269	117	272	111	271	115	106	247	237	149	240	143	239	147	138	215	205	181	208	175	207	179	170
282	287	99	97	110	276	108	281	250	255	131	129	142	244	140	249	218	223	163	161	174	212	172	217
			4								5								6				

$$S_{8\times8}(1) = S_{8\times8}(2) = S_{8\times8}(3) = S_{8\times8}(4) = S_{8\times8}(5) = S_{8\times8}(6) := 1540.$$

The above magic squares are known as **single-digit bordered** magic squares. The inner blocks of order 4 are magic squares of order 4.

								8	2	382	384	371	13	373	7								
								5	366	364	17	370	18	20	380								
								6	16	31	356	25	358	369	379								
								11	22	26	357	32	355	363	374								
								381	24	360	27	354	29	361	4								
								376	362	353	30	359	28	23	9								
								375	365	21	368	15	367	19	10								
								378	383	3	1	14	372	12	377								
72	66	318	320	307	77	309	71	40	34	350	352	339	45	341	39								
69	302	300	81	306	82	84	316	37	334	332	49	338	50	52	348								
70	80	95	292	89	294	305	315	38	48	63	324	57	326	337	347								
75	86	90	293	96	291	299	310	43	54	58	325	64	323	331	342								
317	88	296	91	290	93	297	68	349	56	328	59	322	61	329	36								
312	298	289	94	295	92	87	73	344	330	321	62	327	60	55	41								
311	301	85	304	79	303	83	74	343	333	53	336	47	335	51	42								
314	319	67	65	78	308	76	313	346	351	35	33	46	340	44	345								
								104	98	286	288	275	109	277	103	136	130	254	256	243	141	245	135
								101	270	268	113	274	114	116	284	133	238	236	145	242	146	148	252
								102	112	127	260	121	262	273	283	134	144	159	228	153	230	241	251
								107	118	122	261	128	259	267	278	139	150	154	229	160	227	235	246
								285	120	264	123	258	125	265	100	253	152	232	155	226	157	233	132
								280 279	266 269	257 117	126 272	263 111	124 271	119 115	105 106	248 247	234 237	225 149	158 240	231 143	156 239	151 147	137 138
								219	287	99	97	110	276	108	281	247	257	149	129	145	239	147	249
								168	162	222	224	211	173	213	167	230	255	151	12.5	142	244	140	245
								165	206	204	177	210	178	180	220								
								166	176	191	196	185	178	209	219								
								171	182	186	197	192	195	203	213								
								221	184	200	187	192	189	203	164								
								216	202	193	190	199	188	183	169								
								215	205	181	208	175	207	179	170								
								218	223	163	161	174	212	172	217								

Example 1.15. Let's consider the following six magic squares of order 8:

12	374	375	9	8	378	379	5	44	342	343	41	40	346	347	37	l [76	310	311	73	72	314	315	69
12	574	373	9	0	570	5/9	2	44	542					547	57		70					514	כוכ	69
373	11	10	376	377	7	6	380	341	43	42	344	345	39	38	348		309	75	74	312	313	71	70	316
1	383	382	4	13	371	370	16	33	351	350	36	45	339	338	48		65	319	318	68	77	307	306	80
384	2	3	381	372	14	15	369	352	34	35	349	340	46	47	337		320	66	67	317	308	78	79	305
25	359	358	28	24	362	363	21	57	327	326	60	56	330	331	53		89	295	294	92	88	298	299	85
360	26	27	357	361	23	22	364	328	58	59	325	329	55	54	332		296	90	91	293	297	87	86	300
20	366	367	17	29	355	354	32	52	334	335	49	61	323	322	64		84	302	303	81	93	291	290	96
365	19	18	368	356	30	31	353	333	51	50	336	324	62	63	321		301	83	82	304	292	94	95	289
			1								2					-				3				
108	278	279	105	104	282	283	101	140	246	247	137	136	250	251	133		172	214	215	169	168	218	219	165
277	107	106	280	281	103	102	284	245	139	138	248	249	135	134	252		213	171	170	216	217	167	166	220
97															202						217	107		
57	287	286	100	109	275	274	112	129	255	254	132	141		242	144			223		164	173	211	210	176
288			100 285		275 110	274 111	112 273	129 256			132 253							223 162	222		173			
	98		285	276		111			130		253	244	243	242 143	144 241		161		222 163	164	173 212	211	210 175	176
288	98	99 262	285	276 120	110 266	111	273	256	130 231	131 230	253	244 152	243 142	242 143	144 241 149		161 224	162	222 163	164 221 188	173 212 184	211 174	210 175 203	176 209
288 121	98 263	99 262 123	285 124	276 120	110 266 119	111 267	273 117	256 153	130 231 154	131 230	253 156 229	244 152 233	243 142 234 151	242 143 235	144 241 149		161 224 185 200	162 199	222 163 198 187	164 221 188	173 212 184	211 174 202	210 175 203	176 209 181
288 121 264	98 263 122	99 262 123 271	285 124 261	276 120 265 125	110 266 119 259	111 267 118	273 117 268	256 153 232	130 231 154 238	131 230 155 239	253 156 229	244 152 233 157	243 142 234 151 227	242 143 235 150	144 241 149 236 160		161 224 185 200	162 199 186	222 163 198 187 207	164 221 188 197 177	173 212 184 201	211 174 202 183 195	210 175 203 182	176 209 181 204

$$S_{8\times8}(1) = S_{8\times8}(2) = S_{8\times8}(3) = S_{8\times8}(4) = S_{8\times8}(5) = S_{8\times8}(6) := 1540.$$

The above magic squares are constructed using equal sums magic rectangles of order 2×4 . These rectangles are known by **stripes**.

								12	374	375	9	8	378	379	5								
								373	11	10	376	377	7	6	380								
								1	383	382	4	13	371	370	16								
								384	2	3	381	372	14	15	369								
								25	359	358	28	24	362	363	21								
								360	26	27	357	361	23	22	364								
								20	366	367	17	29	355	354	32								
								365	19	18	368	356	30	31	353								
76	310	311	73	72	314	315	69	44	341	33	352	57	328	52	333								
309	75	74	312	313	71	70	316	342	43	351	34	327	58	334	51								
65	319	318	68	77	307	306	80	343	42	350	35	326	59	335	50								
320	66	67	317	308	78	79	305	41	344	36	349	60	325	49	336								
89	295	294	92	88	298	299	85	40	345	45	340	56	329	61	324								
296	90	91	293	297	87	86	300	346	39	339	46	330	55	323	62								
84	302	303	81	93	291	290	96	347	38	338	47	331	54	322	63								
301	83	82	304	292	94	95	289	37	348	48	337	53	332	64	321								
								108	278	279	105	104	282	283	101	140	245	129	256	153	232	148	237
								277	107	106	280	281	103	102	284	246	139	255	130	231	154	238	147
								97	287	286	100	109	275	274	112	247	138	254	131	230	155	239	146
								288	98	99	285	276	110	111	273	137	248	132	253	156	229	145	240
								121	263	262	124	120	266	267	117	136	249	141	244	152	233	157	228
								264	122	123	261	265	119	118	268	250	135	243	142	234	151	227	158
								116 269	270 115	271 114	113 272	125 260	259 126	258 127	128 257	251 133	134 252	242 144	143 241	235 149	150 236	226 160	159 225
								172	213	161	212	185	200	127	205	155	232	1-4-4	241	145	230	100	225
								214	171	223	162	199	186	206	179								
								215	170	222	163	198	187	200	178								
								169	216	164	221	188	197	177	208								
								168	217	173	212	184	201	189	196								
								218	167	211	174	202	183	195	190								
								219	166	210	175	203	182	194	191								
								165	220	176	209	181	204	192	193								
																I							

Example 1.16. Let's consider the following six magic squares of order 8:

8	377	17	20	367	366	9	376	40	345	49	52	335	334	41	344	72	313	81	84	303	302	73	312
1	384	368	365	18	19	16	369	33	352	336	333	50	51	48	337	65	320	304	301	82	83	80	305
383	2	25	360	29	356	11	374	351	34	57	328	61	324	43	342	319	66	89	296	93	292	75	310
381	4	359	26	355	30	372	13	349	36	327	58	323	62	340	45	317	68	295	90	291	94	308	77
380	5	358	27	354	31	373	12	348	37	326	59	322	63	341	44	316	69	294	91	290	95	309	76
378	7	28	357	32	353	14	371	346	39	60	325	64	321	46	339	314	71	92	293	96	289	78	307
6	379	21	24	363	362	375	10	38	347	53	56	331	330	343	42	70	315	85	88	299	298	311	74
3	382	364	361	22	23	370	15	35	350	332	329	54	55	338	47	67	318	300	297	86	87	306	79
			1								2								3				
104	281	113	116	271	270	105	280	136	249	145	148	239	238	137	248	168	217	177	180	207	206	169	216
97	288	272	269	114	115	112	273	129	256	240	237	146	147	144	241	161	224	208	205	178	179	176	209
287	98	121	264	125	260	107	278	255	130	153	232	157	228	139	246	223	162	185	200	189	196	171	214
285	100	263	122	259	126	276	109	253	132	231	154	227	158	244	141	221	164	199	186	195	190	212	173
284	101	262	123	258	127	277	108	252	133	230	155	226	159	245	140	220	165	198	187	194	191	213	172
282	103	124	261	128	257	110	275	250	135	156	229	160	225	142	243	218	167	188	197	192	193	174	211
102	283	117	120	267	266	279	106	134	251	149	152	235	234	247	138	166	219	181	184	203	202	215	170
99	286	268	265	118	119	274	111	131	254	236	233	150	151	242	143	163	222	204	201	182	183	210	175
			4								5								6				

$$S_{8\times8}(1) = S_{8\times8}(2) = S_{8\times8}(3) = S_{8\times8}(4) = S_{8\times8}(5) = S_{8\times8}(6) := 1540.$$

The above magic squares are known as **striped** magic squares. In this case, we have two types of **stripes**. One magic rectangles of orders 2×8 and second as magic rectangles of orders 2×4

								8	377	17	20	367	366	9	376									
								1	384	368	365	18	19	16	369									
								383	2	25	360	29	356	11	374									
								381	4	359	26	355	30	372	13									
								380	5	358	27	354	31	373	12									
								378	7	28	357	32	353	14	371									
								6	379	21	24	363	362	375	10									
			1	1	1		1	3	382	364	361	22	23	370	15									
72	313	81	84	303	302	73	312	40	33	351	349	348	346	38	35									
65	320	304	301	82	83	80	305	345	352	34	36	37	39	347	350									
319	66	89	296	93	292	75	310	49	336	57	327	326	60	53	332									
317	68	295	90	291	94	308	77	52	333	328	58	59	325	56	329									
316	69	294	91	290	95	309	76	335	50	61	323	322	64	331	54									
314	71	92	293	96	289	78	307	334	51	324	62	63	321	330	55									
70	315	85	88	299	298	311	74	41	48	43	340	341	46	343	338									
67	318	300	297	86	87	306	79	344	337	342	45	44	339	42	47									1
								104	281	113	116	271	270	105	280	136	129	255	253	252	250	134	131	
								97	288	272	269	114	115	112	273	249	256	130	132	133	135	251	254	
								287	98	121	264	125	260	107	278	145	240	153	231	230	156	149	236	
								285	100	263	122	259	126	276	109	148	237	232	154	155	229	152	233	
								284	101	262	123	258	127	277	108	239	146	157	227	226	160	235	150	
								282	103	124	261	128	257	110	275	238	147	228	158	159	225	234	151	
								102	283	117	120	267	266	279	106	137	144	139	244	245	142	247	242	
								99 169	286	268	265	118	119	274	111	248	241	246	141	140	243	138	143	I
								168	161	223	221	220	218	166	163									
								217	224	162	164	165	167	219	222									
								177 180	208 205	185 200	199 186	198 187	188 197	181 184	204 201									
								207	178	189	100	107	197	203	182									
								207	178	196	195	194	192	203	183									
								169	176	171	212	213	174	215	210									
								216	209	214	173	172	211	170	175									
								210	205	214	175	172	211	170	175									

Example 1.17. Let's consider the following six magic squares of order 8:

				-																			
12	377	376	4	2	384	366	19	4	34	5 344	36	34	352	334	51	76	313	312	68	66	320	302	83
373	8	9	381	383	1	367	18	34	1 40	41	349	351	33	335	50	309	72	73	317	319	65	303	82
14	371	31	356	25	358	379	6	4	339	63	324	57	326	347	38	78	307	95	292	89	294	315	70
370	15	26	357	32	355	5	380	33	8 47	58	325	64	323	37	348	306	79	90	293	96	291	69	316
368	17	360	27	354	29	16	369	33	6 49	328	59	322	61	48	337	304	81	296	91	290	93	80	305
382	3	353	30	359	28	22	363	35	0 35	321	62	327	60	54	331	318	67	289	94	295	92	86	299
11	374	365	364	24	23	372	7	43	342	2 333	332	56	55	340	39	75	310	301	300	88	87	308	71
10	375	20	21	361	362	13	378	42	343	3 52	53	329	330	45	346	74	311	84	85	297	298	77	314
			1								2								3				
108	281	280	100	98	288	270	115	14	249	248	132	130	256	238	147	172	217	216	164	162	224	206	179
277	104	105	285	287	97	271	114	24	5 136	5 137	253	255	129	239	146	213	168	169	221	223	161	207	178
110	275	127	260	121	262	283	102	14	2 243	3 159	228	153	230	251	134	174	211	191	196	185	198	219	166
274	111	122	261	128	259	101	284	24	2 143	154	229	160	227	133	252	210	175	186	197	192	195	165	220
272	113	264	123	258	125	112	273	24	0 145	232	155	226	157	144	241	208	177	200	187	194	189	176	209
286	99	257	126	263	124	118	267	25	4 131	225	158	231	156	150	235	222	163	193	190	199	188	182	203
107	278	269	268	120	119	276	103	13	9 24	5 237	236	152	151	244	135	171	214	205	204	184	183	212	167
106	279	116	117	265	266	109	282	13	3 24	7 148	149	233	234	141	250	170	215	180	181	201	202	173	218
			Λ								5								6				

$$S_{8\times8}(1) = S_{8\times8}(2) = S_{8\times8}(3) = S_{8\times8}(4) = S_{8\times8}(5) = S_{8\times8}(6) := 1540.$$

The above magic squares are known as **double-digits** bordered magic squares. The inner blocks of order 4 are magic squares of order 4.

