

# Yupana, ein rätselhafter peruanischer Abakus

## Wie haben die Inka gerechnet?

Im Unterschied zu den chinesischen, japanischen und russischen Kugelrechnern ist der peruanische Abakus selbst vielen Fachleuten unbekannt. Trotz jahrzehntelanger Forschung ist bis heute ungeklärt, wie die Inka das rätselhafte digitale Rechengerät verwendet haben. Das liegt daran, dass es dazu kaum zeitgenössische Beschreibungen gibt. Hinzu kommt, dass das in der Literatur erwähnte Rechenbrett von den in Peru und Ecuador gemachten Funden stark abweicht. Im Gegensatz zu den Knotenschnüren (Quipus), die zur Aufzeichnung der Ergebnisse dienten, sind nur wenige Yupanas überliefert. Nach einer anderen Deutung waren diese geheimnisvollen Objekte gar Städtebaumodelle.

Herbert Bruderer

Zu den meist verbreiteten Rechenrahmen gehören die chinesischen, japanischen und russischen Abakusse sowie die Schulabakusse. Weniger bekannt ist der römische Handabakus, von dem nur drei originale Stücke überliefert sind und das rätselhafte peruanische Rechenbrett, die Yupana. Die Inka verwendeten Knotenschnüre (Quipus) für die Speicherung von Zahlenwerten und Yupanas fürs Rechnen. Während mehrere hundert Knotenschnüre erhalten sind, haben nur wenige archäologische Yupanas überlebt. Das aus der Quechua-Sprache stammende Wort yupay bedeutet "zählen". Die meist quadratischen oder rechteckigen Tafeln wurden aus Holz, Stein oder Ton gefertigt. Sie bestanden aus mehreren Fächern auf verschiedenen Ebenen. Gerechnet wurde mit Kieselsteinen oder Samen. Aus der zeitgenössischen Literatur ist nur wenig über dieses Gerät bekannt (vgl. Abb. 1).



Abb. 1: Dieses Bild aus Felipe Guamán Poma de Ayala: El primer nueva corónica y buen gobierno (1615) zeigt eine Person mit einer Knotenschnur und (links unten) einer Rechentafel mit fünf Zeilen und vier Spalten. Das Werk befindet sich in Kopenhagen, © Königliche Dänische Bibliothek, Kopenhagen.

Es gibt zwei Ausgestaltungen der Yupana: die literarische Yupana, d.h. das Modell nach Guamán Poma de Ayala, und die archäologische Yupana (Tischyupana). Nach bisherigem Wissen wurde die erste archäologische Yupana 1869 in Chordeleg (Ecuador) gefunden. Sie besteht aus Holz. 1878 tauchte ein Exemplar in Caraz, Peru, auf. Die archäologische Yupana hat recht unterschiedliche Formen, was

für ein Rechenhilfsmittel eher unüblich ist. Yupanas waren vielleicht nicht nur Rechengeräte, sie wurden möglicherweise auch als Architekturmodelle für den Städtebau oder als Spielbretter verwendet (vgl. Abb. 2). Sie erinnern auch an Tectonic-Rätselgitter.



Abb. 2: Stadtgrundriss (Modell), © Staatliche Museen zu Berlin, Ethnografisches Museum / Ines Seibt [CC BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

### Wie rechnet man mit dem Abakus der Inka?

Bis heute ist unbekannt, wie die Inka mit diesen Taschenrechnern gearbeitet haben. Über Ihre Verwendung gibt es zahlreiche Hypothesen, z.B. von Henry Wassén (1931), Carlos Radicati di Primeglio (1951 und 1976), William Burns Glynn (1981), Martha Villavicencio Ubillús (1982), Carlos Alberto Hernández García (1986), Juan Ansión (1990), Hugo Pereyra Sánchez (1990), Oscar Pacheco Ríos (1999), Nicolino de Pasquale (2001), Viviana Moscovich (2007), Cinzia Florio (2008), Rodrigo Rivas Oré (2009), Andrés Chirinos Rivera (2010), Miguel Ángel Pinto Tapia (2010), Jesús Ríos Mencia (2012), Dhavit Prem (2014), Ángel Bernabé Palli Salas (2015) und Herbert Jhon Apaza Luque (2017). Die Inka verwendeten das dezimale Stellenwertsystem. Sie kannten die Zahl Null und vielleicht auch die Fibonaccifolge.

Eine gute Übersicht über die verschiedenen Erklärungsversuche ist zu finden bei Henry-Mark Vilca-Apaza et al.: *Yupana o ábaco inca, a 100 años (1912–2022): experiencias y posibilidades de educación matemática en América Latina*, ebenso in Henry-Mark Vilca-Apaza et al.: *La Yupana o ábaco peruano y el aprendizaje de la matemática: de lo concreto a lo abstracto, de la escuela a la universidad*. Ähnlich Raúl: Ibáñez in *Quipu y yupana, instrumentos matemáticos incas (II)*, Molly Leonard et al.: *The Incan Abacus: A Curious Counting Device* und Cinzia Florio: *Encuentros y Desencuentros en la identificación de una relación matemática en la yupana de Guaman Poma de Ayala*. Die meisten Theorien betreffen allerdings nur die literarische Yupana.

Eine umfangreiche Darstellung der unterschiedlichen Hypothesen mit Gebrauchsanweisungen ist enthalten in Mamani Zevallos: *La Yupana en el aprendizaje de la matemática*. Weitere Anleitungen stammen von Ximena Catepillán et al.: *Counting and Arithmetic of the Inca* und Costanza Bustos et al.: *El ábaco inca y las operaciones aritméticas*. Die wohl umfassendste Arbeit zu den verschiedenen Vorschlägen (mit Beispielen zu den vier Grundrechenarten sowie fürs Potenzieren und Wurzelziehen) liefert Dhavit Prem: *Hatun Yupana Qellqa. Decodificando la Matemática Inka*.

Beispiele für die vier Grundrechenarten gibt es bei Viviana Ruth Moscovich: *Yupana, tabla de contar inca: Estructura interna*, Viviana Ruth Moscovich: *El Khipu y la Yupana. Administración y Contabilidad en el Imperio Inca*, Andrés Chirinos Rivera: *Quipus del Tahuantinsuyo*, Rosmary Juana Silvina Zevallos Mamani: *La Yupana en el aprendizaje de la matemática* sowie (auch fürs

Potenzieren und Wurzelziehen) bei Henry-Mark Vilca-Apaza et al.: La Yupana o ábaco peruano y el aprendizaje de la matemática: de lo concreto a lo abstracto, de la escuela a la universidad.

Dhavit Prem vermittelt eine sehr hilfreiche Übersicht über verschiedene Verfahren (vgl. Tabelle 1).

