

Probabilidade de impacto de tiro único em alvo poligonal

Jean Marcel Knapp dos Santos – Cap Av
Comando de Operações Aeroespaciais (COMAE), Brasília/DF – Brasil

Resumo – Os modelos tradicionais de estimativa de força possuem limitações que exigem a simplificação dos alvos, dos efeitos das munições e/ou das plataformas de armas. Os alvos precisam ser tratados como pontuais, circulares ou retangulares, e são aplicadas restrições à direção de ataque, à relação entre a precisão longitudinal e lateral de emprego da plataforma, e ao tipo de visada. Foi elaborado um método que unifica os cálculos de probabilidade de impacto de tiro único de alvos retangulares e circulares em um modelo único, que utiliza a discretização como forma de calcular a probabilidade de impacto em uma região de geometria qualquer. Essa região é obtida com base nas coordenadas geográficas dos vértices do alvo. O modelo proposto apresentou resultados semelhantes àqueles obtidos por meio dos modelos tradicionais para alvos com geometria retangular ou circular, bem como possibilitou o cálculo de probabilidade de sucesso de ataques contra alvos de qualquer geometria.

Palavras-Chave – Sistemas de Armas, Letalidade, Probabilidade

I. INTRODUÇÃO

Quando os alvos são simplificados a estruturas retangulares ou circulares, os métodos convencionais de cálculo de área e dimensões de retângulos e círculos podem ser aplicados, e os cálculos de probabilidade de acerto são facilmente definidos. Mas com isso, surgem novas limitações à direção de ataque, à precisão de acerto do sistema de armas ou ao modo de lançamento do armamento.

Além disso, os alvos podem ter qualquer geometria, não só retangular ou circular, e os parâmetros de emprego e características do sistema de armas nem sempre são simplificáveis.

No âmbito da estimativa de força, caso a probabilidade calculada seja menor que a probabilidade real, são alocados mais aeronaves e/ou armamentos que o necessário para obter a probabilidade de dano desejada, aumentando o custo e reduzindo a disponibilidade de recursos para serem utilizados em outras missões. Caso a probabilidade calculada seja maior que a probabilidade real, a estimativa de força é subdimensionada, podendo resultar em fracasso da missão.

Este artigo tem como objetivo estabelecer um método para estimar a probabilidade de acerto de um armamento em uma área ou estrutura horizontal de qualquer geometria, unificando as técnicas tradicionais em uma metodologia única de discretização, que pode ser utilizada tanto a partir das coordenadas dos vértices do alvo, como a partir das suas dimensões, proporcionando maior precisão ao cálculo de probabilidade de acerto (SSP_H) e da estimativa de força.

II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A. Distribuição normal cumulativa

A função acumulada $cdf(x)$ é obtida a partir da integração da função densidade de probabilidade a partir de infinito negativo até determinado valor x [1], expressa por:

$$\begin{aligned} cdf(x) &= \int_{-\infty}^x pdf(t) dt \\ &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dt \end{aligned} \quad (1)$$

É possível transformar uma normal $X \sim N(\mu, \sigma)$ em uma normal padrão $N(\mu = 0, \sigma = 1)$, de forma que seja obtida uma variável aleatória normal padronizada z [2], tal que:

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (2)$$

O valor de z obtido em (2) pode então ser utilizado para obter uma função distribuição cumulativa de uma normal padrão [2], expressa por:

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (3)$$

Com uma distribuição normal padronizada, onde $\mu = 0$ e $\sigma = 1$, é possível recorrer a *softwares* ou a uma tabela de distribuição normal padronizada, que já contém valores de $\phi(z)$ calculados para cada valor de z . Com isso, é possível calcular valores de $cdf(x)$ para cada valor de x , e vice-versa.

B. Implementação computacional da distribuição normal cumulativa

Alguns *softwares* possuem recursos nativos para resolver (1) e (3), como o *normdist* no Excel [3], *normcdf* no MATLAB [4] e *pnorm* no R [5].