								12	377	376	4	2	384	366	19									
								373	8	9	381	383	1	367	18									
								14	371	31	356	25	358	379	6									
								370	15	26	357	32	355	5	380									
								368	17	360	27	354	29	16	369									
								382	3	353	30	359	28	22	363									
								11	374	365	364	24	23	372	7									
								10	375	20	21	361	362	13	378									
76	313	312	68	66	320	302	83	44	345	344	36	34	352	334	51									
309	72	73	317	319	65	303	82	341	40	41	349	351	33	335	50									
78	307	95	292	89	294	315	70	46	339	63	324	57	326	347	38									
306	79	90	293	96	291	69	316	338	47	58	325	64	323	37	348									
304	81	296	91	290	93	80	305	336	49	328	59	322	61	48	337									
318	67	289	94	295	92	86	299	350	35	321	62	327	60	54	331									
75	310	301	300	88	87	308	71	43	342	333	332	56	55	340	39									
74	311	84	85	297	298	77	314	42	343	52	53	329	330	45	346									_
								108	281	280	100	98	288	270	115	140	249	248	132	130	256	238	147	
								277	104	105	285	287	97	271	114	245	136	137	253	255	129	239	146	
								110	275	127	260	121	262	283	102	142	243	159	228	153	230	251	134	
								274	111	122	261	128	259	101	284	242	143	154	229	160	227	133	252	
								272	113	264	123	258	125	112	273	240	145	232	155	226	157	144	241	
								286	99	257	126	263	124	118	267	254	131	225	158	231	156	150	235	
								107	278	269	268	120	119	276	103	139	246	237	236	152	151	244	135	
								106	279	116	117	265	266	109	282	138	247	148	149	233	234	141	250	
								172	217	216	164	162	224	206	179									
								213	168	169	221	223	161	207	178									
								174	211	191	196	185	198	219	166									
								210	175	186	197	192	195	165	220									
								208	177	200	187	194	189	176	209									
								222	163	193	190	199	188	182	203									
								171	214	205	204	184	183	212	167									
								170	215	180	181	201	202	173	218									

Example 1.18. Let's consider the following six magic squares of order 8:

31	356	25	358	363	22	13	372	[63	324	57	326	331	54	45	340		95	292	89	294	299	86	77	308
26	357	32			 362	1	384		58	325	64	323		330		352		90	293	96	291	87	298	65	320
360	27	354		361	24	374	11		328	59	322		329	56	342	43		296		290		297	88	310	75
353	30	359	28	369	16	9	376		321	62	327	60	337	48	41	344		289	94	295	92	305	80	73	312
18	17	364	370	20	366	7	378		50	49	332	338	52	334	39	346		82	81	300	306	84	302	71	314
367	368	21	15	19	365	373	12		335	336	53	47	51	333	341	44		303	304	85	79	83	301	309	76
10	8	382	371	6	381	380	2		42	40	350	339	38	349	348	34		74	72	318	307	70	317	316	66
375	377	3	14	379	4	383	5		343	345	35	46	347	36	351	37		311	313	67	78	315	68	319	69
1 2													3												
127	260	121	262	267	118	109	276		159	228	153	230	235	150	141	244		191	196	185	198	203	182	173	212
122	261	128	259	119	266	97	288		154	229	160	227	151	234	129	256		186	197	192	195	183	202	161	224
264	123	258	125	265	120	278	107		232	155	226	157	233	152	246	139		200	187	194	189	201	184	214	171
257	126	263	124	273	112	105	280		225	158	231	156	241	144	137	248		193	190	199	188	209	176	169	216
114	113	268	274	116	270	103	282		146	145	236	242	148	238	135	250		178	177	204	210	180	206	167	218
271	272	117	111	115	269	277	108		239	240	149	143	147	237	245	140		207	208	181	175	179	205	213	172
106	104	286	275	102	285	284	98		138	136	254	243	134	253	252	130		170	168	222	211	166	221	220	162
	281	99	110	283	100	287	101		247	249	131	142	251	132	255	133		215	217	163	174	219	164	223	165
279	201																								

$$S_{8\times8}(1) = S_{8\times8}(2) = S_{8\times8}(3) = S_{8\times8}(4) = S_{8\times8}(5) = S_{8\times8}(6) := 1540.$$

The above magic squares are known as **cornered** magic squares. The corner blocks are magic squares of orders 4 and 6.

								372	384	11	376	378	12	2	5								
								13	1	374	9	7	373	380	383								
								22	362	24	16	366	365	381	4								
								363	23	361	369	20	19	6	379								
								358	355	29	28	370	15	371	14								
								25	32	354	359	364	21	382	3								
								356	357	27	30	17	368	8	377								
								31	26	360	353	18	367	10	375								
311	74	303	82	289	296	90	95	63	324	57	326	331	54	45	340								
313	72	304	81	94	91	293	292	58	325	64	323	55	330	33	352								
67	318	85	300	295	290	96	89	328	59	322	61	329	56	342	43								
78	307	79	306	92	93	291	294	321	62	327	60	337	48	41	344								
315	70	83	84	305	297	87	299	50	49	332	338	52	334	39	346								
68	317	301	302	80	88	298	86	335	336	53	47	51	333	341	44								
319	316	309	71	73	310	65	77	42	40	350	339	38	349	348	34								
69	66	76	314	312	75	320	308	343	345	35	46	347	36	351	37								
								133	255	132	251	142	131	249	247	212	224	171	216	218	172	162	165
								130	252	253	134	243	254	136	138	173	161	214	169	167	213	220	223
								140	245	237	147	143	149	240	239	182	202	184	176	206	205	221	164
								250	135	238	148	242	236	145	146	203	183	201	209	180	179	166	219
								248	137	144	241	156	231	158	225	198	195	189	188	210	175	211	174
								139	246	152	233	157	226	155	232	185	192	194	199	204	181	222	163
								256	129	234	151	227	160	229	154	196	197	187	190	177	208	168	217
								244	141	150	235	230	153	228	159	191	186	200	193	178	207	170	215
								279	106	271	114	257	264	122	127								
								281	104	272	113	126	123	261	260								
								99	286	117	268	263	258	128	121								
								110	275	111	274	124	125	259	262								
								283	102	115	116	273	265	119	267								
								100	285	269	270	112	120	266	118								
								287	284	277	103	105	278	97	109								
								101	98	108	282	280	107	288	276								

1.7 Magic Cubes of Order 9

This section brings three examples of magic cube based on six magic squares of order 9. These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 486. The first three examples are based on inner blocks of order 3, where the third example is bimagic square of order 9. The forth example is **single-digit bordered** magic squares of order 9. The fifth example is **double-digits bordered** magic squares of order 9. The sixth example is for **cornered** magic squares of order 9.

Example 1.19. Let's consider the following six magic squares of order 9:

127	421	175	157	379	187	115	409	199		128	422	176	158	380	188	116	410	200
205	121	397	163	133	427	193	145	385		206	122	398	164	134	428	194	146	386
391	181	151	403	211	109	415	169	139		392	182	152	404	212	110	416	170	140
235	43	445	265	1	457	223	31	469		236	44	446	266	2	458	224	32	470
475	229	19	433	241	49	463	253	7		476	230	20	434	242	50	464	254	8
13	451	259	25	481	217	37	439	247		14	452	260	26	482	218	38	440	248
343	313	67	373	271	79	331	301	91		344	314	68	374	272	80	332	302	92
97	337	289	55	349	319	85	361	277		98	338	290	56	350	320	86	362	278
283	73	367	295	103	325	307	61	355		284	74	368	296	104	326	308	62	356
1 2																		
129	423	177	159	381	189	117	411	201		130	424	178	160	382	190	118	412	202
207	123	399	165	135	429	195	147	387		208	124	400	166	136	430	196	148	388
393	183	153	405	213	111	417	171	141		394	184	154	406	214	112	418	172	142
237	45	447	267	3	459	225	33	471		238	46	448	268	4	460	226	34	472
477	231	21	435	243	51	465	255	9		478	232	22	436	244	52	466	256	10
15 ·	453	261	27	483	219	39	441	249		16	454	262	28	484	220	40	442	250
345	315	69	375	273	81	333	303	93		346	316	70	376	274	82	334	304	94
99	339	291	57	351	321	87	363	279		100	340	292	58	352	322	88	364	280
285	75	369	297	105	327	309	63	357		286	76	370	298	106	328	310	64	358
				3										4				
131	425	179	161	383	191	119	413	203		132	426	180	162	384	192	120	414	204
209	125	401	167	137	431	197	149	389		210	126	402	168	138	432	198	150	390
395	185	155	407	215	113	419	173	143		396	186	156	408	216	114	420	174	144
239	47	449	269	5	461	227	35	473		240	48	450	270	6	462	228	36	474
479	233	23	437	245	53	467	257	11		480	234	24	438	246	54	468	258	12
17	455	263	29	485	221	41	443	251		18	456	264	30	486	222	42	444	252
347	317	71	377	275	83	335	305	95		348	318	72	378	276	84	336	306	96
101	341	293	59	353	323	89	365	281		102	342	294	60	354	324	90	366	282
287	77	371	299	107	329	311	65	359		288	78	372	300	108	330	312	66	360
				5										6				

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 486. These magic squares are of equal difference magic sums. See below

 $S_{9\times9}(1) := 1015, S_{9\times9}(2) := 1022, S_{9\times9}(3) := 1029, S_{9\times9}(4) := 1036, S_{9\times9}(5) := 1043$ and $S_{9\times9}(6) := 1050.$

The blocks of order 3 are **semi-magic** squares of equal sums in each case.

										I								
	127	421	175	157	379	187	115	409	199									
	205	121	397	163	133	427	193	145	385									
	391	181	151	403	211	109	415	169	139									
	235	43	445	265	1	457	223	31	469									
	475	229	19	433	241	49	463	253	7									
	13	451	259	25	481	217	37	439	247									
	343	313	67	373	271	79	331	301	91									
	97	337	289	55	349	319	85	361	277									
	283	73	367	295	103	325	307	61	355									
129 423 177 159 381 189 117 411 201	128	422	176	158	380	188	116	410	200									
207 123 399 165 135 429 195 147 387	206	122	398	164	134	428	194	146	386									
393 183 153 405 213 111 417 171 141	392	182	152	404	212	110	416	170	140									
237 45 447 267 3 459 225 33 471	236	44	446	266	2	458	224	32	470									
477 231 21 435 243 51 465 255 9	476	230	20	434	242	50	464	254	8									
15 453 261 27 483 219 39 441 249	14	452	260	26	482	218	38	440	248									
345 315 69 375 273 81 333 303 93	344	314	68	374	272	80	332	302	92									
99 339 291 57 351 321 87 363 279	98	338	290	56	350	320	86	362	278									
285 75 369 297 105 327 309 63 357	284	74	368	296	104	326	308	62	356									
	130	424	178	160	382	190	118	412	202	131	425	179	161	383	191	119	413	203
	208	124	400	166	136	430	196	148	388	209	125	401	167	137	431	197	149	389
	394	184	154	406	214	112	418	172	142	395	185	155	407	215	113	419	173	143
	238	46	448	268	4	460	226	34	472	239	47	449	269	5	461	227	35	473
	478	232	22	436	244	52	466	256	10	479	233	23	437	245	53	467	257	11
	16	454	262	28	484	220	40	442	250	17	455	263	29	485	221	41	443	251
	346	316	70	376	274	82	334	304	94	347	317	71	377	275	83	335	305	95
	100	340	292	58	352	322	88	364	280	101	341	293	59	353	323	89	365	281
	286	76	370	298	106	328	310	64	358	287	77	371	299	107	329	311	65	359
	132	426	180	162	384	192	120	414	204									
	210	126	402	168	138	432	198	150	390									
	396	186	156	408	216	114	420	174	144									
	240	48	450	270	6	462	228	36	474									
	480	234	24	438	246	54	468	258	12									
	18	456	264	30	486	222	42	444	252									
	348	318	72	378	276	84	336	306	96									
	102	342	294	60	354	324	90	366	282									
	288	78	372	300	108	330	312	66	360									

Example 1.20. Let's consider the following six magic squares of order 9:

181 211 169 451 481 439 73 103 61 175 187 199 445 457 469 67 79 91 205 163 193 475 433 463 97 55 85 127 157 115 235 265 223 343 373 331 121 133 145 229 241 253 337 349 361 151 109 139 259 217 247 367 325 355 397 427 385 19 49 7 289 319 277 391 403 415 13 25 37 283 295 307 421 379 409 43 1 31 313 271 301 1 2 2 32 314 271 301 421 379 409 43 1 31 313 271 301	362 356 278 308 302
205 163 193 475 433 463 97 55 85 127 157 115 235 265 223 343 373 331 121 133 145 229 241 253 337 349 361 151 109 139 259 217 247 367 325 355 397 427 385 19 49 7 289 319 277 391 403 415 13 25 37 283 295 307 421 379 409 43 1 31 313 271 301	86 332 362 356 278 308 302
127 157 115 235 265 223 343 373 331 121 133 145 229 241 253 337 349 361 151 109 139 259 217 247 367 325 355 397 427 385 19 49 7 289 319 277 391 403 415 13 25 37 283 295 307 421 379 409 43 1 31 313 271 301	332 362 356 278 308 302
121 133 145 229 241 253 337 349 361 151 109 139 259 217 247 367 325 355 397 427 385 19 49 7 289 319 277 391 403 415 13 25 37 283 295 307 421 379 409 43 1 31 313 271 301 122 134 146 230 242 254 338 350 355 397 427 385 19 49 7 289 319 277 391 403 415 13 25 37 283 295 307 421 379 409 43 1 313 271 301 422 380 410 44 2 32 314 272	362 356 278 308 302
151 109 139 259 217 247 367 325 355 397 427 385 19 49 7 289 319 277 391 403 415 13 25 37 283 295 307 421 379 409 43 1 31 313 271 301	356 278 308 302
397 427 385 19 49 7 289 319 277 391 403 415 13 25 37 283 295 307 421 379 409 43 1 31 313 271 301	278 308 302
391 403 415 13 25 37 283 295 307 421 379 409 43 1 31 313 271 301 422 380 410 44 2 32 314 272 314	308 302
421 379 409 43 1 31 313 271 301 422 380 410 44 2 32 314 272 33	302
1 2	64
	64
183 213 171 453 483 441 75 105 63 184 214 172 454 484 442 76 106	64
177 189 201 447 459 471 69 81 93 178 190 202 448 460 472 70 82	94
207 165 195 477 435 465 99 57 87 208 166 196 478 436 466 100 58	88
129 159 117 237 267 225 345 375 333 130 160 118 238 268 226 346 376	334
123 135 147 231 243 255 339 351 363 124 136 148 232 244 256 340 352	364
153 111 141 261 219 249 369 327 357 154 112 142 262 220 250 370 328	358
399 429 387 21 51 9 291 321 279 400 430 388 22 52 10 292 322 323	280
393 405 417 15 27 39 285 297 309 394 406 418 16 28 40 286 298	310
423 381 411 45 3 33 315 273 303 424 382 412 46 4 34 316 274	304
3 4	
185 215 173 455 485 443 77 107 65 186 216 174 456 486 444 78 108	66
179 191 203 449 461 473 71 83 95 180 192 204 450 462 474 72 84	96
209 167 197 479 437 467 101 59 89 210 168 198 480 438 468 102 60	90
131 161 119 239 269 227 347 377 335 132 162 120 240 270 228 348 378	336
125 137 149 233 245 257 341 353 365 126 138 150 234 246 258 342 354	366
155 113 143 263 221 251 371 329 359 156 114 144 264 222 252 372 330	360
401 431 389 23 53 11 293 323 281 402 432 390 24 54 12 294 324 324	282
395 407 419 17 29 41 287 299 311 396 408 420 18 30 42 288 300	312
425 383 413 47 5 35 317 275 305 426 384 414 48 6 36 318 276	306
5 6	

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 486. These magic squares are of equal magic sums. See below

 $S_{9\times9}(1) := 2169, S_{9\times9}(2) := 2178, S_{9\times9}(3) := 2187, S_{9\times9}(4) := 2196, S_{9\times9}(5) := 2205 \text{ and } S_{9\times9}(6) := 2214.$

The blocks of order 3 are magic squares with different magic sums.

