

AUFBAU EINES OPTISCHEN VERFAHRENS ZUR MESSUNG  
VON GASBLASEN IN WASSER; EINFLUSS VON GASBLASEN  
AUF DEN GASAUSTAUSCH

doi: 10.5281/zenodo.13373

Diplomarbeit von

Thomas Wais

INSTITUT FÜR UMWELTPHYSIK

UNIVERSITÄT HEIDELBERG

- 1983 -

## Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit dem Aufbau eines optischen Gasblasenmeßgeräts. Ein He-Ne-Laser strahlt senkrecht von unten durchs Wasser. Das von Blasen, die sich durch den Laserstrahl bewegen, gestreute Licht wird von vier Detektoren in verschiedenen Wassertiefen erfaßt. Die Intensität des gestreuten Lichts ist proportional zum Quadrat des Blasenradius.

Es werden 2 Systeme dieser Art mit verschieden großem Laserstrahldurchmesser (1 und 5 mm) benutzt. Die große Variation der Blasengröße und damit der gestreuten Intensität, und der steile Abfall der Blasendichte mit zunehmendem Blasenradius erfordern für die verschiedenen Blasengrößenbereiche unterschiedliche Laserintensität und Meßvolumina.

Besondere Beachtung findet die Umrechnung der Meßgröße in eine Blasengrößen(dichte)verteilung.

Das Meßgerät wurde bei Messungen an dem großen linearen Wind-Wasserkanal des I.M.S.T. in Marseille erfolgreich getestet.

Um den Einfluß der Gasblasen auf den Gasaustausch bei diesen Messungen abschätzen zu können, wird ein Modell entwickelt, das den Gasaustausch der Gasblasen beschreibt.

Die Meßergebnisse werden auf dieses Modell angewandt. Als Ergebnis erhält man, daß die Blasendichte in allen untersuchten Fällen zu gering war, um einen meßbaren Effekt auf den Gasaustausch zu erzielen.

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
I. <u>Einleitung</u>	1
I. 1.    Hintergrund	1
I. 2.    Gemessene Blasendichteverteilungen und Meßtechniken	1
II. <u>Beschreibung des Blasengrößemeßgerätes</u>	4
II. 1.    Meßprinzip	4
II. 1. 1. Direkt reflektiertes Licht	5
II. 1. 2. Zweimal gebrochenes Licht	6
II. 1. 3. In der Blase reflektiertes Licht	6
II. 1. 4. Streuquerschnitt	7
II. 2.    Realisierung des Meßprinzips	9
II. 3.    Detektoren	11
II. 4.    Elektrischer Verstärker	12
II. 5.    Zulässige Blasendichte	13
II. 5. 1. Doppelimpulse	13
II. 5. 2. Abschattung	14
III. <u>Eichung</u>	15
III. 1.    Relative Eichung mit einer Leuchtdiode	15
III. 2.    Eichung mit Gasblasen	18
III. 3.    Intensitätsverteilung und Randfehler	20
III. 4.    Impulshöhenverteilung einer konstanten Blasengröße	22
III. 5.    Berechnung der Intensitätsverteilung	25
III. 6.    Impulshöhenverteilung einer Blasen- größenverteilung	25
IV. <u>Messungen</u>	29
IV. 1.    Durchführung	29
IV. 2.    Auswertung	29
IV. 3.    Ergebnisse	32
IV. 3. 1. Mischungstiefe	36
IV. 3. 2. Integration der Blasendichte über die Wassertiefe	37
IV. 4.    Vergleich mit anderen Messungen	38

V.	<u>Gasaustausch einer Gasblase</u>	42
V. 1.	Dynamik der Gasblasen	42
V. 2.	Transportgleichungen	43
V. 3.	Zeitliche Änderung des Radius	45
V. 4.	Aufenthaltsdauer, Austauschzeit, Auflöseseit	48
V. 4. 1.	Aufenthaltsdauer	48
V. 4. 2.	Austauschzeit	48
V. 4. 3.	Auflösezeit	49
V. 5.	Numerisches Modell zur Lösung der gekoppel- ten Differentialgleichungen	53
VI.	<u>Gasaustausch einer Blasenverteilung</u>	57
VI. 1.	Transfergeschwindigkeit einer Blasen- verteilung	57
VI. 2.	Große Blasen: $r \geq r_1$	59
VI. 2. 1.	Differenz der Transfergeschwindigkeit für Invasions- und Evasionsexperimente bei großen Blasen	59
VI. 3.	Mittlere Blasen: $r_2 \leq r \leq r_1$	60
VI. 3. 1.	Differenz der Transfergeschwindigkeit für Invasions- und Evasionsexperimente bei Blasen mit $r_2 \leq r \leq r_1$	61
VI. 4.	Kleine Blasen $0 \leq r \leq r_2$	61
VI. 4. 1.	Differenz der Transfergeschwindigkeit für Invasions- und Evasionsexperimente bei Blasen mit $r \leq r_2$	62
VII.	<u>Transfergeschwindigkeiten der Blasen für die gemessene Blasendichteverteilung</u>	63
VII. 1.	Große Blasen	63
VII. 2.	Mittlere Blasen	64
VII. 3.	Kleine Blasen	65
VII. 4.	Zusammenfassung der Ergebnisse für die Trans- fergeschwindigkeit	66
VII. 5.	Vergleich der gemessenen mit den berechneten Transfergeschwindigkeiten der Blasen	68
	Literaturverzeichnis	71

## I. Einleitung

### I. 1. Hintergrund

Bei hohen Windgeschwindigkeiten gibt es überschlagende Wellen, welche Gasblasen mit in die Tiefe reißen. Dadurch wird eine zusätzliche Oberfläche für den Gasaustausch geschaffen. Aber auch Regen und Schnee können Gasblasen erzeugen (D. C. Blanchard and H. C. Woodcock, 1957). Für die Parametrisierung des Gasaustausches ist es wichtig, den Einfluß dieser Blasen zu kennen. Es ist noch ungeklärt in welchem Ausmaß Gasblasen zum Gasaustausch im Ozean und in Seen beitragen.

Große Bedeutung erlangen die Blasen auch dadurch, daß der Materialtransport (Salzkerne und organisches Material) über die Grenzfläche Meer/Atmosphäre in erster Linie durch aufplatzende Blasen erfolgt (vgl. R. J. Cipriano and D. C. Blanchard, 1981; D. C. Blanchard and A. H. Woodcock, 1957).

### I. 2. Gemessene Blasendichteverteilungen und Meßtechniken

Blasendichteverteilungen wurden im Ozean, in Seen und in Windkanälen gemessen (H. Medwin, 1970, 1977; H. Medwin, J. Fitzgerald, G. Rautmann, 1975; B. D. Johnson and Cooke, 1979; W. Siems, 1980; Thorpe, 1982)

Dabei wurden zwei verschiedene Meßtechniken verwendet. Johnson/Cooke und Siems haben eine photographische Methode benutzt. Bei diesem Verfahren werden die Blasen mit einer Kleinbildkamera im Wasser photographiert. Johnson/Cooke, die im Ozean gemessen haben, beleuchteten die Blasen mit drei Blitzgeräten. So können sie aus der Lage und dem Durchmesser der Reflexe auf der Blase den Abstand der Blase vom Objektiv und den Blasendurchmesser bestimmen. Dadurch ist es ihnen möglich ohne mechanische Begrenzung ein definiertes Meßvolumen zu erzeugen.

Siems, der Blasendichteverteilungen in einem Wind- Wasserkanal gemessen hat, benutzt eine Trennwand um ein definiertes Meßvolumen zu erhalten. Blasen mit Radius kleiner 0.06 mm wurden von Siems in einem Glaszylinder aufgefangen und mit einem Mikroskop ausgemessen.

Medwin, der wie Johnson/Cooke im Ozean gemessen hat, und Thorpe, der Messungen im See Loch Ness und im Ozean gemacht hat, benutzten eine akustische Technik. Dabei wird ausgenutzt, daß die Resonanzfrequenz der Oberflächenschwingungen einer Blase für akustische Wellen umgekehrt proportional zu deren Radius ist. Bei dieser Resonanzfrequenz besitzt der Streuquerschnitt für eine akustische Welle ein ausgeprägtes Maximum.

Medwin erzeugt sägezahnförmige akustische Wellen mit einer Frequenz von 5 kHz. Diese Wellen durchlaufen eine bestimmte Strecke im Wasser. Anschließend werden sie mit einem Hydrophon detektiert. Das empfangene Signal wird durch Fourieranalyse in seine spektralen Bestandteile zerlegt. Aus den Amplituden der einzelnen Frequenzen läßt sich nun auf die Blasendichte von Blasen, deren Resonanzfrequenz ungefähr dieser Frequenz entspricht, schließen.

Thorpe arbeitete mit einer sehr hohen Frequenz. Dadurch hat der Streuquerschnitt für eine bestimmte Blasengröße kein ausgeprägtes Maximum mehr. Deshalb kann er keine Blasengrößenverteilungen, sondern nur Blasendichten bestimmen. Da Thorpe aber das von den Blasen zurückgestreute Signal aufnahm, konnte er aus der Laufzeit die zeitliche Tiefenabhängigkeit des Blasenspektrums bestimmen und damit Rückschlüsse auf Stabilität und Turbulenz im Wasserkörper ziehen.

Auf die Ergebnisse dieser Messungen wird in Kapitel IV. 4. eingegangen. An dieser Stelle sollen aber aus den Ergebnissen die Anforderungen, denen ein Blasengrößenmeßgerät genügen muß, zusammengefaßt werden.

Der Radius  $r$  der gemessenen Blasen liegt im Intervall  $0,01 \leq r \leq 0,5$  mm (J. Wu, 1981; W. Siems, 1980) Dabei ist die untere Grenze durch die Meßgrenze gegeben. Sich auflösende Blasen werden auch kleiner werden.

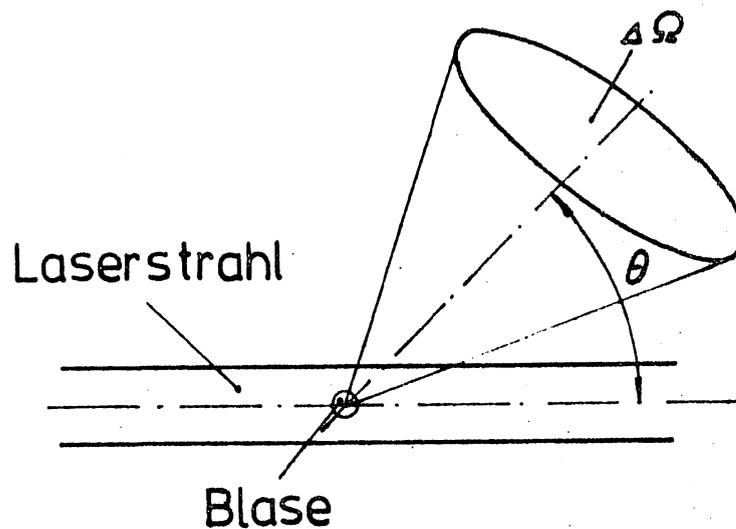
Die Blasendichte  $\Psi(r)$  variiert für Blasen mit  $r \leq 0,05$  mm mit  $\Psi(r) \propto r^{-3}$  und  $3,5 \leq s \leq 5$  (J. Wu, 1981). Die Blasendichte fällt also von Blasen mit  $r=0,05$  mm zu Blasen mit  $r=0,5$  mm um bis zu fünf Dekaden ab.

Die totale Blasendichte (Summe über alle Blasen) erreicht Werte von  $10^6$  Blasen/m<sup>3</sup> (an der Wasseroberfläche; bei 11 bis 13 m/s Windgeschwindigkeit).

## II. Beschreibung des Blasengrößenmeßgerätes

### II. 1. Meßprinzip

Bei dem aufgebauten Gerät wurde das in Figur II. 1. dargestellte Meßprinzip gewählt.



Figur II. 1. Meßprinzip

Das von einer Blase, die sich durch einen bestimmten Abschnitt eines Laserstrahls bewegt, unter dem mittleren Winkel  $\theta$  gestreute Licht wird mit einem Öffnungswinkel  $\Delta\Omega$  von einem Detektor erfaßt.

Dieses Meßprinzip wird für Aerosolgrößenpektrometer vielfach benutzt (Jan Bol et al, 1970; Klaus Borho, 1970), und ist auch von F. Avellan (1980) für Gasblasen in Wasser eingesetzt worden.

Im Meßvolumen sind drei Arten von Streuung zu unterscheiden.

- a.) Streuung an den zu messenden Blasen
- b.) Streuung an Schwebeteilchen
- c.) Rayleighstreuung des Laserlichts an den Wassermolekülen.

Dabei erzeugt die Streuung an den Schwebeteilchen Signale, die sich nicht von den Signalen der Blasen unterscheiden lassen und deren Häufigkeit durch Messung des "Nulleffekt" bestimmt werden muß. Dies kann bei kleiner Windgeschwindigkeit geschehen, bei der noch keine Blasen vorkommen. Die Untergrundhelligkeit wird bei abgedunkeltem Versuchsaufbau durch die Rayleighstreuung an den Wassermolekülen bestimmt und legt damit die untere Meßgrenze fest.

Für Licht, das auf eine Gasblase fällt, gibt es mehrere Wege, um in einen bestimmten Streuwinkel  $\theta$  gestreut zu werden. Die Strahlengänge für einen Streuwinkel  $\theta$  von  $45^\circ$  sind in Figur II. 2. eingezeichnet. Die möglichen Wege werden im folgenden näher betrachtet.

#### II. 1. 1. Direkt reflektiertes Licht

Für den Anteil des Lichts, der direkt an der Blasenoberfläche in den Winkel  $\theta$  gestreut wird, gilt

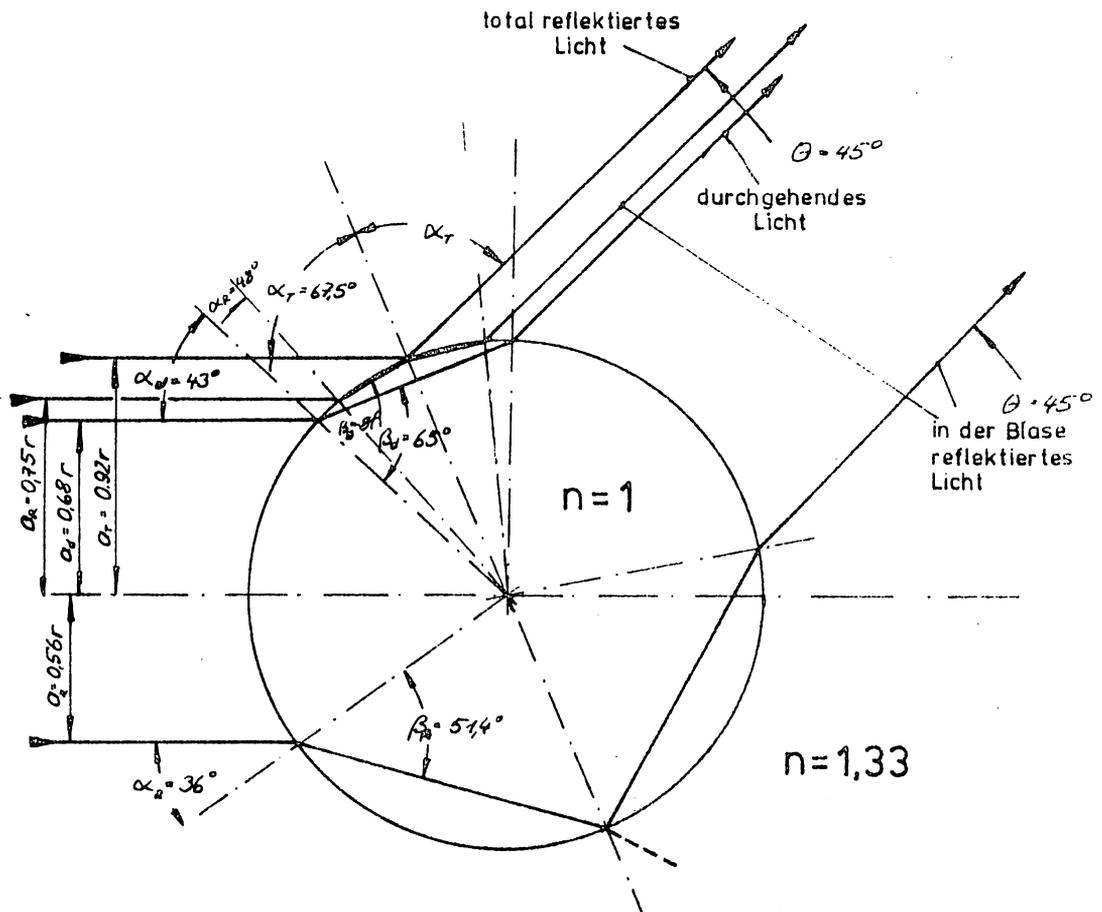
$$\theta = 180^\circ - 2\alpha \text{ mit } 0 \leq \alpha \leq 90^\circ.$$

Da das Licht an der optisch dünneren Gasblase reflektiert wird, gibt es für Winkel  $\alpha \geq \alpha_c$  Totalreflexion. Der Grenzwinkel  $\alpha_c$  für Totalreflexion ist beim Übergang von Wasser nach Luft  $49^\circ$ .

Die reflektierte Intensität ist also für Einfallswinkel  $\alpha$  mit

$$\frac{I_R}{I_0} = \begin{cases} \rho(\alpha, \beta)^2 & \text{für } 0^\circ \leq \alpha \leq \alpha_c, \\ 1. & \text{für } \alpha_c \leq \alpha \leq 90^\circ, \end{cases}$$

Wobei  $\rho(\alpha, \beta)$  der Fresnelsche Reflexionskoeffizient ist.



Figur II. 2. Strahlengang für Licht, welches auf eine Blase fällt gezeigt für einen Streuwinkel  $\theta$  von  $45^\circ$

### II. 1. 2. Zweimal gebrochenes Licht

Für  $\alpha \leq 49^\circ$  tritt ein Teil des auftreffenden Lichts in die Blase ein. Dieses Licht tritt nach einer weiteren Brechung wieder aus der Blase. Damit wird

$$\theta = 2(\beta - \alpha) \text{ mit } 0^\circ \leq \alpha \leq 49^\circ \text{ und } \beta = \arcsin(n_w \sin \alpha)$$

Da Licht nur für Winkel  $\alpha \leq \alpha_c$  in die Blase dringt, ist der Streuwinkel auf  $0^\circ \leq \theta \leq 82^\circ$  begrenzt.

Der Strahl wird zweimal gebrochen, deshalb gilt für die Intensität

$$I_R/I_0 \sim \gamma_{\text{Ein}}^2 \gamma_{\text{Aus}}^2. \quad (\text{II. 1.})$$

Wobei  $\gamma$  die Fresnelschen Durchdringungskoeffizienten für den eindringenden bzw. austretenden Strahl sind.

### II. 1. 3. In der Blase reflektiertes Licht

Beim Austritt des in die Blase gebrochenen Lichts, wird ein Teil reflektiert. Dieser Anteil trifft nochmals auf die Grenzfläche Blase-Wasser. Der Streuwinkel ist

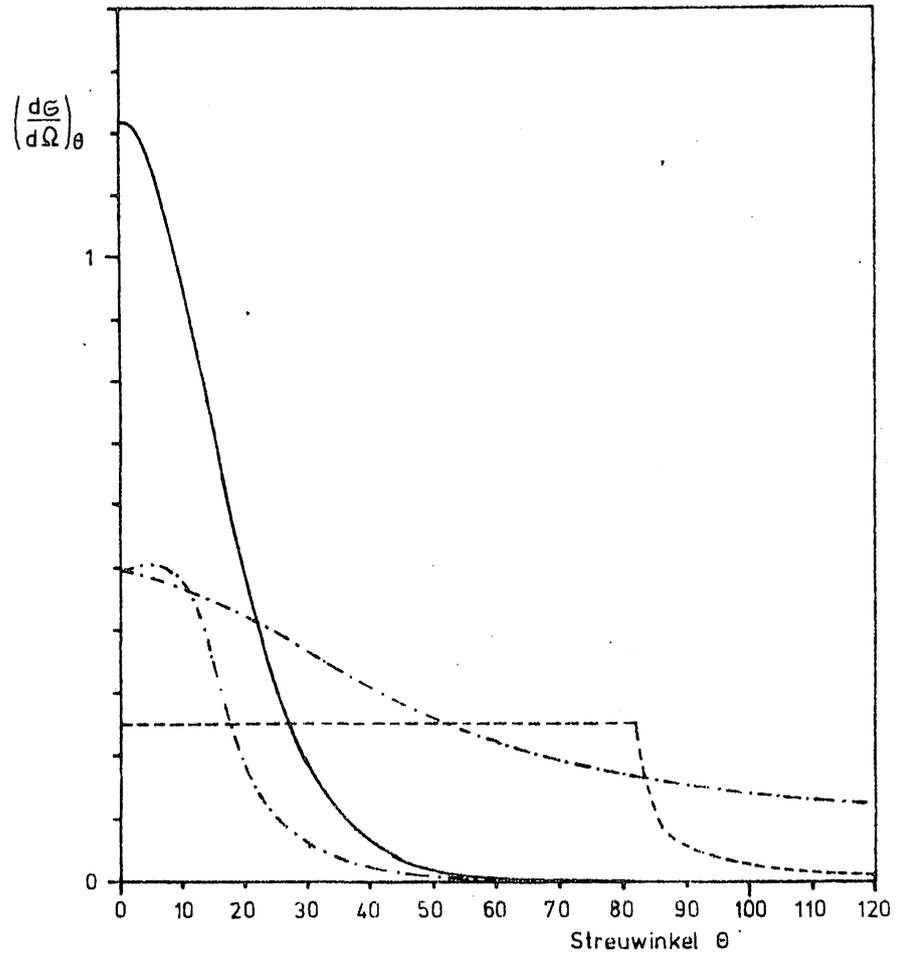
$$\theta = 4\beta - 2\alpha - 180^\circ \text{ mit } 0^\circ \leq \alpha \leq 49^\circ \text{ und } \beta = \arcsin(n_w \sin \alpha).$$

Der Streuwinkel variiert für  $0^\circ \leq \alpha \leq 49^\circ$  von  $-180^\circ \leq \theta \leq 82^\circ$ .

Der Strahl wird also in Bezug auf die optische Achse, je nach Einfallswinkel  $\alpha$ , sowohl nach oben, als auch nach unten gestreut.

Da das Licht zweimal gebrochen und einmal reflektiert wird ist

$$I_R/I_0 \sim \gamma_{\text{Ein}}^2 \gamma_{\text{Aus}}^2 \rho^2. \quad (\text{II. 2.})$$



Figur II. 3. Differentielle Streuquerschnitte für Streuung an einer Gasblase mit Radius  $r=1$  für  
--- direkt refl. Licht  
— zweifach gebrochenes Licht  
-·-·- in der Blase reflektiertes Licht (für diesen Fall ist der Streuquerschnitt hundertfach vergrößert aufgetragen).

#### II. 1. 4. Streuquerschnitt

Für die Dimensionierung der Optik ist es wichtig die gestreute Intensität als Funktion des Streuwinkels zu kennen. Die auf die eingestrahlte Intensität bezogene gestreute Intensität wird durch den Streuquerschnitt, der durch

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\theta = \frac{r^2 a da}{\sin\theta d\theta} \quad (\text{II. 3.})$$

definiert ist, beschrieben.

Da nur ein bestimmter Bruchteil der eingestrahlten Intensität reflektiert bzw. gebrochen wird muß der differentielle Streuquerschnitt noch mit den entsprechenden Reflexions- bzw. Durchgangskoeffizienten multipliziert werden.

Damit wird die relative Intensität unter einem Streuwinkel  $\theta$  in einem Raumwinkelelement  $d\Omega$  für eine Blase mit Radius  $r=1$

a.) für den direkt reflektierten Strahl

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\theta = \frac{a da}{\sin\theta d\theta} \cdot r^2$$

mit  $a=r\sin\alpha$ ,  $\beta=\arcsin(n_w\sin\alpha)$ ,  $\theta=180-2\alpha$  und

$$r = \begin{cases} -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} & \text{für } \alpha \leq 49^\circ \\ 1 & \text{für } \alpha \geq 49^\circ \end{cases}$$

Damit wird der Streuquerschnitt

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_\theta = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{für } \alpha \geq \alpha_c \quad 0^\circ \leq \theta \leq 82^\circ \\ \frac{1}{4} \left(\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\right)^2 & \text{für } 0^\circ \leq \alpha \leq \alpha_c \end{cases}$$

b.) für den zweimal gebrochener Strahl:

für den zweimal gebrochenen Strahl ergeben sich die Fresnel schen Koeffizienten zu

$$\gamma_{\text{Aus}} = \frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$\gamma_{\text{Ein}} = \frac{2\sin\alpha\cos\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Mit Gl. (II. 1.) und (II. 3.) ergibt sich der differentielle Streuquerschnitt zu

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta} = \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\theta} \cdot \left(\frac{\sin 2\alpha \sin 2\beta}{4\sin^2(\alpha+\beta)}\right)^2 \cdot \frac{d\alpha}{d\theta} \quad \text{mit } \theta = 2(\beta-\alpha).$$

Da für diese Gleichung keine analytische Lösung gefunden wurde, wurde sie numerisch ausgewertet. Die so berechneten Streuquerschnitte sind in Figur II. 3. aufgetragen.

c.) für den in der Blase reflektierten Strahl gilt entsprechend, nach Einsetzen der Fresnel schen Koeffizienten, mit Gl. (II. 2.) und (II. 3.)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\theta} = \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\sin\theta} \cdot \left(\frac{\sin 2\alpha \cos 2\alpha}{4\sin^2(\alpha+\beta)}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\right)^2 \cdot \frac{d\alpha}{d\theta}$$

Auch diese Gleichung wurde numerisch ausgewertet.