Caso seja utilizada uma linguagem de programação que não disponha de funções para cálculos de probabilidade, a distribuição normal cumulativa $cdf(x)$ pode ser implementada da seguinte forma [6]:

$$cdf(x) = \frac{1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2} \times (\mu - x)}{2\sqrt{\sigma^2}}\right)}{2} \quad (4)$$

sendo $\operatorname{erf}(z)$ a função erro [1].

C. Distribuição normal cumulativa bivariada

Assume-se as variáveis positivas x e y como independentes, e as distribuições acumuladas $cdf(x)$, com domínio de $-x$ a x , e $cdf(y)$, com domínio de $-y$ a y , como definidas por (1). A distribuição acumulada $cdf(x, y)$ é obtida através da expressão:

$$\begin{aligned}
cdf(x, y) &= cdf(x) \times cdf(y) \\
&= \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \\
&\quad \times \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_x^2} - \frac{u^2}{2\sigma_y^2}\right) du dt
\end{aligned} \quad (5)$$

D. Conversão de coordenadas geográficas em vetores

As coordenadas geográficas são medidas em latitude e longitude. Um grau equivale a 60 minutos. Um minuto de latitude equivale a uma milha náutica (NM), ou 1.852 m, enquanto um minuto de longitude na linha do Equador equivale também a uma milha náutica, decrescendo aritmeticamente até zero conforme se aproxima dos polos [7].

Sabendo o comprimento de um grau de latitude, o componente V_y do vetor em um plano cartesiano, em metros, pode ser obtido por meio da expressão:

$$V_y = lat \times 1852 \times 60 \quad (6)$$

sendo lat a latitude da coordenada, em graus decimais.

Considerando a Terra esférica, e sabendo o comprimento de um grau de latitude na linha do Equador, o componente V_x do vetor, em metros, pode ser obtido trigonometricamente por meio da expressão:

$$V_x = lon \times 1852 \times 60 \times \cos\left(\frac{lat \times \pi}{180}\right) \quad (7)$$

sendo lon a longitude da coordenada, em graus decimais.

A. Ponto Médio Desejado de Impacto (DMPI)

O *DMPI*, em inglês *Desired Medium Point of Impacts*, é um ponto designado como o ponto médio dos impactos ideal para causar um efeito desejado [8].

G. Erro linear provável (REP e DEP)

Assume-se que a distribuição dos pontos de impacto de armamentos é normal, com base na análise de ensaios realizados, sendo os erros nas direções longitudinais e laterais considerados eventos independentes [9].

O erro linear provável é a distância de um *DMPI* em determinada direção que concentra 50% dos pontos de impacto. O *REP*, em inglês *range error probable*, é o erro linear provável na direção de alcance, enquanto o *DEP*, em inglês *deflection error probable*, é o erro linear provável na direção lateral, que são funções do desvio padrão dos impactos em relação ao *DMPI* na respectiva direção, expressos por:

$$REP = \Phi^{-1}(0,75) \times \sigma_r \quad (8)$$

$$DEP = \Phi^{-1}(0,75) \times \sigma_d \quad (9)$$

sendo σ_r o desvio padrão populacional dos impactos na direção de alcance, σ_d o desvio padrão populacional na direção de deflexão e Φ^{-1} a função distribuição cumulativa de uma normal padrão [10].

Por meio de *softwares*, ou uma tabela de distribuição normal padronizada, obtém-se o valor de 0,6745 para $\Phi^{-1}(0,75)$.

H. Erro circular provável (CEP)

Caso não haja uma diferença significativa entre os erros de alcance e deflexão, os valores de *REP* e *DEP* podem ser convertidos em um valor de erro linear provável (*CEP*).