Tabelle 1: Zusammenstellung von Lösungsvorschlägen. Quelle: Dhavit Prem: Hatun Yupana Qellqa. Decodificando la Matemática Inka, Seite 14

Autor	Nombre referencial	Procesamiento	Base num.	Sentido yupana	Req. orífticos	2 Manos	Año
Henry Wassen	Método Wassen	Indo - arábigo	10	Vertical	Si	No	1931
Carlos Radicati Di Primeglio	Método Radicati Di Primeglio	Indo - arábigo	10	Vertical	No	No	1976
William Burns Glynn	Método William Burns	Indo - arábigo	10	Horizontal	Si	No	1981
Carlos Hernandez	Yupana Dinámica	Indo - arábigo	10	Horizontal	No	No	1986
Hugo Pereyra	Método Pereyra	Indo - arábigo	10	Vertical	No	No	1990
Juan Anslón	Método Anslón	Indo - arábigo	10	Vertical	Si	No	1990
Nicolino De Pasquale	Método De Pasquale	Indo - arábigo	40	Vertical	Si	No	2000
Andrés Chirinos	Método Chirinos	Indo - arábigo	10	Vertical	Si	No	2008
Cinzia Florio	Método Florio	Indo - arábigo	10	Vertical	No	No	2008
Rodrigo Rivas Oré	Método Yupana Kipu-ayuda	Indo - arábigo	10	Horizontal	Si	No	2009
Viviana Moscovich	Yupana, tabla de contar Inca	Indo - arábigo	10	Vertical en espejo	Si	No	2010
Comunidad Sanisa	Método Sanisa	Indo - arábigo	10	Vertical	Si	No	2012
Jesús Ríos Mencia	Yupana Ancestral	Indo - arábigo	10	Vertical	Si	No	2012
Nicolino De Pasquale	Decimal Guaman Poma	Indo - arábigo	10	Vertical	Si	No	2012
Andrino "freejube"	"Híbrido" Y. Dinámica - Pereira c/Variantes	Indo - arábigo	10	Vertical	No	No	2013
Dhavit Prem	Tawa Pukllay - P'away Yupana	Formas y movimientos	10	Vertical	No	Si	2014
Dhavit Prem	Tawa Pukllay QOKA - para invidentes	Formas y movimientos	10	Vertical	No	Si	2014
Dhavit Prem (Dharma Jiten)	Método Tawa Pukllay	Formas y movimientos	10	Vertical	No	Si	2014

So sieht die Vorlage von Felipe Guamán Poma de Ayala aus (vgl. Abb. 3)

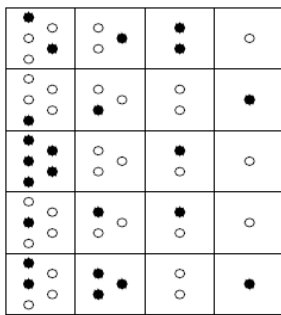


Abb. 3: Darstellung bei Felipe Guamán Poma de Ayala, Quelle: Cinzia Florio: Encuentros y Desencuentros en la identificación de una relación matemática en la yupana de Guaman Poma de Ayala, Seite 23

Es folgen ein paar Lösungsvorschläge (vgl. Abb. 4–10). Für nähere Angaben und das Rechnen mit diesen Modellen wird auf die Fachliteratur verwiesen.

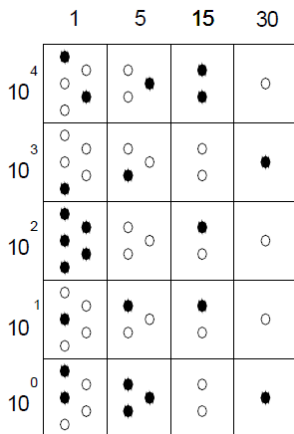


Abb. 4: Deutung von Henry Wassén (1931), Quelle: Cinzia Florio: Encuentros y Desencuentros en la identificación de una relación matemática en la yupana de Guaman Poma de Ayala, Seite 8

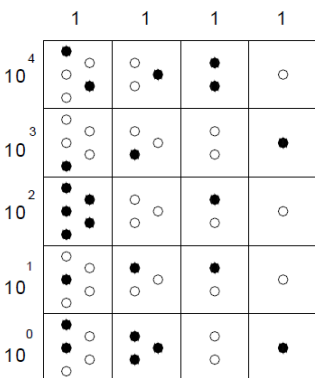


Abb. 5: Deutung von Carlos Radicati di Primeglio (1951), Quelle: Cinzia Florio: Encuentros y Desencuentros en la identificación de una relación matemática en la yupana de Guaman Poma de Ayala, Seite 9

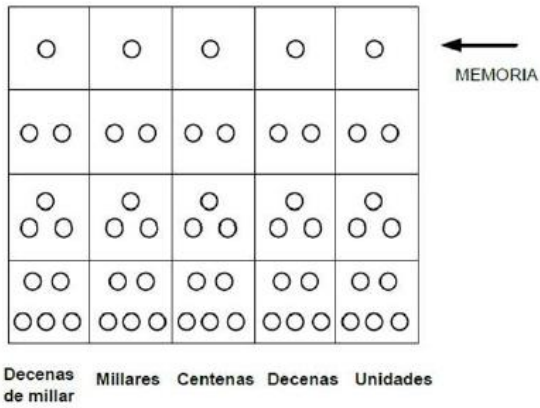


Abb. 6: Deutung von William Burns Glynn (1981), Quelle: Rossmary Juana Silvina Zevallos Mama-ni: La Yupana en el aprendizaje de la matemática, Seite 55

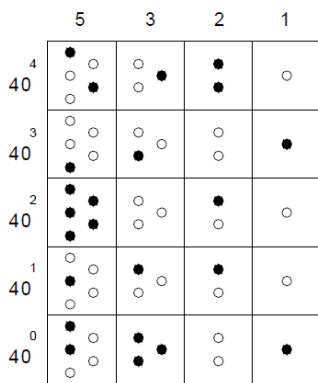


Abb. 7: Deutung von Nicolino de Pasquale (2001), Quelle: Cinzia Florio: Encuentros y Desencuentros en la identificación de una relación matemática en la yupana de Guaman Poma de Ayala, Seite 10

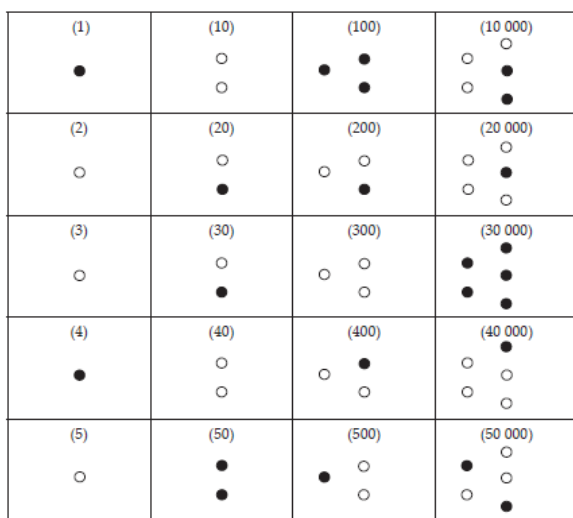


Abb. 8: Deutung von Viviana Moscovich (2007), Quelle: Viviana Ruth Moscovich: El Khipu y la Yu-pana. Administración y Contabilidad en el Imperio Inca, Seite 169