Der Streuwinkel  $\theta$  ist nun so zu wählen, daß erstens die von den Blasen herrührenden Signale möglichst groß sind gegen die Untergrundhelligkeit, und daß zweitens die von Schwebeteilchen erzeugten Signale klein sind gegen die Signale, die von den Blasen verursacht werden.

Um den Streuwinkel nach diesen Gesichtspunkten zu optimieren, muß der komplexe Brechungsindex und die Größenverteilung der Partikel bekannt sein. Diese Werte sind nicht bekannt. Der Streuwinkel wurde zu  $\theta=45^\circ$  gewählt, da sich dieser Winkel bezüglich dem Verhältnis von Signal- zu Untergrundhelligkeit bei Vorversuchen bewährt hat. In weiteren Experimenten muß geprüft werden, ob bei anderen Winkeln bessere Resultate erzielt werden.

## II. 2. Realisierung des Meßprinzips

Blasendichtemessungen erfordern ein definiertes Meßvolumen. Die große Variation der Blasendichte mit dem Radius macht für große Blasen ein größeres Meßvolumen notwendig als für kleine Blasen.

Aus diesem Grund wurden zwei im Meßprinzip identische Systeme aufgebaut, die sich im Laserstrahlquerschnitt unterscheiden. Für große Blasen wurde der Laserstrahlquerschnitt mit einer Optik auf einen Durchmesser von 5 mm aufgeweitet. Für kleine Blasen wird der unveränderte Laserstrahl mit 0,5 mm Durchmesser verwendet.

Die Verwendung zweier Laserstrahlen bringt neben der Anpassung an die Blasendichte weitere Vorteile mit sich:

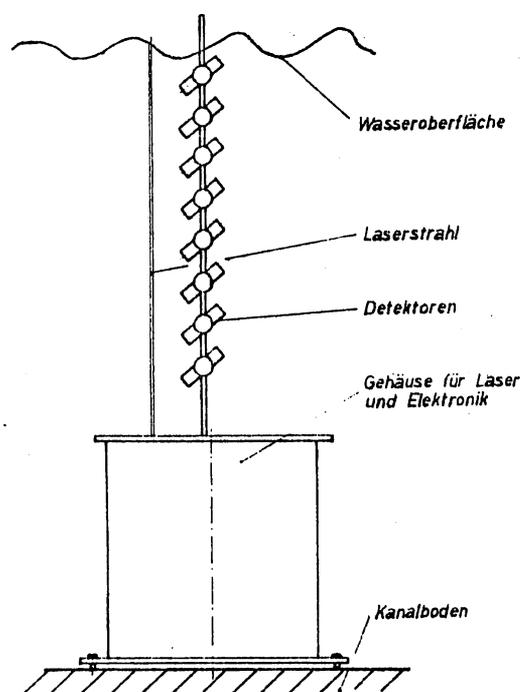
- a.) Die reflektierte Lichtmenge ist proportional zur Leuchtdichte im Laserstrahl. Die Empfindlichkeit des Systems für kleine Blasen wird im unaufgeweiteten Laserstrahl also größer.
- b.) Das Verhältnis von Signal- zur Untergrundhelligkeit ist abhängig vom Meßvolumen (je mehr Streuzentren, um so größer ist die reflektierte Lichtmenge), und wird durch die Verwendung zweier unterschiedlich großer Meßvolumina den Erfordernissen angepaßt.

Das Blasengroßenmeßgerät soll sowohl in Marseille als auch in Heidelberg im Wind- Wasserkanal eingesetzt werden. Deshalb wurde

der in Figur II. 4 gezeigte Aufbau gewählt. In einer wasserdichten Tonne befinden sich die beiden Laser mit Netzgerät und einer Aufweitungsoptik, die nach einer Umlenkung ihrer Strahlen um 90°, senkrecht durchs Wasser strahlen.

Mit dieser Tonne sind durch eine Metallstange 8 Detektoren verbunden. In Marseille wurde das Gerät in den  $\approx 1$  m tiefen Kanal gestellt. Dadurch waren Blasengrößenmessungen bis  $\approx 0,4$  m Wassertiefe möglich. In Heidelberg wird die Tonne von unten an den Kanalboden geschraubt.

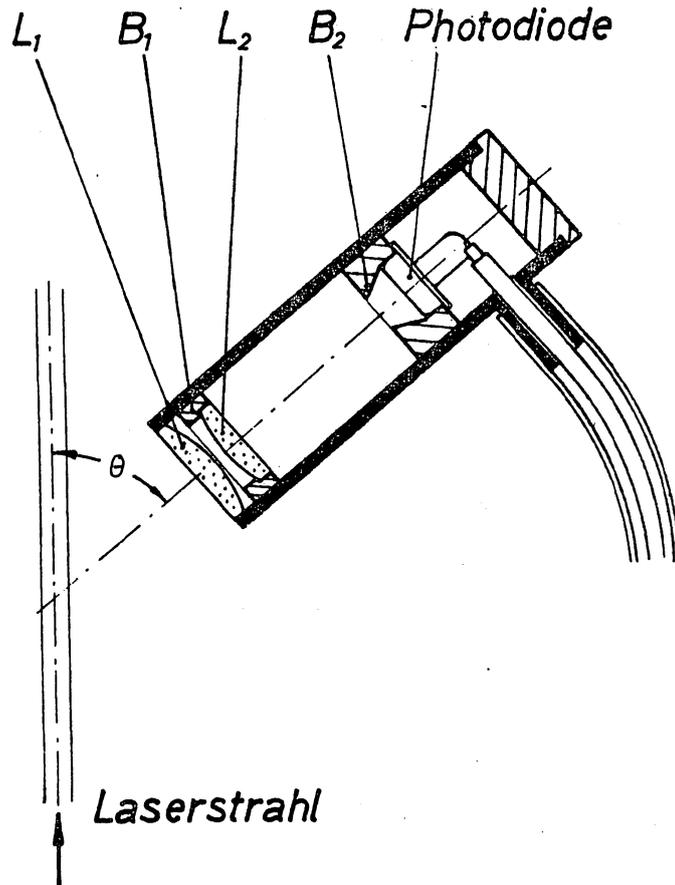
Da das Wasser bei den Messungen im Kanal in Marseille stark verschmutzt war, gab es sehr viele Signale durch kleine Schwebeteilchen. Deshalb war es nicht möglich, Blasengrößenverteilungen für Blasen mit Radius  $r \leq 0,1$  mm mit den dafür aufgebauten Detektoren zu messen. Deshalb soll sich die Beschreibung im folgenden auf den Teil der Apparatur beschränken, der aufgebaut wurde, um Blasen mit  $r \geq 0,09$  mm zu messen.



Figur II. 4. Mechanischer Aufbau des Blasengrößenmeßgerätes

### II. 3. Detektoren

Der Aufbau der Detektoren ist in Figur II. 5 dargestellt. Das von den Blasen unter  $\theta=45^\circ$  gestreute Licht wird von den plan-konvexen Linsen  $L_1$  und  $L_2$  auf die Photodiode abgebildet. Dabei dienen die Linsen- und Photodiodenhalterung als Blenden.



Figur II. 5. Aufbau der Detektoren

Die Brennweite der Linsen ist  $f=33\text{mm}$ . Bei einer Gegenstandsweite  $g=50\text{ mm}$  und einem Linsendurchmesser von  $20\text{ mm}$  wird der Öffnungswinkel  $\Delta\theta=20^\circ$ . Damit wird auf der Blasenoberfläche ein Raumwinkel von  $\Delta\Omega=0,1$  erfaßt.

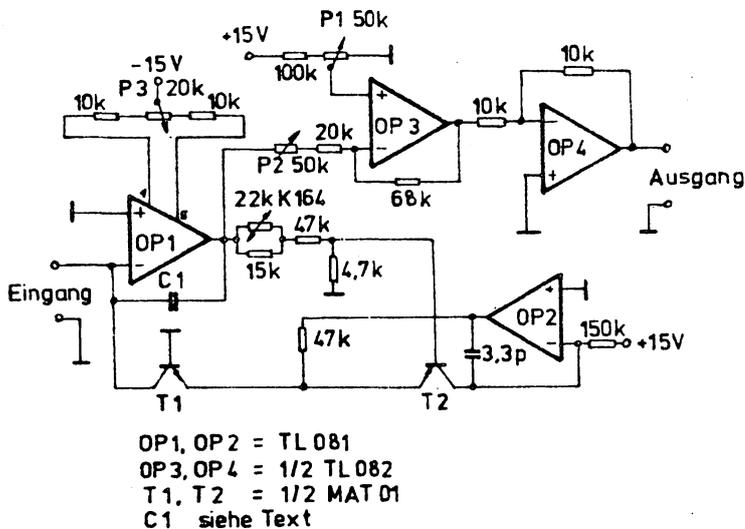
Die Größe des Meßvolumens wird von der geometrischen Lage der Linsen und der Photodiode bestimmt. Da die Photodiode eine kreisförmige aktive Fläche besitzt, wird mit der eingestellten geometrischen Anordnung ein kreisförmiges Meßfeld definiert, welches für die Detektoren, die auf den aufgeweiteten Laser-

strahl gerichtet sind, einen Radius von  $5,5 \pm 0,5$  mm hat. Dieses Meßfeld wird vom Laserstrahl mit Radius  $2,5 \pm 0,2$  mm geschnitten. Das Meßvolumen in welchem Blasen registriert werden, hat damit ein Volumen von  $216 \pm 32$  mm<sup>3</sup>.

#### II. 4. Elektrischer Verstärker

Die auf die aktive Diodenfläche abgebildete Lichtmenge wird in einen meßbaren Strom umgesetzt. Dieser wird von einem logarithmischen Verstärker in eine Spannung gewandelt, welche mit einem Vielkanalschreiber aufgezeichnet wird.

Das Schaltbild der logarithmischen Verstärker ist in Figur II. 6. gezeichnet (vgl. Wallrabe, 1980).



Figur II. 6. Schaltplan der log. Verstärker.

Die Übertragungsfunktion der logarithmischen Verstärker ist

$$U = A \cdot \log I + B.$$

Dabei kann der Offset B mit dem Potentiometer  $P_1$ , und der Faktor mit  $P_2$  eingestellt werden. Der Potentiometer  $P_3$  wird benötigt, um den Logarithmus für kleine Ströme einzustellen (Offsetabgleich von OP1).

Der Kondensator C1 muß so gewählt werden, daß der Verstärker bei den größten zu erwartenden Signalen nicht zu schwingen beginnt. Er bestimmt im wesentlichen die Grenzfrequenz des Verstärkers.

## II. 5. Zulässige Blasendichte

### II. 5. 1 Doppelimpulse:

Durch die Größe des Meßvolumens ist die zulässige Blasendichte (Blasen/ $m^3$ ) bestimmt, da sich mit hinreichender Wahrscheinlichkeit jeweils nur eine Blase im Meßvolumen befinden darf. Bei einer Blasendichte  $\Psi$  und einem Meßvolumen  $V_m$  ist diese Forderung erfüllt, wenn gilt

$$W = \Psi \cdot V_m \leq 0,1 \text{ Blasen.}$$

Dies bedeutet, daß sich im Mittel 0,1 Blasen, bzw., daß sich in 10% der Meßzeit eine Blase im Meßvolumen befindet. Die Wahrscheinlichkeit, daß sich mehrere Blasen gleichzeitig im Meßvolumen befinden, ist dann  $\leq 1\%$  (vgl. J. Bol et al, 1970).

Die Meßvolumina des aufgeweiteten Laserstrahles betragen  $216 \text{ mm}^3$  (siehe Kapitel II. 3). Damit wird die zulässige Blasendichte  $\Psi = 5 \cdot 10^5$  Blasen/ $m^3$ . Die größte in Marseille gemessene Blasendichte ist  $\leq 4 \cdot 10^3$  Blasen/ $m^3$  in dem beobachteten Radiusintervall ( $0,1 \text{ mm} \leq r \leq 0,55 \text{ mm}$ ).

### II. 5. 2. Abschätzung:

Weiter muß die Möglichkeit berücksichtigt werden, daß eine Blase, die sich im Laserstrahl bewegt, eine Blase, welche sich im Meßvolumen befindet, abschattet. Die Wahrscheinlichkeit, daß sich eine Blase irgendwo im Laserstrahl aufhält, ist  $W_L = \Psi \cdot V_L$ . Mit dem Volumen des Laserstrahl  $V_L = \pi r_L^2 \cdot L = 8,25 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$  und  $\Psi = 4000 \text{ Blasen/m}^3$  wird  $W_L \approx 0,03$ .

Die zweite Blase, welche gemessen wird, muß sich in einem Zylinder mit dem Radius, der gleich der Summe der Radien beider Blasen ist, und der Länge des Meßvolumens, befinden. Setzt man für eine obere Abschätzung den größten in Marseille gemessenen Radius  $r = 0,55 \text{ mm}$  ein, wird die Wahrscheinlichkeit für die zweite Blase  $\Psi \cdot V$  mit  $\Psi \leq 4000 \text{ Blasen/m}^3$  und  $V = \pi (r_1 + r_2)^2 L$ :  
 $W = \Psi \cdot V = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ Blasen}$ .

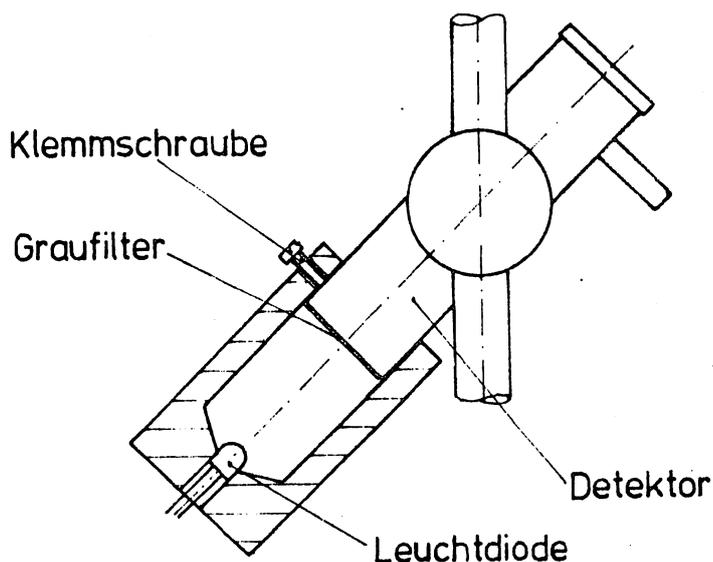
Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Blase durch eine andere Blase abgeschattet wird, ist also  $\leq 10^{-8}$  und kann damit vernachlässigt werden.

### III. Eichung

Um das Gerät einsetzen zu können, muß bekannt sein, welche Beziehung zwischen den gemessenen Spannungen und der Größe der Blasen, die sich im Meßvolumen befinden, besteht. Um diesen Zusammenhang zu bestimmen, wurde das System mit zwei verschiedenen Methoden geeicht.

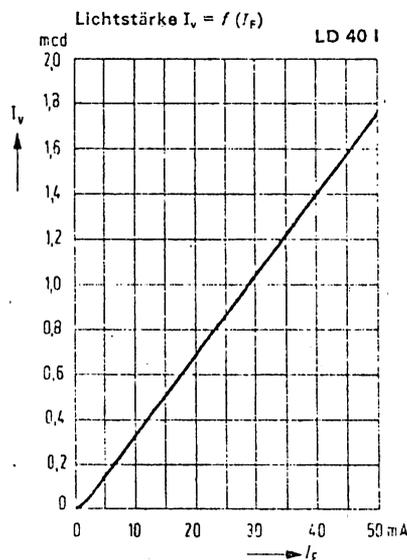
#### III. 1. Relative Eichung mit einer Leuchtdiode

Bei dieser ersten Methode wird im Meßfeld bei abgeschaltetem Laser eine Leuchtdiode angebracht. Da dies nicht im Wasser geschieht, ist zu beachten, daß sich die Gegenstandsweite der Detektoren in Luft ändert. Da jedoch nur relative Intensitäten bei einer festen Position der Leuchtdiode gemessen werden, ist die Gegenstandsweite nicht von großer Bedeutung. Die Versuchsanordnung ist in Figur III. 1. dargestellt.



Figur III. 1. Versuchsanordnung zur relativen Eichung der Detektoren mit LED.

Zur Eichung des Blasengrößenmeßgerätes wird ausgenutzt, daß die Lichtstärke  $I_v$  der Leuchtdiode proportional zum Strom  $I_f$  ist. Figur III. 2. zeigt ein Beispiel für die  $I_v=f(I_f)$  Kennlinie einer Leuchtdiode (Siemens, Bauelemente;)



Figur III. 2. Lichtstärke  $I_v$  als Funktion des Stromes  $I_f$  einer Leuchtdiode (Siemens, Bauelemente;)

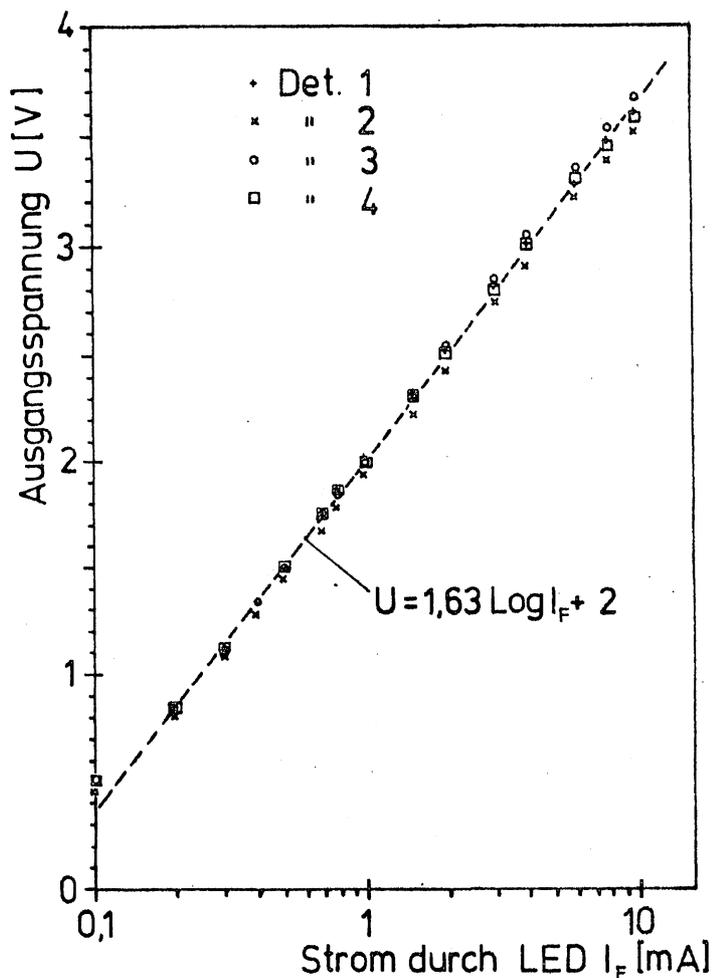
Da die Linearität zwischen Lichtstärke und Strom für sehr kleine Ströme nicht gewährleistet ist, wird die Lichtstärke mit mehreren Graufiltern, welche vor der ersten Linse der Detektoren angebracht sind, verringert.

Der gemessene Zusammenhang zwischen Strom  $I_f$  durch die Leuchtdiode und Ausgangsspannung ist in Figur III. 3. aufgetragen.

Nimmt man die Übertragungsfunktion der Elektronik als  $U = C_1 \cdot \text{Log} I_v + C_2$  (siehe Kapitel II. 4) an, so ergeben sich durch Anpassung an die gemessenen Werte für die Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  folgende Werte:

Detektor	$C_1$ (V)	$C_2$ (V)	Korrelationskoeff.
1	1,63	2,03	0,9996
2	1,60	1,93	0,9998
3	1,69	2,03	0,9998
4	1,63	2,00	0,9998

Tabelle III. 1. Ermittelte Konstanten und Korrelationskoeffizient der Übertragungsfunktion  $U = C_1 \cdot \text{Log} I_v + C_2$



Figur III. 3. Ausgangsspannung der Detektoren als Funktion des Stromes durch die Leuchtdiode

Zur Vereinfachung wird im weiteren für alle 4 Detektoren mit dem Mittelwert der gemessenen Konstanten gerechnet. Damit wird

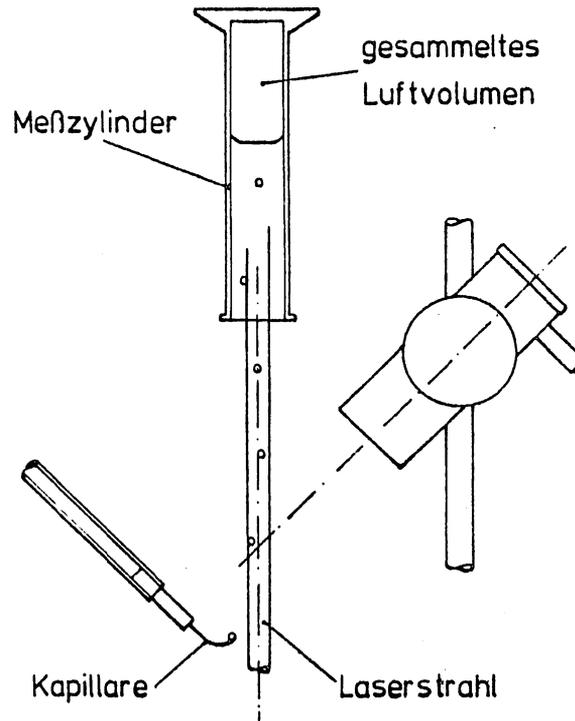
$$U = C_1 \cdot \text{Log } I_v + C_2$$

mit  $C_1 = 1,63 \pm 0,05$  V und  $C_2 = 2 \pm 0,05$  V. Die Eichgerade, die sich mit diesen Werten ergibt, ist in Figur III. 3. eingetragen.

Die Lichtstärke  $I_v$  der Leuchtdiode ist im Experiment proportional zum Quadrat des Radius einer Blase. Die Proportionalitätskonstante ist mit Hilfe einer absoluten Eichung mit Blasen zu bestimmen.

### III. 2. Eichung mit Gasblasen

Bei dieser Eichmethode werden Blasen definierter Größe erzeugt, welche sich durch das Meßvolumen bewegen. Die Versuchsanordnung ist in Figur III. 4. dargestellt.



Figur III. 4. Versuchsaufbau zur Eichung mit Gasblasen

Von einer Membranpumpe wird Luft durch eine Glas- oder Edelstahlkapillare gepumpt. Am Ende dieser Kapillare lösen sich einzelne Blasen ab. Der Luftdurchsatz und damit die Blasenfolge kann mit einem Nadelventil eingestellt werden. Die erzeugten Blasen sind bei ruhigem Wasser von sehr einheitlicher Größe. Dies kann daran beobachtet werden, daß sich der Abstand zwischen den Blasen beim Aufsteigen nicht ändert. Die Blasengeschwindigkeit und damit der Radius der Blasen muß also gleich sein.

Mit einem Meßzylinder wird eine abgezählte Anzahl Blasen aufgefangen, so daß sich aus dem gesammelten Luftvolumen der Radius der Blasen bestimmen läßt. Dabei muß sowohl der hydrostatische Druck als auch die Oberflächenspannung der Blasen beachtet werden. Der Druck durch die Oberflächenspannung ist  $P=2\gamma/r$  und daher insbesondere für kleine Blasen von Bedeutung.

Die kleinsten Blasen, mit denen diese Eichung durchgeführt wurde, hatten einen Radius  $r=0,77$  mm. Für diese Blasengröße ist  $P=180$  N/m<sup>2</sup> ( $\gamma=0,07$  N/m<sup>2</sup>). Dies sind  $\cong 0,2$  % des Atmosphärendrucks bzw. 2 cm Wassersäule. Die Oberflächenspannung braucht in diesem Fall für die erforderliche Genauigkeit nicht berücksichtigt zu werden.

Registriert man die von den Blasen erzeugten Signale, so erhält man für einen festen Radius  $r$  nicht Impulse mit einer vom Radius abhängigen konstanten Impulshöhe, sondern eine Impulshöhenverteilung mit einem ausgeprägten Maximum. Die Ursache und Bedeutung dieser Impulshöhenverteilung wird im folgenden Kapitel behandelt.

Für diese Eichung wird einem Radius die Ausgangsspannung zugeordnet, bei welcher das Maximum der Impulshöhenverteilung auftritt.