Define-se como *CEP*, em inglês *circular error probable*, o raio do círculo, cujo centro coincida com o *DMPI*, que contenha 50% dos impactos de armamento, supondo-se que os impactos sejam normalmente distribuídos. Dessa forma, para qualquer lançamento de armamento, há uma probabilidade de 50% de o armamento atingir um ponto dentro desse círculo e 50% de atingir fora dele [9].

Considerando σ_x e σ_y iguais a σ_c em (5) para *REP* e *DEP* com valores próximos, é obtida a função cumulativa expressa por:

$$P(r) = 1 - \exp\left(\frac{-r^2}{2\sigma_c^2}\right) \quad (10)$$

Uma vez que $P(CEP) = 0,5$, é possível obter usando (10) a relação:

$$CEP = \sqrt{-2 \ln 0,5} \times \sigma_c = 1,1774 \times \sigma_c \quad (11)$$

sendo σ_c o desvio padrão populacional dos impactos na direção radial [9].

A partir de (8), (9) e (11), pode-se inferir que, para *REP* e *DEP* iguais [9], estes e o *CEP* possuem a a relação:

$$REP = DEP = 0,573 \times CEP \quad (12)$$

H. Probabilidade de acerto (SSP_H)

O *SSP_H*, em inglês *single shot probability of hit*, corresponde a porcentagem estimada de impacto do armamento em uma determinada área [9].

O *SSP_H* pode ser calculado com base na área horizontal do alvo, para estimar o efeito de impactos diretos dos armamentos, ou com base no A_T , para estimar o efeito de impactos com distância inferior ao *EMD*.

O *SSP_H* para alvos retangulares corresponde a uma distribuição normal bivariada, cujas variáveis são, por hipótese, independentes. O *SSP_H* é calculado usando (5), sendo x a distância longitudinal do impacto ao *DMPI* e y a distância latitudinal [9].

A. Obtenção dos vetores do polígono

Usando um *software* de *Geographic Information System* (*GIS*), as coordenadas geográficas do alvo podem ser extraídas ao desenhar os limites do alvo no terreno, conforme exemplo na Fig. 1, obtendo um polígono A_T que represente os limites no plano horizontal do alvo [11], [10].

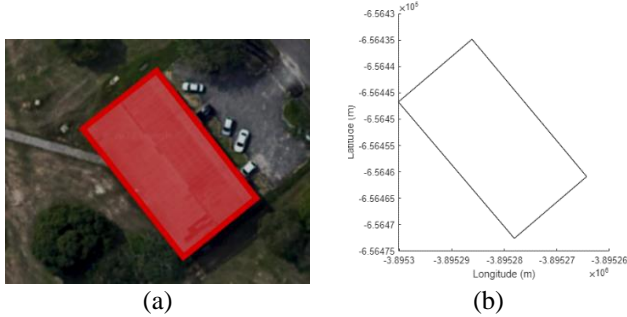


Fig. 1. (a) Alvo de referência; (b) Exemplo de obtenção dos vetores.

B. Ordenamento dos vetores

A metodologia foi proposta levando em consideração que os vértices de A_T estão dispostos em sentido horário, de forma a padronizar os cálculos. É possível verificar se os vetores estão em sentido horário por meio de:

$$\sum_{i=1}^n \begin{vmatrix} V_{ix} & V_{iy} \\ V_{kx} & V_{ky} \end{vmatrix} < 0 \quad (13)$$

sendo n o número de vértices do polígono, i o índice do vértice e $k = (i \bmod n) + 1$.

Caso (13) seja falsa, a ordem dos vetores deve ser invertida para que estes passem a serem dispostos em sentido horário.

A equação (13) foi obtida com base no método do cadarço [12], tendo a sua divisão por dois retirada como forma de otimização dos cálculos, pois é apenas necessário conhecer o sinal do somatório obtido para determinar se os vetores estão no sentido horário. O valor calculado com (13), portanto, fornecerá o dobro da área do polígono, com sinal negativo caso os vértices estejam em sentido horário, e positivo caso estejam em sentido anti-horário.