									181	211	169	451	481	439	73	103	61									
									175	187	199	445	457	469	67	79	91									
									205	163	193	475	433	463	97	55	85									
									127	157	115	235	265	223	343	373	331									
									121	133	145	229	241	253	337	349	361									
									151	109	139	259	217	247	367	325	355									
									397	427	385	19	49	7	289	319	277									
									391	403	415	13	25	37	283	295	307									
			-	-			-		421	379	409	43	1	31	313	271	301									
183	213	171	453	483	441	75	105	63	182	212	170	452	482	440	74	104	62									
177	189	201	447	459	471	69	81	93	176	188	200	446	458	470	68	80	92									
207	165	195	477	435	465	99	57	87	206	164	194	476	434	464	98	56	86									
129	159	117	237	267	225	345	375	333	128	158	116	236	266	224	344	374	332									
123	135	147	231	243	255	339	351	363	122	134	146	230	242	254	338	350	362									
153	111	141	261	219	249	369	327	357	152	110	140	260	218	248	368	326	356									
399	429	387	21	51	9	291	321	279	398	428	386	20	50	8	290	320	278									
393	405	417	15	27	39	285	297	309	392	404	416	14	26	38	284	296	308									
423	381	411	45	3	33	315	273	303	422	380	410	44	2	32	314	272	302									
									184	214	172	454	484	442	76	106	64	185	215	173	455	485	443	77	107	65
									178	190	202	448	460	472	70	82	94	179	191	203	449	461	473	71	83	95
									208	166	196	478	436	466	100	58	88	209	167	197	479	437	467	101	59	89
									130	160	118	238	268	226	346	376	334	131	161	119	239	269	227	347	377	335
									124	136	148	232	244	256	340	352	364	125	137	149	233	245	257	341	353	365
									154	112	142	262	220	250	370	328	358	155	113	143	263	221	251	371	329	359
									400	430	388	22	52	10	292	322	280	401	431	389	23	53	11	293	323	281
									394	406	418	16	28	40	286	298	310	395	407	419	17	29	41	287	299	311
									424	382	412	46	4	34	316	274	304	425	383	413	47	5	35	317	275	305
									186	216	174	456	486	444	78	108	66									
									180	192	204	450	462	474	72	84	96									
									210	168	198	480	438	468	102	60	90									
									132	162	120	240	270	228	348	378	336									
									126	138	150	234	246	258	342	354	366									
									156	114	144	264	222	252	372	330	360									
									402	432	390	24	54	12	294	324	282									
									396	408	420	18	30	42	288	300	312									
									426	384	414	48	6	36	318	276	306									
																		-								

Example 1.21. Let's consider the following six magic squares of order 9:

1	103	133	205	235	283	355	385	469	2	104	134	206	236	284	356	386	470
193	223	307	325	427	457	43	73	121	194	224	308	326	428	458	44	74	122
367	397	445	31	61	145	163	265	295	368	398	446	32	62	146	164	266	296
157	25	55	289	175	259	439	361	409	158	26	56	290	176	260	440	362	410
277	199	247	481	349	379	127	13	97	278	200	248	482	350	380	128	14	98
451	337	421	115	37	85	319	187	217	452	338	422	116	38	86	320	188	218
79	109	49	229	313	181	415	463	331	80	110	50	230	314	182	416	464	33
253	301	169	403	433	373	67	151	19	254	302	170	404	434	374	68	152	20
391	475	343	91	139	7	241	271	211	392	476	344	92	140	8	242	272	212
				1									2				
3	105	135	207	237	285	357	387	471	4	106	136	208	238	286	358	388	47
195	225	309	327	429	459	45	75	123	196	226	310	328	430	460	46	76	124
369	399	447	33	63	147	165	267	297	370	400	448	34	64	148	166	268	29
159	27	57	291	177	261	441	363	411	160	28	58	292	178	262	442	364	412
279	201	249	483	351	381	129	15	99	280	202	250	484	352	382	130	16	100
453	339	423	117	39	87	321	189	219	454	340	424	118	40	88	322	190	22
81	111	51	231	315	183	417	465	333	82	112	52	232	316	184	418	466	334
255	303	171	405	435	375	69	153	21	256	304	172	406	436	376	70	154	22
393	477	345	93	141	9	243	273	213	394	478	346	94	142	10	244	274	214
				3									4				
5	107	137	209	239	287	359	389	473	6	108	138	210	240	288	360	390	474
197	227	311	329	431	461	47	77	125	198	228	312	330	432	462	48	78	126
371	401	449	35	65	149	167	269	299	372	402	450	36	66	150	168	270	30
161	29	59	293	179	263	443	365	413	162	30	60	294	180	264	444	366	414
281	203	251	485	353	383	131	17	101	282	204	252	486	354	384	132	18	102
455	341	425	119	41	89	323	191	221	456	342	426	120	42	90	324	192	22
83	113	53	233	317	185	419	467	335	84	114	54	234	318	186	420	468	33
257	305	173	407	437	377	71	155	23	258	306	174	408	438	378	72	156	24
395	479	347	95	143	11	245	275	215	396	480	348	96	144	12	246	276	210
	475	•				2.15											

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 486. These magic squares are of equal magic sums. See below

 $S_{9\times9}(1) := 1015, S_{9\times9}(2) := 1022, S_{9\times9}(3) := 1029, S_{9\times9}(4) := 1036, S_{9\times9}(5) := 1043$ and $S_{9\times9}(6) := 1050.$

The sum of nine members of block of order 3 are equal in each case. Moreover, the magic squares of order 9 are **bimagic**.

									1	103	133	205	235	283	355	385	469									
									193	223	307	325	427	457	43	73	121									
									367	397	445	31	61	145	163	265	295									
									157	25	55	289	175	259	439	361	409									
									277	199	247	481	349	379	127	13	97									
									451	337	421	115	37	85	319	187	217									
									79	109	49	229	313	181	415	463	331									
									253	301	169	403	433	373	67	151	19									
									391	475	343	91	139	7	241	271	211									
3	105	135	207	237	285	357	387	471	2	104	134	206	236	284	356	386	470									
195	225	309	327	429	459	45	75	123	194	224	308	326	428	458	44	74	122									
369	399	447	33	63	147	165	267	297	368	398	446	32	62	146	164	266	296									
159	27	57	291	177	261	441	363	411	158	26	56	290	176	260	440	362	410									
279	201	249	483	351	381	129	15	99	278	200	248	482	350	380	128	14	98									
453	339	423	117	39	87	321	189	219	452	338	422	116	38	86	320	188	218									
81	111	51	231	315	183	417	465	333	80	110	50	230	314	182	416	464	332									
255	303	171	405	435	375	69	153	21	254	302	170	404	434	374	68	152	20									
393	477	345	93	141	9	243	273	213	392	476	344	92	140	8	242	272	212									
									4	106	136	208	238	286	358	388	472	5	107	137	209	239	287	359	389	473
									196	226	310	328	430	460	46	76	124	197	227	311	329	431	461	47	77	125
									370	400	448	34	64	148	166	268	298	371	401	449	35	65	149	167	269	299
									160	28	58	292	178	262	442	364	412	161	29	59	293	179	263	443	365	413
									280	202	250	484	352	382	130	16	100	281	203	251	485	353	383	131	17	101
									454	340	424	118	40	88	322	190	220	455	341	425	119	41	89	323	191	221
									82	112	52	232	316	184	418	466	334	83	113	53	233	317	185	419	467	335
									256	304	172	406	436	376	70	154	22	257	305	173	407	437	377	71	155	23
									394	478	346	94	142	10	244	274	214	395	479	347	95	143	11	245	275	215
									6	108	138	210	240	288	360	390	474									
									198	228	312	330	432	462	48	78	126									
									372	402	450	36	66	150	168	270	300									
									162	30	60	294	180	264	444	366	414									
									282	204	252	486	354	384	132	18	102									
									456	342	426	120	42	90	324	192	222									
									84	114	54	234	318	186	420	468	336									
									258	306	174	408	438	378	72	156	24									
									396	480	348	96	144	12	246	276	216									

Example 1.22. Let's consider the following six magic squares of order 9:

43	475	463	451	445	67	79	91	55	44	476	464	452	446	68	80	92	56
1	343	319	331	121	115	103	355	481	2	344	320	332	122	116	104	356	482
13	97	295	313	193	205	199	385	469	14	98	296	314	194	206	200	386	47
25	109	175	235	265	223	307	373	457	26	110	176	236	266	224	308	374	45
433	349	181	229	241	253	301	133	49	434	350	182	230	242	254	302	134	50
421	337	271	259	217	247	211	145	61	422	338	272	260	218	248	212	146	62
409	325	283	169	289	277	187	157	73	410	326	284	170	290	278	188	158	74
397	127	163	151	361	367	379	139	85	398	128	164	152	362	368	380	140	86
427	7	19	31	37	415	403	391	439	<mark>428</mark>	8	20	32	38	416	404	392	44
				1									2				
45	477	465	453	447	69	81	93	57	46	478	466	454	448	70	82	94	58
3	345	321	333	123	117	105	357	483	4	346	322	334	124	118	106	358	48
15	99	297	315	195	207	201	387	471	16	100	298	316	196	208	202	388	47
27	111	177	237	267	225	309	375	459	28	112	178		268			376	46
435	351	183		243			135	51	436	352	184		244			136	52
423	339		261		249		147	63	424	340	274	262		250	214	148	64
411	327	285	171	291		189	159	75	412	328	286	172	292	280	190	160	76
399	129	165	153	363		381	141	87	400	130	166	154	364	370	382	142	88
<mark>429</mark>	9	21	33	39	417	405	393	441	430	10	22	34	40	418	406	394	44
				3									4				
47	479	467	455	449	71	83	95	59	48	480	468	456		72	84	96	60
5	347	323		125	119	107	359	485	6	348		336	126	120	108	360	48
17	101	299	317	197	209	203	389	473	18	102	300	318	198	210		390	47
29	113	179		269		311	377	461	30	114	180	240			312		46
	353							53			186						
425				221			149	65			276						66
413				293		191	161	77					294				78
401	131	167	155	365		383	143	89	402		168	156			384		90
431	11	23	35	41	419	407	395	443	432	12	24	36	42	420	408	396	44

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 486. These magic squares are of equal magic sums. See below

 $S_{9\times9}(1) := 1015, S_{9\times9}(2) := 1022, S_{9\times9}(3) := 1029, S_{9\times9}(4) := 1036, S_{9\times9}(5) := 1043$ and $S_{9\times9}(6) := 1050.$

The magic squares of order 9 are **single-digit bordered** magic squares, where the inner blocks are magic squares of orders 3, 5 and 7.

									43	475	463	451	445	67	79	91	55									
									1	343	319	331	121	115	103	355	481									
									13	97	295	313	193	205	199	385	469									
									25	109	175	235	265	223	307	373	457									
									433	349	181	229	241	253	301	133	49									
									421	337	271	259	217	247	211	145	61									
									409	325	283	169	289	277	187	157	73									
									397	127	163	151	361	367	379	139	85									
									427	7	19	31	37	415	403	391	439									
45	477	465	453	447	69	81	93	57	44	476	464	452	446	68	80	92	56									
3	345	321	333	123	117	105	357	483	2	344	320	332	122	116	104	356	482									
15	99	297	315	195	207	201	387	471	14	98	296	314	194	206	200	386	470									
27	111	177	237	267	225	309	375	459	26	110	176	236	266	224	308	374	458									
435	351	183	231	243	255	303	135	51	434	350	182	230	242	254	302	134	50									
423	339	273	261	219	249	213	147	63	422	338	272	260	218	248	212	146	62									
411	327	285	171	291	279	189	159	75	410	326	284	170	290	278	188	158	74									
399	129	165	153	363	369	381	141	87	398	128	164	152	362	368	380	140	86									
429	9	21	33	39	417	405	393	441	428	8	20	32	38	416	404	392	440									
									46	478	466	454	448	70	82	94	58	47	479	467	455	449	71	83	95	59
									4	346	322	334	124	118	106	358	484	5	347	323	335	125	119	107	359	485
									16	100	298	316	196	208	202	388	472	17	101	299	317	197	209	203	389	473
									28	112	178	238	268	226	310	376	460	29	113	179	239	269	227	311	377	461
									436	352	184	232	244	256	304	136	52	437	353	185	233	245	257	305	137	53
									424	340	274	262	220	250	214	148	64	425	341	275	263	221	251	215	149	65
									412	328	286	172	292	280	190	160	76	413	329	287	173	293	281	191	161	77
									400	130	166	154	364	370	382	142	88	401	131	167	155	365	371	383	143	89
									430	10	22	34	40	418	406	394	442	431	11	23	35	41	419	407	395	443
									48	480	468	456	450	72	84	96	60									
									6	348	324	336	126	120	108	360	486									
									18	102	300	318	198	210	204	390	474									
									30	114	180	240	270	228	312	378	462									
									438	354	186	234	246	258	306	138	54									
									426	342	276	264	222	252	216	150	66									
									414	330	288	174	294	282	192	162	78									
									402	132	168	156	366	372	384	144	90									
									432	12	24	36	42	420	408	396	444									

Example 1.23. Let's consider the following six magic squares of order 9:

409	91	475	67	427	97	121	331	151	410	92	476	68	428	98	122	332	152
73	391	7	415	55	385	361	343	139	74	392	8	416	56	386	362	344	140
433	49	223	199	301	187	295	31	451	434	50	224	200	302	188	296	32	452
403	79	259	283	181	229	253	469	13	404	80	260	284	182	230	254	470	14
61	421	271	211	241	307	175	37	445	62	422	272	212	242	308	176	38	446
463	19	247	235	313	193	217	349	133	464	20	248	236	314	194	218	350	134
109	373	205	277	169	289	265	127	355	110	374	206	278	170	290	266	128	356
115	367	325	145	457	43	397	1	319	116	368	326	146	458	44	398	2	320
103	379	157	337	25	439	85	481	163	104	380	158	338	26	440	86	482	164
				1									2				
411	93	477	69	429	99	123	333	153	412	94	478	70	430	100	124	334	154
75	393	9	417	57	387	363	345	141	76	394	10	418	58	388	364	346	142
435	51	225	201	303	189	297	33	453	436	52	226	202	304	190	298	34	454
405	81	261	285	183	231	255	471	15	406	82	262	286	184	232	256	472	16
63	423	273	213	243	309	177	39	447	64	424	274	214	244	310	178	40	448
465	21	249	237	315	195	219	351	135	466	22	250	238	316	196	220	352	136
111	375	207	279	171	291	267	129	357	112	376	208	280	172	292	268	130	358
117	369	327	147	459	45	399	3	321	118	370	328	148	460	46	400	4	322
105	381	159	339	27	441	87	483	165	106	382	160	340	28	442	88	484	166
				3					 				4				
413	95	479	71	431	101	125	335	155	414	96	480	72	432	102	126	336	156
77	395	11	419	59	389	365	347	143	78	396	12	420	60	390	366	348	144
437	53	227	203	305	191	299	35	455	438	54	228	204	306	192	300	36	456
407	83	263	287	185	233	257	473	17	408	84	264	288	186	234	258	474	18
65		275				179	41	449	66		276					42	45(
467		251					353	137	468							354	<u> </u>
113		209			293	269	131	359	114	378	210	282	174	294	270	132	360
119		329		461	47	401	5	323	120	372	330	150	462	48	402	6	324
107	383	161	341	29	443	89	485	167	108	384	162	342	30	444	90	486	168
				5									6				

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 486. These magic squares are of equal magic sums. See below

 $S_{9\times9}(1) := 1015, S_{9\times9}(2) := 1022, S_{9\times9}(3) := 1029, S_{9\times9}(4) := 1036, S_{9\times9}(5) := 1043$ and $S_{9\times9}(6) := 1050.$

The magic squares of order 9 are **double-digits bordered** magic squares, where the inner block is a magic square of order 5.