In Tabelle III. 2. sind die so ermittelten Impulshöhen für verschiedene Radien zusammengefaßt.

Impulshöhe (V)	Det 4	Det 3	Det 2	Det 1
Radius $r=1,45$ mm			3,2	3,2
$r=0,775$ mm	2,2	2,2	2,1	2,2
$r=1,65$ mm				2,9
$r=1,8$ mm			3,2	3,2

Tabelle III. 2. Gemessene Impulshöhe für verschiedene Radien

Für die Übertragungsfunktion  $U=C_1 \cdot \log k \cdot r^2 + C_2$  bestimmt sich die Proportionalitätskonstante aus diesen Werten zu  $k=2,25 \pm 0,25$  mm<sup>-2</sup>.

Die vorhandene Untergrundhelligkeit  $I_{\text{off}}$  muß bei kleinen Blasen berücksichtigt werden. Diese Untergrundhelligkeit addiert sich zur reflektierten Intensität der Blase. Befindet sich keine Blase im Meßvolumen, läßt sich  $I_{\text{off}}$  direkt messen.

Da die Untergrundhelligkeit hauptsächlich durch Streuung an Schwebeteilchen und die Rayleighstreuung verursacht wird, ist sie, wenn der Versuchsaufbau abgedunkelt wird, konstant. Die Ausgangsspannung beträgt in diesem Fall  $0,5 \pm 0,1$  V. Damit wird

$$I_{\text{off}} = 10^{(U_{\text{off}} - C_2)/C_1} \quad \text{mit } U_{\text{off}} = 0,5 \pm 0,1 \text{ V}$$

$$I_{\text{off}} = 0,12 \pm 0,02$$

Der Zusammenhang zwischen gemessener Spannung und Radius  $r$  für das Maximum der Impulshöhenverteilung ergibt sich damit zu

$$U = C_1 \cdot \log(k \cdot r^2 + I_{\text{off}}) + C_2 \quad (\text{III. 1.})$$

mit  $C_1 = 1,63 \pm 0,05 \text{ V}$   
 $C_2 = 2 \pm 0,05 \text{ V}$   
 $k = 2,25 \pm 0,25 \text{ mm}^{-2}$   
 $I_{\text{off}} = 0,12 \pm 0,02$

Für den Radius als Funktion der Impulshöhe gilt

$$r = \sqrt{\frac{10^{(U - C_2)/C_1} - I_{\text{off}}}{K}}$$

Setzt man für die kleinste auswertbare Impulshöhe voraus  $U(r) \geq U_{\text{off}} + 0,1 \text{ V}$ , liegt die untere Meßgrenze bei  $r = 0,09 \text{ mm}$ .

### III. 3. Intensitätsverteilung und Randfehler

Die Intensität des Laserstrahls ist über den Querschnitt des Meßvolumens nicht konstant. Dies verursacht bei Blasen gleicher Größe verschiedene Impulshöhen, je nachdem auf welchem Weg sich die Blase durch das Meßvolumen bewegt.

Hinzu kommt, daß Blasen, welche den Rand des Meßvolumens schneiden, nicht völlig beleuchtet werden. Ihre Streulichtimpulse sind kleiner als es ihrer Größe entspricht (vgl. Klaus Borho, 1970).

Bei einem Streuwinkel  $\theta=45^\circ$  und einem Öffnungswinkel  $\Delta\theta=20^\circ$  gibt es für den totalreflektierten und den durchgehenden Teil des Laserstrahls zwei Gebiete auf der Blasenoberfläche, die in den Detektor streuen. Diese Gebiete liegen für Totalreflexion bei  $0,88 \leq a/r \leq 0,95$  und für durchgehendes Licht bei  $0,62 \leq a/r \leq 0,72$  (vgl. Figur II. 2.).

Befindet sich das Zentrum der Blase im Abstand D vom Mittelpunkt des Laserstrahls mit Radius R, so daß gilt  $R-r \leq D \leq R-r/3$ , werden die Bereiche auf der Blase, die in den Detektor streuen, nicht vollständig beleuchtet.

Das Verhältnis der Fläche dieses Bereiches im Meßfeld zum Meßfeldquerschnitt ist

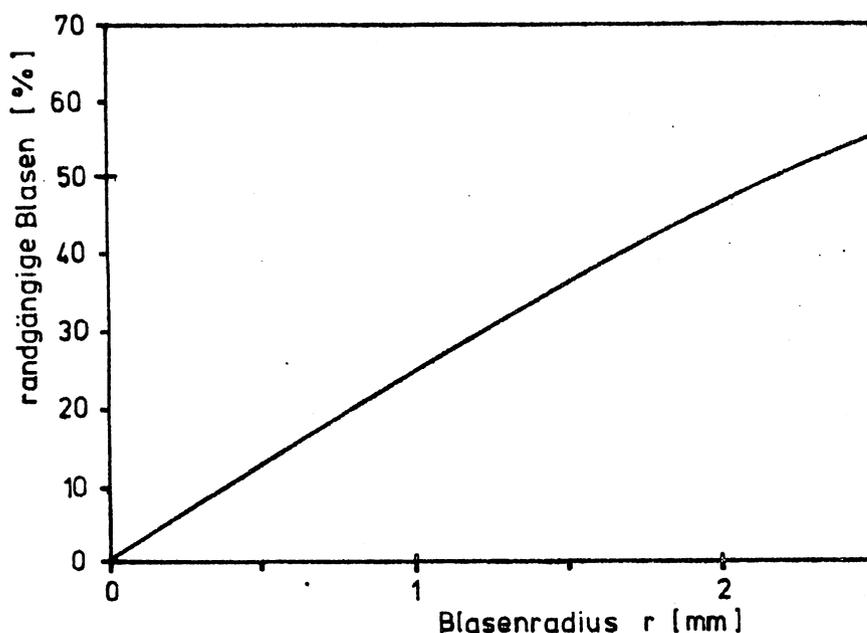
$$\frac{F_{\text{Rand}}}{F_{\text{Laser}}} = \frac{4\pi(R^2 - (R - 1/3r)^2)}{4\pi R^2} = \frac{2r}{3R} - \frac{r^2}{9R^2} \quad (\text{III. 1a.})$$

Wenn sich die Blasen parallel zur Achse des Lasers bewegen, gibt dieses Verhältnis näherungsweise den Anteil der randgängigen Blasen an, deren Signale nicht ihrer Größe entsprechen. Bewegen sich die Blasen nicht parallel zu dieser Achse, wird der Anteil der Blasen, die falsch registriert werden, kleiner. Gleichung (III. 1a.) ist deshalb eine obere Abschätzung für den Anteil der falsch registrierten Blasen. In Figur (III. 5) ist das Verhältnis  $F_{\text{Rand}}/F_{\text{Laser}}$  entsprechend Gl. (III. 1a.) aufgetragen.

Dabei wurden die Reflexionen in der Blase nicht berücksichtigt. Der Bereich auf der Blase, der durch diese Reflexionen in den Detektor streut, liegt nicht auf der selben Seite der Blase wie die Bereiche, die durch den total reflektierten und den durchgehenden Strahl in den Detektor streuen. Durch diese Reflexe wird der Anteil der falsch registrierten Blasen vergrößert.

Diese Reflexe sind jedoch nur für Blasen mit einem Radius  $r$  größer 0,4 mm von Bedeutung, da, wie in Kapitel II. 1. gezeigt wird, nur 7 % der eingestrahnten Intensität reflektiert werden. Die Reflexe kleinerer Blasen werden nicht registriert.

Eine weitere Ursache dafür, daß Blasen gleicher Größe unterschiedliche Signalhöhen erzeugen, sind Abweichungen von der bei den Berechnungen des Streuquerschnitts zugrundegelegten Kugelgestalt. Diese Deformationen werden von dem Strömungsfeld um die Blase verursacht.



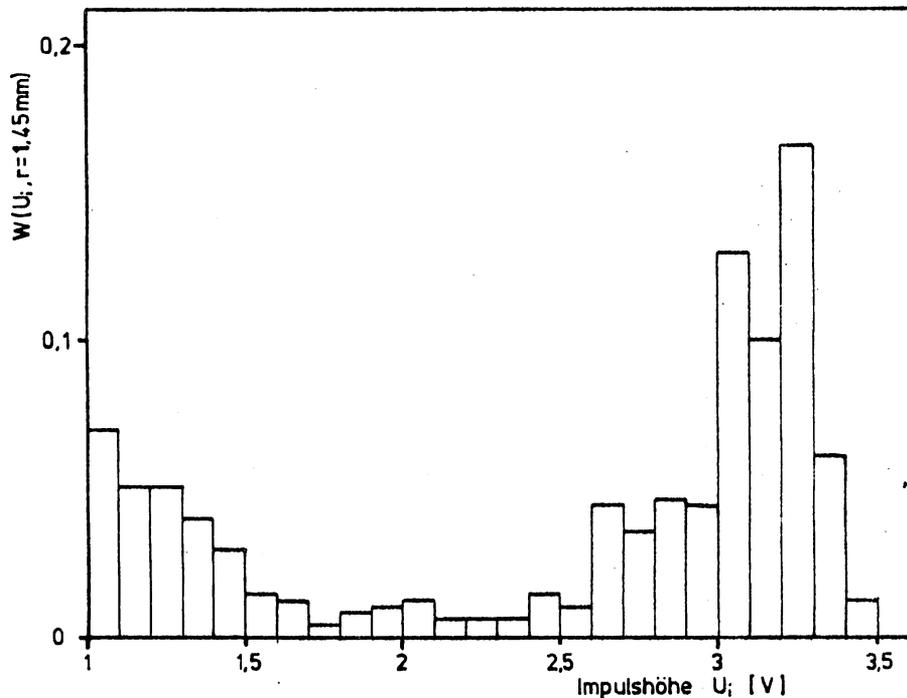
Figur III. 5. Prozentualer Anteil der randgängigen Blasen (Meßfeldradius  $R=2,5$  mm).

#### III. 4. Impulshöhenverteilung einer konstanten Blasengröße

Im Figur III. 6. ist die gemessene Impulshöhenverteilung, wie sie infolge der Randfehler und der Intensitätsverteilung im Laserstrahl von Blasen einer konstanten Größe erzeugt wird, aufgetragen.

Die Impulshöhenverteilung für Blasen mit Radius  $r_1$ , zeigt mit welcher Wahrscheinlichkeit  $W(U_i, r_1)$  eine Impulshöhe  $U$  gemessen wird. Für jede Blasengröße gibt es solch eine charakteristische Impulshöhenverteilung.

Die in Figur III. 6. gezeigte Impulshöhenverteilung zeigt einen Abfall der relativen Häufigkeit bis bei 2,2 V ein Minimum erreicht wird. Danach folgt ein ausgeprägtes Maximum. Diese Verteilung legt die Vermutung nahe, daß der erste Teil des Spektrums bis zum Minimum durch die randgängigen Blasen und Mehrfachreflexionen in der Blase, und die Verteilung im Maximum durch die Intensitätsverteilung im Laserstrahl verursacht wird.

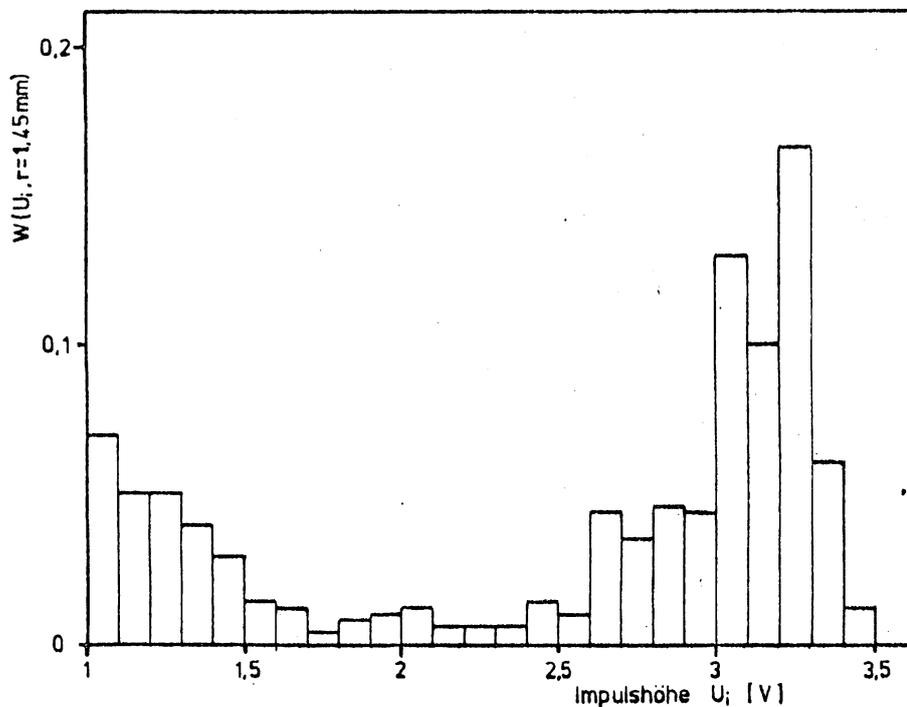


Figur III. 6. Impulshöhenverteilung von Blasen mit Radius 1,45 mm.

Aus der Betrachtung in Kapitel III. 3. folgt, daß 36 % der Blasen dieser Größe den Rand des Meßvolumens schneiden und somit falsch registriert werden. Tatsächlich verursachen 50 % der Blasen eine Impulshöhe kleiner 2,2 V (wenn die Impulshöhenverteilung bis 0,6 Volt extrapoliert wird). Reflexionen in der Blase erzeugen bei dieser Blasengröße Signale kleiner 1,5 Volt. Dies

Die Impulshöhenverteilung für Blasen mit Radius  $r$ , zeigt mit welcher Wahrscheinlichkeit  $W(U_i, r_j)$  eine Impulshöhe  $U$  gemessen wird. Für jede Blasengröße gibt es solch eine charakteristische Impulshöhenverteilung.

Die in Figur III. 6. gezeigte Impulshöhenverteilung zeigt einen Abfall der relativen Häufigkeit bis bei 2,2 V ein Minimum erreicht wird. Danach folgt ein ausgeprägtes Maximum. Diese Verteilung legt die Vermutung nahe, daß der erste Teil des Spektrums bis zum Minimum durch die randgängigen Blasen und Mehrfachreflexionen in der Blase, und die Verteilung im Maximum durch die Intensitätsverteilung im Laserstrahl verursacht wird.



Figur III. 6. Impulshöhenverteilung von Blasen mit Radius 1,45 mm.

Aus der Betrachtung in Kapitel III. 3. folgt, daß 36 % der Blasen dieser Größe den Rand des Meßvolumens schneiden und somit falsch registriert werden. Tatsächlich verursachen 50 % der Blasen eine Impulshöhe kleiner 2,2 V (wenn die Impulshöhenverteilung bis 0,6 Volt extrapoliert wird). Reflexionen in der Blase erzeugen bei dieser Blasengröße Signale kleiner 1,5 Volt. Dies

Spannungintervall $U_i$ (V)	2, 2-2, 3	2, 3-2, 4	2, 4-2, 5	2, 5-2, 6	2, 6-2, 7	2, 7-2, 8	2, 8-2, 9	2, 9-3, 0	3, 0-3, 1	3, 1-3, 2	3, 2-3, 3	3, 3-3, 4	3, 4-3, 5
berechnete Intensität $I \approx k$ (aus III. 1.) für $r=1,45$ mm)	0,47	0,55	0,65	0,75	0,87	1,01	1,18	1,37	1,58	1,83	2,11	2,45	2,82
gemessene Wahrscheinlichkeit $W(U_i, 1,45\text{mm})$	0,01	0,01	0,02	0,02	0,07	0,05	0,07	0,07	0,19	0,15	0,24	0,09	0,018
$r = 2,5 \sqrt{\sum_{i=1}^n W(U_i, 1,45)}$ (mm)	2,5	2,49	2,48	2,45	2,43	2,34	2,27	2,17	2,07	1,76	1,47	0,82	0,33

Tabelle III. 3. berechnete Intensitätsverteilung im Laserstrahl

kann die steile Zunahme der Impulshöhenverteilung für Impulse kleiner 1,5 Volt erklären.

### III. 5. Berechnung der Intensitätsverteilung

Aus der Wahrscheinlichkeit  $W(U_i, r_i)$  im Maximum der Impulshöhenverteilung um den Peak läßt sich die Intensitätsverteilung im Laserquerschnitt bestimmen.

Mit Gleichung (III. 1.) wird die zur Laserintensität proportionale Konstante  $k$ , für die verschiedenen Ausgangsspannungen  $U$  bei festem Radius  $r$  berechnet. Diese Konstante wurde in Kapitel III. 2. für die Spannung, bei der das Maximum der Impulshöhenverteilung auftritt, bestimmt. Aus Gleichung (III. 1.) folgt

$$k(U_i) = \frac{10^{(U - c_2)/c_1} - I_{off}}{r^2}$$

In Tabelle III. 3. sind für die verschiedenen Spannungsintervalle die daraus berechneten Werte für  $k$  zusammengestellt. Die Wahrscheinlichkeiten für die Impulshöhen entsprechen dem Flächenanteil des Lasers, mit der zu  $k$  proportionalen Intensität.

Die so berechnete Verteilung der Intensität im Meßvolumen ist in Figur III. 7. aufgetragen. Dabei ist angenommen, daß die Intensität vom Zentrum des Laserstrahl symmetrisch nach außen abnimmt.

### III. 6. Impulshöhenverteilung einer Blasengrößenverteilung

Die Impulshöhenverteilung einer Blasengrößenverteilung setzt sich zusammen aus den Impulshöhenverteilungen der einzelnen Blasengrößen.

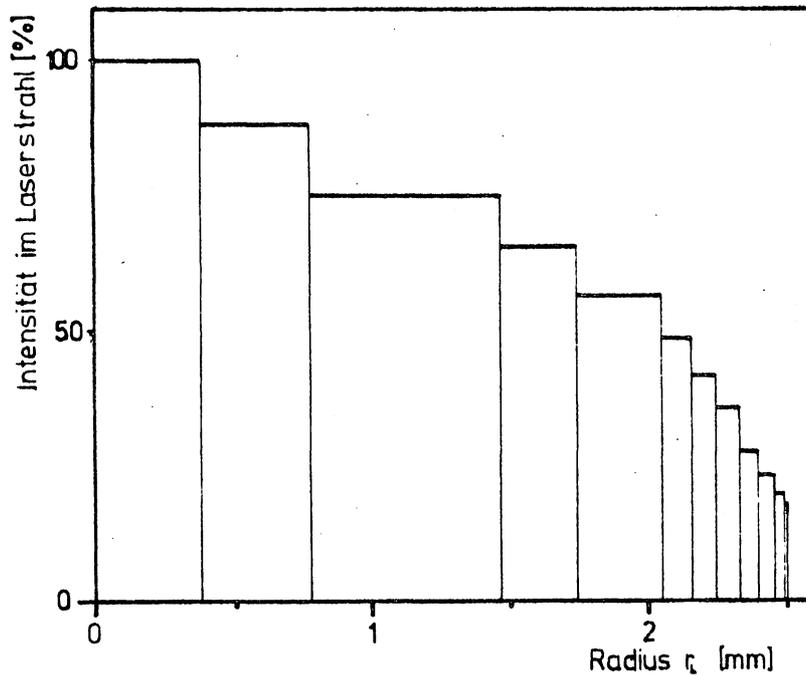
Um eine gemessene Impulshöhenverteilung auszuwerten, ist es notwendig, die Impulshöhenverteilungen der vorkommenden Blasengrößen zu kennen. Diese lassen sich, wie in Kapitel III. 2. beschrieben, messen. Da es jedoch nicht gelungen ist, Blasen mit

rel. Intensität I k <sup>1)</sup> berechnet in Tabelle III. 3.	2,6- 3,0	2,27- 2,6	1,96- 2,27	1,7- 1,96	1,47- 1,7	1,27- 1,47	1,09- 1,27	0,94- 1,09	0,81- 0,94	0,7- 0,81	0,6- 0,7	0,5- 0,6
$W(U_1, r=1,45\text{mm})$	0,018	0,09	0,24	0,15	0,19	0,07	0,07	0,05	0,07	0,02	0,02	0,01
$U_1$ für $r=0,275\text{ mm}$ <sup>2)</sup> aus $U_1=C_1 \log(kr^2 + I_{\text{off}}) + C_2$	1,19- 1,25	1,27- 1,19	1,068- 1,127	1,014- 1,068	0,963- 1,014	0,915- 0,963	0,869- 0,915	0,828- 0,869	0,791- 0,828	0,757- 0,791	0,725- 0,757	0,700- 0,725
ausgezählte Spannungsintervalle	0,5- 0,6	0,6- 0,7	0,7- 0,8	0,8- 0,9	0,9- 1,0	1,0- 1,1	1,1- 1,2	1,2- 1,3	1,3- 1,4			
$W(U_1, r=0,275\text{ mm}) = \frac{H(U_i)}{\sum H(U_i)}$ <sup>3)</sup>	0,2	0,007	0,05	0,098	0,178	0,28	0,18	0,012	0			

Tabelle III. 4. Berechnung der Impulshöhenverteilung von Blasen mit Radius  $r=0,275\text{ mm}$ .

Anmerkungen:

- 1) Die gemessene Impulshöhenverteilung und die daraus mit (III. 1.) berechnete Intensitätsverteilung bilden die Grundlage für die Berechnung der Impulshöhenwahrscheinlichkeit für Blasen im Radiusintervall um  $r_1$ .
- 2) Für die verschiedenen Intensitäten im Laserstrahl werden die für Blasen mit Radius  $r=0,275\text{ mm}$  erzeugten Impulshöhen berechnet. Die so erhaltenen Spannungsintervalle, in denen Impulse mit der Wahrscheinlichkeit  $W(U_1, r=1,45\text{mm})$  auftreten, entsprechen nicht den Spannungsintervallen, in denen die Impulse ausgezählt wurden. Diese Spannungsintervalle gehen von 0,6 Volt in 0,1 Voltschritten aufwärts bis zum letzten Intervall, das von 1,4 bis 2,0 Volt geht.
- 3) Die Wahrscheinlichkeit  $W(U_1, r=1,45\text{ mm})$  wird auf diese ausgezählten Spannungsintervalle, entsprechend ihrem Beitrag in den einzelnen Intervallen, umgerechnet. Dabei wird der Anteil der randgängigen Blasen (siehe Kapitel III. 3.) in den Spannungsintervallen berücksichtigt, in denen durch  $W(U_1, r=1,45\text{ mm})$  kein Beitrag entsteht (in diesem Fall im Intervall von 0,5-0,6 Volt).



Figur III. 7. Berechnete Intensitätsverteilung im Laserstrahl

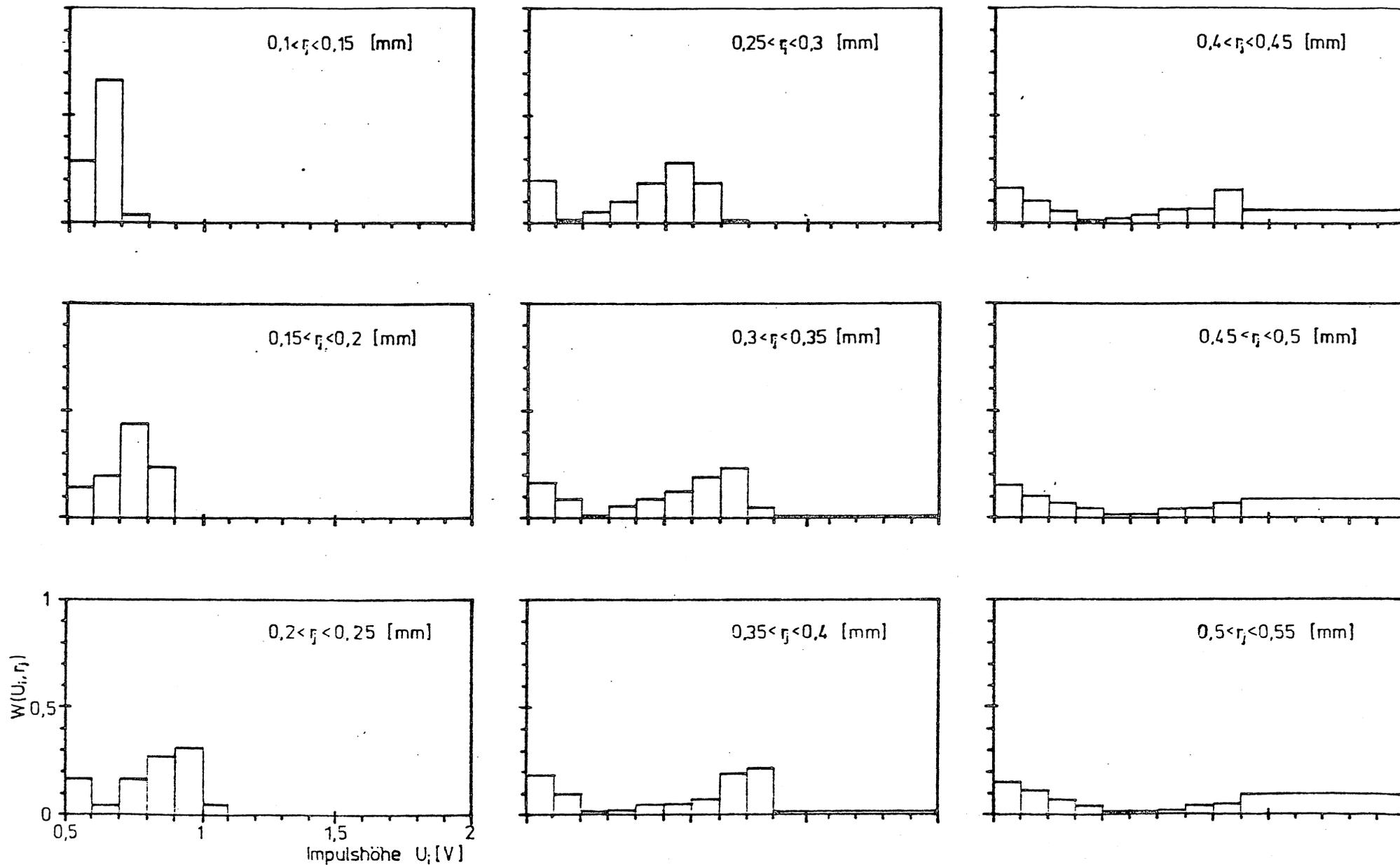
Radius  $r \leq 0,77\text{mm}$  zu erzeugen, müssen diese Verteilungen aus der in Kapitel III. 5. berechneten Intensitätsverteilung bestimmt werden.