C. Direção de lançamento do armamento (FAH)

O ângulo formado entre o norte verdadeiro e a direção de lançamento dos armamentos é definido, em inglês, como *final attack heading*, ou *FAH* [10].

A Terra, todavia, não é plana. Portanto, o ângulo formado entre a direção de ataque e o norte verdadeiro, no globo terrestre, é diferente do ângulo formado entre uma mesma reta representando essa direção de ataque e o norte do plano cartesiano.

Para calcular um ângulo equivalente no plano cartesiano, calcula-se dois novos vetores, (X_1, Y_1) e (X_2, Y_2) , transladados por uma pequena distância a partir do centro geométrico do alvo na direção do ataque, em sentidos opostos.

Calcula-se, então, o arco tangente desses dois vetores no plano cartesiano, obtendo assim o ângulo equivalente θ , conforme a equação:

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{X_2 - X_1}{Y_2 - Y_1} \right) \quad (14)$$

Quanto mais afastado da linha do Equador estiver o alvo, maior será a diferença entre θ e *FAH*.

A equação paramétrica da reta que passa pelo centro geométrico C_x, C_y , na direção θ é expressa por:

$$\sin \theta \times (y - C_y) = \cos \theta \times (x - C_x) \quad (15)$$

A fim de realizar uma análise na direção θ , (15) pode ser dividida em duas equações paramétricas, expressas por:

$$x = z \sin \theta + C_x \quad (16)$$

$$y = z \cos \theta + C_y \quad (17)$$

sendo z um número real qualquer.

D. Probabilidade de acerto (SSP_H) de um alvo circular

Usando (10) e (11), a probabilidade de acertar um alvo circular é expressa por:

$$SSP_H = 1 - \exp \left[\ln 0,5 \times \left(\frac{r}{CEP} \right)^2 \right] \quad (18)$$

sendo r o raio do alvo.

E. Probabilidade de acerto (SSP_H) de um alvo retangular

Para calcular a probabilidade de acerto de um armamento em um alvo poligonal, é necessário primeiro compreender o cálculo da probabilidade de não errar um alvo retangular.

Usando (5), (8) e (9), com as devidas transformações matemáticas, a probabilidade de não errar um alvo retangular é expressa por:

$$SSP_H = \operatorname{erf} \left(\frac{\Phi^{-1}(0,75) \times x}{2\sqrt{2} \times DEP} \right) \times \operatorname{erf} \left(\frac{\Phi^{-1}(0,75) \times y}{2\sqrt{2} \times REP} \right) \quad (19)$$

sendo x a largura do alvo e y o comprimento.

F. Probabilidade de acerto (SSP_H) de um alvo poligonal

Um alvo não necessariamente terá geometria retangular ou circular. Além disso, o eixo de ataque pode não estar alinhado com o alvo. Com isso, os métodos convencionais de calcular a probabilidade de não errar um alvo retangular ou circular deixam de ser precisos, pois a probabilidade poderia ser superdimensionada, desperdiçando meios, ou subdimensionada, não cumprindo a estimativa de dano desejada.

Uma solução é discretizar o cálculo, transformando A_T em várias subáreas retangulares de largura mínima. A probabilidade de acerto é calculada para cada subárea, e o resultado é somado, obtendo o SSP_H para a A_T .

Dado o polígono do alvo, é traçado uma reta na direção θ e que passe pelo centro geométrico do alvo, denominada reta de ataque, e definida por (15), conforme representado na Fig. 2.