									409	91	475	67	427	97	121	331	151									
									73	391	7	415	55	385	361	343	139									
									433	49	223	199	301	187	295	31	451									
									403	79	259	283	181	229	253	469	13									
									61	421	271	211	241	307	175	37	445									
									463	19	247	235	313	193	217	349	133									
									109	373	205	277	169	289	265	127	355									
									115	367	325	145	457	43	397	1	319									
									103	379	157	337	25	439	85	481	163									
411	93	477	69	429	99	123	333	153	410	92	476	68	428	98	122	332	152									
75	393	9	417	57	387	363	345	141	74	392	8	416	56	386	362	344	140									
435	51	225	201	303	189	297	33	453	434	50	224	200	302	188	296	32	452									
405	81	261	285	183	231	255	471	15	404	80	260	284	182	230	254	470	14									
63	423	273	213	243	309	177	39	447	62	422	272	212	242	308	176	38	446									
465	21	249	237	315	195	219	351	135	464	20	248	236	314	194	218	350	134									
111	375	207	279	171	291	267	129	357	110	374	206	278	170	290	266	128	356									
117	369	327	147	459	45	399	3	321	116	368	326	146	458	44	398	2	320									
105	381	159	339	27	441	87	483	165	104	380	158	338	26	440	86	482	164									
									412	94	478	70	430	100	124	334	154	413	95	479	71	431	101	125	335	155
									76	394	10	418	58	388	364	346	142	77	395	11	419	59	389	365	347	143
									436	52	226	202	304	190	298	34	454	437	53	227	203	305	191	299	35	455
									406	82	262	286	184	232	256	472	16	407	83	263	287	185	233	257	473	17
									64	424	274	214	244	310	178	40	448	65	425	275	215	245	311	179	41	449
									466	22	250	238	316	196	220	352	136	467	23	251	239	317	197	221	353	137
									112	376	208	280	172	292	268	130	358	113	377	209	281	173	293	269	131	359
									118	370	328	148	460	46	400	4	322	119	371	329	149	461	47	401	5	323
									106	382	160	340	28	442	88	484	166	107	383	161	341	29	443	89	485	167
									414	96	480	72	432	102	126	336	156									
									78	396	12	420	60	390	366	348	144									
									438	54	228	204	306	192	300	36	456									
									408	84	264	288	186	234	258	474	18									
									66	426	276	216	246	312	180	42	450									
									468	24	252	240	318	198	222	354	138									
									114	378	210	282	174	294	270	132	360									
									120	372	330	150	462	48	402	6	324									
									108	384	162	342	30	444	90	486	168									1

Example 1.24. Let's consider the following six magic squares of order 9:

223	253	247	295	187	157	325	85	397	224	254	248	296	188	158	326	86	398
265	241	217	271	211	367	115	43	439	266	242	218	272	212	368	116	44	440
235	229	259	289	193	151	331	475	7	236	230	260	290	194	152	332	476	8
199	205	307	181	313	385	97	55	427	200	206	308	182	314	386	98	56	428
283	277	175	169	301	133	349	79	403	284	278	176	170	302	134	350	80	404
355	319	337	103	343	121	109	457	25	356	320	338	104	344	122	110	458	26
127	163	145	379	139	373	361	481	1	128	164	146	380	140	374	362	482	2
463	445	91	73	469	451	67	61	49	464	446	92	74	470	452	68	62	50
19	37	391	409	13	31	415	433	421	20	38	392	410	14	32	416	434	422
				1									2				
225	255	249	297	189	159	327	87	399	226	256	250	298	190	160	328	88	400
267	243	219	273	213	369	117	45	441	268	244	220	274	214	370	118	46	442
237	231	261	291	195	153	333	477	9	238	232	262	292	196	154	334	478	10
201	207	309	183	315	387	99	57	429	202	208	310	184	316	388	100	58	430
285	279	177	171	303	135	351	81	405	286	280	178	172	304	136	352	82	406
357	321	339	105	345	123	111	459	27	358	322	340	106	346	124	112	460	28
129	165	147	381	141	375	363	483	3	130	166	148	382	142	376	364	484	4
465	447	93	75	471	453	69	63	51	466	448	94	76	472	454	70	64	52
21	39	393	411	15	33	417	435	423	22	40	394	412	16	34	418	436	424
				3					 				4				
227	257	251	299	191	161	329	89	401	228	258	252	300	192	162	330	90	402
269	245	221	275	215	371	119	47	443	270	246	222	276	216	372	120	48	444
239	233	263	293	197	155	335	479	11	240	234	264	294	198	156	336	480	12
203	209	311	185	317	389	101	59	431	204	210	312	186	318	390	102	60	432
287	281	179	173	305	137	353	83	407	288	282	180	174	306	138	354	84	408
359	323	341	107	347	125	113	461	29	360	324	342	108	348	126	114	462	30
131	167	149	383	143	377	365	485	5	132	168	150	384	144	378	366	486	6
467	449	95	77	473	455	71	65	53	468	450	96	78	474	456	72	66	54
23	41	395	413	17	35	419	437	425	24	42	396	414	18	36	420	438	426
				5									6				

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 486. These magic squares are of equal magic sums. See below

 $S_{9\times9}(1) := 1015, S_{9\times9}(2) := 1022, S_{9\times9}(3) := 1029, S_{9\times9}(4) := 1036, S_{9\times9}(5) := 1043$ and $S_{9\times9}(6) := 1050.$

The magic squares of order 9 are **cornered** magic squares, where left superior corners are magic squares of orders 3, 5 and 7.

									397	439	7	427	403	25	1	49	421									
									85	43	475	55	79	457	481	61	433									
									325	115	331	97	349	109	361	67	415									
									157	367	151	385	133	121	373	451	31									
									187	211	193	313	301	343	139	469	13									
									295	271	289	181	169	103	379	73	409									
									247	217	259	307	175	337	145	91	391									
									253	241	229	205	277	319	163	445	37									
									223	265	235	199	283	355	127	463	19									
21	465	129	357	285	201	237	267	225	224	254	248	296	188	158	326	86	398									
39	447	165	321	279	207	231	243	255	266	242	218	272	212	368	116	44	440									
393	93	147	339	177	309	261	219	249	236	230	260	290	194	152	332	476	8									
411	75	381	105	171	183	291	273	297	200	206	308	182	314	386	98	56	428									
15	471	141	345	303	315	195	213	189	284	278	176	170	302	134	350	80	404									
33	453	375	123	135	387	153	369	159	356	320	338	104	344	122	110	458	26									
417	69	363	111	351	99	333	117	327	128	164	146	380	140	374	362	482	2									
435	63	483	459	81	57	477	45	87	464	446	92	74	470	452	68	62	50									
423	51	3	27	405	429	9	441	399	20	38	392	410	14	32	416	434	422									
									425	437	419	35	17	413	395	41	23	402	444	12	432	408	30	6	54	426
									53	65	71	455	473	77	95	449	467	90	48	480	60	84	462	486	66	438
									5	485	365	377	143	383	149	167	131	330	120	336	102	354	114	366	72	420
									29	461	113	125	347	107	341	323	359	162	372	156	390	138	126	378	456	36
									407	83	353	137	305	173	179	281	287	192	216	198	318	306	348	144	474	18
									431	59	101	389	317	185	311	209	203	300	276	294	186	174	108	384	78	414
									11	479	335	155	197	293	263	233	239	252	222	264	312	180	342	150	96	396
									443	47	119	371	215	275	221	245	269	258	246	234	210	282	324	168	450	42
									401	89	329	161	191	299	251	257	227	228	270	240	204	288	360	132	468	24
									22	466	130	358	286	202	238	268	226									
									40	448	166	322	280	208	232	244	256									
									394	94	148	340	178	310	262	220	250									
									412	76	382	106	172	184	292	274	298									
									16	472	142	346	304	316	196	214	190									
									34 418	454	376	124	136	388	154 334	370	160									
									418	70 64	364	112	352	100		118	328									
									436 424	64 52	484	460 28	82 406	58 430	478 10	46 442	88 400									
									424	52	4	20	400	450	10	442	400									

1.8 Magic Cubes of Order 10

This section brings 6 examples of magic cube based on six magic squares of order 10. These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 600. First example is general magic square of order 10.

The second example is based on **single-digit bordered** magic squares. The third and forth examples are considered as **block-bordered** magic squares. The fifth example is **doube-digits bordered** magic squares. The sixth example The third and forth examples are of striped magic squares. The fifth example is based on **double-digits bordered** magic squares. The sixth example is for **cornered** magic squares, where the magic squares of of orders 4, 6 and 8 are in the corner of magic squares.



1	564	585	13	599	572	36	50	28	557	51	514	535	63	549	522	86	100	78	507
43	12	37	9	554	581		26	580	565	93	62	87	59	504	531	548	76	530	515
570	596	23	551	587	48	575	14	2	39	520	546	73	501	537	98	525	64	52	89
595	588	10	34	21	17	42	559		573	545	538	60	84	71	67	92	509	516	523
38	571	16	590	45	569	4	597		22	88	521	66	540	95	519	54	547	503	72
19	30	562	577	8	556		35	594	41	69	80	512	527	58		533	85	544	91
574	49	558	25	20	593		582	31	6	524	99	508	75	70	543	517		81	56
552	7	591	46	563	40	29	578	15	584	502	57	541	96	513	90	79	528	65	534
27	33	44	592		5	560	561	589	18	77	83	94	542	526	55	510	511	539	68
586	555	579	568		24	11	3	47	600	536	505	529	518	82	74	61	53	97	550
				1										2					
101	464	485	113	499	472	136	150	128	457	151	414	435	163	449	422	186	200	178	407
143	112	137	109	454	481	498	126	480	465	193	162	187	159	404	431	448	176	430	415
470	496	123	451	487	148	475	114	102	139	420	446	173	401	437	198	425	164	152	189
495	488	110	134	121	117	142	459	466	473	445	438	160	184	171	167	192	409	416	423
138	471	116	490	145	469	104	497	453	122	188	421	166	440	195	419	154	447	403	172
119	130	462	477	108	456	483	135	494	141	169	180	412	427	158	406	433	185	444	191
474	149	458	125	120	493	467	482	131	106	424	199	408	175	170	443	417	432	181	156
452	107	491	146	463	140	129	478	115	484	402	157	441	196	413	190	179	428	165	434
127	133	144	492	476	105	460	461	489	118	177	183	194	442	426	155	410	411	439	168
486	455	479	468	132	124	111	103	147	500	436	405	429	418	182	174	161	153	197	450
				3										4					
201	364	385	213	399	372	236	250	228	357	251	314	335	263	349	322	286	300	278	307
243	212	237	209	354	381	398	226	380	365	293	262	287	259	304	331	348	276	330	315
370	396	223	351	387	248	375	214	202	239	320	346	273	301	337	298	325	264	252	289
395	388	210	234	221	217	242	359	366	373	345	338	260	284	271	267	292	309	316	323
238	371	216	390	245	369	204	397	353	222	288	321	266	340	295	319	254	347	303	272
219	230	362	377	208	356	383	235	394	241	269	280	312	327	258	306	333	285	344	291
374	249	358	225	220	393	367	382	231	206	324	299	308	275	270	343	317	332	281	256
352	207	391	246	363	240	229	378	215	384	302	257	341	296	313	290	279	328	265	334
227	233	244	392	376	205	360	361	389	218	277	283	294	342	326	255	310	311	339	268
386	355	379	368	232	224	211	203	247	400	336	305	329	318	282	274	261	253	297	350
				5										6					

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 600. These are of equal magic sums:

 $S_{10\times10}(1) = S_{10\times10}(2) = S_{10\times10}(3) = S_{10\times10}(4) = S_{10\times10}(5) = S_{10\times10}(6) := 3005.$

										1	564	585	13	599	572	36	50	28	557										
										43	12	37	9	554	581	598	26	580	565										
										570	596	23	551	587	48	575	14	2	39										
										595	588	10	34	21	17	42	559	566	573										
										38	571	16	590	45	569	4	597	553	22										
										19	30	562	577	8	556	583	35	594	41										
										574	49	558	25	20	593	567	582	31	6										
										552	7	591	46	563	40	29	578	15	584										
										27	33	44	592	576	5	560	561	589	18										
										586	555	579	568	32	24	11	3	47	600										
101	464	485	113	499	472	136	150	128	457	51	514	535	63	549	522	86	100	78	507										
143	112	137	109	454	481	498	126	480	465	93	62	87	59	504	531	548	76	530	515										
470	496	123	451	487	148	475	114	102	139	520	546	73	501	537	98	525	64	52	89										
495	488	110	134	121	117	142	459	466	473	545	538	60	84	71	67	92	509	516	523										
138	471	116	490	145	469	104	497	453	122	88	521	66	540	95	519	54	547	503	72										
119	130	462	477	108	456	483	135	494	141	69	80	512	527	58	506	533	85	544	91										
474	149	458	125	120	493	467	482	131	106	524	99	508	75	70	543	517	532	81	56										
452	107	491	146	463	140	129	478	115	484	502	57	541	96	513	90	79	528	65	534										
127	133	144	492	476	105	460	461	489	118	77	83	94	542	526	55	510	511	539	68										
486	455	479	468	132	124	111	103	147	500	536	505	529	518	82	74	61	53	97	550										
										151	414	435	163	449	422	186	200	178	407	201	364	385	213	399	372	236	250	228	357
										193	162	187	159	404	431	448	176	430	415	243	212	237	209	354	381	398	226	380	365
										420	446	173	401	437	198	425	164	152	189	370	396	223	351	387	248	375	214	202	239
										445	438	160	184	171	167	192	409	416	423	395	388	210	234	221	217	242	359	366	373
										188	421	166	440	195	419	154	447	403	172	238	371	216	390	245	369	204	397	353	222
										169	180	412	427	158	406	433	185	444	191	219	230	362	377	208	356	383	235	394	241
										424	199	408	175	170	443	417	432	181	156	374	249	358	225	220	393	367	382	231	206
										402	157	441	196	413	190	179	428	165	434	352	207	391	246	363	240	229	378	215	384
										177	183	194	442	426	155	410	411	439	168	227	233	244	392	376	205	360	361	389	218
										436	405	429	418	182	174	161	153	197	450	386	355	379	368	232	224	211	203	247	400
										251	314	335	263	349	322	286	300	278	307										
										293	262	287	259	304	331	348	276	330	315										
										320	346	273	301	337	298	325	264	252	289										
										345	338	260	284	271	267	292	309	316	323										
										288	321	266	340	295	319	254	347	303	272										
										269	280	312	327	258	306	333	285	344	291										
										324	299	308	275	270	343	317	332	281	256										
										302	257	341	296	313	290	279	328	265	334										
										277	283	294	342	326	255	310	311	339	268										
										336	305	329	318	282	274	261	253	297	350										

Example 1.26. Let's consider the following six magic squares of order 10:

9 15 585 17 583 587 597 3 599 10 491 486 116 484 118 114 104 498 102 492 441 436 166 434 168 164 154 448 152 442					10						 									
sea s	591	586	16								541	536	66				54		52	
11 24 34 49 554 43 555 567 577 590 593 29 40 44 555 50 553 561 572 5 1 579 42 558 45 552 47 559 22 600 593 574 560 551 48 557 46 41 27 8 576 561 21 19 32 570 30 575 6 9 15 585 17 583 587 597 3 599 10 543 526 531 71 69 82 520 80 525 66 9 15 585 17 583 587 597 3 599 10 543 544 543 544 543 544 543 544 543 544 544 544 544 544 544 544 544 544 544 544 544 544 544 544 544	13	26	20	580	582	569	31	571	25	588	63	76	70	530	532	519	81	521	75	538
586 29 40 44 555 50 533 561 572 5 1 579 42 558 45 552 47 559 22 600 51 529 92 500 502 97 503 504 70 533 566 33 565 37 28 546 522 51 520 92 500 93 507 96 91 52 563 39 566 33 565 37 28 597 6 533 577 53 563 517 58 576 533 537 597 3 599 10 523 518 63 518 63 518 63 518 63 518 63 518 63 533 537 54 544 505 563 563 67 533 537 54 544 544 505 518 624 636 532 67 533 537 54 544 103	589	23	564	562	35	568	36	38	578	12	539	73	514	512	85	518	86	88	528	62
1 579 42 558 45 552 47 559 22 600 593 574 560 557 48 557 46 41 27 8 7 573 563 39 566 33 565 37 28 594 502 516 83 544 505 506 501 70 503 507 30 507 3 509 10 10 10 83 516 83 544 501 430 140 140 140 140 140 140 140 140 140 140 141 141 141 141	11	24	34	49	554	43	556	567	577	590	61	74	84	99	504	93	506	517	527	540
583 574 560 581 486 577 68 594 507 563 39 566 33 565 37 28 594 595 576 581 21 19 32 570 50	596	29	40	44	555	50	553	561	572	5	546	79	90	94	505	100	503	511	522	55
7 573 563 39 566 33 565 37 28 594 595 576 581 21 19 32 570 30 575 6 9 15 585 17 583 587 597 3 599 10 111 126 120 480 188 118 114 104 498 102 492 113 126 120 480 462 135 463 136 134 471 125 488 489 123 464 462 135 463 136 134 470 420 482 111 124 134 149 454 455 463 147 470 420 111 124 134 149 454 457 146 147 170 430 434 418 193 406 147 420 111 124 140 144 455 146 141 127 188	1	579	42	558	45	552	47	559	22	600	51	529	92	508	95	502	97	509	72	550
58 57 581 21 19 32 570 30 575 6 9 15 585 17 583 587 597 3 599 10 411 585 16 585 17 583 587 597 3 599 10 411 22 585 16 484 118 114 104 498 102 492 411 124 124 148 184 114 104 498 102 493 171 430 432 411 432 433 432 411 436 166 434 168 164 154 448 124 143 426 143 432 433 433 433 432 411 412 184 492 411 426 133 456 457 477 490 449 144 455 150 453 456 457 477 490 470 473 463 143 457 146<	593	574	560	551	48	557	46	41	27	8	543	524	510	501	98	507	96	91	77	58
9 15 585 17 583 587 3 597 <	7	573	563	39	566	33	565	37	28	594	57	523	513	89	516	83	515	87	78	544
1 2 2 2 491 486 116 484 118 114 104 498 102 492 113 126 120 480 482 469 131 471 125 488 489 123 464 462 135 468 136 138 478 112 111 124 134 149 454 143 456 467 477 490 496 129 140 144 455 150 453 461 472 105 101 479 142 458 145 452 147 459 122 500 493 474 460 451 148 457 146 141 127 108 107 473 463 139 466 133 465 137 128 494 495 476 481 121 19 132 470 130 475 166 199 158 17	595	576	581	21	19	32	570	30	575	6	545	526	531	71	69	82	520	80	525	56
491 486 116 484 118 114 104 498 102 492 113 126 120 480 482 469 131 471 125 488 489 123 464 462 135 468 136 138 478 112 111 124 134 149 454 143 456 467 477 490 496 129 140 144 455 150 453 461 472 105 101 479 142 458 145 452 147 459 122 500 493 77 460 451 148 457 146 141 127 108 493 77 460 451 148 457 164 141 127 108 107 473 463 139 466 133 465 137 128 494 103 158 167 431 171 169 182 420	9	15	585	17	583	587	597	3	599	10	59	65	535	67	533	537	547	53	549	60
113 126 120 480 482 469 131 471 125 488 489 123 464 462 135 468 136 138 478 112 111 124 134 149 454 143 456 467 477 490 496 129 140 144 455 150 453 461 472 105 101 479 142 458 145 452 147 459 122 500 493 474 460 451 148 457 146 141 127 108 107 473 463 139 466 133 465 137 128 444 495 476 481 121 19 32 470 130 475 166 157 423 131 89 416 183 415 187 178 444 495 476 481 171 483 497 103 499 100<					1										2					
489 123 464 462 135 468 136 138 478 112 111 124 134 149 454 143 456 467 477 490 496 129 140 444 455 150 453 461 472 105 446 179 190 194 405 200 409 172 400 499 142 450 145 452 147 459 122 500 151 429 122 400 401 198 402 191 177 158 107 473 463 139 466 133 465 137 128 494 414 424 410 401 188 407 191 177 158 107 473 463 171 189 464 324 410 411 171 169 182 420 180 426 431 171 169 182 420 180 425 156 1	491	486	116	484	118	114	104	498	102	492	441	436	166	434	168	164	154	448	152	442
111 124 134 149 454 143 456 467 477 490 496 129 140 144 455 150 453 461 472 105 101 179 142 458 150 453 461 472 105 403 474 460 451 148 457 146 141 127 108 107 473 463 139 466 133 465 137 128 494 495 476 481 121 119 132 470 130 475 106 109 145 485 177 483 487 497 103 495 106 109 157 423 413 189 416 183 415 187 184 109 168 216 384 218 247 340 157 423 413 189 416 183 417 420 157 109 158 4	113	126	120	480	482	469	131	471	125	488	163	176	170	430	432	419	181	421	175	438
496 129 140 144 455 150 453 461 472 105 101 479 142 458 145 452 147 459 122 500 493 474 460 451 148 457 146 112 108 107 473 463 139 466 133 465 137 128 494 495 476 481 121 119 132 470 130 475 106 109 115 485 117 483 487 497 103 499 100 144 426 431 198 416 183 415 187 188 109 115 485 117 483 487 497 103 499 100 145 426 431 171 169 182 420 180 444 109 186 216 384 216 381 316 326 321 316 322 326 3	489	123	464	462	135	468	136	138	478	112	439	173	414	412	185	418	186	188	428	162
101 479 142 458 145 452 147 459 122 500 493 474 460 451 148 457 146 11 127 108 107 473 463 139 466 133 465 137 128 494 495 476 481 121 119 132 470 130 475 106 109 115 485 117 483 487 497 130 475 106 109 115 485 117 483 497 103 497 104 410 401 198 416 183 415 187 178 444 495 476 481 121 199 130 475 106 159 165 435 167 433 437 447 150 442 445 445 426 431 171 169 182 420 180 442 445 426 431 171 163 16	111	124	134	149	454	143	456	467	477	490	161	174	184	199	404	193	406	417	427	440
493 474 460 451 148 457 146 141 127 108 107 473 463 139 466 133 465 137 128 494 495 476 481 121 119 132 470 130 475 106 109 115 485 117 483 487 497 103 499 100 109 115 485 117 483 487 497 103 499 100 109 115 485 117 483 487 497 103 499 100 109 115 485 117 483 487 497 103 499 100 109 115 485 117 483 487 497 103 499 100 110 115 386 216 384 392 316 317 225 388 313 226 236 364 235 260 357 3	496	129	140	144	455	150	453	461	472	105	446	179	190	194	405	200	403	411	422	155
107 473 463 139 466 133 465 137 128 494 495 476 481 121 119 132 470 130 475 106 109 115 485 117 483 487 497 103 499 110 115 485 117 483 487 497 103 499 110 156 435 167 433 437 447 153 449 160 109 186 216 384 218 214 204 398 202 392 341 336 266 334 268 264 254 348 252 342 213 226 220 380 382 369 231 371 225 388 314 312 285 318 286 288 326 283 362 261 374 361 312 285 318 286 288 328 262 261 274 284 299 3	101	479	142	458	145	452	147	459	122	500	151	429	192	408	195	402	197	409	172	450
495 476 481 121 119 132 470 130 475 106 109 115 485 117 483 487 497 103 499 110 115 485 117 483 487 497 103 499 110 115 186 216 384 218 214 204 398 202 392 213 226 220 380 382 369 231 371 225 388 389 223 364 362 235 368 236 378 212 211 224 234 249 354 243 356 367 377 390 396 229 240 244 355 250 353 361 372 205 201 379 242 358 245 357 246 241 227 208 393 374 360 351 248 357 246 241 227 2	493	474	460	451	148	457	146	141	127	108	443	424	410	401	198	407	196	191	177	158
109 115 485 117 483 487 497 103 499 110 391 386 216 384 218 214 204 398 202 392 213 226 220 380 382 369 231 371 225 388 389 223 364 362 235 368 236 238 378 212 211 224 234 249 354 243 356 367 377 300 396 229 240 244 355 250 353 361 372 205 201 379 242 358 245 352 247 359 222 400 399 374 360 351 248 357 246 241 277 208 397 373 363 239 366 233 365 237 228 394 393 374 360 351 248 237 228 3	107	473	463	139	466	133	465	137	128	494	157	423	413	189	416	183	415	187	178	444
3 3 6 216 384 218 214 204 398 202 392 341 336 266 334 268 264 254 348 252 342 213 226 220 380 382 369 231 371 225 388 389 223 364 362 235 368 236 238 378 212 211 224 234 249 354 243 356 367 377 390 396 229 240 244 355 250 353 361 372 205 301 379 242 358 245 352 247 359 222 400 393 374 360 351 248 357 246 241 277 208 207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 <td>495</td> <td>476</td> <td>481</td> <td>121</td> <td>119</td> <td>132</td> <td>470</td> <td>130</td> <td>475</td> <td>106</td> <td>445</td> <td>426</td> <td>431</td> <td>171</td> <td>169</td> <td>182</td> <td>420</td> <td>180</td> <td>425</td> <td>156</td>	495	476	481	121	119	132	470	130	475	106	445	426	431	171	169	182	420	180	425	156
391 386 216 384 218 214 204 398 202 392 213 226 220 380 382 369 231 371 225 388 389 223 364 362 235 368 236 238 378 212 211 224 234 249 354 243 356 367 377 390 396 229 240 244 355 250 353 361 372 205 391 374 360 351 248 355 247 359 222 400 393 374 360 351 248 357 246 241 227 208 393 374 360 351 248 357 246 241 227 208 393 374 360 351 248 357 246 241 227 208 393 374 360 351 248 357 246 2	109	115	485	117	483	487	497	103	499	110	159	165	435	167	433	437	447	153	449	160
213 226 220 380 382 369 231 371 225 388 389 223 364 362 235 368 236 236 236 377 390 211 224 234 249 354 243 356 367 377 390 396 229 240 244 355 250 353 361 372 205 201 379 242 358 245 356 367 377 390 398 279 240 244 355 250 353 361 372 205 301 379 242 358 245 352 247 359 222 400 393 374 360 351 248 357 246 241 227 208 393 374 360 351 248 357 246 241 227 208 393 374 360 351 248 357 246 2					3										4					
389 223 364 362 235 368 236 238 378 212 211 224 234 249 354 243 356 367 377 390 396 229 240 244 355 250 353 361 372 205 201 379 242 358 245 353 361 372 205 309 374 360 351 245 355 250 353 361 372 205 309 374 360 351 245 355 246 241 227 208 309 374 360 351 248 357 246 241 227 208 309 374 360 351 248 357 246 241 227 208 307 363 239 366 233 365 237 228 394 310 301 298 307 296 291 277 258 3	391	386	216	384	218	214	204	398	202	392	341	336	266	334	268	264	254	348	252	342
211 224 234 249 354 243 356 367 377 390 396 229 240 244 355 250 353 361 372 205 201 379 242 358 245 352 247 359 222 400 393 374 360 351 246 241 227 208 201 379 242 358 245 352 247 359 222 400 393 374 360 351 248 357 246 241 227 208 207 373 363 351 248 357 246 241 227 208 305 374 360 351 248 357 246 241 227 208 304 353 365 237 228 394 310 301 298 316 283 315 287 258 305 376 381 221 219 3	213	226	220	380	382	369	231	371	225	388	263	276	270	330	332	319	281	321	275	338
396 229 240 244 355 250 353 361 372 205 201 379 242 358 245 352 247 359 222 400 393 374 360 351 246 241 227 208 207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 395 376 381 221 219 230 375 226 394 324 310 301 298 307 296 291 309 277 258 207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 346 371 298 316 283 315 287 278 344 395 376 381 221 219 232 370 230 375 206 331 271 269 282 320 280 325 256 209 215 385 217 383 3	389	223	364	362	235	368	236	238	378	212	339	273	314	312	285	318	286	288	328	262
201 379 242 358 245 352 247 359 222 400 393 374 360 351 248 357 246 241 227 208 207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 395 376 381 221 219 230 375 206 343 324 310 301 298 307 296 291 277 258 207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 257 323 313 289 316 283 315 287 278 344 395 376 381 221 219 232 370 230 375 206 343 326 331 271 269 282 320 280 325 256 209 215 385 217 383 397 203 399 210 259 265 335 2	211	224	234	249	354	243	356	367	377	390	261	274	284	299	304	293	306	317	327	340
201 379 242 358 245 352 247 359 222 400 393 374 360 351 248 357 246 241 227 208 207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 395 376 381 221 219 230 375 206 343 324 310 301 298 307 296 291 277 258 207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 257 323 313 289 316 283 315 287 278 344 395 376 381 221 219 232 370 230 375 206 343 326 331 271 269 282 320 280 325 256 209 215 385 217 383 397 203 399 210 259 265 335 2																				
393 374 360 351 248 357 246 241 227 208 207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 343 324 310 301 298 307 296 291 277 258 207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 257 323 313 289 316 283 315 287 278 344 395 376 381 221 219 232 370 230 375 206 345 326 331 271 269 282 320 280 325 256 209 215 385 217 383 387 397 203 399 210 265 335 267 333 337 347 253 349 260																				
207 373 363 239 366 233 365 237 228 394 395 376 381 221 219 232 370 230 375 206 345 326 311 289 316 283 315 287 278 344 395 376 381 221 219 232 370 230 375 206 345 326 331 271 269 282 320 280 325 256 209 215 385 217 383 387 397 203 399 210 265 335 267 333 337 347 253 349 260																				
395 376 381 221 219 232 370 230 375 206 209 215 385 217 383 387 397 203 399 210 345 326 331 271 269 282 320 280 325 256 209 215 385 217 383 387 397 203 399 210 259 265 335 267 333 337 347 253 349 260																				
209 215 385 217 383 387 397 203 399 210 259 265 335 267 333 337 347 253 349 260																				

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 600. These magic squares are of equal magic sums:

 $S_{10\times10}(1) = S_{10\times10}(2) = S_{10\times10}(3) = S_{10\times10}(4) = S_{10\times10}(5) = S_{10\times10}(6) := 3005.$

The above magic squares are known as **single-digit bordered** magic squares.