Hierzu werden die Blasengrößen in 9 Intervalle eingeteilt. Aus Gleichung III. 1. kann dann für den mittleren Radius eines Radiusintervalls mit der berechneten Intensitätsverteilung die Impulshöhenverteilung berechnet werden.

$$U(k_i, r_j) = C_1 \log(k_1 r_j^2 + I_{off}) + C_2$$

Die Wahrscheinlichkeit mit der  $U(k_i, r_j)$  gemessen wird ist durch den Flächenanteil, mit dem die zu  $k$  proportionale Intensität im Laserstrahl vertreten ist, bestimmt. Tabelle III. 4. zeigt die Berechnung der Impulshöhenwahrscheinlichkeit für das Radiusintervall  $0,25 \leq r \leq 0,3 \text{ mm}$ .

In Figur III. 8. ist die so ermittelten Impulshöhenwahrscheinlichkeiten für alle 9 Radiusintervalle aufgetragen.



Figur III. 8. Impulshöhenwahrscheinlichkeit  
für 9 Radiusintervalle

Mißt man im Experiment  $n$  Impulse in einem Spannungsintervall  $U_i$ , so setzen sich diese  $n$  Impulse zusammen aus den relativen Impulshöhenwahrscheinlichkeiten  $W(U_i, r_j)$  in diesem Spannungsintervall multipliziert mit der Anzahl der Blasen  $X(r_j)$  im Radiusintervall  $r_j$ :

$$n(U_i) = \sum_{j=1}^9 W(U_i, r_j) X(r_j)$$

Faßt man die Elemente  $W(U_i, r_j)$  in einer Matrix  $\hat{A}$  zusammen, so läßt sich dieser Zusammenhang schreiben als

$$\bar{n} = \hat{A} \bar{X} .$$

Dabei sind die Elemente von  $\bar{n}$  die gemessene Anzahl an Impulsen im Spannungsintervall  $i$  und die Elemente von  $\bar{X}$  die Anzahl an Blasen im Radiusintervall  $j$ , die sich im Meßvolumen befunden haben.

Die Elemente  $i$  einer Spalte  $j$  der Matrix  $\hat{A}$  sind die Impulshöhenwahrscheinlichkeiten im Spannungsintervall  $i$  für Blasen im Radiusintervall  $j$ . Dies sind die in Figur III. 8. aufgetragenen Werte.

Die Matrix  $\hat{A}$  ist damit

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0,671 & 0,194 & 0,046 & 0,007 & 0,080 & 0,090 & 0,103 & 0,104 & 0,115 \\ 0,035 & 0,430 & 0,164 & 0,050 & 0,015 & 0,014 & 0,052 & 0,070 & 0,074 \\ 0 & 0,226 & 0,264 & 0,098 & 0,053 & 0,019 & 0,011 & 0,035 & 0,035 \\ 0 & 0 & 0,305 & 0,178 & 0,091 & 0,046 & 0,020 & 0,009 & 0,008 \\ 0 & 0 & 0,050 & 0,280 & 0,124 & 0,073 & 0,038 & 0,017 & 0,008 \\ 0 & 0 & 0 & 0,180 & 0,190 & 0,074 & 0,065 & 0,043 & 0,018 \\ 0 & 0 & 0 & 0,012 & 0,230 & 0,192 & 0,066 & 0,048 & 0,040 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,050 & 0,213 & 0,156 & 0,060 & 0,049 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,016 & 0,056 & 0,079 & 0,082 \end{pmatrix}$$

Hat man im Experiment eine bestimmte Impulshöhenverteilung gemessen, so ergibt sich eine mathematische Lösung für die Blasen-  
größenverteilung durch

$$\bar{X} = \hat{A}^{-1} \bar{n} . \quad (\text{III. 2.})$$

In Marseille wurden bei 13,8 m/s Windgeschwindigkeit in 0,1 m Wassertiefe die in Tabelle III. 5. eingetragenen Werte für  $n_i$  gemessen.

Aus (III. 2.) ergeben sich dafür die in Spalte 5 der Tabelle III. 5. eingetragenen Werte für  $X_j$ . Da  $X_j$  auch negativ wird, sind diese Werte physikalisch nicht sinnvoll. Die Ursache für diese negativen Werte liegt darin, daß die Impulshöhenverteilungen einer Statistik unterliegen, das heißt, es können in einigen Spannungsintervallen mehr oder weniger Ereignisse auftreten als es ihrer Wahrscheinlichkeit entspricht.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Spannungsintervall $U_i$ (V)	0,6-0,7	0,7-0,8	0,8-0,9	0,9-1,0	1,0-1,1	1,1-1,2	1,2-1,3	1,3-1,4	1,4-2,0
gemessene Impulsanzahl $n_i$	316	102	54	31	13	14	5	3	8
Radiusintervall $r_j$ (mm)	0,1-0,15	0,15-0,2	0,2-0,25	0,25-0,3	0,3-0,35	0,35-0,4	0,4-0,45	0,45-0,5	0,5-0,55
Aus(III. 2.) berechnete Blasenanzahl $X_j$	377	153	64	0	187	-268	475	-1146	930
Blasenanzahl $X_j$ aus (III. 3.) mit $s=3,1$ , $C=0,66$	416	146	67	36	21	14	9	7	5
Impulsanzahl aus $\bar{n} = \hat{A} \bar{X}$ $X_j=0,66r_j^{-3,1}$	316	92	56	29	17	12	13	6	1

Tabelle III. 5. Berechnung der Blasengrößenverteilung aus (III. 2.) und (III. 3.)

Um zu einer physikalisch sinnvollen Lösung zu kommen, wird die Anzahl der Blasen  $X_j$  in einem Radiusintervall angenommen als

$$X(s)_j = C r_j^{-s} . \quad (\text{III. 3.})$$

```
10 REM OPTIMIERUNG VON X
20 OPTION BASE 1
40 DIM A(9,9),Sb(9),B(9),X(9),R(9),D(9)
50 REM EINGABE VON A ZEILENWEISE
60 DATA .671, .194, .046, .007, .080, .090, .109, .104, .115
70 DATA .035, .430, .164, .050, .015, .014, .052, .070, .074
80 DATA .000, .226, .264, .098, .053, .019, .011, .035, .035
90 DATA .0 , .0 , .305, .178, .091, .046, .020, .009, .008
100 DATA .0 , .0 , .050, .280, .124, .073, .038, .017, .008
110 DATA .0 , .0 , .0 , .180, .190, .074, .065, .043, .018
120 DATA .0 , .0 , .0 , .120, .230, .192, .066, .048, .040
130 DATA .0 , .0 , .0 , .0 , .050, .213, .156, .060, .049
140 DATA .0 , .0 , .0 , .0 , .0 , .016, .056, .079, .082
150 MAT READ A
160 REM EINGABE VON R
170 DATA .125,.175,.225,.275,.325,.375,.425,.475,.525
180 MAT READ R
190 INPUT "9 WERTE FUER B EINGEBEN:",Sb(*)
200 PRINT "SUMME DER Bi:",SUM(Sb)
201 Bsum=SUM(Sb)
220 MAT Sb=Sb/(SUM(Sb))
230 REM SUMME DER Bi IST NUN 1
240 INPUT "SLOPE S:",S
250 S=S-.1
260 MAT X=LOG(R)
270 MAT X=X*(S)
280 MAT X=EXP(X)
300 MAT X=X/(SUM(X))
310 REM X IST NUN AUF 1 NORMIERT
330 MAT B=A*X
340 MAT B=B/(SUM(B))
350 REM B IST NUN AUF 1 NORMIERT
360 REM BERECHNUNG VON DELTA:
370 MAT D=B-Sb
380 MAT D=ABS(D)
381 PRINT "SLOPE S:",S
390 PRINT "SUMME |B-SB|:",SUM(D);
400 REM UMRECHNUNG VON NORMIERTEM X AUF NOTWENDIGE BLASENZAHL
410 MAT B=A*X
420 Xnorm=Bsum/SUM(B)
430 MAT X=X*(Xnorm)
440 PRINT "BLASEN IM MESSVOLUMEN:",X(*)
441 MAT B=A*X
442 PRINT "IMPULSSPEKTRUM:",B(*)
450 GOTO 250
```

Figur III. 9. Programm zur Berechnung der Blasendichteverteilung  
(siehe Text)

Der Exponent  $s$  wird nun so gewählt, daß  $\bar{X}$  eingesetzt in (III. 2) die gemessene Impulshöhenverteilung möglichst gut wiedergibt. Die Konstante  $C$  wird zur Normierung der berechneten Impulsanzahlen auf die gemessenen Impulszahlen benötigt.

Für diesen Fit wird das in Figur III. 9. gezeigte Programm verwendet. Die so berechnete Blasengrößenverteilung und die daraus resultierende Impulshöhenverteilung ist in Tabelle III. 4. mit eingetragen.

Der Exponent  $s$  ergibt sich in diesem Fall zu  $s=3,1$ . Die Summe der Abweichungen  $D$  der berechneten Impulsanzahl von der gemessenen der einzelnen Spannungsintervalle ist

$$D = \sum_{i=1}^9 |n_{i \text{ ber}} - n_{i \text{ gem}}| .$$

Damit wird der relative Fehler

$$\frac{D}{\sum_i n_{i \text{ gem}}} = 6 \% .$$

#### IV. Messungen

##### IV. 1. Durchführung

Die Messungen wurden in Marseille in einem 40 m langen linearen Wind- Wasserkanal bei 12, 13 und 13,8 m/s Windgeschwindigkeit durchgeführt. Größere Windgeschwindigkeiten sind an diesem Windkanal nicht möglich. Das Blasengrößenmeßgerät wurde bei einem Fetch  $f$  von  $\approx 34$  m in den Kanal gestellt.

Wie schon in Kapitel II. 2. erwähnt, war das Wasser zu verschmutzt, um die Signale der für die kleinen Blasen aufgebauten Detektoren auszuwerten. Das Verhältnis von Signalen durch Schmutzpartikel zu Signalen durch Blasen fiel um Größenordnungen zu Ungunsten der Blasen aus.

Die Wahrscheinlichkeit für Signale, die durch Schwebeteilchen verursacht wurden, ist bei kleiner Windgeschwindigkeit gemessen worden, bei der es keine überschlagenden Wellen und keine sichtbaren Blasen gab.

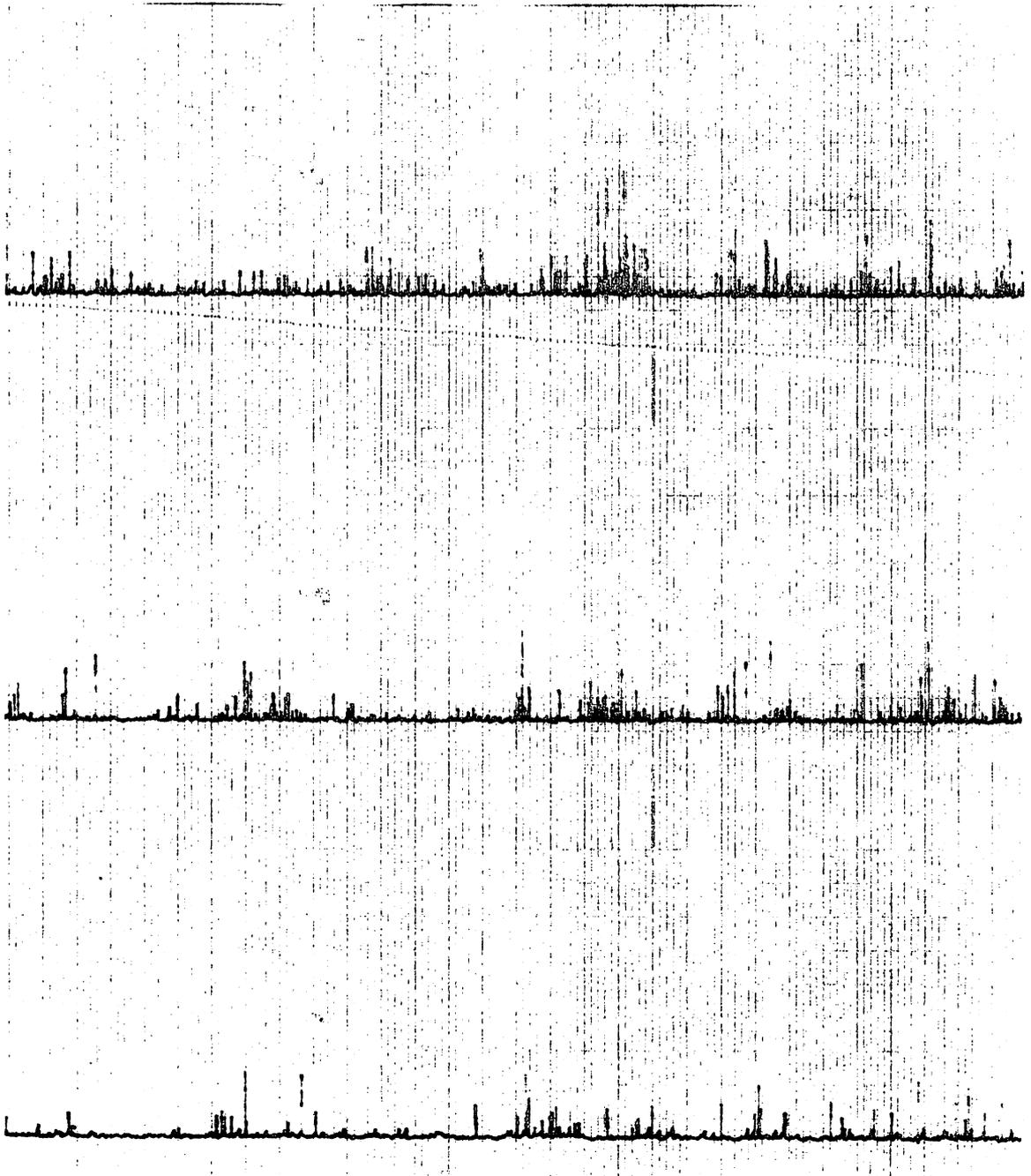
Mit den Detektoren, welche für große Blasen aufgebaut sind, lassen sich nur Blasen mit Radius  $r \geq 0,09$  mm feststellen. Signale dieser Blasen sind größer als die Signale der Schwebeteilchen.

Die so erhaltenen Signale wurden auf einem Vielkanalschreiber aufgezeichnet. Figur IV. 1. zeigt einen Ausschnitt aus einem Schreiberdiagramm. Die Impulse wurden nach ihrer Höhe ausgezählt.

##### IV. 2. Auswertung

Aus der Anzahl der gemessenen Impulse muß die Blasendichte (Blasen/ $m^3/\Delta r$ ) bestimmt werden.

Hierzu hat zunächst die in Kapitel III. 6 gezeigte Umrechnung der Impulsanzahl auf Blasen im Meßvolumen zu erfolgen. Die Blasendichte



Figur IV.1. Ausschnitt aus dem Schreiberpapier des Vielkanalschreibers

ergibt sich dann aus dem Verhältnis der Zeit, während der sich Blasen im Meßvolumen befunden haben, zur Meßdauer und dem Verhältnis aus Bezugsvolumen zum Meßvolumen.

Weiter muß berücksichtigt werden, daß das Radiusintervall, für welches die Blasenanzahl berechnet wurde, 50  $\mu\text{m}$  breit ist. Dies soll zum besseren Vergleich mit den Ergebnissen anderer Autoren auf 1  $\mu\text{m}$  um gerechnet werden. Die Blasendichte  $\Psi(r)$  wird damit

$$\Psi(r) \frac{\text{Blasen}}{\mu\text{m m}^3} = \frac{\text{Blasen im Meßvolumen} * \text{mittlere Aufenthaltsdauer}}{50 \mu\text{m} * \text{Meßvolumen} * \text{Meßdauer}}$$

Das Meßvolumen wurde in Kapitel II. 3. zu  $V_m = 216 \pm 32 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$  bestimmt. Die mittlere Aufenthaltsdauer ist aus dem Schreibstreifen schwer zu ermitteln, da es nur kurze Zeit möglich war, die Impulse so aufzuzeichnen, daß ihre zeitliche Länge bestimmt werden konnte. Aus den wenigen so bestimmten Impulslängen ergibt sich die mittlere Aufenthaltsdauer zu  $t_A = 0,06 \pm 0,02 \text{ s}$ .

Die Konstante zur Umrechnung der Anzahl der Blasen im Meßvolumen zur Blasendichte ergibt sich damit zu

$$\Psi(r) = k \cdot X(r) \quad \text{mit}$$

$$k = \frac{5555}{\text{Meßdauer}} \cdot \frac{\text{s}}{\mu\text{m} \cdot \text{m}^3} \quad \pm 34 \%$$

Der Fehler bei der Bestimmung der Blasendichte ist also neben statistischen Fehlern durch den Fehler bei der Bestimmung dieser Konstanten verursacht, und liegt damit in der Größenordnung von  $\pm 50\%$ .

Diese Art der Auswertung wurde jedoch nur für 13,8 m/s Windgeschwindigkeit durchgeführt. Bei 12 und 13 m/s Windgeschwindigkeit gab es während der begrenzten Meßzeit (30 bis 60 Minuten) zu wenig Impulse, um eine Blasengrößenverteilung entsprechend Kapitel III. 6. zu berechnen.

Um die Ergebnisse dieser Messungen auszuwerten, wurde angenommen, daß die Blasengrößenverteilung bis auf eine Proportionalitätskonstante unabhängig von Windgeschwindigkeit  $V$  und Fetch  $f$  ist.

$$\Psi(r, z, f, V) = C(z, f, V) \cdot r^{-n(z)} .$$

Die Abhängigkeit der Blasendichte von der Wassertiefe und der Windgeschwindigkeit läßt sich mit dieser Annahme dadurch bestimmen, daß die Anzahl der Impulse (im gesamten Spannungsintervall von 0,6 bis 2,0 Volt) für die einzelnen Detektoren und die verschiedenen Windgeschwindigkeiten miteinander verglichen werden.

#### IV. 3. Ergebnisse

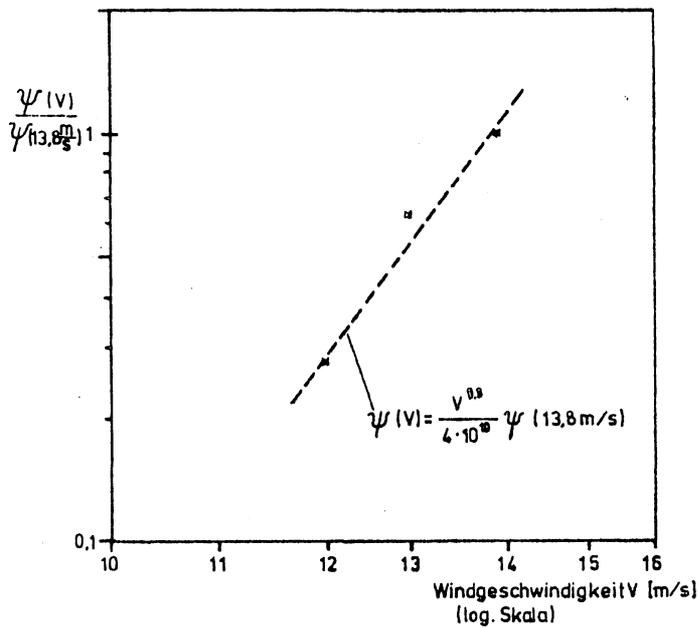
In Tabelle IV. 1. ist die Anzahl der Impulse pro Minute im Spannungsintervall von 0,6 bis 2,0 Volt für die 4 Detektoren bei 12, 13, und 13,8 m/s Windgeschwindigkeit zusammengestellt. Die Fehlerangaben sind nicht der statistische Fehler einer einzelnen Messung (über 30 min), sondern ergeben sich aus der Abweichung von zwei bzw. drei Messungen über jeweils eine halbe Stunde.

Windgeschw. (m/s)	12	13	13,8
Anzahl der Ereignisse pro Minute für:			
Det. 4; z=0,4m	0,7 <i>0,6</i>	3,1 ±0,6 <i>2,8</i>	5,5 ±1,6 <i>5,0</i>
Det. 3; z=0,3m	2,1 <i>1,9</i>	5,2 ±1,1 <i>4,7</i>	9,5 ±2,7 <i>8,6</i>
Det. 2; z=0,2m	2,3 <i>2,1</i>	7,5 ±2,2 <i>6,8</i>	13,7 ±1,5 <i>12,3</i>
Det. 1; z=0,1m	5,4 <i>4,9</i>	12,9 ±2,0 <i>11,6</i>	19,6 ±3,1 <i>17,6</i>
Summe der Impulse für die 4 Detektoren	<i>10<sup>4</sup></i> 10,1 <i>9,1</i>	28,7 ±5,9 <i>26</i>	48,3 ±8,9 <i>43,5</i>

Tabelle IV. 1. Anzahl der Impulse im Spannungsintervall von 0,6 bis 2 Volt. *~40%* *25%* *~20%*

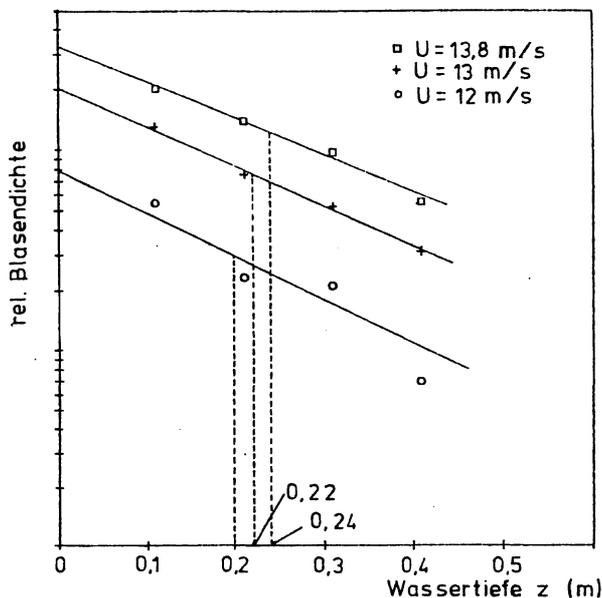
In Figur IV. 2. ist die relative Blasendichte als Funktion der Windgeschwindigkeit aufgetragen. Grundlage hierzu ist die in Tabelle IV. 1. eingetragene Summe der Impulse für die 4 Detektoren. Aus der Anpassungsgeraden ergibt sich für die Blasendichte

$$\Psi(V) = \frac{V^{9,3}}{4 \cdot 10^{10}} \cdot \Psi(13,8 \text{ m/s}) \quad (\text{IV. 1.})$$

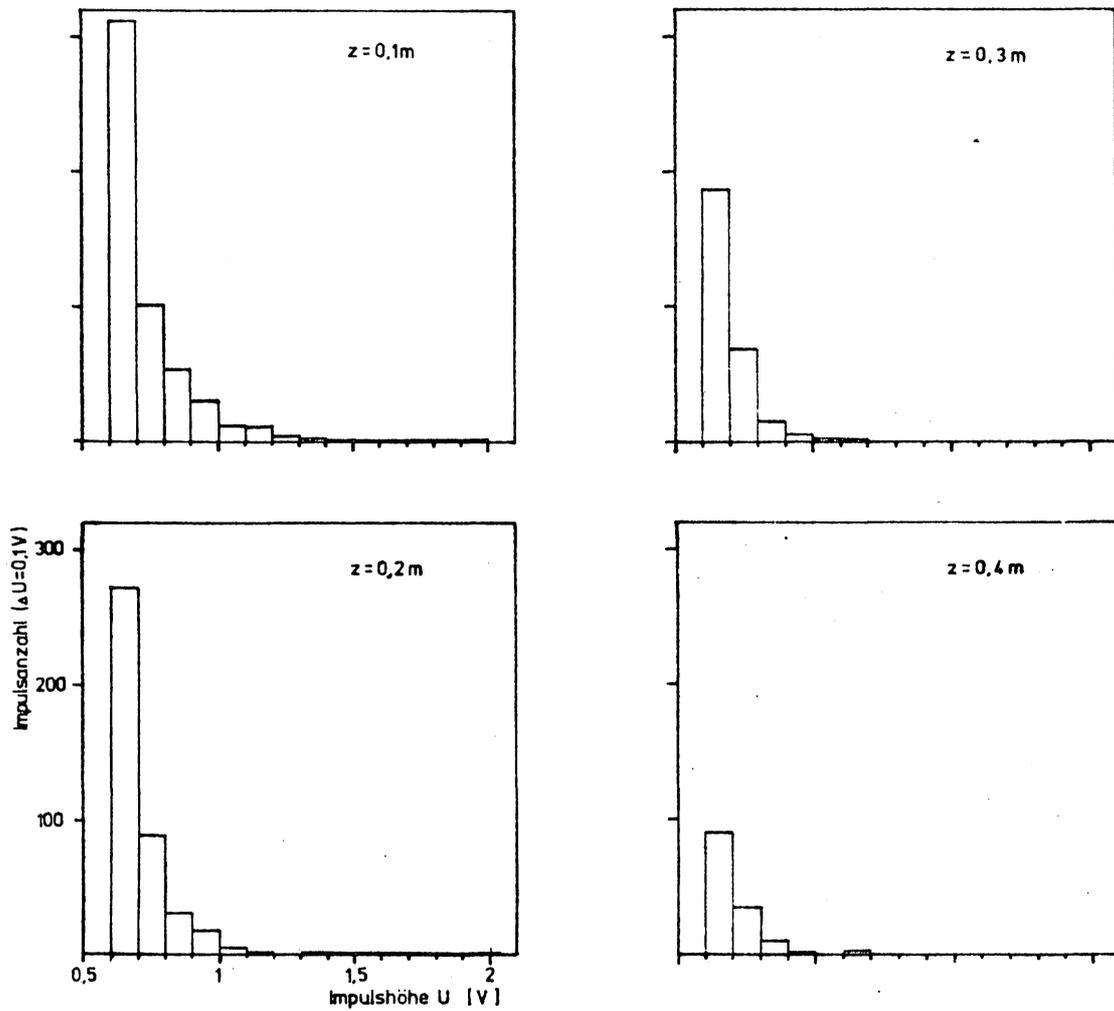


Figur IV. 2. Blasendichte als Funktion der Windgeschwindigkeit.