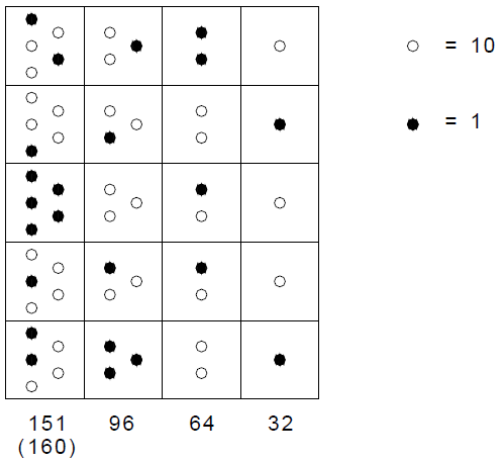


Abb. 9: Deutung von Cinzia Florio (2008), Quelle: Cinzia Florio: Encuentros y Desencuentros en la identificación de una relación matemática en la yupana de Guaman Poma de Ayala, Seite 15

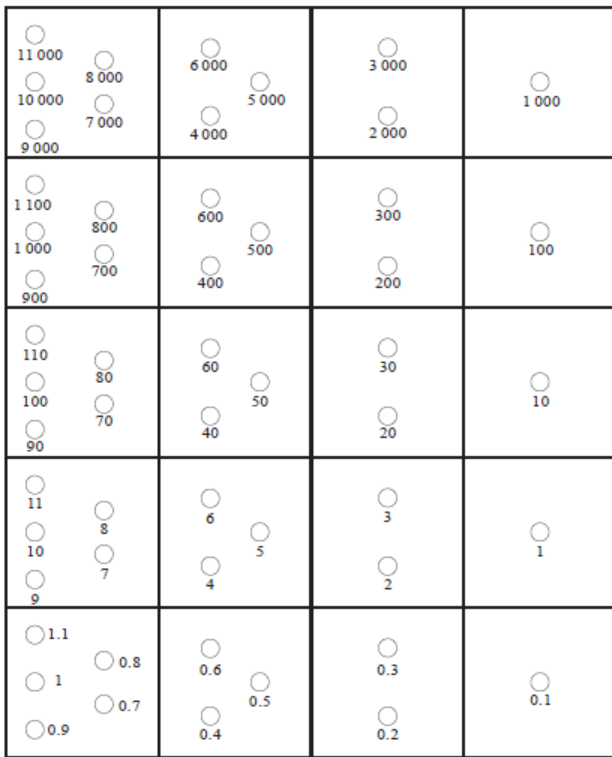


Abb. 10: Deutung von Andrés Chirinos Rivera (2010), Quelle: Andrés Chirinos Rivera: Quipus del Tahuantinsuyo. Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI, Seite 182

Nach dem Modell von Dhavit Prem lassen sich die Zahlen 0 bis 9 so wiedergeben (vgl. Abb. 11).

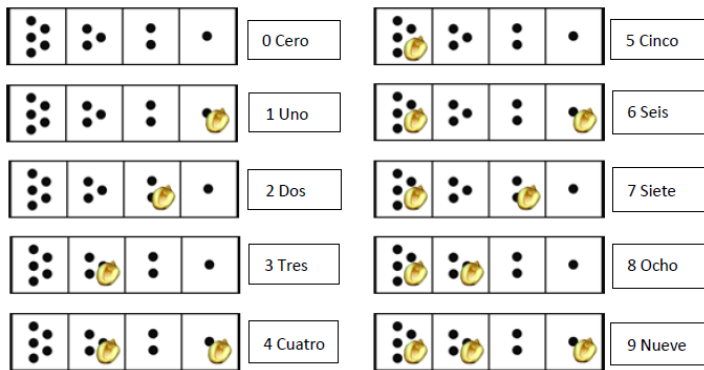


Abb. 11: Darstellung der Zahlen 0 bis 9, Quelle: Dhavit Prem. Yupana Inka. Decoding Inka's Math. Tawa Pukllay Method, Seite 23

Der Wert 15204 sieht daher wie folgt aus (vgl. Abb. 12).

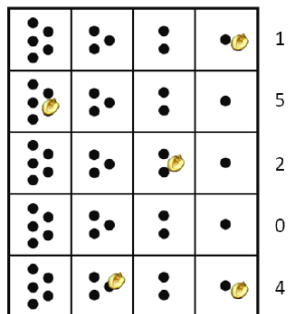


Abb. 12: Darstellung der Zahl 15204, Quelle: Dhavit Prem: Hatun Yupana Qellqa. Decodificando la Matemática Inka, Seite 65

Prem's Awaqo Andino hat diese Gestalt (vgl. Abb. 13).

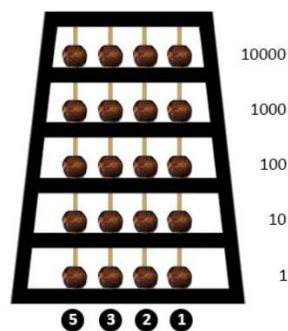


Abb. 13: Awaqo Andino, Quelle: Dhavit Prem: Hatun Yupana Qellqa. Decodificando la Matemática Inka, Seite 132

Bei der Nullstellung sind alle Kugeln unten (links), die Zahl 3257 wird so (rechts) eingestellt (vgl. Abb.14).

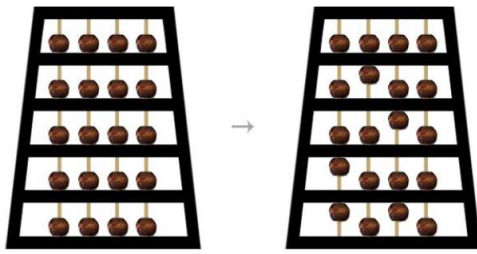


Abb. 14: Abaqo Andino in der Grundstellung (links) und mit der Zahl 3257 (rechts), Quelle: Dhavit Prem: Hatun Yupana Qellqa. Decodificando la Matemática Inka, Seite 133

Aufschlussreich ist die folgende Darstellung (vgl. Abb. 15).

a) Nomenclatura de números de la Yupana "Puntos Yanantin (PY)"

Números del 0 al 9		Números de varios dígitos	
0	○○○○	10	○○○● ○○○○
1	○○○●	15	○○○● ●○○○
2	○○●○	57	●○○○ ●○○○
3	○●○○	99	●●○○ ●●○○
4	○●○●	472	○○○● ●○○○ ○○○○
5	●○○○	6109	●○○● ○○○● ○○○○ ●○○○
6	●○○●	90778	●●○○ ○○○○ ●○○○ ○○○○ ●○○○
7	●○●○		
8	●●○○		
9	●●○●		

b) Nomenclatura Awaqo - P'awaq Yupana "Binario Yupánico (BY)"

Números del 0 al 9		Números de varios dígitos	
0	0000	10	0001 0000
1	0001	15	0001 1000
2	0010	57	1000 1010
3	0100	99	1101 1101
4	0101	472	0101 1010 0010
5	1000	6109	1001 0001 0000 1101
6	1001	90778	1101 0000 1010 1010 1100
7	1010		
8	1100		
9	1101		

Abb. 15: Vergleich mit der binären Darstellung. Quelle: Dhavit Prem: Hatun Yupana Qellqa. Decodificando la Matemática Inka, Seite 138