										591	584	586	598	18	16	14	4	2	592										
										13	30	572	573	27	26	575	31	570	588										
										11	571	29	28	574	576	25	569	32	590										
										7	19	581	580	22	577	24	568	33	594										
										1	582	20	21	579	23	578	34	567	600										
										589	43	558	38	563	42	560	561	39	12										
										593	557	44	564	37	559	41	40	562	8										
										595	556	45	565	36	47	553	552	50	6										
										596	46	555	35	566	554	48	49	551	5										
										9	17	15	3	583	585	587	597	599	10										
541	534	536	548	68	66	64	54	52	542	541	534	536	548	68	66	64	54	52	542										
63	80	522	523	77	76	525	81	520	538	63	80	522	523	77	76	525	81	520	538										
61	521	79	78	524	526	75	519	82	540	61	521	79	78	524	526	75	519	82	540										
57	69	531	530	72	527	74	518	83	544	57	69	531	530	72	527	74	518	83	544										
51	532	70	71	529	73	528	84	517	550	51	532	70	71	529	73	528	84	517	550										
539	93	508	88	513	92	510	511	89	62	539	93	508	88	513	92	510	511	89	62										
543	507	94	514	87	509	91	90	512	58	543	507	94	514	87	509	91	90	512	58										
545	506	95	515	86	97	503	502	100	56	545	506	95	515	86	97	503	502	100	56										
546	96	505	85	516	504	98	99	501	55	546	96	505	85	516	504	98	99	501	55										
59	67	65	53	533	535	537	547	549	60	59	67	65	53	533	535	537	547	549	60										
										441	434	436	448	168	166	164	154	152	442	391	384	386	398	218	216	214	204	202	392
										163	180	422	423	177	176	425	181	420	438	213	230	372	373	227	226	375	231	370	388
										161	421	179	178	424	426	175	419	182	440	211	371	229	228	374	376	225	369	232	390
										157	169	431	430	172	427	174	418	183	444	207	219	381	380	222	377	224	368	233	394
										151	432	170	171	429	173	428	184	417	450	201	382	220	221	379	223	378	234	367	400
										439	193	408	188	413	192	410	411	189	162	389	243	358	238	363	242	360	361	239	212
										443	407	194	414	187	409	191	190	412	158	393	357	244	364	237	359	241	240	362	208
										445	406	195	415	186	197	403	402	200	156	395	356	245	365	236	247	353	352	250	206
										446	196	405	185	416	404	198	199	401	155	396	246	355	235	366	354	248	249	351	205
										159	167	165	153	433	435	437	447	449	160	209	217	215	203	383	385	387	397	399	210
										341	334	336	348	268	266	264	254	252	342										
										263	280	322	323	277	276	325	281	320	338										
										261	321	279	278	324	326	275	319	282	340										
										257	269	331	330	272	327	274	318	283	344										
										251	332	270	271	329	273	328	284	317	350										
										339	293	308	288	313	292	310	311	289	262										
										343	307	294	314	287	309	291	290	312	258										
										345	306	295	315	286	297	303	302	300	256										
										346	296	305	285	316	304	298	299	301	255										
										259	267	265	253	333	335	337	347	349	260										

Example 1.27. *Let's consider the following six magic squares of order 10:*

591	586	16	584	18	14	4	598	2	592	541	536	66	534	68	64	54	548	52	542
13	47	558	19	578	39	566	27	570	588	63	97	508	69	528	89	516	77	520	538
589	22	575	50	555	30	567	42	563	12	539	72	525	100	505	80	517	92	513	62
11	582	23	554	43	574	31	562	35	590	61	532	73	504	93	524	81	512	85	540
596	551	46	579	26	559	38	571	34	5	546	501	96	529	76	509	88	521	84	55
1	48	557	20	577	40	565	28	569	600	51	98	507	70	527	90	515	78	519	550
593	21	576	49	556	29	568	41	564	8	543	71	526	99	506	79	518	91	514	58
7	581	24	553	44	573	32	561	36	594	57	531	74	503	94	523	82	511	86	544
595	552	45	580	25	560	37	572	33	6	545	502	95	530	75	510	87	522	83	56
9	15	585	17	583	587	597	3	599	10	59	65	535	67	533	537	547	53	549	60
				1										2					
491	486	116	484	118	114	104	498	102	492	441	436	166	434	168	164	154	448	152	442
113	147	458	119	478	139	466	127	470	488	163	197	408	169	428	189	416	177	420	438
489	122	475	150	455	130	467	142	463	112	439	172	425	200	405	180	417	192	413	162
111	482	123	454	143	474	131	462	135	490	161	432	173	404	193	424	181	412	185	440
496	451	146	479	126	459	138	471	134	105	446	401	196	429	176	409	188	421	184	155
101	148	457	120	477	140	465	128	469	500	151	198	407	170	427	190	415	178	419	450
493	121	476	149	456	129	468	141	464	108	443	171	426	199	406	179	418	191	414	158
107	481	124	453	144	473	132	461	136	494	157	431	174	403	194	423	182	411	186	444
495	452	145	480	125	460	137	472	133	106	445	402	195	430	175	410	187	422	183	156
109	115	485	117	483	487	497	103	499	110	159	165	435	167	433	437	447	153	449	160
				3										4					
391	386	216	384	218	214	204	398	202	392	341	336	266	334	268	264	254	348	252	342
213	247	358	219	378	239	366	227	370	388	263	297	308	269	328	289	316	277	320	338
389	222	375	250	355	230	367	242	363	212	339	272	325	300	305	280	317	292	313	262
211	382	223	354	243	374	231	362	235	390	261	332	273	304	293	324	281	312	285	340
396	351	246	379	226	359	238	371	234	205	346	301	296	329	276	309	288	321	284	255
201	248	357	220	377	240	365	228	369	400	251	298	307	270	327	290	315	278	319	350
393	221	376	249	356	229	368	241	364	208	343	271	326	299	306	279	318	291	314	258
207	381	224	353	244	373	232	361	236	394	257	331	274	303	294	323	282	311	286	344
395	352	245	380	225	360	237	372	233	206	345	302	295	330	275	310	287	322	283	256
209	215	385	217	383	387	397	203	399	210	259	265	335	267	333	337	347	253	349	260
				5										6					

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 600. These magic squares are of equal magic sums:

 $S_{10\times10}(1) = S_{10\times10}(2) = S_{10\times10}(3) = S_{10\times10}(4) = S_{10\times10}(5) = S_{10\times10}(6) := 3005.$

The above magic squares are known as **block-bordered** magic squares. The inner blocks are **pandiagonal** magic squares of order 8 divided in four **pandigonal** magic squares of order 4.

										591	586	16	584	18	14	4	598	2	592										
										13	26	20	580	582	569	31	571	25	588										
										589	23	564	562	35	568	36	38	578	12										
										11	24	34	49	554	43	556	567	577	590										
										596	29	40	44	555	50	553	561	572	5										
										1	579	42	558	45	552	47	559	22	600										
										593	574	560	551	48	557	46	41	27	8										
										7	573	563	39	566	33	565	37	28	594										
										595	576	581	21	19	32	570	30	575	6										
										9	15	585	17	583	587	597	3	599	10										
491	486	116	484	118	114	104	498	102	492	541	536	66	534	68	64	54	548	52	542										
113	126	120	480	482	469	131	471	125	488	63	76	70	530	532	519	81	521	75	538										
489	123	464	462	135	468	136	138	478	112	539	73	514	512	85	518	86	88	528	62										
111	124	134	149	454	143	456	467	477	490	61	74	84	99	504	93	506	517	527	540										
496	129	140	144	455	150	453	461	472	105	546	79	90	94	505	100	503	511	522	55										
101	479	142	458	145	452	147	459	122	500	51	529	92	508	95	502	97	509	72	550										
493	474	460	451	148	457	146	141	127	108	543	524	510	501	98	507	96	91	77	58										
107	473	463	139	466	133	465	137	128	494	57	523	513	89	516	83	515	87	78	544										
495	476	481	121	119	132	470	130	475	106	545	526	531	71	69	82	520	80	525	56										
109	115	485	117	483	487	497	103	499	110	59	65	535	67	533	537	547	53	549	60										
										441	436	166	434	168	164	154	448	152	442	391	386	216	384	218	214	204	398	202	392
										163	176	170	430	432	419	181	421	175	438	213	226	220	380	382	369	231	371	225	388
										439	173	414	412	185	418	186	188	428	162	389	223	364	362	235	368	236	238	378	212
										161	174	184	199	404	193	406	417	427	440		224	234	249					377	390
										446	179	190	194	405	200	403	411	422	155		229	240	244		250		361	372	205
										151	429	192	408	195	402	197	409	172	450		379	242			352		359		400
										443	424		401	198	407	196	191	177	158		374	360	351	248		246	241	227	208
										157	423	413	189	416	183	415	187	178	444		373	363	239	366	233		237	228	394
										445	426		171	169	182	420	180	425	156		376	381	221	219	232	370	230		206
										159	165	435	167	433		447	153	449	160	209	215	385	217	383	387	397	203	399	210
										341	336	266	334	268	264	254	348	252	342										
										263	276		330	332	319 318	281	321	275	338										
										339	273 274	314	312 299	285		286	288 317	328	262										
										261 346	274	284 290	299	304 305	293 300	306 303	317	327 322	340 255										
										251	329	290	308	295	300	297	309	272	350										
										343	323		301	298	302	296	291	277	258										
										257	323	313	289	316	283	315	287	278	344										
										345	326	331	271	269	282	320	280	325	256										
										259	265	335	267	333	337	347	253	349	260										
															557		200	0.0	200										

Example 1.28. Let's consider the following six magic squares of order 10:

591	584	586	598	18	16	14	4	2	592	5	41 5	534	536	548	68	66	64	54	52	542
13	30	572	573	27	26	575	31	570	588	6	3	80	522	523	77	76	525	81	520	538
11	571	29	28	574	576	25	569	32	590	6	51	521	79	78	524	526	75	519	82	540
7	19	581	580	22	577	24	568	33	594	5	7	69	531	530	72	527	74	518	83	544
1	582	20	21	579	23	578	34	567	600	5	51 5	532	70	71	529	73	528	84	517	550
589	43	558	38	563	42	560	561	39	12	53	39	93	508	88	513	92	510	511	89	62
593	557	44	564	37	559	41	40	562	8	54	43	507	94	514	87	509	91	90	512	58
595	556	45	565	36	47	553	552	50	6	54	45 5	506	95	515	86	97	503	502	100	56
596	46	555	35	566	554	48	49	551	5	54	46	96	505	85	516	504	98	99	501	55
9	17	15	3	583	585	587	597	599	10	5	9	67	65	53	533	535	537	547	549	60
				1											2					
541	534	536	548	68	66	64	54	52	542	4	41	434	436	448	168	166	164	154	152	442
63	80	522	523	77	76	525	81	520	538	16	53 ⁻	180	422	423	177	176	425	181	420	438
61	521	79	78	524	526	75	519	82	540	10	61	421	179	178	424	426	175	419	182	440
57	69	531	530	72	527	74	518	83	544	15	57	169	431	430	172	427	174	418	183	444
51	532	70	71	529	73	528	84	517	550	15	51	432	170	171	429	173	428	184	417	450
539	93	508	88	513	92	510	511	89	62	43	39	193	408	188	413	192	410	411	189	162
543	507	94	514	87	509	91	90	512	58	44	43	407	194	414	187	409	191	190	412	158
545	506	95	515	86	97	503	502	100	56	44	45	406	195	415	186	197	403	402	200	156
546	96	505	85	516	504	98	99	501	55	44	46	196	405	185	416	404	198	199	401	155
59	67	65	53	533	535	537	547	549	60	15	59	167	165	153	433	435	437	447	449	160
				3						_					4					
391	384	386	398	218	216	214	204	202	392	3	41 3	334	336	348	268	266	264	254	252	342
213	230	372	373	227	226	375	231	370	388	26	63 2	280	322	323			325	281	320	338
211	371		228		376						_	321			324			319	282	
									394		_				272					
									400						329				_	
	243														313					
	357										_				287					
	356										_				286			<u> </u>		
	246														316					
209	217	215	203		385	387	397	399	210	2	59	267	265	253	333	335	337	347	349	260
				5											6					

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 600. These magic squares are of equal magic sums:

 $S_{10\times10}(1) = S_{10\times10}(2) = S_{10\times10}(3) = S_{10\times10}(4) = S_{10\times10}(5) = S_{10\times10}(6) := 3005.$

The above magic squares are known as **block-bordered** magic squares. The inner blocks are **striped** magic squares of order 8.

	3	1	599	597	596	6	594	8	9	592										
	598	600	2	4	5	595	7	593	11	590										
	25	576	33	567	566	565	34	38	591	10										
	575	26	562	40	560	41	43	557	589	12										
	27	574	556	555	47	48	552	45	588	13										
	573	28	50	46	553	554	49	551	14	587										
	572	29	39	558	42	559	561	44	586	15										
	570	31	563	37	35	36	564	568	16	585										
	32	569	17	583	19	581	24	22	578	580										
	30	571	584	18	582	20	577	579	23	21										
103 101 499 497 496 106 494 108 109 492	53	51	549	547	546	56	544	58	59	542										
498 500 102 104 105 495 107 493 111 490	548	550	52	54	55	545	57	543	61	540										
125 476 133 467 466 465 134 138 491 110	75	526	83	517	516	515	84	88	541	60										
475 126 462 140 460 141 143 457 489 112	525	76	512	90	510	91	93	507	539	62										
127 474 456 455 147 148 452 145 488 113	77	524	506	505	97	98	502	95	538	63										
473 128 150 146 453 454 149 451 114 487	523	78	100	96	503	504	99	501	64	537										
472 129 139 458 142 459 461 144 486 115	522	79	89	508	92	509	511	94	536	65										
470 131 463 137 135 136 464 468 116 485	520	81	513	87	85	86	514	518	66	535										
132 469 117 483 119 481 124 122 478 480	82	519	67	533	69	531	74	72	528	530										
130 471 484 118 482 120 477 479 123 121	80	521	534	68	532	70	527	529	73	71										
	153	151	449	447	446	156	444	158	159	442	203	201	399	397	396	206	394	208	209	392
	448	450	152	154	155	445	157	443	161	440	398	400	202	204	205	395	207	393	211	390
	175	426	183	417	416	415	184	188	441	160	225	376	233	367	366	365	234	238	391	210
	425	176	412	190	410	191	193	407	439	162	375	226	362	240	360	241	243	357	389	212
	177	424	406	405	197	198	402	195	438	163	227	374	356	355	247	248	352	245	388	213
	423	178	200	196	403	404	199	401	164	437	373	228	250	246	353	354	249	351	214	387
	422	179	189	408	192	409	411	194	436	165	372	229	239	358	242	359	361	244	386	215
	420	181	413	187	185	186	414	418	166	435	370	231	363	237	235	236	364	368	216	385
	182	419	167	433	169	431	174	172	428	430	232	369	217	383	219	381	224	222	378	380
	180	421	434	168	432	170	427	429	173	171	230	371	384	218	382	220	377	379	223	221
	253	251	349	347	346	256	344	258	259	342										
	348	350	252	254	255	345	257	343	261	340										
	275	326	283	317	316	315	284	288	341	260										
	325	276	312	290	310	291	293	307	339	262										
	277	324	306	305	297	298	302	295	338	263										
	323	278	300	296	303	304	299	301	264	337										
	322	279	289	308	292	309	311	294	336	265										
	320	281	313	287	285	286	314	318	266	335										
	282	319	267	333	269	331	274	272	328	330										
	280	321	334	268	332	270	327	329	273	271										

Example 1.29. Let's consider the following six magic squares of order 10:

3	1	599	597	596	6	594	8	9	592	53	51	549	547	546	56	544	58	59	542
598	600	2	4	5	595	7	593	11	590	548	550	52	54	55	545	57	543	61	540
25	576	33	567	566	565	34	38	591	10	75	526	83	517	516	515	84	88	541	60
575	26	562	40	560	41	43	557	589	12	525	76	512	90	510	91	93	507	539	62
27	574	556	555	47	48	552	45	588	13	77	524	506	505	97	98	502	95	538	63
573	28	50	46	553	554	49	551	14	587	523	78	100	96	503	504	99	501	64	537
572	29	39	558	42	559	561	44	586	15	522	79	89	508	92	509	511	94	536	65
570	31	563	37	35	36	564	568	16	585	520	81	513	87	85	86	514	518	66	535
32	569	17	583	19	581	24	22	578	580	82	519	67	533	69	531	74	72	528	530
30	571	584	18	582	20	577	579	23	21	80	521	534	68	532	70	527	529	73	71
				1										2					
103	101	499	497	496	106	494	108	109	492	153	151	449	447	446	156	444	158	159	442
498	500	102	104	105	495	107	493	111	490	448	450	152	154	155	445	157	443	161	440
125	476	133	467	466	465	134	138	491	110	175	426	183	417	416	415	184	188	441	160
475	126	462	140	460	141	143	457	489	112	425	176	412	190	410	191	193	407	439	162
127	474	456	455	147	148	452	145	488	113	177	424	406	405	197	198	402	195	438	163
473	128	150	146	453	454	149	451	114	487	423	178	200	196	403	404	199	401	164	437
472	129	139	458	142	459	461	144	486	115	422	179	189	408	192	409	411	194	436	165
470	131	463	137	135	136	464	468	116	485	420	181	413	187	185	186	414	418	166	435
132	469	117	483	119	481	124	122	478	480	182	419	167	433	169	431	174	172	428	430
130	471	484	118	482	120	477	479	123	121	180	421	434	168	432	170	427	429	173	171
				3										4					
203	201	399	397	396	206	394	208	209	392	253	251	349	347	346	256	344	258	259	342
398	400	202	204	205	395	207	393	211	390	348	350	252	254	255	345	257	343	261	340
225	376	233	367	366	365	234	238	391	210	275	326	283	317	316	315	284	288	341	260
				360				389	212	325	276	312	290	310	291	293	307	339	262
227	374	356	355	247	248	352	245	388	213										263
						249										299			
372	229	239	358	242	359	361	244	386	215	322	279	289	308	292	309	311	294	336	265
370	231	363	237	235	236	364	368	216	385	320	281	313	287	285	286	314	318	266	335
						224				282									330
230	371	384	218	382	220	377	379	223	221	280	321	334	268	332	270	327	329	273	271
				5										6					

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 600. These magic squares are of equal magic sums:

 $S_{10\times10}(1) = S_{10\times10}(2) = S_{10\times10}(3) = S_{10\times10}(4) = S_{10\times10}(5) = S_{10\times10}(6) := 3005.$

The above magic squares are known as **double-digits** bordered magic squares.