Figur IV. 3. zeigt die Änderung der Blasendichte als Funktion der Wassertiefe für verschiedene Windgeschwindigkeiten. Die Blasendichte zeigt einen exponentiellen Abfall mit der Wassertiefe, wobei die Steigung mit zunehmender Windgeschwindigkeit abnimmt. Dies entspricht einer Zunahme der Mischungstiefe mit der Windgeschwindigkeit. In Figur IV. 3. sind die Wassertiefen eingetragen, bei welchen die Blasendichten auf  $1/e$  der Werte bei 0 m Wassertiefe abnehmen.



Figur IV. 3. Blasendichte in Abhängigkeit von der Wassertiefe für verschiedene Windgeschwindigkeiten.



Figur IV. 4. Gemessene Impulshöhenverteilung für verschiedene Wassertiefen (13,8 m/s Windgeschwindigkeit, Meßdauer 25 min).

In Figur IV. 4. sind die gemessenen Impulshöhenverteilungen für 13,8 m/s Windgeschwindigkeit zusammengefaßt. Die daraus berechneten Blasendichteverteilungen für die verschiedenen Wassertiefen ergeben sich zu

$$\Psi(r, z) = e^a \cdot r^{-s} \quad \text{Blasen Radius } r \text{ (m)} \quad \text{(IV. 2.)}$$

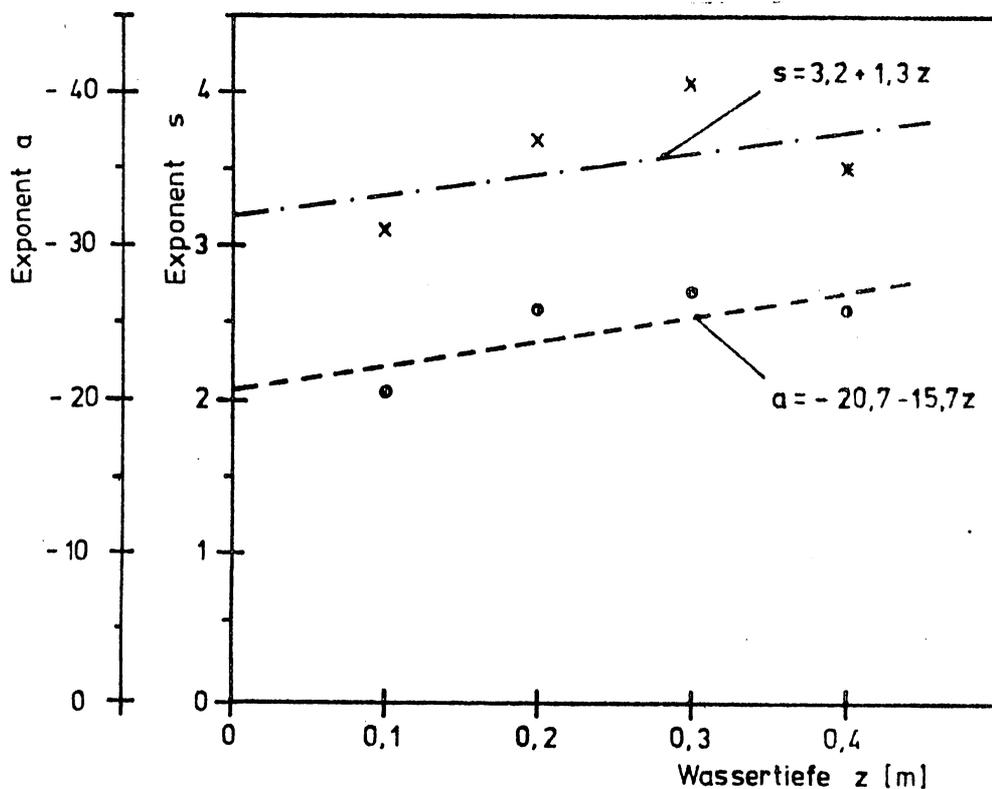
$\frac{m^3}{\mu m}$

mit

$a = -20,4$	$s = 3,1$	für $z = 0,1$ m
$a = -25,9$	$s = 3,7$	für $z = 0,2$ m
$a = -27,2$	$s = 3,8$	für $z = 0,3$ m
$a = -25,2$	$s = 3,5$	für $z = 0,4$ m .

Der Ansatz für den Faktor  $e^a$  in obiger Gleichung wird durch die exponentielle Abhängigkeit der Blasendichte mit der Wassertiefe  $z$ , die in Figur IV. 3. dargestellt ist, nahegelegt.

Trägt man  $a$  und  $s$  gegen die Wassertiefe  $z$  auf (Figur IV. 5.), so ergibt sich aus der Anpassungsgeraden  $a = -15,7 \cdot z - 20,7$  mit einem Korrelationskoeffizienten  $k = -0,92$  und  $s = 1,3 \cdot z + 3,2$  mit  $k = 0,54$ . Dieser kleine Wert für den Korrelationskoeffizienten zeigt, daß die Werte dieser ersten Messung noch sehr unsicher sind.



Figur IV. 5. Ermittlung der Abhängigkeit des Blasengrößen-spektrums von der Wassertiefe.

Die Zunahme von  $s$  mit der Wassertiefe bedeutet, daß große Blasen mit zunehmender Wassertiefe weniger häufig sind, was daher rührt, daß die großen Blasen wegen ihrer höheren Aufstiegs geschwindigkeit nicht so tief gemischt werden wie kleine Blasen.

Die Blasendichte läßt sich nun schreiben als

$$\Psi(r, z) = e^{-(15,7z+20,7)} r^{-(1,3z+3,2)} \frac{\text{Blasen}}{\text{m}^3 \mu\text{m}} \quad (\text{IV. 3.})$$

Die Blasendichte als Funktion der Windgeschwindigkeit wird mit (IV. 1.):

$$\psi(r, z, U) = \frac{V^{9,3}}{4 \cdot 10^{10}} \cdot e^{-(15,7z + 20,7)} \cdot r^{-(1,3z + 3,2)}$$

Dies gilt für einen Fetch von 34 m. Da sich das Wellenfeld mit der Überstreichlänge ändert, ist auch die Blasengrößenverteilung eine Funktion von  $f$ . Siems (1980) fand bei seinen Blasendichtemessungen folgende Fetchabhängigkeit

$$\Psi(f) = C \cdot (f - f_0).$$

Dabei ist  $f_0$  die Überstreichlänge bei der die Wellen zu brechen beginnen. Für 13,8 m/s Windgeschwindigkeit ist  $f_0 \approx 10\text{m}$ . Eine mögliche Änderung der Form der Verteilung ist dabei nicht berücksichtigt.

Die Blasengrößenverteilung im Wind- Wasserkanal wird damit für 13,8 m/s Windgeschwindigkeit beschrieben durch

$$\psi(r, z, f, 13,8\text{m/s}) = \frac{(f-10)}{24} \cdot e^{-(15,7z + 20,7)} \cdot r^{-(1,3z + 3,2)} \quad \text{für } f \geq 10\text{m} \quad (\text{IV. 4.})$$

### VI. 3. 1. Mischungstiefe

Umformen von (IV. 3.) ergibt

$$\Psi(r, z) = e^{-20,7-3,21nr+z(-15,7-1,31nr)} \quad (\text{IV. 5.})$$

Hieraus läßt sich die Mischungstiefe  $z(r)$  als Funktion des Ra-

daraus bestimmen. Die Mischungstiefe  $z(r)$  ist definiert durch

$$\Psi(r, z(r)) = e^{-1} \cdot \Psi(r, z=0m) .$$

Daraus folgt mit Gl. (IV. 5.)

$$z(r) = \frac{1}{15,7 + 1,31nr} \quad (\text{IV. 6.})$$

Die Mischungstiefe  $z(r)$  ergibt mit der Blasengeschwindigkeit eine mittlere Aufenthaltsdauer für die Blasen. Die Aufenthaltsdauer der Blasen ist für den Gasaustausch von Bedeutung.

#### IV. 3. 2. Integration der Blasendichte über die Wassertiefe

Durch Integration von (IV. 4.) über die Wassertiefe erhält man die Anzahl der Blasen mit Radius  $r$  in einer Wassersäule mit Grundfläche  $1 \text{ m}^2$ .

$$\Psi(r) = \int_0^1 dz \Psi(r, z)$$

$$\Psi(r) = e^{-20,7} r^{-3,2} \int_0^1 dz e^{-15,7z} r^{-1,3z}$$

Mit  $r^{-1,3z} = e^{-1,3z \ln r}$  wird das Integral

$$\Psi(r) = e^{-20,7} \cdot r^{-3,2} \cdot \left. \frac{e^{-(15,7z + 1,3z \ln r)}}{-(15,7z + 1,3z \ln r)} \right|_0^1$$

$$\Psi(r) = \Psi(r, 0) \cdot \frac{(e^{-(15,7 + 1,31nr)} - 1)}{-(15,7 + 1,31nr)}$$

Mit der Näherung  $e^{-(15,7 + 1,31nr)} = 0$  läßt sich dies umformen zu

$$\Psi(r) = \Psi(r, 0) \cdot z(r) ,$$

wobei  $z(r)$  die mit Gl. (IV. 6.) bestimmte Mischungstiefe ist. Für Radien  $r \geq 0,03 \text{ mm}$  ist der Fehler durch die Näherung kleiner 10%.

#### IV. 4. Vergleich mit anderen Messungen

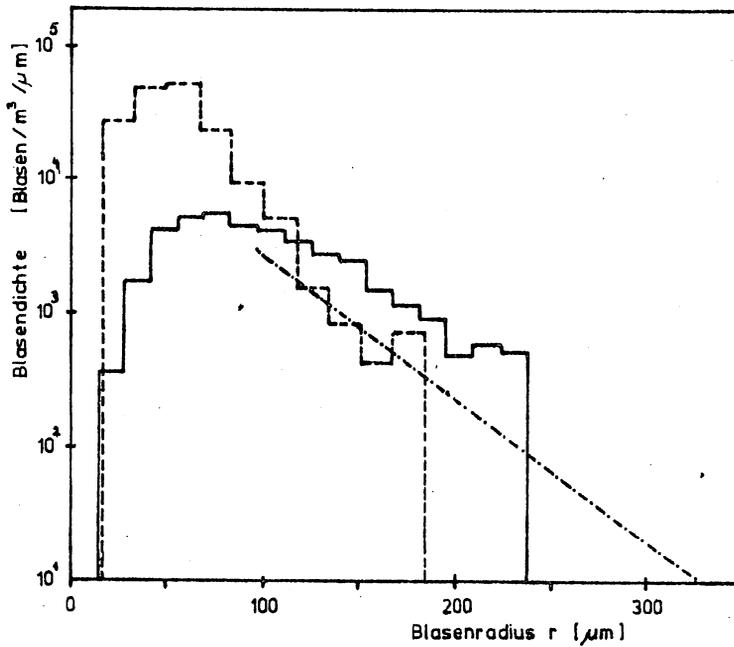
Medwin (1970) hat mit einer akustischen Meßtechnik, Kolovayev (1976) mit einer Blasenfalle und Johnson and Cooke (1970) mit einer photographischen Methode Blasengrößenverteilungen im Ozean gemessen. Die Ergebnisse dieser Messungen wurden von Jin Wu (1981) zusammengefaßt.

In Figur IV. 6. sind die Ergebnisse von Kolovayev und Johnson and Cooke für eine Windgeschwindigkeit und eine Wassertiefe aufgetragen. Die strichpunktierte Linie stellt die eigenen Meßwerte bei 13,8 m/s Windgeschwindigkeit in 0,2 m Wassertiefe dar. In Figur IV. 7. ist die Abhängigkeit der Blasendichte von der Windgeschwindigkeit, wie sie sich aus den Messungen von Kolovayev und Johnson and Cooke ergibt, aufgetragen. Die totale Blasendichte bestimmt sich daraus zu  $\Psi \approx V^{4,5}$  (vgl. Jin Wu, 1981) im Gegensatz zu eigenen Messungen mit  $\Psi \approx V^{9,3}$ .

Für Blasen mit  $r \leq 50 \mu\text{m}$  gilt für diese Messungen  $\Psi(r) \approx r^{-s}$  mit  $3,5 \leq s \leq 5$  (ebenda).

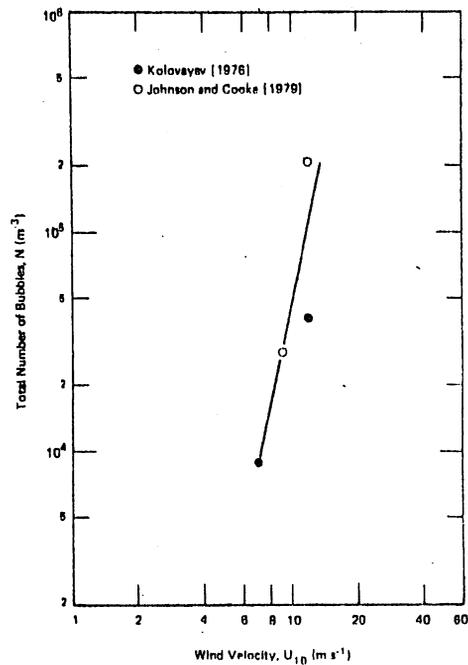
Siems (1980) hat Blasengrößenverteilungen in einem linearen Wind-Wasserkanal mit einer photographischen Methode bestimmt. Diese Messungen sind deshalb für einen Vergleich mit der hier beschriebenen Meßtechnik wesentlich besser geeignet. Der von Siems benutzte Kanal hat eine Wassertiefe von 0,5 m und einen maximalen Fetch von  $\approx 17,5$  m. In Figur IV. 8. sind die gemessenen Blasengrößenverteilungen aufgetragen. Eigene Ergebnisse für 13,8 m/s Windgeschwindigkeit sind in Figur IV. 8. mit eingetragen.

Die in Marseille gemessene Blasengrößenverteilung stimmt in der Steigung mit den von Siems gemessenen Werten gut überein. Siems gibt den Exponenten  $s$  für den Abfall der Blasendichte für Blasen mit  $r \leq 50 \mu\text{m}$  an als  $s = 3 \pm 0,2$ . Die Tiefenabhängigkeit der Verteilung wird von Siems nicht berücksichtigt.



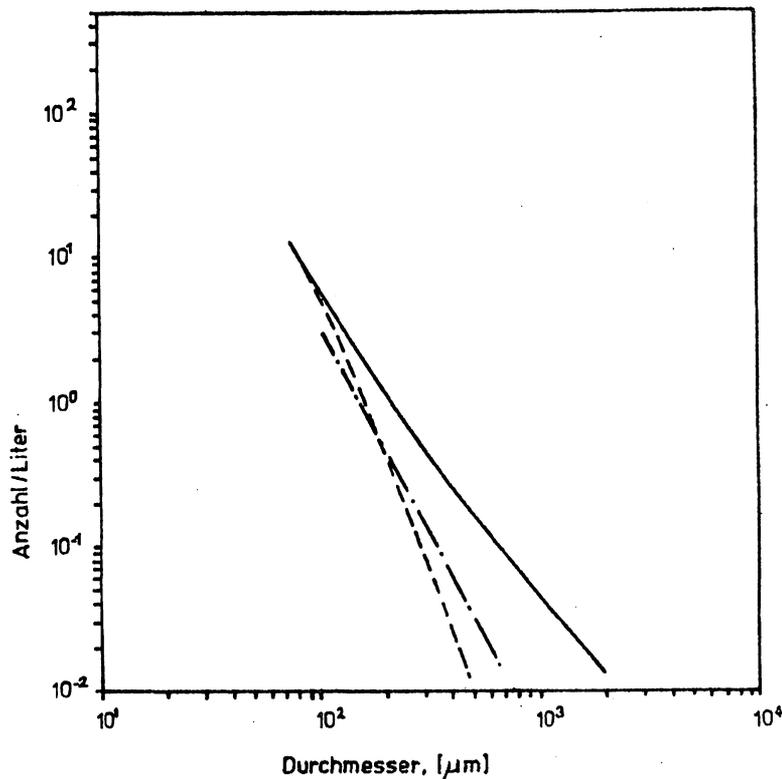
Figur IV. 6. Blasendichtemessungen

- Kolovayev (1976) 1,5 m Wassertiefe,  $V=11-13$  m/s
- Johnson/Cooke (1979) 1,8 m Wassertiefe,  $V=11-13$  m/s
- · - eigene Werte 0,2 m Wassertiefe,  $V=13,8$  m/s



Figur IV. 7. Blasendichte als Funktion der Windgeschwindigkeit (vgl. Wu, 1981)

Die eigenen Werte sind um den Faktor 3 bis 5 kleiner, obwohl in Marseille bei ungefähr dem doppelten Fetch gemessen wurde. Dies kann mehrere Ursachen haben. Zum einen hat Siems seine Gasaustauschexperimente bei halber Sättigung des Wassers mit  $\text{CO}_2$  durchgeführt. Dies erleichtert die Bildung von Blasen, da sich unter diesen Bedingungen kleinere Blasenkeime zu großen Blasen anwachsen, als es bei geringerer Sättigung der Fall ist.



Figur IV. 8. Blasendichtemessungen von Siems (1980), Windgeschwindigkeit 13 m/s, Überstreichlänge 11,5 m,  
—— 0,05 m Wassertiefe  
---- 0,3 m Wassertiefe  
-·-·- eigene Werte, 0,1 m Wassertiefe, 13,8 m/s  
Windgeschwindigkeit

Zum anderen kann sich, da das Wasser in Marseille stark verunreinigt war, ein Film auf dem Wasser gebildet haben, welcher die

Entwicklung des Wellenfeldes und damit die Blasenbildung beeinflusst hat. Siems, der mit künstlichen Filmen auf der Wasseroberfläche experimentiert hat, hat jedoch keine Blasengrößenverteilungen, die unter solchen Bedingungen gemessen wurden, veröffentlicht.

Mit den Werten in Figur IV. 8. ergibt sich die Blasendichte als Funktion der Windgeschwindigkeit zu  $\Psi(V) \cong V^3$ .

## V. Gasaustausch einer Gasblase

Um ein Modell, das den Einfluß einer Blasenverteilung auf den Gasaustausch beschreibt, zu entwickeln, müssen die Transportgleichungen für eine einzelne Gasblase bekannt sein.

Da der Gastransfer einer Blase wesentlich durch die Bewegung und der damit verbundenen Aufenthaltsdauer im Wasser bestimmt wird, soll zunächst die Dynamik der Blasen behandelt werden.

### V. 1. Dynamik der Gasblasen

Nimmt man an, daß die Blasen in kurzer Zeit in die Tiefe gerissen werden, so muß man nur das Aufsteigen der Blasen betrachten. Der Aufwärtsbewegung der Blasen, verursacht durch ihren Auftrieb, ist die Bewegung des Wasserkörpers überlagert. Eine genaue Beschreibung der Blasenbewegung in einem bewegten Medium erfolgt durch D. W. Moore, (1965) und S. K. Karanfilian and T. J. Kotas (1978). Da die mittlere Aufstiegszeit jedoch nicht wesentlich von der Bewegung des Wassers beeinflusst wird, genügt es die Aufstiegszeit der Blasen so zu berechnen, als würden sie ungestört aus der Tiefe  $z$  aufsteigen.

Nach Stokes ist die Reibungskraft an der Kugel für nicht zu große Reynoldszahlen  $Re=Ur/\nu$  ( $Re \leq 800$ , also  $r \leq 1\text{mm}$ ):  $F_R = 6\pi\nu U r \rho$ .

Der Auftrieb ist  $F_A = -4/3\pi r^3 g(\rho_B - \rho_G)$ . Die Aufstiegs-  
geschwindigkeit wird dann (mit  $\rho_B - \rho_G \approx 10^3 \text{kg/m}^3$ )

$$U_k = - \frac{2}{9} \frac{gr^2}{\nu}$$

Levich (1962) gibt die Geschwindigkeit von Blasen, die im Gegensatz zu festen Teilchen eine bewegliche Oberfläche haben, an zu

$$U_B = - \frac{1}{9} \frac{gr^2}{\nu} \quad (\text{V. 1.})$$

Blasen mit Radius  $r \geq 3 \text{ mm}$  erreichen eine maximale Geschwindigkeit von  $\approx 0,25 \text{ m/s}$  (vgl. Mersmann, 1974).

## V. 2. Transportgleichungen

Die Gasstromdichte für eine Gaskomponente  $i$  durch die Blasenoberfläche ist bei Annahme stationärer Diffusion, das heißt bei Existenz einer Grenzschicht, durch das Ficksche Gesetz als Produkt einer spezifischen Diffusionskonstanten  $D_i$  mit dem Gradienten der Konzentration beschrieben.

$$j_i = - D_i \text{ grad } C_i$$

Die Diffusionskonstanten  $D_i$  der Gase in Luft sind um einige Zehnerpotenzen größer als im Wasser. Der begrenzende Widerstand für Diffusion durch die Phasengrenze Wasser-Atmosphäre liegt deshalb in einer dünnen Grenzschicht  $\delta$  im Wasser, die durch die turbulente Diffusion nicht erreicht wird. Die Konzentrationsdifferenz fällt an dieser dünnen Grenzschicht ab.

An der Phasengrenze sind die Konzentrationen in den beiden Phasen im Gleichgewicht. Das Verhältnis dieser Konzentrationen ist die Löslichkeit des Gases  $\alpha_i$ .

$$\alpha_i = \frac{C_{wi}}{C_{Atmi}}$$

An der Grenzfläche gilt demnach  $C_{wi} = \alpha_i C_{Atmi}$ . Die Konzentrationsdifferenz  $\Delta C$  wird damit (vgl. Jähne, 1980)  $\Delta C_i = \alpha_i C_{Atmi} - C_{wi}$ .

Die Gasstromdichte ist also:

$$j_i = - D_i (\alpha_i C_{Bi} - C_{wi}) / \delta(\theta) \quad (\text{V. 2.})$$

Dabei ist  $\delta(\theta)$  die vom Winkel  $\theta$  abhängige Grenzschichtdicke,  $\alpha_i$  die Oswaldsche Löslichkeit.