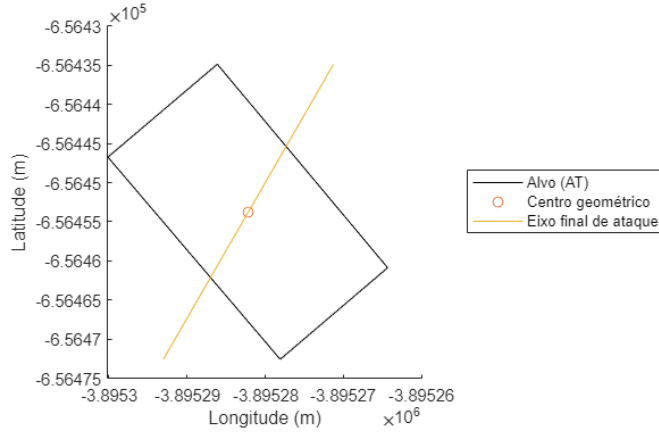


Fig. 2. Polígono do alvo e reta de ataque.

Os valores mínimo e máximo de z da equação da reta de ataque são obtidos substituindo os vetores dos vértices em (16) e (17). Para evitar aproximações ao infinito, utiliza-se (16) para calcular o máximo e mínimo de z quando $|\sin \theta| < \pi/4$ ou então (17) quando $|\sin \theta| \geq \pi/4$.

A partir da reta de ataque, divide-se o polígono do alvo em uma matriz de subalvos retangulares, com comprimentos dz e larguras correspondentes à interseção de retas perpendiculares à reta de ataque com as arestas do alvo, conforme Fig. 3.

Define-se como n_z a quantidade de retas perpendiculares obtidas. Na Fig. 3, por exemplo, há seis retas perpendiculares à reta de ataque.

São obtidas as interseções entre as arestas do polígono do alvo e a equações perpendiculares à reta de ataque, expressas por:

$$y = -\tan \theta (x - (z \sin \theta + C_x)) + (z \cos \theta + C_y) \quad (20)$$

iterando valores de z entre os valores mínimos e máximos obtidos. Quanto menor for o valor de dz , mais preciso será o cálculo de probabilidade de acerto no polígono.

Calcula-se as menores distâncias a reta de ataque, definida por (15), e as interseções obtidas. As distâncias para cada valor de z iterado são organizadas em colunas de forma decrescente em duas matrizes $n_z \times n$ denominadas D_L (interseções à esquerda do eixo) e D_R (interseções à direita do eixo).

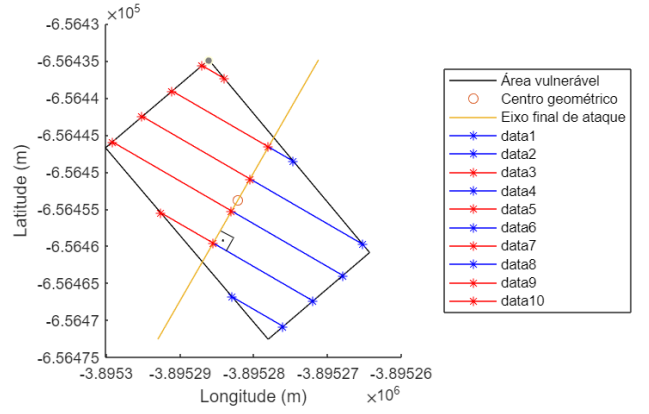


Fig. 3. Polígono do alvo dividido em uma matriz de subáreas retangulares.

Considere sendo $A \circ B$ como sendo o produto interno entre os elementos de duas matrizes colunas A e B . Para alternar os sinais entre as distâncias, aplica-se a transformação em D_L e D_R :

$$D = D \circ (2 \times (j \bmod 2) - 1)_{n_z \times n} \quad (21)$$

Para o eixo longitudinal, monta-se a seguinte matriz:

$$D_z = (z_{min} + (i + j - 2) \times dz)_{n_z \times 2} \quad (22)$$

Separando (19) em duas dimensões, são obtidas as seguintes equações:

$$P_x(x, DEP) = \text{erf} \left(\frac{\Phi^{-1}(0,75) \times x}{2\sqrt{2} \times DEP} \right) \quad (23)$$

$$P_y(y, REP) = \text{erf} \left(\frac{\Phi^{-1}(0,75) \times y}{2\sqrt{2} \times REP} \right) \quad (24)$$

As matrizes D_L , D_R e D_z são aplicadas então à (23) e (24) e as probabilidades são acumuladas de forma a calcular o SSP_H do alvo poligonal.