											591	586	16	584	18	14	4	598	2	592										
											13	47	558	19	578	39	566	27	570	588										
											589	22	575	50	555	30	567	42	563	12										
											11	582	23	554	43	574	31	562	35	590										
											596	551	46	579	26	559	38	571	34	5										
											1	48	557	20	577	40	565	28	569	600										
											593	21	576	49	556	29	568	41	564	8										
											7	581	24	553	44	573	32	561	36	594										
											595	552	45	580	25	560	37	572	33	6										
											9	15	585	17	583	587	597	3	599	10										
49	91	486	116	484	118	114	104	498	102	492	541	536	66	534	68	64	54	548	52	542										
11	3	147	458	119	478	139	466	127	470	488	63	97	508	69	528	89	516	77	520	538										
48	39	122	475	150	455	130	467	142	463	112	539	72	525	100	505	80	517	92	513	62										
11	11	482	123	454	143	474	131	462	135	490	61	532	73	504	93	524	81	512	85	540										
49	96	451	146	479	126	459	138	471	134	105	546	501	96	529	76	509	88	521	84	55										
10)1	148	457	120	477	140	465	128	469	500	51	98	507	70	527	90	515	78	519	550										
49	93	121	476	149	456	129	468	141	464	108	543	71	526	99	506	79	518	91	514	58										
10)7	481	124	453	144	473	132	461	136	494	57	531	74	503	94	523	82	511	86	544										
49	95	452	145	480	125	460	137	472	133	106	545	502	95	530	75	510	87	522	83	56										
10)9	115	485	117	483	487	497	103	499	110	59	65	535	67	533	537	547	53	549	60										
											441	436	166	434	168	164	154	448	152	442	391	386	216	384	218	214	204	398	202	392
											163	197	408	169	428	189	416	177	420	438	213	247	358	219	378	239	366	227	370	388
											439	172	425	200	405	180	417	192	413	162	389	222	375	250	355	230	367	242	363	212
											161	432	173	404	193	424	181	412	185	440	211	382	223	354	243	374	231	362	235	390
											446	401	196	429	176	409	188	421	184	155	396	351	246	379	226	359	238	371	234	205
											151	198	407	170	427	190	415	178	419	450	201	248	357	220	377	240	365	228	369	400
											443	171	426	199	406	179	418	191	414	158	393	221	376	249	356	229	368	241	364	208
											157	431	174	403	194	423	182	411	186	444	207	381	224	353	244	373	232	361	236	394
											445	402	195	430	175	410	187	422	183	156	395	352	245	380	225	360	237	372	233	206
											159	165	435	167	433	437	447	153	449	160	209	215	385	217	383	387	397	203	399	210
											341	336	266	334	268	264	254	348	252	342										
											263	297	308	269	328	289	316	277	320	338										
											339	272	325	300	305	280	317	292	313	262										
											261	332	273	304	293	324	281	312	285	340										
											346	301	296	329	276	309	288	321	284	255										
											251	298	307	270	327	290	315	278	319	350										
											343	271	326	299	306	279	318	291	314	258										
											257	331	274	303	294	323	282	311	286	344										
											345	302	295	330	275	310	287	322	283	256										
											259	265	335	267	333	337	347	253	349	260										
																					•									

Example 1.30. Let's consider the following six magic squares of order 10:

49	554	43	556	561	40	31	570	18	583	99	504	93	506	511	90	81	520	68	533
44	555	50	553	41	560	19	582	5	596	94	505	100	503		510	69	532	55	546
558	45	552	47	559	42	572	29	594	7	508	95	502	97	509	92	522	79	544	57
551	48	557	46	567	34	27	574	599	2	501	98	507	96	517	84	77	524	549	52
36	35	562	568	38	564	25	576	595	6	86	85	512	518	88	514	75	526	545	56
565	566	39	33	37	563	571	30	10	591	515	516	89	83	87	513	521	80	60	541
28	26	580	569	24	579	578	20	588	13	78	76	530	519	74	529	528	70	538	63
573	575	21	32	577	22	581	23	8	593	523	525	71	82	527	72	531	73	58	543
15	584	12	590	9	598	597	585	1	14	65	534	62	540	59	548	547	535	51	64
586	17	589	11	592	3	4	16	587	600	536	67	539	61	542	53	54	66	537	550
				1										2					
<mark>149</mark>	454	143	456	461	140	131	470	118	483	199	404	193	406	411	190	181	420	168	433
144	455	150	453	141	460	119	482	105	496	194	405	200	403	191	410	169	432	155	446
<mark>458</mark>	145	452	147	459	142	472	129	494	107	408	195	402	197	409	192	422	179	444	157
<mark>451</mark>	148	457	146	467	134	127	474	499	102	401	198	407	196	417	184	177	424	449	152
136	135	462	468	138	464	125	476	495	106	186	185	412	418	188	414	175	426	445	156
465	466	139	133	137	463	471	130	110	491	415	416	189	183	187	413	421	180	160	441
128	126	480	469	124	479	478	120	488	113	178	176	430	419	174	429	428	170	438	163
473	475	121	132	477	122	481	123	108	493	423	425	171	182	427	172	431	173	158	443
115	484	112	490	109	498	497	485	101	114	165	434	162	440	159	448	447	435	151	164
486	117	489	111	492	103	104	116	487	500	436	167	439	161	442	153	154	166	437	450
				3										4					
249	354	243	356	361	240	231	370	218	383	299	304	293	306	311	290	281	320	268	333
244	355	250	353	241	360	219	382	205	396	294	305	300	303	291	310	269	332	255	346
358	245	352	247	359	242	372	229	394	207	308	295	302	297	309	292	322	279	344	257
351	248	357	246	367	234	227	374	399	202	301	298	307	296	317	284	277	324	349	252
236	235	362	368	238	364	225	376	395	206	286	285	312	318	288	314	275	326	345	256
365	366	239	233	237	363	371	230	210	391	315	316	289	283	287	313	321	280	260	341
228	226	380	369	224	379	378	220	388	213	278	276	330	319	274	329	328	270	338	263
373	375	221	232	377	222	381	223	208	393	323	325	271	282	327	272	331	273	258	343
215	384	212	390	209	398	397	385	201	214	265	334	262	340	259	348	347	335	251	264
386	217	389	211	392	203	204	216	387	400	336	267	339	261	342	253	254	266	337	350
				5										6					

These magic squares are constructed using sequential numbers from 1 to 384. These magic squares are of equal magic sums:

 $S_{10\times10}(1) = S_{10\times10}(2) = S_{10\times10}(3) = S_{10\times10}(4) = S_{10\times10}(5) = S_{10\times10}(6) := 3005.$

The above magic squares are known as **cornered** magic squares. The corner blocks are magic squares of orders 4, 6 and 8.

																				1									
										583	596	7	2	6	591	13	593	14	600										
										18	5	594	599	595	10	588	8	1	587										
										570	582	29	574	576	30	20	23	585	16										
										31	19	572	27	25	571	578	581	597	4										
										40	560	42	34	564	563	579	22	598	3										
										561	41	559	567	38	37	24	577	9	592										
										556	553	47	46	568	33	569	32	590	11										
										43	50	552	557	562	39	580	21	12	589										
										554	555	45	48	35	566	26	575	584	17										
										49	44	558	551	36	565	28	573	15	586										
486	115	473	128	465	136	451	458	144	149	99	504	93	506	511	90	81	520	68	533										
117	484	475	126	466	135	148	145	455	454	94	505	100	503	91	510	69	532	55	546										
489	112	121	480	139	462	457	452	150	143	508	95	502	97	509	92	522	79	544	57										
111	490	132	469	133	468	146	147	453	456	501	98	507	96	517	84	77	524	549	52										
492	109	477	124	137	138	467	459	141	461	86	85	512	518	88	514	75	526	545	56										
103	498	122	479	463	464	134	142	460	140	515	516	89	83	87	513	521	80	60	541										
104	497	481	478	471	125	127	472	119	131	78	76	530	519	74	529	528	70	538	63										
116	485	123	120	130	476	474	129	482	470	523	525	71	82	527	72	531	73	58	543										
487	101	108	488	110	495	499	494	105	118	65	534	62	540	59	548	547	535	51	64										
500	114	493	113	491	106	102	107	496	483	536	67	539	61	542	53	54	66	537	550										
										400	387	216	204	203	392	211	389	217	386	333	346	257	252	256	341	263	343	264	350
										214	201	385	397	398	209	390	212	384	215	268	255	344	349	345	260	338	258	251	337
										393	208	223	381	222	377	232	221	375	373	320	332	279	324	326	280	270	273	335	266
										213	388	220	378	379	224	369	380	226	228	281	269	322	277	275	321	328	331	347	254
										391	210	230	371	363	237	233	239	366	365	290	310	292	284	314	313	329	272	348	253
										206	395	376		364	238	368	362	235			291	309	317	288	287	274	327	259	342
										202	399	374		234	367	246	357	248		306	303	297	296	318	283	319	282	340	261
										207	394	229		242	359	247	352	245		293	300	302	307	312	289	330	271	262	339
										396	205	382		360	241	353	250	355			305	295	298	285	316	276	325	334	267
										383	218	370	231	240	361	356	243	354	249	299	294	308	301	286	315	278	323	265	336
										436	165	423	178	415	186	401	408	194	199										
										167	434	425		416	185	198	195	405	404										
										439	162	171	430	189	412	407	402	200	193										
										161	440	182		183	418	196	197	403	406										
										442	159	427	174	187	188	417	409	191	411										
										153	448	172		413	414	184	192	410	190										
										155	440	431		415	175	104	422	169	181										
										154	447	173	420	180	426	424	422 179												
																		432	420										
										437	151	158		160	445	449	444	155	168										
										450	164	443	163	441	156	152	157	446	433										

2 Author's Contributions to Magic Squares

For author's contribution to **magic squares** and **recreation numbers** please see the links below:

- Inder J. Taneja, Magic Squares,
 - 1. https://inderjtaneja.wordpress.com/2019/06/27/publications-magic-squares/
 - 2. https://numbers-magic.com/?p=668
- Inder J. Taneja, Recreation of Numbers,
 - 1. https://inderjtaneja.wordpress.com/2019/06/27/publications-recreation-of-numbers/
 - 2. https://numbers-magic.com/?p=671

References

- [1] C. Boyer, Multimagic Squares, http://www.multimagie.com.
- [2] W. Trump, Perfect Magic Cubes, *https://shorturl.at/lyL3R*
- [3] W. Trump, New Discoveries in the History of Magic Cubes, https://shorturl.at/qXwCh
- [4] **W. Walkington** Magic Box Cubes, Rubik's Cubes and Twisty Puzzles, *https://shorturl.at/EaQRy*
- [5] H. White, Bordered Magic Squares http://budshaw.ca/Download.html
- [6] A. Winkel, The Magic Encyclopedia, http://magichypercubes.com/Encyclopedia/

• Block-Wise Magic Squares

- [7] Inder J. Taneja, Block-Wise Constructions of Magic and Bimagic Squares of Orders 8 to 108, May 15, 2019, pp. 1-43, Zenodo, http://doi.org/10.5281/zenodo.2843326.
- [8] Inder J. Taneja, Block-Wise Equal Sums Pandiagonal Magic Squares of Order 4k, Zenodo, January 31, 2019, pp. 1-17, http://doi.org/10.5281/zenodo.2554288.
- [9] Inder J. Taneja, Magic Rectangles in Construction of Block-Wise Pandiagonal Magic Squares, Zenodo, January 31, 2019, pp. 1-49, http://doi.org/10.5281/zenodo.2554520.
- [10] Inder J. Taneja, Block-Wise Equal Sums Magic Squares of Orders 3k and 6k, Zenodo, February 1, 2019, pp. 1-55, http://doi.org/10.5281/zenodo.2554895.

- [11] Inder J. Taneja, Block-Wise Unequal Sums Magic Squares, Zenodo, February 1, 2019, pp. 1-52, http://doi.org/10.5281/zenodo.2555260.
- [12] Inder J. Taneja, Block-Wise Magic and Bimagic Squares of Orders 12 to 36, Zenodo, February 1, 2019, pp. 1-53, http://doi.org/10.5281/zenodo.2555343.
- [13] Inder J. Taneja, Block-Wise Magic and Bimagic Squares of Orders 39 to 45, Zenodo, February 2, 2019, pp. 1-73, http://doi.org/10.5281/zenodo.2555889.

• Bordered Magic Squares

- [14] Inder J. Taneja, Nested Magic Squares With Perfect Square Sums, Pythagorean Triples, and Borders Differences, Zenodo, June 14, 2019, pp. 1-59, http://doi.org/10.5281/zenodo.3246586.
- [15] Inder J. Taneja, Symmetric Properties of Nested Magic Squares, Zenodo, June 29, 2019, pp. 1-55, http://doi.org/10.5281/zenodo.3262170.
- [16] Inder J. Taneja, General Sum Symmetric and Positive Entries Nested Magic Squares, Zenodo, July 04, 2019, pp. 1-55, http://doi.org/10.5281/zenodo.3268877.
- [17] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares With Order Square Magic Sums, Zenodo, January 20, 2020, pp. 1-26, http://doi.org/10.5281/zenodo.3613690.
- [18] Inder J. Taneja, Fractional and Decimal Type Bordered Magic Squares With Magic Sum 2020. Zenodo, January 20, 2020, pp.1-25. http://doi.org/10.5281/zenodo.3613698.
- [19] Inder J. Taneja, Fractional and Decimal Type Bordered Magic Squares With Magic Sum 2021, Zenodo, December 16, 2020, pp. 1-33, http://doi.org/10.5281/zenodo.4327333.
- [20] Inder J. Taneja, Inder J. Taneja, Block-Wise and Block-Bordered Magic Squares With Magic Sum 2022, Zenodo, December 28, 2021, pp. 1-38, https://doi.org/10.5281/zenodo.5807789

• Block-Bordered Magic Squares

- [21] Inder J. Taneja, Block-Bordered Magic Squares of Prime and Double Prime Numbers I, Zenodo, August 18, 2020, pp. 1-81, http://doi.org/10.5281/zenodo.3990291.
- [22] Inder J. Taneja, Block-Bordered Magic Squares of Prime and Double Prime Numbers II, Zenodo, August 18, 2020, pp. 1-90, http://doi.org/10.5281/zenodo.3990293.
- [23] Inder J. Taneja, Block-Bordered Magic Squares of Prime and Double Prime Numbers III, Zenodo, September 01, 2020, pp. 1-93, http://doi.org/10.5281/zenodo.4011213.