Nach Levich (1962) wird  $\delta(\theta)$  für mittlere Reynoldszahlen als Funktion der Blasengeschwindigkeit  $U_B(r)$  beschrieben durch

$$\delta_i(\theta) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2\pi r D_i}{U}} \frac{\sqrt{2+\cos\theta}}{1+\cos\theta} \quad (\text{V. 3.})$$

Die Winkelabhängigkeit der Grenzschichtdicke rührt von der Winkelabhängigkeit des Strömungsfeldes her. Für Winkel  $\theta = 180^\circ$  geht  $\delta \rightarrow \infty$ . Das heißt, im Bereich großer Winkel ist die Bedingung für stationäre Diffusion nicht gegeben. Man kann hier nicht mehr eine Grenzschicht der Dicke  $\delta$  annehmen. Hinzu kommt, daß, wie (V. 1.) zeigt, die Geschwindigkeit  $U_b$  einer Gasblase  $\sim r^2$  ist. Damit wird  $\delta \sim 1/r$ . Die Grenzschichtdicke wird also mit abnehmendem Radius immer größer. Für  $r = 0,018$  mm ist die Grenzschichtdicke  $\delta$  bei einem Winkel  $\theta$  von  $90^\circ$  gleich dem Radius ( $D = 5 \cdot 10^{-5}$  cm<sup>2</sup>/s).

Für sehr kleine Blasen wird die Gasstromdichte infolge der Annahme einer Grenzschicht unterschätzt.

Der Gasfluß durch die Blasenoberfläche wird mit (V. 2.) und (V. 3).

$$I_i = \int j_i(\theta) d\theta = 4\pi r^2 w_i (\alpha_i C_{Bi} - C_{wi}) \quad (\text{V. 4.})$$

mit der Transfargeschwindigkeit

$$w_i = \sqrt{\frac{2 \cdot D_i U}{\pi r}}$$

Dabei ist  $U$  entsprechend (V. 1.) einzusetzen. Die Transfargeschwindigkeit wird damit

$$w_i = \sqrt{\frac{2 \cdot D_i g r}{\pi \cdot 9 \nu}} \quad (\text{V. 5})$$

Für Blasen mit Radius  $r=0,1$  mm ist  $w=3,7 \cdot 10^{-4}$  m/s ( $D=2 \cdot 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s).

Ersetzt man in (V. 4.) die Konzentration einer Gaskomponente  $i$  in der Blase durch den entsprechenden Partialdruck  $P_i$ , und die Konzentration des Gases im Wasser durch den Gleichgewichtspartialdruck in Luft, so wird

$$\alpha C_{Bi} - C_{wi} = \frac{\alpha}{RT} \cdot (P_{Bi} - P_{wi})$$

Dabei ist  $P_{wi}$  nicht der Partialdruck des Gases im Wasser, sondern der Partialdruck, der sich im Gleichgewicht über der Wasseroberfläche einstellen würde. Durch diese Umstellung ist es möglich die Löslichkeit vor die Klammer zu ziehen.

Die zeitliche Änderung der Mole ist dann

$$\frac{dn}{dt} = I_i = - \frac{4\pi}{RT} \cdot r^2 W_i \alpha_i (P_{Bi} - P_{wi}) \quad (\text{V. 6.})$$

(V. 6.) gilt für jede in der Blase oder im Wasser vorkommende Gaskomponente i.

Diese i Differentialgleichungen sind gekoppelt durch den Gesamtdruck P in der Blase. Der Gesamtdruck P, der gleich der Summe der Partialdrucke ist, setzt sich zusammen aus dem Atmosphärendruck, der auf der Wasseroberfläche lastet, dem hydrostatischen Druck und einem Term, der von der Oberflächenspannung des Wassers herrührt.

$$P(t) = \sum P_{Bi}(t) = P_{Atm}(t) + P_{Hyd}(t) + 2\gamma/r(t) \quad (\text{V. 7.})$$

Durch (V. 6.) und (V. 7.) und das allgemeine Gasgesetz  $PV=nRT$  ist der Gasaustausch für eine Gasblase bestimmt.

### V. 3. Zeitliche Änderung des Radius

Für die Anzahl der Mole in der Blase gilt:

$$n = \sum n_i = \frac{PV}{RT} \quad (\text{V. 8.})$$

Differentiation von (V. 8.) mit (V. 7.) und  $V=4/3 \pi r^3(t)$  ergibt:

$$\frac{\delta n}{\delta t} = \frac{4\pi}{3RT} \left[ 3r^2 \frac{dr}{dt} \cdot (P_{Atm} + P_{Hyd} + \frac{2\gamma}{r}) + r^3 \left( \frac{dP_{Atm}}{dt} + \frac{dP_{Hyd}}{dt} - \frac{2\gamma}{r^2} \frac{dr}{dt} \right) \right]$$

Mit  $\sum_i dn_i/dt = \delta n/\delta t$  wird die zeitliche Änderung des Radius

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\frac{RT}{4\pi r^2} \cdot \sum_i \frac{dn_i}{dt} - r \cdot \left( \frac{dP_{Atm}}{dt} + \frac{dP_{Hyd}}{dt} \right)}{P_{Atm} + P_{Hyd} + \frac{4\gamma}{3r}}$$

Bei Berücksichtigung von nur einem Gas ist

$$\sum_i \frac{dn_i}{dt} = -\frac{4\pi r^2}{RT} \cdot W(r) \alpha (P_g - P_w).$$

Da Schwankungen des Luftdrucks gegen Änderungen des hydrostatischen Drucks beim Aufsteigen einer Blase zu vernachlässigen sind, ist mit  $dP_{Atm}/dt \approx 0$

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{\alpha W(r) (P_{Atm} + P_{Hyd} + 2\gamma/r - P_w) + \frac{r}{3} \frac{dP_{Hyd}}{dt}}{P_{Atm} + P_{Hyd} + \frac{4\gamma}{3r}} \quad (V. 9.)$$

Wie (V. 9) zeigt, wird die zeitliche Änderung des Radius einer Gasblase durch drei physikalische Prozesse bestimmt.

- |                    |                                                                                 |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| a.) $\sum_i dn/dt$ | Gasaustausch                                                                    |
| b.) $2\gamma/r$    | Oberflächenspannung                                                             |
| c.) $dP_{Hyd}/dt$  | isotherme Ausdehnung durch Änderung des hydrostatischen Drucks beim Aufsteigen. |

Le Blond (1969) zeigt, daß es einen kritischen Anfangsradius  $r_c$  gibt, für den die Blase beim Aufsteigen weder wächst noch schrumpft. Ein Schrumpfen der Blase durch den Verlust an Gas durch Diffusion aus der Blase wird in diesem Fall durch isotherme Ausdehnung beim Aufsteigen kompensiert.

Für einen Radius  $r_p$ , für den gilt  $r_p \leq r_c$ , bleibt der Druck in der Blase konstant. Hier wird die Zunahme der Oberflächenspannung mit abnehmendem Radius durch eine Druckabnahme beim Aufsteigen kompensiert.

Betrachtet man (V. 9.) für eine Blase in einer konstanten Wassertiefe, so wird  $dP_{\text{Hyd}}/dt=0$  und damit

$$\frac{dr}{dt} = - \frac{\alpha W(r)(P_{\text{Atm}} + P_{\text{Hyd}} + 2\gamma/r - P_{\text{W}})}{P_{\text{Atm}} + P_{\text{Hyd}} + 4/3 \gamma/r} \quad (\text{V. 10.})$$

Unter natürlichen Bedingungen ist die Atmosphäre, aus der die Blase stammt, nahezu im Gleichgewicht mit dem Wasser. Dies bedeutet  $P_{\text{Atm}} \cong P_{\text{W}}$ , was im folgenden einfach als atmosphärische Bedingung bezeichnet werden soll. Dabei kann ein Tracer im Wasser oder in der Luft stark angereichert sein, solange gilt  $P_{\text{Tracer}} \ll P$ , das heißt, daß der Partialdruck des Tracers klein gegen den Gesamtdruck ist. Das Verhalten der Blase also nicht durch den Tracer bestimmt wird.

Gleichung (V. 10.) wird mit  $P_{\text{Atm}} = P_{\text{W}}$

$$\frac{dr}{dt} = - \alpha W(r) \frac{P_{\text{Hyd}} + 2\gamma/r}{P_{\text{Atm}} + P_{\text{Hyd}} + \frac{4\gamma}{3r}} \quad (\text{V. 11.})$$

Die Transfergeschwindigkeit  $W$  ist entsprechend (V. 5.) einzusetzen. Eine Blase an der Wasseroberfläche löst sich für die genannte Gleichgewichtsbedingung nur aufgrund ihrer Oberflächenspannung auf. Mit zunehmender Wassertiefe nähert sich  $dr/dt$  dem Grenzwert  $dr/dt = -\alpha W(r)$ .

Wymann et al (1952) haben das Verhalten von Gasblasen bei verschiedenen hydrostatischen Drucken gemessen. Die von ihnen gemessenen Werte für  $dr/dt$  werden durch (V. 11.) wiedergegeben. Der Radius der beobachteten Blasen betrug 1,5 bis 2 mm.

#### V. 4. Aufenthaltsdauer, Austauschzeit, Auflösezeit

Für Gasblasen, die sich im Wasser befinden, gibt es 3 Zeitkonstanten, die den Einfluß der Gasblasen auf den Gasaustausch bestimmen.

##### V. 4. 1. Aufenthaltsdauer

Da die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in vertikaler Richtung Null ist, ist die mittlere Aufenthaltsdauer der Blasen durch die mittlere Eindringtiefe  $z(r)$  und die Blasengeschwindigkeit  $U_b(r)$  gegeben.

$$\tau_1 = z(r)/U_b(r)$$

Ersetzt man  $z(r)$  für eine einfache Abschätzung durch  $\bar{z}=0,2m$  ( $z(r)$ , das mit Gl. (IV. 2a.) definiert ist, variiert im Radiusintervall  $0,1 \leq r \leq 1mm$  zwischen 0,15 und 0,24 m), und setzt  $U_b$  entsprechend (V. 1.) ein, wird

$$\tau_1 = \frac{9\bar{z}\nu}{gr^2}$$

##### V. 4. 2. Austauschzeit

Die Austauschzeit ist diejenige Zeit bis ein Tracer in der Blase mit dem Wasser ins Gleichgewicht gekommen ist.

Mit der Voraussetzung, daß der Partialdruck des Tracers gegenüber dem Gesamtdruck klein ist (diese Voraussetzung ist für die meisten Gasaustauschexperimente erfüllt), und daß sich der Radius nur wenig ändert solange sich die Blase im Wasser befindet, ist Gl. (V. 6.) für den Tracer von den übrigen Differentialgleichungen entkoppelt.

Mit  $C=nV$  und  $P=CRT$  folgt aus (V. 6.)

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \dot{C}_{B_1}(t) = 4\pi r^2 W_1(r) (\alpha_1 C_{B_1}(t) - C_{W_1}).$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung ist

$$C_{Bi}(t) = (C_{Bi}(0) - \frac{1}{\alpha} C_{W1}) e^{-\frac{t}{\tau_0}} + \frac{1}{\alpha} C_{W1}$$

Mit der Einstellzeit  $\tau_0$ :

$$\tau_0 = \frac{r}{3\alpha_1 W_1(r)}$$

Nach der Einstellzeit  $\tau_0$  hat die Konzentration in der Blase bei einem Invasionsexperiment mit  $C_{W1}=0$  (Dies ist keine Einschränkung, da nur die Konzentrationsdifferenz von Bedeutung ist) auf  $1/e$  der Anfangskonzentration abgenommen. Bei einem Evasionsexperiment mit  $C_{Bi}(t=0)=0$  steigt die Konzentration in der Zeit  $\tau_0$  auf  $(1-1/e)$  der Wasserkonzentration, dividiert durch die Löslichkeit  $\alpha_1$ , an.

Einsetzen von  $W_1(r)$  entsprechend Gl. (V. 5.) ergibt

$$\tau_0 = \frac{r^{0,5}}{a\sqrt{D_1}} \sqrt{\frac{\pi V}{2g}}$$

#### V. 4. 3. Auflösezeit:

Die Auflösezeit einer Blase ist nicht durch den Tracer in der Blase bestimmt, solange der Partialdruck des Tracers klein gegen den Gesamtdruck in der Blase ist.

Ist diese Voraussetzung erfüllt, wird die Auflösezeit mit (V. 11)

$$\tau_a = \frac{r}{-\frac{dr}{dt}} = \frac{r}{\alpha_L W_L(r)} \left( \frac{P_{atm} + P_{hyd} + 4/3\gamma/r}{P_{hyd} + 2\gamma/r} \right)$$

Da die Auflösezeit nicht durch den Tracer bestimmt ist, sondern durch die Luft in der Blase, sind für  $\alpha_L$  und  $D_L$  die Werte der Luft wie die mit

$$D_L = \frac{V_{N_2}}{V} D_{N_2} + \frac{V_{O_2}}{V} D_{O_2} = 2,3 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\alpha_L = \frac{V_{N_2}}{V} \alpha_{N_2} + \frac{V_{O_2}}{V} \alpha_{O_2} = 0,018 \quad (\text{V. 12.})$$

definiert sind, einzusetzen.

Man erkennt den Einfluß der Oberflächenspannung und des hydrostatischen Drucks, wenn man die Auflösezeit nur unter dem Einfluß des hydrostatischen Drucks oder der Oberflächenspannung bestimmt.

Bei Berücksichtigung des hydrostatischen Drucks wird

$$\tau_{a \text{ Hyd}} = \frac{r}{\alpha_L W_L(r)} \cdot \frac{P_{\text{Atm}} + P_{\text{Hyd}}}{P_{\text{Hyd}}}$$

Der mittlere hydrostatische Druck läßt sich durch die Mischungstiefe  $z$  bestimmen

$$P_{\text{hyd}} = \frac{z(r)}{z_0} P_{\text{Atm}} \quad \text{mit } z_0 = 10 \text{ m}$$

Einsetzen ergibt für den Druckterm

$$\frac{P_{\text{Atm}} + P_{\text{hyd}}}{P_{\text{hyd}}} = \frac{1 + z/z_0}{z/z_0} \approx \frac{z_0}{z(r)}$$

Die Auflösezeit ergibt sich damit nach Einsetzen von  $z(r)$  und  $W_L(r)$  entsprechend Gl(IV. 2a.) und (V. 5.) zu

$$\tau_{a \text{ Hyd}} \cong \frac{3r^{0,5}z_0}{\alpha_L \sqrt{D_L}} \sqrt{\frac{\pi V}{2g}} (15,7 + 1,3 \ln r)$$

Da die Auflösezeit besonders für kleine Blasen wichtig ist, und sich die Mischungstiefe für kleine Radien schneller ändert als

für große, kann die Mischungstiefe nicht radiusunabhängig angenommen werden.

Bei Berücksichtigung der Oberflächenspannung wird

$$\tau_{\text{aOb}} = \frac{r}{\alpha_L W_L(r)} \cdot \frac{P_{\text{Atm}} + \frac{4\gamma}{3r}}{2\gamma/r}$$

Einsetzen von  $W(r)$  ergibt:

$$\tau_{\text{aOb}} = \frac{3r^{1,5}}{2\alpha_L \sqrt{D_L}} \sqrt{\frac{\pi v}{2g}} \frac{P_{\text{Atm}}}{\gamma} \quad (\text{V. 12.})$$

Die so ermittelten 3 Zeiten sind in Figur V. 2. aufgetragen. Die Abszisse in diesem Diagramm läßt sich in 3 Intervalle einteilen. Die Grenzen dieser Intervalle sind gegeben durch die Bedingungen

$$\tau_1(r_1) = \tau_0(r_1)$$

$$\tau_1(r_a) = \tau_a(r_a)$$

Aus diesen Bedingungen ergeben sich die Intervallgrenzen durch Auflösen nach  $r_1$  bzw.  $r_a$  zu:

$$r_1^{2,5} = 9z \sqrt{\frac{2v}{\pi g}} \alpha_L \sqrt{D_L} \quad (\text{V. 13.})$$

$$r_a^{3,5} = \frac{6z\gamma}{P_{\text{Atm}}} \sqrt{\frac{2v}{\pi g}} \alpha_L \sqrt{D_L} \quad (\text{V. 14.})$$

Das charakteristische Verhalten der Blasen in diesen 3 Radiusintervallen wird im folgenden nochmals beschrieben.

a.) kleine Blasen

Im 1. Intervall, für das gilt  $0 \leq r \leq r_a$ , lösen sich Blasen, die ins Wasser geschlagen werden, vollständig auf. Für Luft ergibt sich der Grenzradius  $r_a$  zu 0,05 mm.

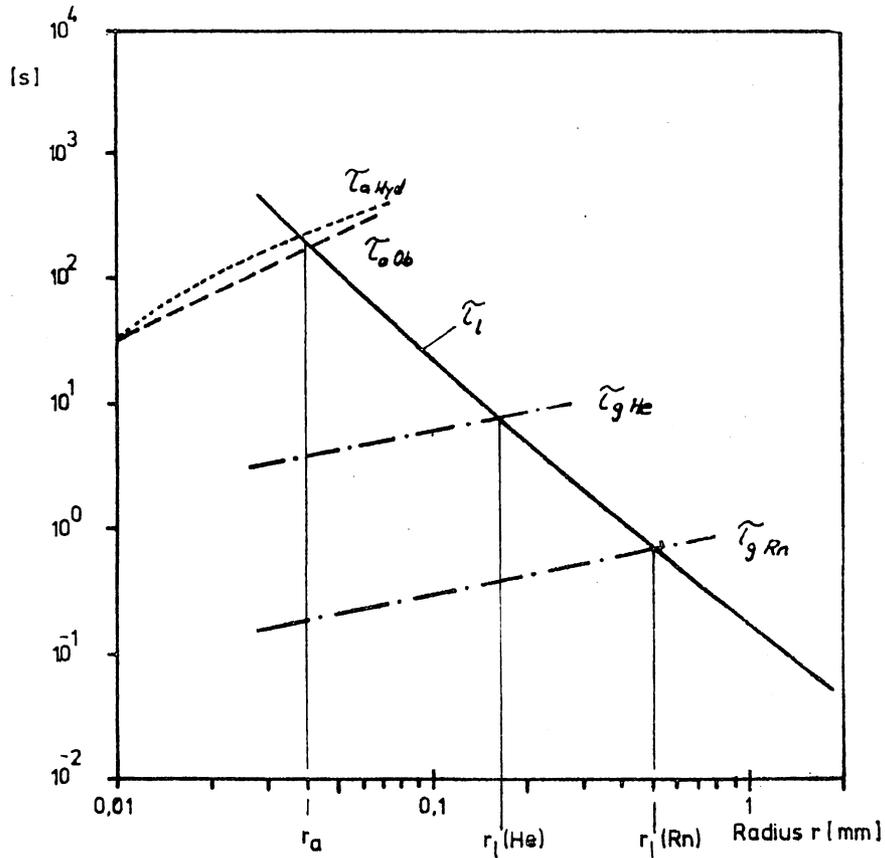
b.) mittlere Blasen

Im 2. Intervall, für das  $r_a \leq r \leq r_1$  gilt, erreichen die Blasen wieder die Wasseroberfläche. Ein Tracer ist bis zum Erreichen der Wasseroberfläche bereits ins Gleichgewicht mit dem Was-

ser gekommen. Da die Austauschzeit umgekehrt proportional zur Löslichkeit des Tracers ist, wird die obere Intervallgrenze  $r_1$  mit zunehmender Löslichkeit größer.

c.) große Blasen

Im 3. Intervall mit  $r \geq r_1$  erreichen die Blasen die Wasseroberfläche, ohne daß sich der Konzentrationsgradient des Tracers wesentlich ändert.



Figur V. 1. Aufenthaltsdauer  $\tau_i$ , Auflöszeit  $\tau_a$ , und Auflösedauer infolge des hydrostatischen Drucks  $\tau_{aHyd}$  und infolge der Oberflächenspannung  $\tau_{aOb}$  als Funktion des Blasenradius.

### V. 5. Numerisches Modell zur Lösung der gekoppelten Differentialgleichungen

Zur Lösung der gekoppelten Differentialgleichungen für fünf verschiedene Gase wurde ein Programm entwickelt, das den zeitlichen Verlauf der wichtigsten Größen  $n_i(t)$ ,  $C_i(t)$  und  $r(t)$  numerisch bestimmt.

Ein Ausdruck des Programms ist in Figur V. 2. dargestellt. Das Programm benutzt (V. 6.) zur Berechnung der Änderung der Molzahl für einen sehr kleinen Zeitschritt  $\Delta t$ . Anschließend wird mit  $PV = \sum_i n_i RT$  der Radius zur Zeit  $t + \Delta t$  bestimmt. Dies setzt sich fort bis sich die Blase aufgelöst hat. Das Programm beschränkt sich nicht auf bestimmte Konzentrationsverhältnisse, da die Konzentration aller Gase im Wasser und in der Blase berücksichtigt werden. Der hydrostatische Druck kann beliebig gewählt werden, ist jedoch nicht zeitabhängig.

Die Figuren V. 3. bis V. 5. sollen noch einmal das Verhalten einer Gasblase verdeutlichen. Figur V. 3. zeigt die Entwicklung des Radius für Gasblasen unter atmosphärischen Bedingungen. Die Entwicklung der Molzahlen von  $N_2$ ,  $O_2$  für eine Luftblase zeigt Figur V. 4.

Der unterschiedliche Einfluß der Gasblasen auf Tracer mit verschiedenen Löslichkeiten und Diffusionskonstanten ist in Figur V. 5. dargestellt. Dabei wurde jeweils der Quotient der Molzahlen aufgetragen. Man sieht, daß  $n_i(t)/n_j(t)$  mit der Zeit variiert. Wie man aus (V. 6.) erkennt, ist  $dn_i/dt$  proportional  $\alpha\sqrt{D}$ . Dies bedeutet, daß ein Gas mit großer Löslichkeit  $\alpha$  und hoher Diffusionskonstante sehr schnell ins Gleichgewicht mit dem Wasser kommt. Daher das Ansteigen der Kurve für  $n_{He}(t)/n_{Rn}(t)$ . Für große Zeiten ist das Radon bereits aus der Blase diffundiert, während  $n_{He}(t)$  noch langsam abnimmt. Wenn sich die Blase nahezu aufgelöst hat, muß das Verhältnis der Molzahlen wieder dem Anfangswert entsprechen.