Aplicando as devidas transformações matemáticas, é obtida a expressão:

$$SSP_H = \sum_{i=1}^{n_z} \left(\left(\frac{P_y(2 \times D_{z i 2}, REP)}{2} - \frac{P_y(2 \times D_{z i 1}, REP)}{2} \right) \times \left(\frac{\sum_{j=1}^n (P_x(2 \times D_{L i j}, DEP))}{2} + \frac{\sum_{j=1}^n (P_x(2 \times D_{R i j}, DEP))}{2} \right) \right) \quad (25)$$

IV. RESULTADOS

Apresentam-se os resultados do modelo proposto, considerando um alvo hipotético escolhido por ter uma geometria horizontal não retangular e não circular.

Os resultados da simulação foram obtidos em menos de 500 ms com o modelo implementado em C# e executado com um processador de 2,30 GHz, e em aproximadamente 5 segundos quando implementado em MATLAB.

A. Análise dos vetores obtidos

Usando (7), foi possível obter vetores correspondentes aos vértices do alvo analisado.

Ao construir os gráficos com base nos vetores, é obtido o polígono mostrado na Fig. 4.



Fig. 4. (a) Visão satelital do alvo. (b) Limites no plano horizontal do alvo

B. Análise do SSP_H obtido a partir do polígono

A discretização de A_T do alvo analisado pode ser visualizada na Fig. 5.

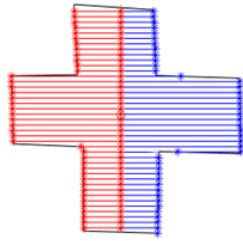


Fig. 5. A_T do alvo discretizado para cálculo do SSP_H .

Foram utilizados intervalos dz de 1m e FAH equivalente de 0° para o alvo.

O alvo analisado possui largura e comprimento máximos de 42 metros. A parte central da cruz possui largura e comprimento de 15 metros.

Uma vez que (19) não pode imediatamente ser utilizada para calcular o SSP_H do alvo, pode se deduzir, pelo teorema do confronto, que o SSP_H obtido pelo método proposto deve ser um valor entre o SSP_H de retângulo externo R_{EXT} que inscreva A_T e entre o SSP_H de um retângulo interno R_{INT} que seja inscrito por A_T , ilustrado por Fig. 6. Estima-se que os SSP_H sigam a relação:

$$SSP_H(R_{INT}) \leq SSP_H(A_T) \leq SSP_H(R_{EXT}) \quad (26)$$

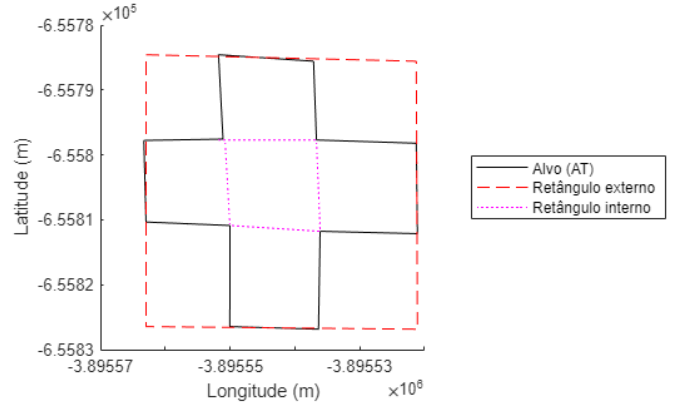


Fig. 6. Retângulos de referência para confronto.

Na tabela i e Fig. 7, é possível observar os valores do SSP_H obtidos para diferentes valores de REP e DEP usando o método proposto.