Eine Gegenüberstellung mehrerer Deutungen ist hier zu finden (vgl. Abb. 16):



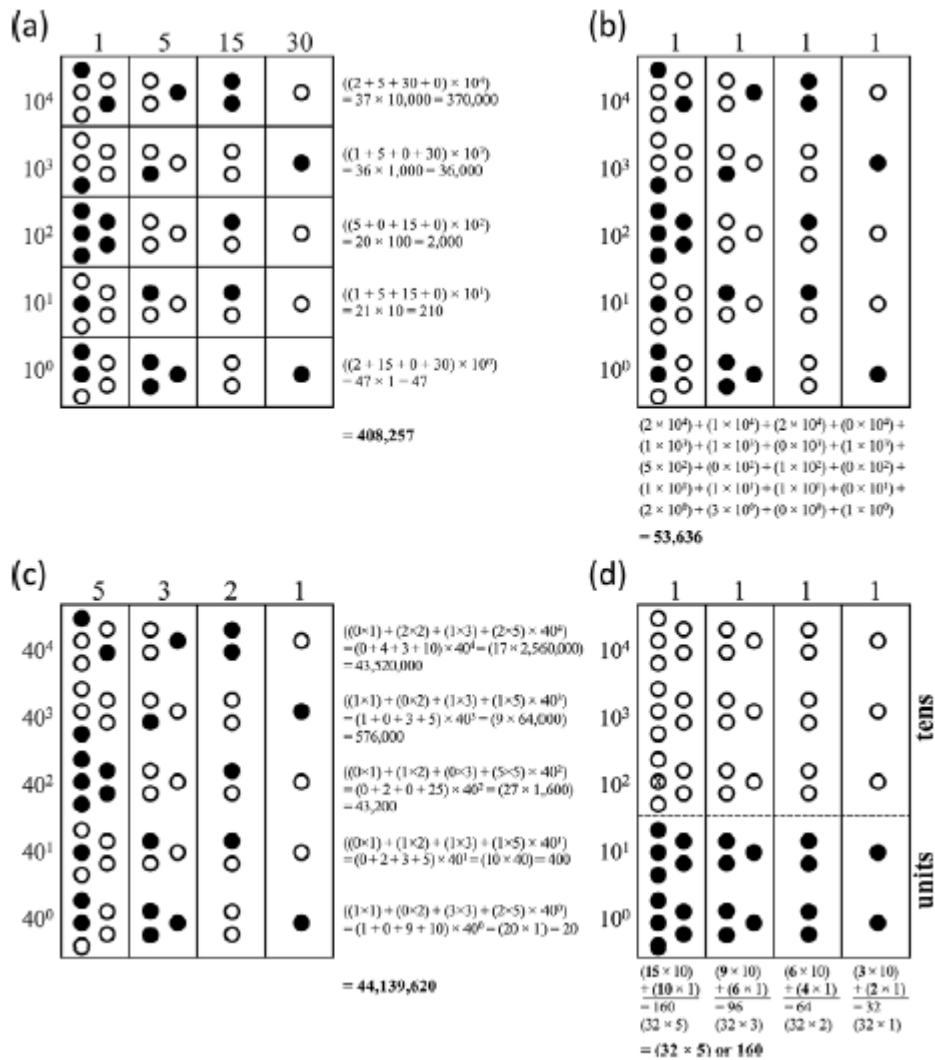


Abb. 16: Theorien von Henry Wassén (a), Carlos Radicati di Primeglio (b), Nicolino de Pasquale (c) und Cinzia Florio (d). Die ersten drei gehen von einem Stellenwertsystem aus, die letzte nimmt ein additives Zahlensystem (wie bei den römischen Ziffern) an. Quelle: Overmann, Karenleigh A.: The materiality of numbers. Emergence and elaboration from prehistory to present, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Seite 138

Auf dem hölzernen europäischen Rechentisch und dem dezimalen Volksschulabakus läuft die Addition von zwei Zahlen so ab (vgl. Abb. 17). Ähnlich spielt sich die Subtraktion ab. Die Multiplikation ist eine wiederholte Addition, die Division eine wiederholte Subtraktion.


Addition					
Einheiten	Zahl-1	Zahl-2	Summe-1	Summe-2	Summe-2
10.000	●●	●●●●●	●●●●●●●	●●●●●●●	●●●●●●●
1000		●●●●●●●●●●	●●●●●●●●●●	●●●●●●●●●●	●●●●●●●●●●
100	●●●●●	●	●●●●●●●	●●●●●●●	●●●●●●●
10	●●●●	●●●●●●●●●●	●●●●●●●●●●	●●●●	●●●●
1	●●●●●●●●●	●●●●●●●	●●●●●●●●●●	●●●●	●●●●
	20.537	48.196		68.733	68.733

Zeichenerklärung  
 ● = Kieselstein ●● = Übertrag

Abb. 17: Addition mit Zehnerübertrag

Zur Bedienung der Tischyupana gibt es ein aufschlussreiches Video: [Inca Counting Boards \(youtube.com\)](https://www.youtube.com/watch?v=...). (Mathispower4u, 2013). Dieses peruanische Rechenbrett wurde nach dem Modell von Lawrence Morales und David Lippmann (vgl. Abb. 18) so in rechteckige und quadratische Fächer eingeteilt, dass in der Mitte ein achteckiges Feld entstand. Zwei gegenüber liegende Ecken und die angrenzenden Fächer wurden stark bzw. leicht erhöht. Dadurch ergaben sich drei Ebenen. Ein Kieselstein in den 12 quadratischen Fächern stellte den Wert 1 dar. In den beiden rechteckigen Fächern hatte er den Wert 2, im achteckigen Feld den Wert 3. Ein Stein in der mittleren Ebene (zwei sechseckige Fächer) zählte 6-fach, in der obersten (2 quadratische Fächer) 12-fach. Unterschiedliche Objekte konnten durch unterschiedliche Farben gekennzeichnet werden. Die Rechenergebnisse (vgl. Abb. 19–20) wurden mit Hilfe von Knotenschnüren (Quipus) gespeichert.

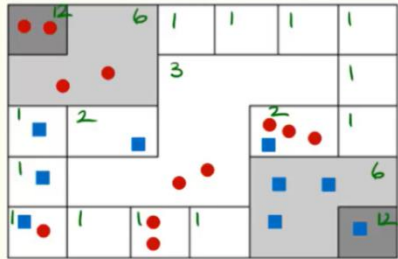
For example, a pebble in a smaller (white) compartment represented one unit. Note that there are 12 such squares around the outer edge of the figure. If a pebble was put into one of the two (white) larger, rectangular compartments, its value was doubled. When a pebble was put in the octagonal region in the middle of the slab, its value was tripled. If a pebble was placed on the second (shaded) level, its value was multiplied by six. And finally, if a pebble was found on one of the two highest corner levels, its value was multiplied by twelve. Different objects could be counted at the same time by representing different objects by different colored pebbles.



Adapted from **Math in Society** by L. Morales/D. Lippman

Abb. 18: Mögliche Zuordnung von Werten im peruanischen Rechenbrett. Quelle: [Inca Counting Boards \(youtube.com\)](https://www.youtube.com/watch?v=...)