Hieraus läßt sich folgern:

- a.) Ist eine Gasblase so groß, daß ihre Aufenthaltsdauer im Wasser klein ist gegen die Zeit bis sich die Blase aufgelöst hätte, ist gelöste Gasmenge im wesentlichen proportional zu  $\alpha\sqrt{D}$  (vgl. Merlivat und Memery 1982). Die Transfergeschwindigkeit wird dann, wie in Kapitel VI. gezeigt wird, unabhängig von der Löslichkeit.
- b.) Ist der Anfangsradius einer Gasblase klein genug, so daß sie sich im Wasser auflöst ehe sie die Wasseroberfläche erreicht, ist die transportierte Gasmenge unabhängig von  $\alpha$  und  $D$  gleich  $n_1(t=0)$ . Deshalb ist die Transfergeschwindigkeit umgekehrt proportional zu  $\alpha_1$  (siehe Kapitel VI.)

```

C          GERINGE DIFFERENZEN ZU PARA1(W STATT D, GAMMA)
C          UNTERPROGRAMM ZUM EINGEBEN DER PARAMETER
C          SURROUTINE PARA1
C
C          REAL HOGES,HO
COMMON /BLOCK1/ T, P, GA, RO, VA(5), CW(5), A(5), DELTA,
1HOGES, VGES, CGES, D(5), PBL
COMMON /BLOCK2/ R(100), CB(5,100), MD(5,100)
COMMON N, K, K2
C
C
C          L=K+1
C          IF (K) 100,170,100
170         P=9.8E+04
C          T=293.
C          ES WIRD 2*GAMMA EINGEGEBEN
C          GA=0.14
C          I=0
10         I=I+1
C          GO TO (20,30,40,50,60,90,70,80,160), I
20         TYPE*, 'ANZAHL DER GASE ?'
C          ACCEPT*, N
C          GO TO (10,100), L
30         TYPE*, 'RADIUS AMU ?'
C          ACCEPT*, RO
C          GO TO (10,100), L
40         TYPE*, 'VOLUMENVERHAELTNIS DER GASE IN DER BLASE ANU ?'
C          ACCEPT*, VB(1), VB(2), VB(3), VB(4), VB(5)
C          GO TO (10,100), L
50         TYPE*, 'KONZENTRATION DER GASE IM WASSER AMOL/M**3 ?'
C          TYPE*, '(KONZENTRATION DER GASE IN LUFT DIE SICH IM'
C          TYPE*, 'GLEICHGEWICHT MIT DEM WASSER BEFINDET)'
C          ACCEPT*, CW(1), CW(2), CW(3), CW(4), CW(5)
C          GO TO (10,100), L
60         TYPE*, 'LOESLICHKEITEN DER GASE ?'
C          ACCEPT*, A(1), A(2), A(3), A(4), A(5)
C          GO TO (10,100), L
90         TYPE*, 'DIFFUSIONSKONSTANTEN D ACH**2/SEC ?'
C          ACCEPT*, D(1),D(2),D(3),D(4),D(5)
C
C          WURZEL FUEN SPAETERE SCHLEIFE
C
C          DO 35 J=1,N
35         D(J)=D(J)**0.5
C          CONTINUE
C          GO TO (10,100), L
70         TYPE*, 'BEGINN DER LOG ZEITSKALA ASU ?'
C          TYPE*, '(ES WERDEN 4 DEKADEN BERECHNET)'
C          ACCEPT*, DELTA
C          GO TO (10,100), L
* 80        TYPE*, 'TIEFE H AMU ?'
C          ACCEPT*, H
C          GO TO (10,100), L
C          WEITERE PARAMETER AENDERN ?
C
C          TYPE*, 'NEUES T, P, GAMMA ?'
160        TYPE*, 'T=1, P=2, GAMMA=3, NEIN=4'
C          ACCEPT*, J
C          GO TO (110,120,130,150), J
110        TYPE*, 'TEMPERATUR AKU ?'
C          ACCEPT*, T
C          GO TO (160,100), L
120        TYPE*, 'LUFDRUCK P AN/M**2U ?'
C          ACCEPT*, P
C          GO TO (160,100), L
130        TYPE*, 'OBERFLAECHENSPANNUNG GAMMA AN/MU ?'
C          ACCEPT*, GA
C          GA=GA*2.
C          GO TO (160,100), L
C
C          ABFRAGE AUF NEUE WERTE BEI WIEDERHOLTEN PROGRAMMURCHLAUF
C
C          TYPE*, 'NEUE PARAMETER ?'
100        TYPE*, 'N=1, R=2, VD=3, CW=4, A=5, DELTA=6, T=7,'
C          TYPE*, 'P=8, GAMMA=9, D=10, TIEFE=11, NEIN=12'
C          ACCEPT*, H
C          GO TO (20,30,40,50,60,70,110,120,130,90,80,150), H
150        K=1
C
C          BESTIMMUNG DES DRUCKS IN DER BLASE AUS WASSERTIEFE UND
C          LUFDRUCK
C          PBL=P+9810.*H
C
C          BESTIMMUNG DER ANFANGSKONZENTRATIONEN IN DER BLASE
C          CGES=(PBL*GA/RO)/T/8.31
C
C          BESTIMMUNG DER KONZENTRATION DER EINZELNEN GASE IN DER BLASE
C
C          DO 180 I=1,N
180        CB(I,1)=VB(I)*CGES/100
C          CONTINUE
C
C          BERECHNUNG DES ANFANGSVOLUMENS DER BLASE
C          VGES=4.19*RO**3
C
C          BERECHNUNG DER MOLE DER GASE
C
C          DO 190 I=1,N
190        HO(I,1)=VGES*CB(I,1)
C          CONTINUE
C          HOGES=VGES*CGES
C          TYPE*, RO, 'RO'
C          R(1)=RO
C          RETURN
C          END

```

Figur V. 2. Programm zur Berechnung des Lösungsverhaltens von Gasblasen im Wasser

```

SUBROUTINE DIFU1
PROGRAMM ZUR BERECHNUNG DER ZEITLICHEN AENDERUNG VON
KONZENTRATION, RADIUS UND DER ANZAHL DER MOLE IN EINER
BLASE INFOLGE DES KONZENTRATIONSGRADIENTEN

REAL MGES,MO,NOTEST
COMMON /BLOCK1/ T, P, GA, RO, VB(5), CW(5), A(5), DELTA,
1MGES, VGES, CGES, D(5), PBL
COMMON /BLOCK2/ R(100), CB(5,100), MO(5,100)
COMMON N, K, K2

K2=100

PROGRAMM SCHLEIFE MIT 1000 ZEITSCHRITTEN
1000 SCHRITTE ENTSPRECHEN 4 DEKADEN

FAK=1.000921
DELTA1=DELTA
TO=DELTA
DO 10 I=1,100
TYPE*, I
I2=I-1
IF (I2) 40,40,50
40 I2=1
50 R(I)=R(I2)
TYPE*, 'RADIUS', R(I)
DO 30 I=1,N
MO(I,1)=MO(I,12)
CB(I,1)=CB(I,12)
TYPE*, 'MOLE', MO(I,1)
TYPE*, 'KONZ', CB(I,1)
CONTINUE

EINFUEGEN ZUSAETZLICHER ZEITSCHRITTE

DO 20 I3=1,100
SUMOL=0.
TYPE*,R(I), 'R'
TYPE*,DELTA1, 'DELTA'
E=R(I)**2.5*185.*DELTA1
TYPE*, 'E', E
DO 80 I=1,N
TYPE*, 'MO', MO(I,1)
MO(I,1)=MO(I,1)-E*ND(1)*A(1)*
1*(CB(I,1)-CW(1))
TYPE*, 'MOIL', MO(I,1)
IF (MO(I,1)) 85,80,80
85 MO(I,1)=0.
80 SUMOL=SUMOL+MO(I,1)
CONTINUE
IF (SUMOL) 200,200,90

BERECHNUNG DES RADIUS (ITERATIVES VERFAHREN)

RTES2=N(I)
E=1.98*T*SUMOL
130 RTEST=(E/(PBL*RTES2+GA))**0.5
IF (ABS(RTEST-RTES2)-0.0000001) 100,100,120

DER RADIUS WIRD AUF 1E-07 ANU GENAU BERECHNET'

120 RTES2=RTEST
GO TO 130
100 R(I)=RTEST
IF (R(I)-1.E-07) 200,200,140

BERECHNUNG DES VOLUMENS

140 RTEST=RTEST*1000.
VGES=4.19*RTEST**3

BERECHNUNG DER KONZENTRATIONEN AMOL/H**3U

DO 110 I=1,N
NOTEST=MO(I,1)*1.E9
CB(I,1)=NOTEST/VGES
CONTINUE
DELTA1=TO*FAK-TO
TO=TO*FAK
CONTINUE
CONTINUE
GO TO 210

200 K2=L-1
210 RETURN
END

```

```

UNTERPROGRAMM ZUM AUFBEREITEN DER WERTE FUER PLOT

SUBROUTINE PLOT1

REAL MGES,MO,NOTEST
REAL GA, MOHORH
COMMON /BLOCK1/ T, P, GA, RO, VB(5), CW(5), A(5), DELTA,
1MGES, VGES, CGES, D(5), PBL
COMMON /BLOCK2/ R(100), CB(5,100), MO(5,100)
COMMON N, K, K2

SY='PLOT'
TYPE*, 'MAX. TITEL 2'
TYPE*, 'CORN'D-N, HORN'-N*5, R=11, MO(4)/MO(5)=12, RIGHTS=13
ACCEPT*, N
IF (I3-N) 1000,1000,50
TYPE*, 'F(0, T)/F(0, 0)=0; F(N, T)/FGES=1'
ACCEPT*, N*6
TYPE*, 'HEADTAB 2'
ACCEPT*, N*6
GO TO (10,10,10,10,10,20,20,20,20,20,30,35,1000) ,N

10 I=CORN: 12,12,11
11 CORN=4000.*HA/COR: 11
GO TO 13
12 CORN=4000.*HA/CGES
13 DO 200 I=1,K2
EX=(I-1)*50
EY=COR(I)*CORN
CALL PH (SY, EX, EY)
SY='PD'
CONTINUE
CALL IBA3ND('PU',1,5)
GO TO 500

N=N*5
IF (NDR) 22,22,21
MUNDR=4000.*HA/MO(I,1)
GO TO 23
22 MUNDR=4000.*HA/MGES
23 DO 210 I=1,K2
EX=(I-1)*50
EY=MUNDR*I*MUNDR
CALL PH (SY, EX, EY)
SY='PD'
CONTINUE
CALL IBA3ND('PU',1,5)
GO TO 500

DO 220 I=1,K2
EX=(I-1)*50
EY=R(I)/RO*4000.*HA
CALL PH (SY, EX, EY)
SY='PD'
CONTINUE
CALL IBA3ND('PU',1,5)
GO TO 500

MUNDR=MO(5,1)/MO(4,1)*4000.*HA
DO 230 I=1,K2
EX=(I-1)*50
EY=MO(4,1)/MO(5,1)*MUNDR
CALL PH (SY, EX, EY)
SY='PD'
CONTINUE
CALL IBA3ND('PU',1,5)
GO TO 500
RETURN
END

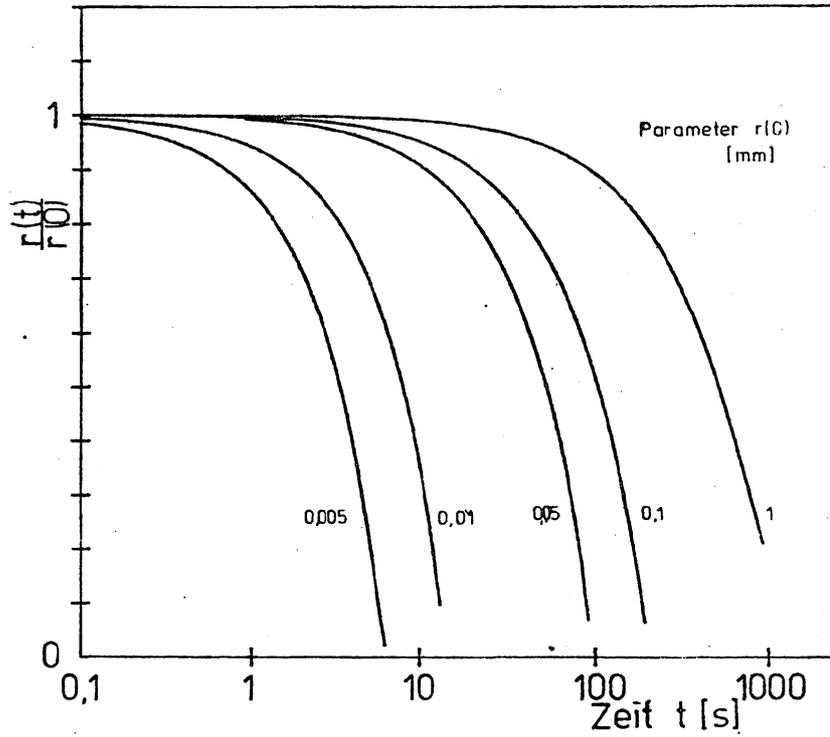
```

```

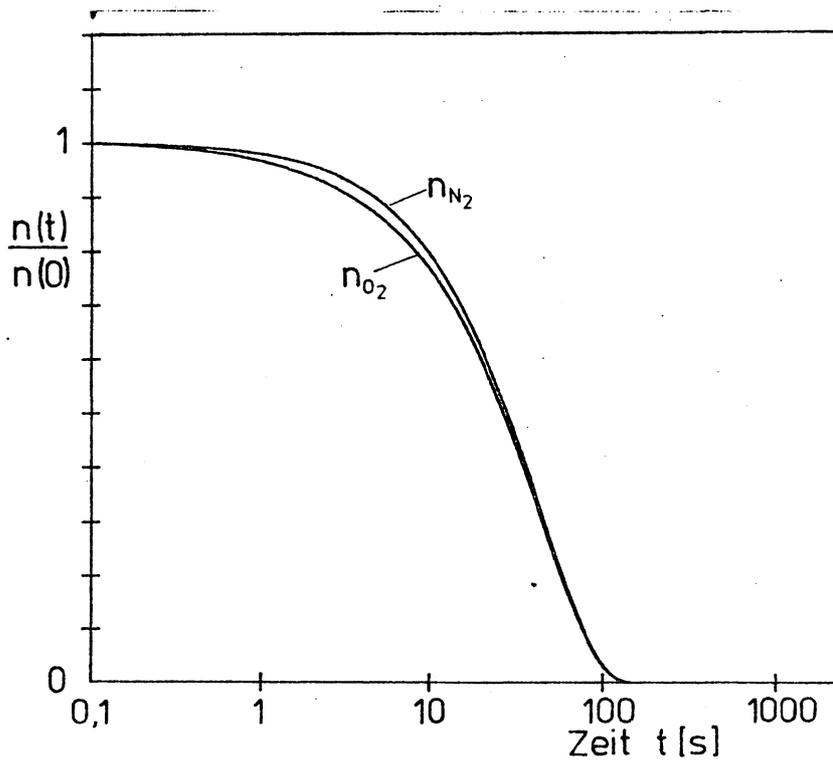
SUBROUTINE ANLEGE)
C
C
REAL PLBUF(10)
TYPE*, 'ACHSEN ?'
ACCEPT 30, 1B
30  FORMAT (11)
IF (1B) 70, 70, 40
40  SY=';PU'
EX=5500.
EY=0.
CALL PM (SY, EX, EY)
SY=';PD'
EX=0.
CALL PM (SY, EX, EY)
EY=6600.
CALL PM (SY, EX, EY)
CALL IBASND ('PU;', 3, 5)
DO 50 I=1250, 5000, 1250
CALL IBASND ('PU;', 3, 5)
SY=';PU'
EX=1
EY=60.
CALL PM (SY, EX, EY)
SY=';PD'
EY=60.
CALL PM (SY, EX, EY)
50  CONTINUE
DO 60 I=400, 6400, 400
CALL IBASND ('PU;', 3, 5)
SY=';PU'
EX=60.
EY=1
CALL PM (SY, EX, EY)
SY=';PD'
EX=-60.
CALL PM (SY, EX, EY)
60  CONTINUE
70  TYPE*, ' BESCHRIFTUNG ? '
ACCEPT 5, 1B
5   FORMAT(11)
IF (1B, EQ, 0) RETURN
CALL IPOKE("44", 50000, OR, IPEEK("44")) [TTY SPECIAL MODE]
IP='LB'
CALL IBSEND(IP, 2, 5)
IP=ITTR(0)
IF (IP, GE, 0) GOTO 20
GOTO 10
20  IF (IP, EQ, 27) IP=3
CALL IBSEND(IP, 1, 5)
IF (IP, NE, 3) GOTO 10
CALL IPOKE("44", 12777, AND, IPEEK("44"))
TYPE 91
ACCEPT 92, PLBUF
IF (PLBUF(1), EQ, 'EN') GOTO 100
CALL IBSEND(PLBUF, 20, 5)
GOTO 1
91  FORMAT(' PLOTBEFEHL? '$)
92  FORMAT(10A2)
100 RETURN
END
```

```

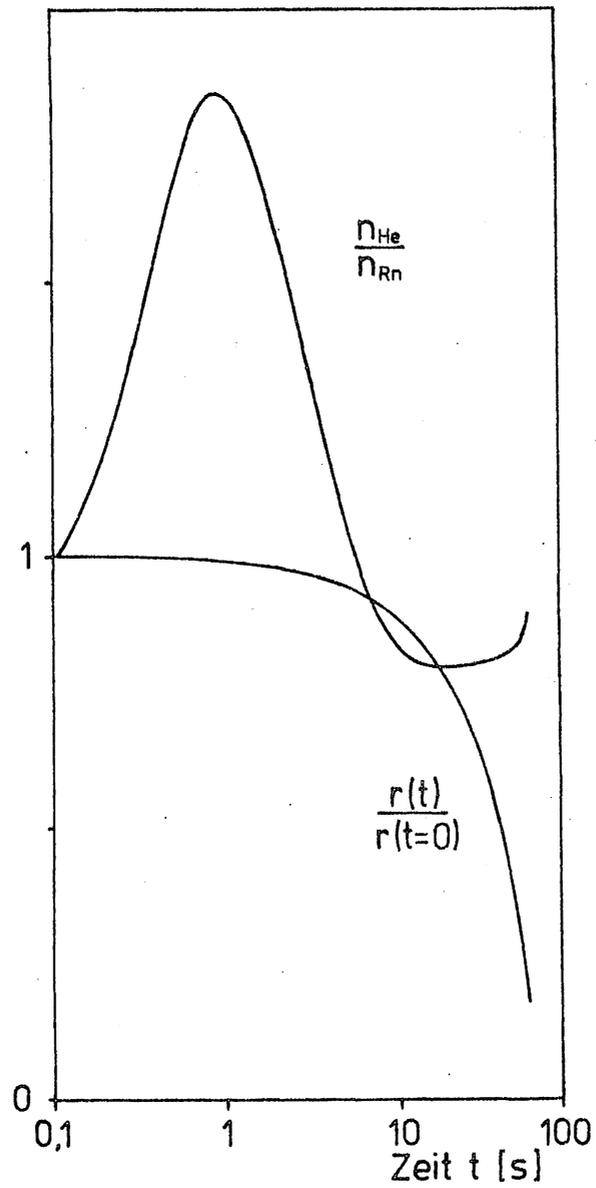
C
C
C      PLOTPROGRAMM
C
SUBROUTINE PM (SY, EX, EY)
C
C
XI=EX+500
YI=EY+500
IF (ABS(XI), GT, 32000.) XI=32000
NX=XI
IF (ABS(YI), GT, 32000.) YI=32000.
NY=YI
ENCODE (4, 200, D) NX
ENCODE (4, 200, E) NY
200  FORMAT (14)
CALL IBASND('SM', 2, 5)
CALL IBASND(SY, 4, 5)
CALL IBASND(';', 1, 5)
CALL IBASND('PA', 2, 5)
CALL IBASND(D, 4, 5)
CALL IBASND(';', 1, 5)
CALL IBASND(E, 4, 5)
CALL IBASND(';', 1, 5)
RETURN
END
```



Figur V. 3. Zeitliche Änderung des Radius für verschiedene Anfangsradien (Wassertiefe 0,5 m)



Figur V. 4. Entwicklung der Molzahlen von  $N_2$  und  $O_2$  in der Blase ( $r(t=0) = 0,05$  mm, Wassertiefe 0,5 m).



Figur V. 5. Verhältnis der Molzahlen in der Blase für Helium und Radon als Funktion der Zeit (Wassertiefe 0,5 m)

## VI. Gasaustausch einer Blasenverteilung

Würde man dem Weg jeder einzelnen erzeugten Blase folgen, könnte man mit Hilfe der im vorigen Kapitel angegebenen Gleichungen den Gastransport für eine Blasenverteilung berechnen. Da die Bewegung der Blasen jedoch auf sehr komplizierten Bahnen verläuft, ist es wünschenswert ein Modell zu besitzen, das den Gasaustausch mit ausreichender Genauigkeit beschreibt, ohne die Dynamik der Blasen mit einzubeziehen. Ein solches Modell, bei dem die Dynamik der Blasen nur über die mittlere Aufenthaltsdauer der Blasen im Wasser eingeht, soll im folgenden beschrieben werden.

Im Gegensatz zu Kapitel V. 5. gilt die anschließende Betrachtung nur für Gase deren Partialdruck klein gegen den Gesamtdruck ist. Die Differentialgleichung (V. 6.) ist mit dieser Bedingung von den übrigen Differentialgleichungen entkoppelt, da Änderungen des Partialdrucks von Gasen mit sehr kleinem Partialdruck die Partialdrucke der anderen Gase nur wenig beeinflussen. Die Partialdrucke der restlichen Gase können als konstant angenommen werden, wenn die Atmosphäre mit dem Wasser im Gleichgewicht ist.

Diese Voraussetzungen sind praktisch für alle Feldexperimente erfüllt, da die üblichen Tracer wie Helium und Radon sehr kleine Partialdrucke besitzen und die Atmosphäre mit dem Wasser nahezu im Gleichgewicht ist. Auch im Laborexperiment sind die Bedingungen erfüllt, wenn der Luftraum nicht mit einer speziellen Atmosphäre (z.B. trockene Stickstoffatmosphäre) gespült wird.

### VI. 1. Transfargeschwindigkeit einer Blasenverteilung

Im vorigen Kapitel wurde die Transfargeschwindigkeit einer einzelnen Gasblase mit (V. 5.) definiert. Im Gasaustauschexperiment wird jedoch die gesamte ins Wasser oder aus dem Wasser transportierte Gasmenge bestimmt. Mit

$$\left(\frac{dn_i}{dt}\right)_{\text{ges}} = -\frac{W_i \alpha_i}{RT} (P_{\text{Atm } i} - P_{W i})$$

folgt

$$W_1 = - \frac{RT \left( \frac{dn_1}{dt} \right)_{\text{ges}}}{\alpha_1 (P_{\text{Atm}} - P_{W1})}$$

Dabei setzt sich  $(dn_1/dt)_{\text{ges}}$  zusammen aus der transportierten Gasmenge durch die Wasseroberfläche und dem Gasfluß durch die Blasen. Die gemessene Transfergeschwindigkeit  $W_1$  ist also

$$W_1 = W_{W1} + W_{B1} \quad .$$

Mit der durch die Blasen verursachten Transfergeschwindigkeit

$$W_{B1} = - \frac{RT \left( \frac{dn_1}{dt} \right)_B}{\alpha_1 (P_{\text{Atm}} - P_{W1})} \quad (\text{VI. 1.})$$

Wobei  $(dn_1/dt)_B$  der Gasaustausch der Blasenverteilung ist:

$$\left( \frac{dn_1}{dt} \right)_B = \iint dz dr \frac{dn_1(r)}{dt} \cdot \psi(r, z)$$

Nach Ausführen der Integration über die Wassertiefe entsprechend Kapitel IV. 3. ergibt sich

$$\int dz \psi(r, z) \cong z(r) \cdot \psi(r, 0) = z(r) \psi_0 \cdot r^{-s} \quad \text{mit } s=3,2 \quad (\text{VI. 2.})$$

Dabei kann für große Radien wieder eine vom Radius unabhängige Mischungstiefe  $\bar{z}$  eingesetzt werden.

Die Transfergeschwindigkeit einer Blasengröße  $r$ , die nun durch

$$W_1(r) = - \frac{RT}{\alpha_1 (P_{\text{Atm}} - P_{W1})} \cdot z(r) \psi_0 \cdot \frac{dn_1(r)}{dt} \quad (\text{VI. 3.})$$

definiert ist, soll für die in Kapitel V. 4. beschriebenen Radiusintervalle diskutiert werden.

VI. 2. Große Blasen;  $r \geq r_1$

Da sich für große Blasen der Konzentrationsgradient nicht wesentlich ändert, solange sich die Blase im Wasser befindet, ist der Gasaustausch  $dn_1/dt$  durch den Konzentrationsgradienten zwischen der Atmosphäre und dem Wasser bestimmt.

$$\frac{dn_1}{dt} = 4\pi r^2 W_1(r) \frac{\alpha_1}{RT} (P_{B1} - P_{W1})$$

Einsetzen in Gl. (VI. 3.) mit (V. 5.) und (VI. 2.) ergibt

$$W_1(r) = \frac{4\bar{z}}{3} \sqrt{\frac{2\pi g D_1}{\nu}} \frac{(P_{B1} - P_{W1})}{(P_{Atm1} - P_{W1})} \cdot \Psi_0 \cdot r^{2,5-5} \quad (VI. 4.)$$

VI. 2. 1. Differenz der Transfergeschwindigkeit für Invasions- und Evasionsexperimente bei großen Blasen

Bei einem Invasionsexperiment ist der Konzentrationsgradient zwischen Atmosphäre und Wasser durch den hydrostatischen Druck und die Oberflächenspannung erhöht. Der mittlere hydrostatische Druck läßt sich durch die Mischungstiefe  $z(r)$  ausdrücken:

$$\bar{P}_{Hyd} = P_{Atm} \cdot \frac{\bar{z}}{z_0}$$

Die größte Oberflächenspannung der großen Blasen ist durch

$$P_{Ob} = \frac{2\gamma}{r_1}$$

gegeben. Wenn man für  $r_1$  den Grenzradius, der sich für Helium ergibt, einsetzt (He hat von allen Edelgasen die kleinste Löslichkeit und damit den kleinsten Grenzradius  $r_1$ ), wird

$$(P_{B1} - P_{W1}) = P_{Atm}(1 + z/z_0 + 2\gamma/r) - P_{W1} \leq 1,02 (P_{Atm1} - P_{W1}). \quad (VI. 5.)$$

Der Konzentrationsgradient in der Blase, und damit die Transfergeschwindigkeit, wird also bei einem Invasionsexperiment um höchstens 2% erhöht und bei einem Evasionsexperiment um 2% erniedrigt.

Große Blasen mit  $r \geq r_1$ , haben demzufolge für Invasions- und Evasionsexperimente nahezu denselben Einfluß, und ihre Transfergeschwindigkeit ist gegeben durch

$$W_1(r) = \frac{4z}{3} \sqrt{\frac{2\pi g D_1}{\nu}} \psi_0 \cdot r^{2,5-s} \quad (\text{VI. 6.})$$

### VI. 3. Mittlere Blasen: $r_0 \leq r \leq r_1$

Tracer in Blasen mit  $r_0 \leq r \leq r_1$ , kommen mit dem Wasser ins Gleichgewicht. Drückt man die Partialdrucke  $P_{H_2}$ ,  $P_{B_2}$  und  $P_{Atm_1}$  durch den relativen Anteil am Gesamtdruck aus,

$$\chi_{B_2} = \frac{P_{B_2}}{P_{Atm}}; \quad \chi_{H_2} = \frac{P_{H_2}}{P_{Atm}}; \quad \chi_{Atm_1} = \frac{P_{Atm_1}}{P_{Atm}} \quad (\text{VI. 6a.})$$

wird die Gasmenge, die eine Blase mit dem Wasser austauscht

$$n_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \frac{P_{Atm}}{RT} \cdot (\chi_{B_2} - \chi_{H_2})$$

Diese Gasmenge wird ausgetauscht solange sich die Blase im Wasser befindet. Die über die Aufenthaltszeit  $\tau_1$  der Blase im Wasser gemittelte Gasaustauschrate ist damit

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{n_1}{\tau_1} = \frac{4\pi g}{27\nu z(r)} \cdot P_{Atm} (\chi_{B_2} - \chi_{H_2}) r^5$$

Einsetzen in (VI. 3.) ergibt

$$W_1(r) = \frac{4\pi g}{27\nu} \alpha_1^{-1} \cdot \frac{\chi_{B_2} - \chi_{H_2}}{\chi_{Atm_1} - \chi_{H_2}} \cdot \psi_0 \cdot r^{5-s} \quad (\text{VI. 7.})$$

Im Gegensatz zu (VI. 3.) ist die Transfergeschwindigkeit von Blasen mit  $r_0 \leq r \leq r_1$  umgekehrt proportional zur Löslichkeit des Tracers. Die Transfergeschwindigkeit für Helium wird damit  $\approx 100$  mal größer als für  $\text{CO}_2$ .