TABELA I. COMPARAÇÃO NUMÉRICA ENTRE OS SSP_H CALCULADAS COM O MÉTODO PROPOSTO E COM OS SSP_H DOS RETÂNGULOS DE REFERÊNCIA

REP/DEP (m)	SSP_H do retângulo interno usando (19)	SSP_H pelo método proposto	SSP_H do retângulo externo usando (19)
1	100%	100%	100%
2	97,73%	99,92%	100%
3	82,50%	98,32%	100%
4	63,05%	93,66%	99,92%
5	47,39%	86,69%	99,08%
6	36,1%	78,40%	96,39%
7	28,11%	69,72%	91,58%
8	22,36%	61,40%	85,26%
9	18,14%	53,84%	78,23%
10	14,98%	47,19%	71,12%
11	12,56%	41,45%	64,34%
12	10,67%	36,54%	58,09%
13	9,17%	32,35%	52,43%
14	7,96%	28,77%	47,38%
15	6,97%	25,70%	42,90%
20	3,99%	15,61%	27,16%
25	2,57%	10,36%	18,40%
30	1,79%	7,34%	13,19%
35	1,32%	5,46%	9,88%
40	1,01%	4,21%	7,66%
50	0,65%	2,72%	4,97%
75	0,29%	1,22%	2,24%
100	0,16%	0,69%	1,27%

A SSP_H obtida pelo método proposto, definido por (25), apresentou resultados com valores maiores que os SSP_H calculados para o retângulo interior e menores que os SSP_H calculados para o retângulo exterior, validando o confronto.

A tabela i e a Fig. 7 evidenciam, inclusive, a imprecisão de utilizar (19) para calcular o SSP_H de alvos que não sejam retangulares ou circulares, ou ainda de calcular o SSP_H de

alvos retangulares que não estejam alinhados com o *FAH* e o *REP* e *DEP* sejam diferentes.

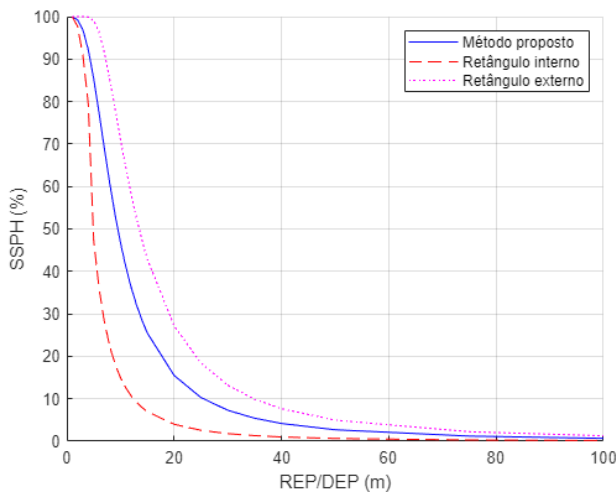


Fig. 7. Comparação gráfica entre os SSP_H calculadas com o método proposto e com os SSP_H dos retângulos de referência com (19).

É possível observar que a linha do método proposto está sempre entre as linhas do retângulo interno e externo, o que é compatível com a geometria do alvo.

V. CONCLUSÃO

O uso de ferramentas de *GIS* mostrou-se útil para extrair as coordenadas geográficas dos limites dos alvos no plano horizontal, e estas puderam ser convertidas para vetores no plano cartesiano para a aplicação da metodologia proposta. Além disso, a ferramenta de *GIS* permite a obtenção das dimensões do alvo, caso estas estejam indisponíveis.

O uso dos vetores mostrou-se útil na construção de equações de retas para efetuar os cálculos de SSP_H de forma eficiente, permitindo a correta discretização do alvo no plano horizontal, em complemento aos métodos tradicionais que se baseiam nas dimensões dos alvos.