Suppose a circle represents one dog and a square represents one goat. Determine the totals shown on the counting board.



$$(2 \times 12) + (2 \times 6) + (2 \times 3) + (3 \times 2) + (3 \times 1)$$

$$= 24 + 12 + 6 + 6 + 3 = 51 \text{ dogs}$$

Adapted from **Math in Society** by L. Morales/D. Lippman

Abb. 19: Beispiel für eine Addition. Ein roter Kreis steht für einen Hund. Quelle: [Inca Counting Boards \(youtube.com\)](https://www.youtube.com/watch?v=...)

Suppose a circle represents one dog and a square represents one goat. Determine the totals shown on the counting board.

$(1 \times 12) + (3 \times 6) + (2 \times 2) + (3 \times 1)$   
 $= 12 + 18 + 4 + 3 = 37 \text{ goats}$

Adapted from Math in Society by L. Morales/D. Lippman

Abb. 20: Beispiel für eine Addition. Ein blaues Quadrat stellt eine Ziege dar. Quelle: [Inca Counting Boards \(youtube.com\)](https://www.youtube.com/watch?v=...)

### In welchen Sammlungen gibt es Yupanas?

Es folgen ein paar Beispiele von Yupanas, die sich in verschiedenen Museen befinden. Hinweise auf weitere Geräte sind willkommen.

Das Museo Larco in Lima hat zwei Stück (vgl. Abb. 21–22).



Abb. 21: Granitplatte mit zwei viereckigen Plattformen und insgesamt drei Ebenen, 200-600 n. Chr., © Museo Larco, Lima, Perú, ML301181



Abb. 22: Rechteckige Steinplatte mit mehreren Ebenen, 200-600 n. Chr., © Museo Larco, Lima, Perú, ML301304

Die Steintafel des Museo de Arte de Lima (Mali), Perú (vgl. Abb. 23–24), wurde zwischen 1400 und 1532 n. Chr. hergestellt.



Abb. 23: Rechenhilfsmittel aus Stein mit mehreren Ebenen, © Museo de Arte de Lima (Mali), Perú, Donación Memoria Prado



Abb. 24: Yupana von oben, © Museo de Arte de Lima (Mali), Perú, Donación Memoria Prado

Ein weiteres Modell befindet sich ebenfalls in Lima (vgl. Abb. 25).



Abb. 25: Yupana von Callejón de Huaylas (Perú), aus behauenen Stein (1400–1532 n. Chr.), mit symmetrisch zur Achse verteilten quadratischen und rechteckigen Fächern, © Museo Nacional de Arqueología, Antropología e Historia de Perú, Lima, Bild: Daniel Giannoni

In New York gibt es diese Steinskulptur (vgl. Abb. 26).



Abb. 26: Steinskulptur aus Peru (200-600 n. Chr), © American Museum of Natural History, New York

Auch in europäischen Sammlungen kommen Yupanas vor, z.B. in Mailand (vgl. Abb. 27–28).



Abb. 27: Yupana, vorspanischer Abakus, Kultur Chimù/Inca(?), Peru, XV/XVI Jh., Holz. Sammlung Federico Balzarotti, © Comune di Milano, Mudec – Museo delle Culture. Bild Studio Neon, *alle Rechte vorbehalten*, inv. PAM 01349



Abb. 28: Yupana, vorspanischer Abakus, Kultur Chimù/Inca(?), Peru, XV/XVI Jh., Holz. Sammlung Federico Balzarotti, © Comune di Milano, Mudec – Museo delle Culture. Bild Studio Neon, *alle Rechte vorbehalten*. inv. PAM 01364

Das Musée du quai Branly – Jacques Chirac in Paris verwahrt zwei Gipsabdrücke (vgl. Abb. 29–30).



Abb. 29: Gipsabdruck einer Yupana aus Stein, die auf die Zeit 1450 bis 1532 n. Chr. datiert wird, © Musée du quai Branly – Jacques Chirac, Paris



Abb.30: Gipsabdruck einer Yupana, die auf die Zeit 1450 bis 1532 n. Chr. datiert wird, © Musée du quai Branly – Jacques Chirac, Paris

Die folgenden Abbildungen stellen Objekte dar, die in Peru und Ecuador gefunden wurden (vgl. Abb. 31–40).



Abb. 31: Yupana aus Stein von Áncash (Peru), Colección Radicati, Quelle: El sistema contable de los Incas. Yupana y quipu, Lima 1976

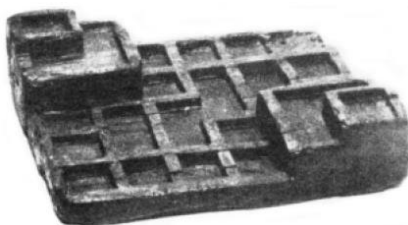


Abb. 32: Yupana aus Holz von Chan-Chan (Trujillo, Peru), Quelle: Radicati di Primeglio, Carlos: El sistema contable de los Incas. Yupana y quipu, Lima 1976

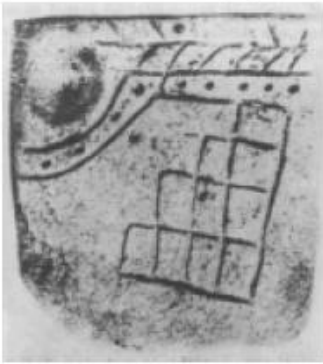


Abb. 33: Yupana aus Stein von Huancarcuchu (Ecuador), Quelle: Carlos Radicati di Primeglio: El sistema contable de los Incas. Yupana y quipu, Lima 1976



Abb. 34: Yupana aus Pottwalkknochen von Cárhua (Pisco, Peru), © Museo Regional de Ica, Quelle: Carlos Radicati di Primeglio: El sistema contable de los Incas. Yupana y quipu, Lima 1976



Abb. 35: Yupana aus Pottwalkknochen von Cárhua (Pisco, Peru), © Museo Regional de Ica, Quelle: Carlos Radicati di Primeglio: El sistema contable de los Incas. Yupana y quipu, Lima 1976



Abb. 36: Yupana aus Pottwalkknochen von Cárhua (Pisco, Peru), © Museo Regional de Ica, Quelle: Carlos Radicati di Primeglio: El sistema contable de los Incas. Yupana y quipu, Lima 1976



Abb. 37: Am Boden befestigte Yupanaplattform aus Ton von Huacones-Cañete (Peru), Quelle: Henry-Mark Vilca-Apaza et al.: Yupana o ábaco inca, a 100 años (1912-2022): experiencias y posibilidades de educación matemática en América Latina, 2023, Seite 87



Abb. 38: Der sensationelle Fund von Huacones-Vilcahuasi (A), Quelle: Sergio Barraza Lescano et al.: By Stones and by Knots: The Counting and Recording of Chili Peppers Stored During the Inca Occupation of the Guarco Administrative Center of Huacones-Vilcahuasi, Lower Canete Valley, Peru, 2022, Seite 259, Bild: Rodrigo Areche Espinola





Abb. 39: Der sensationelle Fund von Huacones-Vilcahuasi (B), Quelle: Sergio Barraza Lescano et al.: *By Stones and by Knots: The Counting and Recording of Chili Peppers Stored During the Inca Occupation of the Guarco Administrative Center of Huacones-Vilcahuasi, Lower Canete Valley, Peru*, 2022, Seite 259, Bild: Rodrigo Areche Espinola



Abb. 40: Darstellung auf einem Krug, bei der eine der Personen ein Brett mit Quadraten trägt, Museo Nacional de Arqueología, Antropología e Historia de Perú, Lima, Quelle: Carlos Radicati di Primeglio: *El sistema contable de los Incas. Yupana y quipu*, Lima 1976

### Danksagung

Herzlichen Dank an Sergi Contreras Romero vom Museo Larco (Lima) und Rossella Di Marco, Museo delle culture (Mailand) für die Bereitstellung von hoch auflösenden Fotos sowie an Dhavit Prem von der Asociación Yupanki (Lima), Cinzia Florio, Viviana Ruth Moscovich und Alejo Rojas Leiva für wertvolle Hinweise.