VI. 3. 1. Differenz der Transfergeschwindigkeit für Invasions- und Evasionsexperimente bei Blasen mit  $r_a \leq r \leq r_1$

Wie in Kapitel VI. 2. 1. läßt sich mit Gl. (VI. 7.) die Verstärkung des Gasaustausches durch den hydrostatischen Druck und die Oberflächenspannung abschätzen.

Der Grenzradius  $r_a$  ist, wie man Figur V. 1. entnehmen kann,  $r_a = 0,05$  mm. Die Mischungstiefe  $z(r)$  ist bei diesem Radius 0,35 m. Damit wird

$$P_{B1} \leq P_{Atm1} \left( 1 + \frac{z}{z_0} + \frac{2\gamma}{r} \right)$$

$$P_{B1} \leq 1,03 P_{Atm1}$$

Durch Einsetzen in (VI. 7.) erkennt man, daß der Unterschied für die Transfergeschwindigkeit zwischen Invasions- und Evasionsexperimenten kleiner 6% ist.

VI. 4. Kleine Blasen  $0 \leq r \leq r_a$

Diese Blasen lösen sich im Wasser auf. Die ins Wasser transportierte Gasmenge eines Tracers ist:

$$n_i = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \frac{P_{B1}}{RT}$$

Diese Gasmenge löst sich in der Auflösezeit  $\tau_{00}$  im Wasser. Setzt man die Auflösezeit  $\tau_{00}$  entsprechend Gl. (V. 12.) und die gelöste Gasmenge in (VI. 3.) ein, wird die gemittelte Transfergeschwindigkeit mit (VI. 6a.)

$$W_i(r) = \frac{8}{9} \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\nu}} \cdot \frac{\gamma}{P_{Atm}} \cdot \frac{\chi_{B1}}{(\chi_{Atm1} - \chi_{W1})} \cdot \frac{\alpha_L \sqrt{D_L}}{\alpha_i} z(r) \Psi_0 r^{1,5-3} \quad (\text{VI. 8.})$$

Da sich bei den kleinen Blasen, wie bei den mittleren Blasen, die gesamte Gasmenge eines Tracers im Wasser löst, wird die Transfergeschwindigkeit umgekehrt proportional zur Löslichkeit des Tracers.

VI. 4. 1. Differenz der Transfergeschwindigkeit für Invasions- und Evasionsexperimente bei Blasen mit  $r \leq r_a$

Mit  $W_1 \approx \chi_{B1} / (\chi_{Atm1} - \chi_{W1})$  ist die Transfergeschwindigkeit kleiner Blasen abhängig vom Konzentrationsgradienten des Tracers. Bei einem Evasionsexperiment ist  $\chi_{W1} \geq \chi_{Atm1}$ . Kleine Blasen verursachen deshalb bei einem Evasionsexperiment eine "unphysikalische" negative Transfergeschwindigkeit (vgl. Merlivat und Memery, 1982).

Im folgenden Kapitel werden die Transfergeschwindigkeiten für die gemessene Blasendichteverteilung bestimmt. In Figur VII. 1. ist die Transfergeschwindigkeiten als Funktion des Radius aufgetragen.

VII. Transfergeschwindigkeiten der Blasen für die gemessene Blasendichteverteilung

Die Transfergeschwindigkeiten der verschiedenen Blasengrößenintervalle läßt sich nun bestimmen, wenn man die gemessene Blasendichteverteilung entsprechend (IV. 5.) mit  $\Psi(r,0) = \Psi_0 r^{-3,2}$  in Gleichung (VI. 6.) und (VI. 7.) einsetzt.  $\Psi_0$  ergibt sich aus (IV. 5.) zu  $\Psi_0 = e^{-20,7}$  (für 13,8 m/s Windgeschwindigkeit). Bei dem Gasaustauschexperiment in Marseille wurden die Transfergeschwindigkeiten von Radon und Helium bestimmt. Die folgenden Berechnungen werden deshalb für diese beiden Gase durchgeführt.

VII. 1. Große Blasen

Die Transfergeschwindigkeit für große Blasen wird damit

$$W_B(r) = \frac{4z(r)}{3} \sqrt{\frac{2\pi g D_1}{\nu}} e^{-20,7} r^{-0,7} \quad (\text{VII. 1.})$$

Nach Einsetzen einer radiusunabhängigen Mischungstiefe  $\bar{z} = 0,2$  m wird

$$W_B(r) = 2,1 \cdot 10^{-6} \sqrt{D_1} r^{-0,7} \quad (\text{m/s}) \quad \text{Radius (m)}$$

Dabei ist zu beachten, daß sich die Blasendichte  $\Psi(r,z)$  auf Radiusintervalle  $\Delta r = 1 \mu\text{m}$  bezieht. Bei der Integration über den Radius muß deshalb mit einem Faktor  $10^6$  multipliziert werden.

$$W_{B1} = 2,1 \sqrt{D_1} \int_{r_1}^{r_{\text{max}}} dr r^{-0,7}$$

$D_1$  (m<sup>2</sup>/s)

$r$  (m)

$W$  (m/s)

Die untere Integrationsgrenze ist durch Gl. (V. 13.) bestimmt. Die obere Integrationsgrenze ist schwierig anzugeben. Setzt man den Radius der größten gemessenen Blasen mit  $r = 0,55 \cdot 10^{-3}$  mm ein, ergibt sich für den Tracer Radon, mit einer Löslichkeit  $\alpha = 0,3$ , eine Transfergeschwindigkeit von nur  $6 \cdot 10^{-7}$  m/s, da sich die untere Integrationsgrenze für Radon zu  $r_1 = 0,52 \cdot 10^{-3}$  m ergibt.

Nimmt man aber an, daß sich die Blasendichteverteilung zu größeren Blasen entsprechend Gl. (IV. 4.) fortsetzt, so ergibt sich mit  $r_{\max} = 10^{-2}$  m (größere Blasen sind nicht stabil und brechen auseinander (Levich, 62) eine Transfargeschwindigkeit von  $W_{BRn} = 4,6 \cdot 10^{-5}$  m/s. Entsprechendes gilt für andere Tracer mit großer Löslichkeit.

Für Helium mit einer Löslichkeit von 0,0083 ergibt sich die untere Integrationsgrenze aus (V. 13.) zu  $r_1 = 0,18 \cdot 10^{-3}$  m. Damit wird die Transfargeschwindigkeit

$$\begin{aligned} W_{BHe} &= 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ m/s} \quad \text{mit } r_{\max} = 10^{-3} \text{ m} \\ W_{BHe} &= 9,7 \cdot 10^{-5} \text{ m/s} \quad \text{mit } r_{\max} = 10^{-2} \text{ m.} \end{aligned}$$

Da bei einem Gas mit kleiner Löslichkeit die untere Intervallgrenze kleiner ist als bei einem Gas mit großer Löslichkeit, ist der Einfluß der oberen Integrationsgrenze für Helium nicht so gravierend.

Als obere Abschätzung kann man die Transfargeschwindigkeit, die von den großen Blasen verursacht wird, mit

$$\begin{aligned} W_{BHe} &\leq 10^{-4} \text{ m/s} \quad \text{und} \\ W_{BRn} &\leq 5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s) angeben.} \end{aligned}$$

Diese Werte beziehen sich jedoch, wegen der Abhängigkeit der unteren Integrationsgrenze von  $\alpha$ , nicht auf das gleiche Radiusintervall.

## VII. 2. Mittlere Blasen

Mit der gemessenen Blasendichteverteilung ergibt sich die Transfargeschwindigkeit durch Einsetzen in (VI. 7.) zu

$$W_i(r) = \frac{4}{27} \frac{\pi g}{\nu} \frac{1}{\alpha_i} e^{-20,7} 10^6 \int_0^r dr r^{1,8} \quad (\text{VII. 2.})$$

Die Integrationsgrenzen sind mit Gl. (V. 13.) und (V. 14.) definiert. Nach der Integration ergeben sich die Transfargeschwindigkeiten der mittleren Blasen für

Helium zu  $W_{\text{He}} = 3,6 \cdot 10^{-6}$  m/s mit  $r_a = 50 \cdot 10^{-6}$  m,  $r_i = 0,18 \cdot 10^{-3}$  m und Radon zu  $W_{\text{Rn}} = 3,4 \cdot 10^{-6}$  m/s mit  $r_a = 50 \cdot 10^{-6}$  m,  $r_i = 0,52 \cdot 10^{-3}$  m.

### VII. 3. Kleine Blasen

Wie die Messungen von Johnson/Cooke (1970), Kolovayev (1976) und Siems (1980) zeigen, kann die mit Gl. (V. 5.) angegebene Blasendichteverteilung nicht für Blasen mit einem Radius  $r \leq 50 \cdot 10^{-6}$  m fortgesetzt werden.

Der Anstieg der Blasendichte bis zum Maximum wird von den verschiedenen Autoren nicht angegeben. Aus Figur IV. 6. läßt sich die Blasendichte der kleinen Blasen jedoch abschätzen zu

$$\Psi(r) = \Psi_0 \cdot r^{+3}.$$

Paßt man diese Blasendichte an die gemessene Blasendichte für  $r = 50 \cdot 10^{-6}$  m an, ergibt sich  $\Psi(r)$  zu

$$\Psi(r) = 4,7 \cdot 10^{17} r^3 \quad \frac{\text{Blasen}}{\text{m}^3 \mu\text{m}}$$

Mit dieser Blasendichte und Gl. (VI. 8.) wird die Transfargeschwindigkeit

$$W_i(r) = \frac{8}{9} \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\nu}} \frac{\gamma}{P_{\text{Atm}}} \frac{\chi_{\text{Bi}}}{(\chi_{\text{Atm}} - \chi_{\text{Wi}})} \frac{\alpha_i \sqrt{D_i}}{\alpha_i} z(r) 4,7 \cdot 10^{17} r^{4,5} \quad (\text{VII. 3.})$$

Mit einer radiusunabhängigen Mischungstiefe  $z = 0,5$  m wird die Transfargeschwindigkeit für Blasen mit Radius kleiner  $50 \cdot 10^{-6}$  m

für Helium:  $W_{\text{He}} = \frac{\chi_{\text{Bi}}}{\chi_{\text{Atm}} - \chi_{\text{Wi}}} 4,6 \cdot 10^{-8}$

und für Radon:  $W_{\text{Rn}} = \frac{\chi_{\text{Bi}}}{\chi_{\text{Atm}} - \chi_{\text{Wi}}} 1,3 \cdot 10^{-9}$

Das Verhältnis der Partialdrucke ändert sich während des Versuchs. Nimmt man für ein Invasionsexperiment an, daß gilt  $\chi_{Atm1} \cong 2 \cdot \chi_{W1}$ , und daß weiter  $\chi_{B1} \cong \chi_{Atm1}$ , wird

$$\frac{\chi_{B1}}{\chi_{Atm1} - \chi_{W1}} = 1$$

Entsprechend wird bei einem Evasionsexperiment mit  $\chi_{W1} \cong 2 \chi_{Atm1}$ :

$$\frac{\chi_{B1}}{\chi_{Atm1} - \chi_{W1}} = - 1$$

Die Transfargeschwindigkeit ist für Evasionsexperimente, wie bereits in Kapitel VI. 4. 1. gezeigt wurde, negativ.

#### VII. 4. Zusammenfassung der Ergebnisse für die Transfargeschwindigkeit

Die mit den Gl. (VII. 1.), (VII. 2.) und (VII. 3.) angegebenen Transfargeschwindigkeiten sind in Figur VII. 1. aufgetragen.

Wie schon durch die Integration der Transfargeschwindigkeiten über die Radienintervalle deutlich wurde, sind nur die großen Blasen mit  $r \geq r_1(\alpha)$  für den Gasaustausch von Bedeutung. Deshalb ist es bei zukünftigen Blasendichtemessungen notwendig die Blasendichteverteilung für große Blasen möglichst genau zu bestimmen. Während Blasen mit  $r \leq 100 \cdot 10^{-6}$  m bezüglich des Gasaustausches nicht von Bedeutung sind.

Die berechneten Transfargeschwindigkeiten gelten nur für die Überstreichlänge  $f$ , bei der die Blasengrößenverteilung gemessen wurde. Mit der Annahme  $\Psi(f) = \Psi(f=34) \cdot (f-10)/24$  entsprechend Gl. (IV. 4.) wird die Transfargeschwindigkeit mit Gl. (VI. 3.)

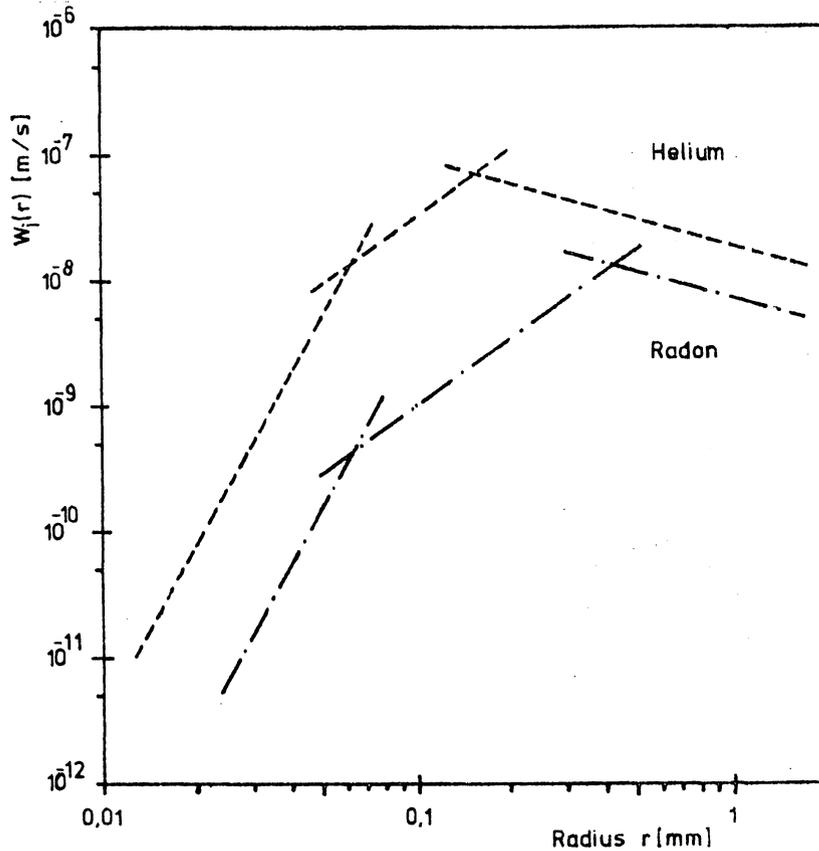
$$W_B(f) = \begin{cases} \frac{f-10}{24} \cdot W_B(f=34) & f \geq 10 \text{ m} \\ 0 & 0 \leq f \leq 10 \text{ m} \end{cases}$$

da  $W_B$  proportional  $\Psi$  ist.

Damit wird die über die Kanallänge gemittelte Transfervgeschwindigkeit

$$W_{B \text{ gem}} = \frac{W_B}{40} \int_{10}^{40} df \frac{f-10}{24}$$

$$W_{B \text{ gem}} \approx 0,5 \cdot W_B$$



Figur VII. 1. Transfervgeschwindigkeit als Funktion des Radius (Radiusintervall  $10^{-4}$ m)

Die von den Blasen verursachte Transfervgeschwindigkeit beim Gasaustauschexperiment in Marseille läßt sich so abschätzen zu (Windgeschwindigkeit  $U=13,8$  m/s)

$$W_{B \text{ gem}} \lesssim 5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s für Helium}$$

$$W_{B \text{ gem}} \lesssim 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s für Radon .}$$

## VII. 5. Vergleich der gemessenen mit den berechneten Transfargeschwindigkeiten der Blasen

Die Durchführung und Auswertung der Gausaustauschexperimente in Marseille wird in Jähne et. al. (1983) beschrieben.

Die bei großen Windgeschwindigkeiten gemessenen Transfargeschwindigkeiten für Helium und Radon sind in Tabelle VII. 1. zusammengefaßt.

Der Anteil der Blasen an der Transfargeschwindigkeit ist für Helium  $\leq 10\%$  und für Radon  $\leq 20\%$ .

Bei Betrachtung der Ergebnisse fällt auf, daß erstens das Verhältnis der Transfargeschwindigkeiten (bei gleicher Schmidtzahl)  $W_{He}/W_{Rn}$  zwischen 2,3 und 5,2 variiert, und daß zweitens die Transfargeschwindigkeiten von Helium für Invasion bis zu 2 mal größer sind als für Evasion.

### 1.) unterschiedliche Transfargeschwindigkeiten für Invasion und Evasion

Die Differenz der Transfargeschwindigkeiten für Invasion und Evasion ließe sich, wie in Kapitel VI. 4. 1. und VII. 3. gezeigt wird, durch eine große Anzahl kleiner Blasen mit Radius  $r \leq 0,05\text{mm}$  erklären (große und mittlere Blasen verursachen eine Differenz kleiner 6 %).

Für die Differenz von  $3,6 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$  wären ungefähr  $10^4$  mal mehr Blasen notwendig als für die Berechnungen in Kapitel VII. 3. angenommen wurde.

Die großen relativen Fehler bei den gemessenen Transfargeschwindigkeiten machen eine genauere Untersuchung des Effekts unmöglich.

## 2.) Verhältnis der Transfargeschwindigkeiten für Helium und Radon

Die Differenz der Transfargeschwindigkeiten zwischen Radon und Helium läßt sich sowohl auf eine große Anzahl kleiner Blasen als auch auf das Abbrechen der Blasengrößenverteilung für  $r \geq 1\text{mm}$  zurückführen.

Die Transfargeschwindigkeit kleiner Blasen ist umgekehrt proportional zur Löslichkeit  $\alpha$ , des Tracers. Deshalb ist die Transfargeschwindigkeit der kleinen Blasen für Helium ungefähr 36 mal größer als für Radon (das gleiche gilt für mittlere Blasen, hier wird dieser Effekt jedoch durch die unterschiedlichen Integrationsgrenzen ausgeglichen). Trotz diesem großen Unterschied wären  $2 \cdot 10^4$  mal mehr kleine Blasen notwendig um den Unterschied der Transfargeschwindigkeiten bei 13,8 m/s zu verursachen.

Wie in Kapitel VII. 1 gezeigt wird, ist die Transfargeschwindigkeit großer Blasen stark von der oberen Integrationsgrenze abhängig. Zudem ändert sich mit der Integrationsgrenze auch das Verhältnis der Transfargeschwindigkeiten für Gase mit unterschiedlichen Diffusionskonstanten und Löslichkeiten. Nimmt man die obere Integrationsgrenze mit  $r_{\text{max}}=1\text{mm}$  an, so wird das Verhältnis der Transfargeschwindigkeiten von Helium und Radon  $\approx 3$ . Für den gemessenen Unterschied bei den Transfargeschwindigkeiten müßte die Dichte großer Blasen jedoch 30 mal größer sein.

Die gemessenen Transfargeschwindigkeiten lassen sich demnach nicht auf den Einfluß der Gasblasen zurückführen.

Typ	Windgeschw. (m/s)	Transfargeschwindigkeiten ( $10^{-5}$ m/s)			
		WRn (Sc=600)	WHe (Sc=130)	WRn/WHe *	WBgem He
Evasion	11	8,4±10%	27±14%	3,6	0,6
Invasion	11		37±38%		
Evasion	12	12±15%	25±21%	2,3	1,4
Evasion	13,8	12±20%	56±10%	5,2	5
Invasion	13,8		92±36%		5

VII. 1. Gemessene Transfargeschwindigkeiten beim Gasaus-tauschexperiment in Marseille

\*)Die Transfargeschwindigkeiten sind für diesen Vergleich mit der Annahme  $W \sim Sc^{-1/2}$  auf gleiche Schmidtzahl korrigiert.

Literaturverzeichnis:

- Avellan, F., (1980): Caracteristiques diphasiques des échanges particulaires a l'interface air-mer: Étude metrologique, Thèse présentée a' L'Université d'Aix-Marseille II.
- Blanchard, D. C., Woodcock, A. H. (1957): Bubble Formation and Modification in the Sea and its Meteorological Significance, Tellus IX, 2, pp 145-158.
- Bol, J., Gebhart, J., Heinze, W., Petersen, W., Wurzbacher, G., (1970): Ein Streulicht-Teilchengrößenspektrometer für submikroskopische Aerosole hoher Konzentration, Staub- Reinhalt. Luft Vol. 30, Nr. 11, pp. 475-479.
- Borho, K. (1970): Ein Streulichtmeßgerät für hohe Staubkonzentrationen, Staub-Reinhalt. Luft Vol. 30, Nr. 11, pp. 479-483.
- Cipriano, R. J.; Blanchard D. C. (1981): Bubble an Aerosol Spectra Produced by a Laboratory 'Breaking Wave', Journal of Geophysical Research, Vol. 86, No. C9, pp 8085-8092.
- Jähne, B. (1980): Zur Parametrisierung des Gasaustausches mit Hilfe von Laborexperimenten, Dissertation, Universität Heidelberg.
- Jähne, B., Wais, T., Memery, L., Gauliez, G., Merlivat, L., Münnich, K. O., Coantic, M., (1983): He and Rn Gas Exchange Experiments in the Large Wind-Wave-Facility of I. M. S. T., in Vorbereitung.
- Johnson, D., Cooke, R. C. (1979): Bubble populations and spectra in coastal waters: A photographic approach, J. Geophysical Research, Vol 84, pp. 3761-3766.

- Karanfilian, S. K.; Kotas, T. J. (1978): Drag on sphere in unsteady motion in a liquid at rest, J. Fluid. Mech. Vol. 87, part 1, pp. 85-96.
- Kolovayev, D. A. (1976): Investigation of the concentration and statistical size distribution of wind-produced bubbles in the near-surface ocean, Oceanology, Engl. Transl., Vol. 15, pp. 659-661.
- LeBlond, P. H. (1969): Gas Diffusion from ascending gas bubbles, J. Fluid Mech. vol. 35, part 4, pp. 711-719.  
Corrigendum: LeBlond, P. H. (1969), J. Fluid. Mech. vol. 38, part 4, p. 861.
- Levich, G. (1962): Physicochemical Hydrodynamics, Prentice-Hall, Inc.
- Medwin, H. (1970): In Situ Acoustic Measurements of Bubble Populations in Coastal Ocean Waters, J. of Geophysical Research, Vol. 75, No.3, pp. 599-611.
- Medwin, H. (1977): In Situ Acoustic Measurements of Microbubbles at Sea, J. of Geophysical Research, Vol. 82, No. 6, pp. 971-976.
- Medwin, H., Fitzgerald, J., Rautmann, G., (1975): Acoustic Mini-probing for Ocean Microstructure and Bubbles, J. of Geophysical Research, Vol. 80, No. 3, pp. 405-413.
- Merlivat, L. Memery, L. (1982): Gas exchange across an air-water interface: Experimental results and modeling of bubble contribution to transfer, J. Geophysical Research, im Druck.
- Mersmann, A. (1974): Zur stationären Bewegung fluider Partikel, Chemie-Ing.-Techn. 46. Jahrg., Nr.6.

- Moore, D. W. (1965): The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity, J. Fluid. Mech., vol. 23, part 4, pp. 749-766.
- Siems, W. (1980): Modelluntersuchungen zur Verdunstung und zum Gasaustausch zwischen Wasser und Luft. Der Einfluß von Wellen und Oberflächenverunreinigungen, Dissertation Fachbereich Chemie, Universität Hamburg.
- Thorpe, S. A. (1982): On the Clouds of Bubbles Formed by Breaking Wind-Waves in Deep Water, and their Role in Air-Sea Gas Transfer, Phil. Trans. R. Soc. Lond. Vol. 304, pp. 155-210.
- Wallrabe, A. (1980): Dimensionierung eines logarithmischen Verstärkers, Funkschau, Heft 11, pp. 54-58.
- Wu, J. (1981): Bubble Populations and Spectra in Near-Surface Ocean: Summary and Review of Field Measurements, J. of Geophysical Research, Vol. 86, No. C1, pp. 457-463.
- Wymann, J., Scholander, P. F., Edwards, G. A., Irving, L., (1952): On the Stability of Gas Bubbles in Sea Water, Journal of Marine Research, XI, 1, pp. 47-62.