• Block-Wise and Block-Bordered Magic Squares

- [24] Inder J. Taneja, Block-Wise and Block-Bordered Magic and Bimagic Squares With Magic Sums 21, 21² and 2021. Zenodo, December 16, 2020, pp. 1-118, http://doi.org/10.5281/zenodo.4380343.
- [25] Inder J. Taneja, Block-Wise and Block-Bordered Magic and Bimagic Squares of Orders 10 to 47. Zenodo, January 14, 2021, pp. 1-185, http://doi.org/10.5281/zenodo.4437783.
- [26] Inder J. Taneja, Bordered and Block-Wise Bordered Magic Squares: Odd Order Multiples, Zenodo, Feburary 10, 2021, pp. 1-75, http://doi.org/10.5281/zenodo.4527739
- [27] Inder J. Taneja, Bordered and Block-Wise Bordered Magic Squares: Even Order Multiples, Zenodo, Feburary 10, 2021, pp. 1-96, http://doi.org/10.5281/zenodo.4527746

• Bordered Magic Squares Multiples of Even Order Magic Squares

- [28] Inder J. Taneja, Block-Wise Bordered and Pandiagonal Magic Squares Multiples of 4, Zenodo, August 31, 2021, pp. 1-148, https://doi.org/10.5281/zenodo.5347897.
- [29] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 6, Zenodo, July 25, 2023, pp. 1-32, https://doi.org/10.5281/zenodo.8184983.
- [30] Inder J. Taneja, Bordered and Pandiagonal Magic Squares Multiples of 8, Zenodo, July 26, 2023, pp. 1-58, https://doi.org/10.5281/zenodo.8187791.
- [31] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 10, Zenodo, July 26, pp. 1-40, https://doi.org/10.5281/zenodo.8187888.
- [32] Inder J. Taneja, Bordered and Pandiagonal Magic Squares Multiples of 12, Zenodo, July 27, 2023, pp. 1-31, https://doi.org/10.5281/zenodo.8188293.
- [33] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 14, Zenodo, July 27, pp. 1-33, https://doi.org/10.5281/zenodo.8188395.
- [34] Inder J. Taneja, Bordered and Pandiagonal Magic Squares Multiples of 16, Zenodo, July 27, pp. 1-30, https://doi.org/10.5281/zenodo.8190884.
- [35] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 18, Zenodo, July 28, pp. 1-31, https://doi.org/10.5281/zenodo.8191223.
- [36] Inder J. Taneja, Bordered and Pandiagonal Magic Squares Multiples of 20, Zenodo, July 28, pp. 1-45, https://doi.org/10.5281/zenodo.8191426.

• Bordered Magic Squares Multiples of Odd Order Magic Squares

- [37] Inder J. Taneja, Block-Wise Bordered and Pandiagonal Magic Squares Multiples of 3, Zenodo, May 05, pp. 1-29, 2023, https://doi.org/10.5281/zenodo.7898383.
- [38] **Inder J. Taneja**, Bordered and Pandiagonal Magic Squares Multiples of 5, **Zenodo**, July 23, 2023, pp. 1-36, *https://doi.org/10.5281/zenodo.8175759*.
- [39] Inder J. Taneja, Bordered and Pandiagonal Magic Squares Multiples of 7, Zenodo, July 23, pp. 1-34, 2023, https://doi.org/10.5281/zenodo.8176061.
- [40] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 9, Zenodo, July 23, 2023, pp. 1-28, https://doi.org/10.5281/zenodo.8176357.
- [41] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 11, Zenodo, July 24, pp. 1-34, 2023, https://doi.org/10.5281/zenodo.8176475.
- [42] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 13, Zenodo, July 24, pp. 1-32, 2023, https://doi.org/10.5281/zenodo.8178879.
- [43] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 15, Zenodo, July 24, pp. 1-35, 2023, https://doi.org/10.5281/zenodo.8178935.
- [44] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 17, Zenodo, July 25, pp. 1-26, 2023, https://doi.org/10.5281/zenodo.8180706.
- [45] Inder J. Taneja, Bordered Magic Squares Multiples of 19, Zenodo, July 25, pp. 1-31, 2023, https://doi.org/10.5281/zenodo.8180919.

• Magic Squares With Bordered Magic Rectangles

- [46] Inder J. Taneja, Different Styles of Magic Squares of Orders 6, 8, 10 and 12 Using Bordered Magic Rectangles, Zenodo, November 14, 2022, pp. 1-26, https://doi.org/10.5281/zenodo.7319985.
- [47] Inder J. Taneja, Different Styles of Magic Squares of Order 14 Using Bordered Magic Rectangles, Zenodo, November 14, 2022, pp. 1-40, https://doi.org/10.5281/zenodo.7319787.
- [48] Inder J. Taneja, Different Styles of Magic Squares of Order 16 Using Bordered Magic Rectangles, Zenodo, November 14, 2022, pp. 1-63, https://doi.org/10.5281/zenodo.7320116.
- [49] Inder J. Taneja, Different Styles of Magic Squares of Order 18 Using Bordered Magic Rectangles, Zenodo, November 14, 2022, pp. 1-85, https://doi.org/10.5281/zenodo.7320131.

- [50] Inder J. Taneja, Different Styles of Magic Squares of Order 20 Using Bordered Magic Rectangles, Zenodo, November 14, 2022, pp. 1-88, https://doi.org/10.5281/zenodo.7320877.
- [51] Inder J. Taneja, Few Examples of Magic Squares of Even Orders 6 to 18 Using Bordered Magic Rectangles, Zenodo, October 19, 2022, pp. 1-30, https://doi.org/10.5281/zenodo.7225854.
- [52] Inder J. Taneja, Few Examples of Magic Squares of Even Orders 20 to 30 Using Bordered Magic Rectangles, Zenodo, October 19, 2022, pp. 1-100, https://doi.org/10.5281/zenodo.7225886.
- [53] Inder J. Taneja, Single Crossed Bordered Magic Rectangles and Magic Squares of Order 40, Zenodo, January 24, 2023, pp. 1-76, https://doi.org/10.5281/zenodo.7565946
- [54] Inder J. Taneja, Double Crossed Bordered Magic Rectangles and Magic Squares of Order 40, Zenodo, January 30, 2023, pp. 1-102, https://doi.org/10.5281/zenodo.7585787
- [55] Inder J. Taneja, Magic Squares of Order 42 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, March 03, 2023, pp. 1-92, https://doi.org/10.5281/zenodo.7695834.
- [56] Inder J. Taneja, Single-Cross Bordered Magic Rectangles and Magic Squares of Order 42, Zenodo, March 03, 2023, pp. 1-69, https://doi.org/10.5281/zenodo.7695939
- [57] Inder J. Taneja, Double-Cross Bordered Magic Rectangles and Magic Squares of Order 42, Zenodo, March 03, 2023, pp. 1-59, https://doi.org/10.5281/zenodo.7696070.
- [58] Inder J. Taneja, Closed Double-Cross Bordered Magic Rectangles and Magic Squares of Order 42, Zenodo, March 03, 2023, pp. 1-28, https://doi.org/10.5281/zenodo.7696181.
- [59] Inder J. Taneja, 8000+ Magic Squares of Order 22 in Different Styles, Models and Designs, Zenodo, April 08, pp. 1-135, https://doi.org/10.5281/zenodo.7809478.

• Figured Magic Squares and Bordered Magic Rectangles

- [60] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Orders 6, 10, 12, 14 and 16 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, November 29, 2022, pp. 1-31, https://doi.org/10.5281/zenodo.7377674.
- [61] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Orders 18 and 20 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, November 29, 2022, pp. 1-87, https://doi.org/10.5281/zenodo.7377689.
- [62] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 22 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, November 29, 2022, pp. 1-61, https://doi.org/10.5281/zenodo.7377706.
- [63] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 24 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, November 29, 2022, pp. 1-104, https://doi.org/10.5281/zenodo.7377779.

- [64] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 26 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, November 29, 2022, pp. 1-88, https://doi.org/10.5281/zenodo.7377794.
- [65] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 28 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, December 02, 2022, pp. 1-179, https://doi.org/10.5281/zenodo.7390666.
- [66] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 30 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, December 02, 2022, pp. 1-179, https://doi.org/10.5281/zenodo.7390705.
- [67] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 32 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, December 22, 2022, pp. 1-310, https://doi.org/10.5281/zenodo.7472891.
- [68] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 34 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, December 27, 2022, pp. 1-193, https://doi.org/10.5281/zenodo.7486540.
- [69] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 36 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, December 27, 2022, pp. 1-140, https://doi.org/10.5281/zenodo.7486548.
- [70] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 38 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, January 03, 2023, pp. 1-133, https://doi.org/110.5281/zenodo.7500188.
- [71] Inder J. Taneja, Figured Magic Squares of Order 40 Using Bordered Magic Rectangles: A Systematic Procedure, Zenodo, January 03, 2023, pp. 1-157, https://doi.org/10.5281/zenodo.7500192.

• Double Digits Bordered Magic Squares

- [72] Inder J. Taneja, Two Digits Bordered Magic Squares Multiples of 4: Orders 8 to 24, Zenodo, April, 26, 2023, pp. 1-43, https://doi.org/10.5281/zenodo.7866956.
- [73] Inder J. Taneja, Two Digits Bordered Magic Squares of Orders 28 and 32, Zenodo, April, 26, 2023, pp. 1-36, https://doi.org/10.5281/zenodo.7866981.
- [74] Inder J. Taneja, Two Digits Bordered Magic Squares of Orders 10, 14, 18 and 22, Zenodo, April, 30, 2023, pp. 1-43, https://doi.org/10.5281/zenodo.7880931.
- [75] Inder J. Taneja, Two Digits Bordered Magic Squares of Orders 26 and 30, Zenodo, April, 30, 2023, pp. 1-45, https://doi.org/10.5281/zenodo.7880937.
- [76] Inder J. Taneja, Two Digits Bordered Magic Squares of Orders 36 and 40, Zenodo, May, 04, 2023, pp. 1-41, https://doi.org/10.5281/zenodo.7896709.
- [77] Inder J. Taneja, Two digits Bordered Magic Squares of Orders 34 and 38, Zenodo, May 10, 2023, pp. 1-45, https://doi.org/10.5281/zenodo.7922571.

Odd Order Magic Squares

- [78] Inder J. Taneja, Odd Order Magic Squares: Orders 3 to 15, Zenodo, June 15, 2023, pp. 1-43, https://doi.org/10.5281/zenodo.8043030.
- [79] Inder J. Taneja, Magic Squares of Orders 17 and 19, Zenodo, June 15, 2023, pp. 1-38, https://doi.org/10.5281/zenodo.8043105.
- [80] Inder J. Taneja, Magic Squares of Orders 21 and 23, Zenodo, June 15, 2023, pp. 1-43, https://doi.org/10.5281/zenodo.8043198.
- [81] **Inder J. Taneja**, Magic Squares of Order 25, **Zenodo**, June 15, 2023, pp. 1-27, https://doi.org/10.5281/zenodo.8043228.
- [82] Inder J. Taneja, Magic Squares of Order 27, Zenodo, August 06, 2023, pp. 1-32, https://doi.org/10.5281/zenodo.8218291.
- [83] **Inder J. Taneja**, Magic Squares of Order 29, **Zenodo**, August 06, 2023, pp. 1-30, https://doi.org/10.5281/zenodo.8218771.
- [84] Inder J. Taneja, Magic Squares of Order 31, Zenodo, August 06, 2023, pp. 1-35, https://doi.org/10.5281/zenodo.8219053.
- [85] **Inder J. Taneja**, Double Digits Even and Odd Orders Bordered Magic Squares Summary, *https://numbers-magic.com/?p=9406*.
- [86] Inder J. Taneja, New Concepts in Magic Squares: Double Digits Bordered Magic Squares of Orders 7 to 108, Zenodo, August 09, 2023, pp. 1-30, https://doi.org/10.5281/zenodo.8230214.

• Cornered Magic Squares

- [87] Inder J. Taneja, Cornered Magic Squares of Order 6, Zenodo, May 23, 2023, pp. 1-23, https://doi.org/10.5281/zenodo.7960679.
- [88] Inder J. Taneja, Cornered Magic Squares of Orders 5 to 13, Zenodo, June 03, 2023, pp. 1-71, https://doi.org/10.5281/zenodo.8000467.
- [89] Inder J. Taneja, Cornered Magic Squares of Orders 14 to 24, Zenodo, June 03, 2023, pp. 1-39, https://doi.org/10.5281/zenodo.8000471.
- [90] Inder J. Taneja, New Concepts in Magic Squares: Cornered Magic Squares of Orders 5 to 81, Zenodo, August 09, 2023, pp. 1-27, https://doi.org/10.5281/zenodo.8231157.

• Magic Sequares with Cornered Magic Rectangles

- [91] Inder J. Taneja, Different Types of Magic Rectangles, Zenodo, September 04, 2023, pp. 1-26, https://doi.org/10.5281/zenodo.8316719.
- [92] Inder J. Taneja, Different Types of Magic Rectangles in Construction of Magic Squares of Orders 14 and 18, Zenodo, September 10, 2023, pp. 1-32, https://doi.org/10.5281/zenodo.8331709.
- [93] Inder J. Taneja, Different Types of Magic Rectangles in Construction of Magic Squares of Order 22, Zenodo, September 10, 2023, pp. 1-36, https://doi.org/10.5281/zenodo.8331743.
- [94] Inder J. Taneja, Different Types of Magic Rectangles in Construction of Magic Squares of Order 26, Zenodo, September 10, 2023, pp. 1-39, https://doi.org/10.5281/zenodo.8331750.
- [95] Inder J. Taneja, Different Types of Magic Rectangles in Construction of Magic Squares of Order 30, Zenodo, September 10, 2023, pp. 1-44, https://doi.org/10.5281/zenodo.8331755.
- [96] Inder J. Taneja, Different Types of Magic Rectangles in Construction of Magic Squares of Order 34, Zenodo, September 10, 2023, pp. 1-49, https://doi.org/10.5281/zenodo.8331759.
- [97] Inder J. Taneja, Cornered Magic Squares in Construction of Magic Squares of Orders 16, 20, 24 and 28, Zenodo, September 10, 2023, pp. 1-35, https://doi.org/10.5281/zenodo.8332156.

• Striped Magic Squares

- [98] Inder J. Taneja, Striped Magic Squares of Even Orders 6, 8, 10, 12 and 14, Zenodo, November 10, 2023, pp. 1-34, https://doi.org/10.5281/zenodo.10107355. Site Link: https://numbers-magic.com/?p=10587.
- [99] Inder J. Taneja, Inder J. Taneja, Striped Magic Squares of 12 Revised, Zenodo, September 07, 2024, pp. 1-30, https://doi.org/10.5281/zenodo.13725031. Site Link: https://numbers-magic.com/?p=11781.
- [100] Inder J. Taneja, Striped Magic Squares of 16 Revised, Zenodo, September 07, 2024, pp. 1-39, https://doi.org/10.5281/zenodo.13720366. Site Link: https://numbers-magic.com/?p=12447.
- [101] Inder J. Taneja, Striped Magic Squares of 18, Zenodo, June 13, 2024, pp. 1-34, https://doi.org/10.5281/zenodo.11629567. Site Link: https://numbers-magic.com/?p=11911.
- [102] Inder J. Taneja, Striped Magic Squares of 20, Zenodo, August 24, 2024, pp. 1-34,

https://doi.org/10.5281/zenodo.11629567. Site Link: https://numbers-magic.com/?p=12326.

• Creative Magic Squares

- [103] Inder J. Taneja, Creative Magic Squares: Area Representations, Zenodo, June 22, pp. 1-45, 2021, http://doi.org/10.5281/zenodo.5009224.
- [104] Inder J. Taneja, Creative Magic Squares: Area Representations with Fraction Numbers Entries (Version 2), Zenodo, August 16, 2021, 1-77, https://doi.org/10.5281/zenodo.5209502.

• Magic Cubes

- [105] Inder J. Taneja, Rubik-style Magic Cubes Based on Magic Squares, Zenodo, October 12, 2024, pp. 1-67, https://doi.org/10.5281/zenodo.13922378. Site Link: https://numbers-magic.com/?p=12775.
- [106] Inder J. Taneja, Rubik-style Universal and Upside-down Magic CubesZenodo, October 12, 2024, pp. 1-45, https://doi.org/10.5281/zenodo.13922383. Site Link: https://numbers-magic.com/?p=12875.