### Quellen und weiterführende Literatur

- Aimi, A.; De Pasquale, Nicolino: Come funzionano le Yupane 1 e 2 di Milano, in: *Le culture del Perù da Chavín agli Inca*, a cura di A. Aimi, Silvana, Cinisello Balsamo, 2003, Seiten 148–155, <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274023595003>
- Aitken-Soux, Percy G.; Ccama, Faustino: Abaco andino, instrumento ancestral de cómputo, in: Carol J. Mackey, H. Pereyra, C. Radicati, H. Rodriguez, O. Valverde (Hg.): *Quipu y Yupana: Colección de escritos*, Lima: Concytec (Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica), 1990, Seiten 267–274, [Abaco andino, instrumento ancestral de computo | Semantic Scholar](#)
- Alquinga-Chango, Martha: La Taptana o contador indígena como estrategia de aprendizaje en operaciones matemáticas básicas, in: *Revista Cátedra*, 2020, 3 (3), Seiten 65–87, [La Taptana o contador indígena como estrategia de aprendizaje en operaciones matemáticas básicas | Cátedra \(uce.edu.ec\)](#)
- Arana Bustamante, Luis: Sobre el significado de yupanqui en referencia al título de los ancestros reales de los inka, in: *Arqueología y Sociedad* 2016, 31, Seiten 245–254 (verfügbar bei Researchgate)
- Bruderer, Herbert: *Meilensteine der Rechentechnik*, De Gruyter Oldenbourg, Berlin/Boston, 3. Auflage 2020, Band 1, 970 Seiten, 577 Abbildungen, 114 Tabellen, <https://doi.org/10.1515/9783110669664>
- Bruderer, Herbert: *Meilensteine der Rechentechnik*, De Gruyter Oldenbourg, Berlin/Boston, 3. Auflage 2020, Band 2, 1055 Seiten, 138 Abbildungen, 37 Tabellen, <https://doi.org/10.1515/9783110669671>
- Bruderer, Herbert: *Milestones in Analog and Digital Computing*, Springer Nature Switzerland AG, Cham, 3<sup>rd</sup> edition 2020, 2 volumes, 2113 pages, 715 illustrations, 151 tables, translated from the German by John McMin, <https://doi.org/10.1007/978-3-030-40974-6>
- Bruderer, Herbert: *Chinese, Japanese, Russian, and Roman Abaci. Inadequate collection databases*, 2<sup>nd</sup> edition, May 2024, DOI: [10.13140/RG.2.2.30916.64647/1](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.30916.64647/1), DOI [10.5281/zenodo.1116459](https://doi.org/10.5281/zenodo.1116459)
- Bruderer, Herbert: *Chinesische, japanische, russische und römische Abaki. Fehlerhafte Objektdatenbanken*, 2. Auflage, Mai 2024, DOI: [10.13140/RG.2.2.21269.74726/1](https://doi.org/10.13140/RG.2.2.21269.74726/1), DOI [10.5281/zenodo.11164944](https://doi.org/10.5281/zenodo.11164944)
- Burns Glynn, William: La Tabla de Cálculo de los Incas, in: *Boletín de Lima*, 1981, (3), 11, 15 Seiten, [Boletín de Lima – BOLETÍN DE LIMA \(boletindelima.pe\)](#), <http://www.boletindelima.com/1981-11.htm>
- Bustos, Constanza; Vergara, Luis Hernando; Luque Arias, Carlos Julio: El ábaco inca y las operaciones aritméticas, Universidad Pedagógica Nacional, Colombia, 2019, Seiten 187–208, [\(PDF\) Anexo Abaco inca \[Yupana\].pdf - PDFSLIDE.NET](#)