Utilizando o método proposto para cálculo do SSP_H , foram obtidos resultados equivalentes aos resultados obtidos usando os métodos tradicionais para obtenção do SSP_H de alvos com geometria retangular e geometria circular.

Os métodos tradicionais são limitados tanto quanto à geometria do alvo, que deve ser ou retangular ou circular, quanto ao eixo de ataque, que deve ser paralelo à um dos lados do alvo com geometria retangular. Essas limitações exigem aproximações para efetuar os cálculos de probabilidade.

O método proposto, por indução, é evidenciado pelo confronto demonstrado nos resultados para um alvo poligonal qualquer, elimina essas limitações, reduzindo as aproximações, e permitindo um cálculo mais eficiente e mais preciso de SSP_H para um alvo com geometria qualquer, em qualquer direção de ataque, com quaisquer valores de *REP* e *DEP*, unificando as técnicas tradicionais em uma metodologia única de discretização, que pode ser utilizada tanto a partir das coordenadas dos vértices do alvo, como a partir das suas dimensões.

REFERÊNCIAS

- [1] COOK, J. D. Relating Φ and erf. Applied Math & Data Privacy. Disponível em: <https://www.johndcook.com/erf_and_normal_cdf.pdf>. Acesso em: 09 maio 2022.
- [2] ZIBETTI, A. Distribuição Normal (Gaussiana). Probabilidade e estatística para engenharias utilizando o R (RStudio). Disponível em: <<https://www.inf.ufsc.br/~andre.zibetti/probabilidade/normal.html>>. Acesso em: 1 set. 2022.
- [3] MICROSOFT. SUPPORT. NORMDIST function. Disponível em: <<https://support.microsoft.com/en-us/office/normdist-function-126db625-c53e-4591-9a22-c9ff422d6d58>>. Acesso em: 05 set. 2022.
- [4] MATHWORKS. HELP CENTER. DOCUMENTATION. Normcdf. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/stats/normcdf.html>>. Acesso em: 05 set. 2022.
- [5] DATACAMP. Normal: The Normal Distribution. RDocumentation. Disponível em: <<https://www.rdocumentation.org/packages/stats/versions/3.6.2/topics/Normal>>. Acesso em: 24 out. 2022.
- [6] MATHWORKS. Problem in creating symbolic function with normcdf. MathWorks, 2012. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/32643-problem-in-creating-symbolic-function-with-normcdf>>. Acesso em: 18 jul. 2022.
- [7] UNITED STATES. DEPARTMENT OF COMMERCE. NATIONAL OCEANIC AND ATMOSPHERIC ADMINISTRATION. NATIONAL OCEAN SERVICE. What is the difference between a nautical mile and a knot?, 2021. Disponível em: <<https://oceanservice.noaa.gov/facts/nautical-mile-knot.html>>. Acesso em: 03 jul. 2022.
- [8] UNITED STATES. OFFICE OF THE CHAIRMAN OF THE JOINT CHIEFS OF STAFF. DOD Dictionary of Military and Associated Terms. Washington, DC. 2021.
- [9] DRIELS, M. R. Weaponering Conventional Weapon System Effectiveness. 2ª. ed. Virginia: AIAA Education Series, 2013.
- [10] KNAPP, J. M. S. Modelo de estimativa de força para sistemas de armas ar-superfície contra alvos bidimensionais, São José dos Campos, SP, p. 146, 2022.
- [11] KNAPP, J. M. S. SOFTWARE. KnappView, 2022. Disponível em: <<https://jeankn.app/products/knapp-view/>>. Acesso em: 25 maio 2023.
- [12] DAHLKE, K. Determinants, Shoelace Formula. Math Reference. Disponível em: <<http://www.mathreference.com/la-det,shoe.html>>. Acesso em: 26 jun. 2022.
- [13] KNAPP, J. M. S. Modelo de estimativa de força para sistemas de armas ar-superfície contra alvos bidimensionais, São José dos Campos, SP, p. 143, 2022.