- Catepillán, Ximena; Szymanski, Waclaw: Counting and Arithmetic of the Inca, in: *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2012, (5), 2, Seiten 47-65, [Vista de Counting and Arithmetic of the Inca \(etnomatematica.org\)](http://Vista.de.Counting.and.Arithmetic.of.the.Inca(etnomatematica.org))
- Chambi, O.: Sistemas contables en kipu y Yupana, in: M. N. Folklore, Reunión Anual de Etnología, 2003, Seiten 241–249, Museo Nacional de Etnografía y Folklore
- Chirinos Rivera, Andrés: Quipus del Tahuantinsuyo. Curacas, Incas y su saber matemático en el siglo XVI, Editorial Comentarios SAC, Lima 2010, 399 Seiten (verfügbar bei Researchgate)
- Espitia Pinilla, Sonia Esperanza: Aportes de la yupana a la interpretación de la multiplicación. (Tesis maestría), Universidad Externado de Colombia, Bogotá 2018, 99 Seiten und Anhang, [Aportes de la Yupana a la interpretación de la multiplicación \(uexternado.edu.co\)](http://Aportes.de.la.Yupana.a.la.interpretación.de.la.multiplicación(uexternado.edu.co))
- Fedriani Martel, Eugenio M.; Tenorio Villalón, Ángel F. Los sistemas de numeración maya, azteca e inca, in: *Lecturas Matemáticas*, 2004, (25), Seiten 159–190
- Florio, Cinzia: Encuentros y Desencuentros en la identificación de una relación matemática en la yupana de Guaman Poma de Ayala, Salerno 2008, 53 Seiten,  [\(PDF\) Decifrata la yupana di Guaman Poma versione in spagnolo | cinzia florio - Academia.edu](http://(PDF)Decifrata.la.yupana.di.Guaman.Poma.versione.in.spagnolo|cinzia.florio-Academia.edu), [https://www.academia.edu/3989534/Decifrata\\_la\\_yupana\\_di\\_Guaman\\_Poma\\_versione\\_in\\_spagnolo](https://www.academia.edu/3989534/Decifrata_la_yupana_di_Guaman_Poma_versione_in_spagnolo), (verfügbar bei Researchgate)
- Guamán Poma de Ayala, Felipe: El primer nueva corónica y buen gobierno, 1615, [El sitio de Guaman Poma \(kb.dk\); Chief accountant \(362-363\) \[362\]: Guaman Poma, Nueva corónica y buen gobierno \(1615\) \(kb.dk\)](http://El.sitio.de.Guaman.Poma(kb.dk);Chief.accountant(362-363)[362]:Guaman.Poma,Nueva.corónica.y.buen.gobierno(1615)(kb.dk))
- Ibáñez, Raúl: Quipu y yupana, instrumentos matemáticos incas (I), [Quipu y yupana, instrumentos matemáticos incas \(I\) — Cuaderno de Cultura Científica \(culturacientifica.com\)](http://Quipu.y.yupana.instrumentos.matemáticos.incas(I)—Cuaderno.de.Cultura.Científica(culturacientifica.com))
- Ibáñez, Raúl: Quipu y yupana, instrumentos matemáticos incas (II), [Quipu y yupana, instrumentos matemáticos incas \(II\) — Cuaderno de Cultura Científica \(culturacientifica.com\)](http://Quipu.y.yupana.instrumentos.matemáticos.incas(II)—Cuaderno.de.Cultura.Científica(culturacientifica.com))
- Kak, Subhash: Guáman Poma's Yupana and Inca Astronomy, in: *Indian journal of history of science*, 2019, (54), 4, Seiten 397–404, [Vol54 4 2019 Art01.pdf \(insa.nic.in\)](http://Vol54.4.2019_Art01.pdf(insa.nic.in))
- Lau, George F.: *An archaeology of Ancash. Stones, ruins and communities in Andean Peru*, Routledge, Taylor & Francis Group, London 2016, xv, 257 Seiten
- Leonard, Molly; Shakiban, Cheri: The Incan Abacus: A Curious Counting Device, in: *Journal of Mathematics and Culture*, 2010, 5 (2), Seiten 81–106, [IncanAbacus.pdf \(incaglossary.org\)](http://IncanAbacus.pdf(incaglossary.org))
- Lescano, Sergio Barraza; Espinola, Rodrigo Areche; Flores, Giancarlo Marcone: By Stones and by Knots: The Counting and Recording of Chili Peppers Stored During the Inca Occupation of the Guarco Administrative Center of Huacones-Vilcahuasi, Lower Canete Valley, Peru, in: *Andean Past*, 2022, Vol. 13, Article 12, Seiten 221–264, [https://digitalcommons.library.umaine.edu/andean\\_past/vol13/iss1/12](https://digitalcommons.library.umaine.edu/andean_past/vol13/iss1/12)
- Locke, Leslie Leland: The Ancient Peruvian Abacus, in: *Scripta mathematica*, 1932, 1, Seiten 36–43
- Lippman, David: The Number and Counting System of the Inca Civilization, in: *Math in society*, Pierce College Ft Steilacoom, edition 2.4, 2013, Seiten 336-340, [MathinSociety.pdf \(opentextbookstore.com\)](http://MathinSociety.pdf(opentextbookstore.com))
- López, María; Ocaña-Fernández, Yolvi; López, Pedro; López, Luis: Taptana Cañari in the Teaching of Number Systems, in: *Revista de Gestão Social e Ambiental*, 2024, 14 Seiten  [\(PDF\) Taptana Cañari In the Teaching of Number Systems \(researchgate.net\)](http://(PDF)Taptana.Cañari.In.the.Teaching.of.Number.Systems(researchgate.net))
- Mackey, Carol J.; Pereyra Sánchez, H.; Radicati di Primeglio, Carlos; Rodriguez, H.; Valverde, O. (Hg.): *Quipu y Yupana: Colección de Escritos*. Lima: Concytec (Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica), 1990, 310 Seiten
- Micelli, Mónica Lorena; Crespo, Cecilia Rita: Ábacos de América Prehispánica, in: *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 2012, (5), 1, Seiten 159–190, [274021551007.pdf \(redalyc.org\)](http://274021551007.pdf(redalyc.org))
- Mora, Lyda Costanza; Valero Nydia: La Yupana como Herramienta Pedagógica en la primera, Universidad Pedagógica Nacional, 2019, 26 Seiten, [yupana como herramienta pedagogica.pdf \(ihmc.us\)](http://yupana.como.herramienta.pedagogica.pdf(ihmc.us))
- Moscovich, Viviana Ruth: Yupana, tabla de contar inca, in: *Revista Andina*, 2006, 43, Seiten 93–127,  [\(PDF\) Yupana, tabla de contar inca | Viviana Moscovich - Academia.edu](http://(PDF)Yupana,tabla.de.contar.inca|Viviana.Moscovich-Academia.edu)
- Moscovich, Viviana Ruth: Yupana, tabla de contar inca: Estructura interna, in: *Revista Andina*, 2007, 44, Seiten 71–116,  [\(PDF\) Yupana, tabla de contar inca: Estructura interna | Viviana Moscovich - Academia.edu](http://(PDF)Yupana,tabla.de.contar.inca:Estructura.interna|Viviana.Moscovich-Academia.edu)
- Moscovich, Viviana Ruth: *El Khipu y la Yupana. Administración y Contabilidad en el Imperio Inca*, Ediciones El Lector, Arequipa, Perú, 2016, 328 Seiten (verfügbar bei Researchgate)

- Moscovich, Viviana Ruth: Quipu, yupana y un sistema decimal universal inca: yantin, lo que nunca va solo. 2020, 48 Seiten (verfügbar bei Researchgate)
- Overmann, Karenleigh A.: The materiality of numbers. Emergence and elaboration from prehistory to present, Cambridge University Press, Cambridge, New York, 2023, xxv, 416 Seiten
- Pacheco Rios, Oscar: Del quipu a la yupana: el computador ancestral. Serie Etnogeometría para la etnomatemática 1999, 2, Editorial Cepdi, Santa Cruz de la Sierra, Bolivia, 112 Seiten, <https://www.andesacd.org/wpcontent/uploads/2019/02/Del-Quipu-Incaico-a-la-Yupana.pdf>
- Pardo Grau, Cecilia (Hg.): Modelando el mundo. Imágenes de la arquitectura precolombina, Museo de Arte de Lima, Lima 2011
- Pareja, Diego: Instrumentos prehispánicos de cálculo: el quipu y la yupana, in: Revista Integración, 1986, (4), 1, Seiten 37–56, [Instrumentos prehispánicos de cálculo: el quipu y la yupana | Revista Integración, temas de matemáticas \(uis.edu.co\)](https://www.uis.edu.co/temas-de-matematicas)
- Pereyra Sánchez, H.: La yupana, complemento operacional del quipu, in: Carol J. Mackey; H. Pereyra; C. Radicati; H. Rodriguez; O. Valverde (Hg.): Quipu y yupana: colección de escritos, Lima, Perú: Concytec (Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica), 1990, Seiten 235–255
- Pinto Tapia, Miguel Ángel: Guía de uso de la calculadora y yupana inka en la enseñanza de la matemática, 2010, 126 Seiten, [Uso de la calculadora y yupana innka miguel angel pinto tapia | PDF \(slideshare.net\)](https://www.slideshare.net/miguelangelpinto)
- Prem, Dhavit: Yupana Inka. Decodificando la Matemática Inka. Método Tawa Pukllay. Asociación Yupanki, Lima, 2016
- Prem, Dhavit: Yupana Inka. Decoding the Inka's Math. Tawa Pukllay® Method. The 4 Sacred Games of the Inkas, 2016 (Kindle version. <https://www.amazon.com/-/es/Dhavit-Prem-ebook/dp/B07P6XX4MY/>)
- Prem, Dhavit: Huq, iskay, kimsa... quechua, el idioma computacional de los inkas. Asociación Yupanki, Lima, 2018 (One, two, three... quechua, the computational language of the inkas)
- Prem, Dhavit: Hatun Yupana Qellqa. Decodificando la Matemática Inka, Asociación Yupanki, Lima 2018, 148 Seiten (The Big book of the Yupana – Decoding the Inka's math)
- Prem, Dhavit: Hatun Yupana Qellqa. Antología de estudios. Tawa Pukllay esencial y extensiones, Asociación Yupanki, Lima, 2018
- Prem, Dhavit; Prem, Divapati; Guzman-Jimenez, Rosario: Tawa Pukllay Atipanakuy: The 4 sacred games of the inkas in arhythmicplayful tournament, in: Proceedings 8th Congreso Internacional de Innovacion Educativa, 2019, Seiten 691-696.
- Prem, Dhavit; Sotomayor, Fernando; Saldívar, Alvaro; Guzman-Jimenez, Rosario: Tawa Pukllay Proof: New Method for Solving Arithmetic Operations with The Inca Yupana Using Pattern Recognition and Parallelism, in: 2022 International Conference on Frontiers of Artificial Intelligence and Machine Learning (FAIML), IEEE, Seiten 209–218, DOI 10.1109/FAIML57028.2022.00048
- Radicati di Primeglio, Carlos: Introducción al estudio de los quipus. El sistema contable de los Incas, Librería Studium S.A., Lima, Perú 1951, 98 Seiten
- Radicati di Primeglio, Carlos: El sistema contable de los Incas. Yupana y quipu, Librería Studium S.A., Lima, Perú, um 1976, 116 Seiten, [El sistema contable de los incas : yupana y quipu | Semantic Scholar](https://www.semantic-scholar.org/paper/view?id=10.1109/FAIML57028.2022.00048)
- Radicati di Primeglio, Carlos: Tableros de escaques en el antiguo Perú, in: Carol J. Mackey; H. Pereyra; C. Radicati; H. Rodriguez; O. Valverde (Hg.): Quipu y yupana: colección de escritos, Lima, Perú: Concytec (Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica), 1990, Seiten 219–234, [Carlos Radicati di Primeglio, Tableros de escaques en el antiguo Perú - PhilPapers](https://www.philpapers.com/paper/view?id=10.1109/FAIML57028.2022.00048)
- Radicati di Primeglio, Carlos: Estudios sobre los quipus, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú 2006, 392 Seiten
- Ríos Mencia, Jesús: Las matemáticas ancestrales y la yupana, in: Revista Tarea 2013, 82, Seiten 41–47, [Tarea82 41 Jesus Rios.pdf](https://www.tarea.org/revista/82/41/Jesus-Rios.pdf)
- Rojas-Gamarra, Milton; Stepanova, Marina: Sistema de numeración Inka en la Yupana y el Khipu, in: Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 2015, (8), 3, Seiten 46–68, [Sistema de numeración Inka en la Yupana y el Khipu \(redalyc.org\), \[PDF\] Sistema de numeración Inka en la Yupana y el Khipu The Inka numeration system in the Yupana and Khipu | Semantic Scholar, Vista de Sistema de numeración Inka en la Yupana y el Khipu \(etnomatemática.org\)](https://www.redalyc.org/pdf/Sistema-de-numeracion-Inka-en-la-Yupana-y-el-Khipu)
- Saldívar, Carlos: P'awaq Yupana. Neoabaco de logica hibrida, in: Actas del Congreso Internacional de Ingeniería de Sistemas 2019, Seiten 278–279

- Saldívar, Carlos; Saldívar, Alvaro: La matemática Inca de reconocimiento de formas y movimientos que no requiere cálculos numéricos mentales 6to Congreso Internacional de Etnomatemáticas: Saberes, Diversidad y Paz (ICEm-6), 2018, <https://www.etnomatematica.org/home/?p=7045>
- Saldívar, Carlos; Saldívar, Alvaro; Goycochea, D.: Tawa Pukllay – la aritmética inca de reconocimiento de formas y movimientos operables en paralelo y que no requiere cálculos numéricos mentales, in: R. Flores; D. García; I. Pérez-Vera (Hg.): Proceedings of Latinoamericana de Matemática Educativa, 2019 México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2018, 32 (1), Seiten 354-363
- Saldívar, Carlos; Saldívar, Alvaro; Guzmán-Jiménez, Rosario: Tawa Pukllay Atipanakuy: Los 4 Juegos Sagrados de los Inkas en competencia aritmético-lúdica Ciencias Humanas: Estudios para una visao holística da sociedade, Band 2, Juni 2021, Seiten 189-197
- Tun, Molly: Yupana, in: Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures, Springer Netherlands, 2014, Seiten 4592-4598, [\(2\) Yupana. In The Encyclopedia of the History of Science, Technology, and Medicine of Non-Western Cultures \(3rd ed.\). | Molly Tun - Academia.edu](#)
- Tun, Molly; Díaz Sotelo, Miguel Ángel: Recuperar la memoria histórica y las matemáticas andinas, in: Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 2015, (8), 1, Seiten 67-86, [Vista de Recuperar la memoria histórica y las matemáticas andinas \(etnomatematica.org\)](#)
- Urton, Gary: Quipus and Yupanas as Imperial Registers reckoning and recording in Tahuantinsuyu, in: The Oxford Handbook of the Incas, 2018, Seiten 601–622, [Quipus and Yupanas as Imperial Registers: reckoning and recording in Tahuantinsuyu | The Oxford Handbook of the Incas | Oxford Academic \(oup.com\)](#)
- Vilca-Apaza, Henry-Mark; Mamani Apaza, William Walker; Maraza Vilcanqui, Beker; Bizarro Flores, Wilfredo Hernán: Yupana o ábaco inca, a 100 años (1912–2022): experiencias y posibilidades de educación matemática en América Latina, in: Comuni@cción 2023, (14), 1, 17 Seiten, [\[PDF\] Yupana o ábaco inca, a 100 años \(1912-2022\): experiencias y posibilidades de educación matemática en América Latina | Semantic Scholar](#)
- Vilca-Apaza, Henry-Mark; Sosa Gutierrez, Fredy; Mamani Apaza, William Walker: La Yupana o ábaco peruano y el aprendizaje de la matemática: de lo concreto a lo abstracto, de la escuela a la universidad, in: Instituto de Investigación y Capacitación (Hg.): Docencia e investigación en educación superior, Editorial Idicap Pacífico, Puno, Perú 2023, Seiten 64–98, [Docencia e investigación en educación superior | IDICAP PACÍFICO](#)
- Villalva, Ruby: [\(PDF\) Instrumentos prehispánicos de cálculo: el quipu y la yupana | Ruby Villalva - Academia.edu](#)
- Wassén, Henry: The Ancient Peruvian Abacus, in: Erland Nordenskiöld (Hg.): Comparative ethnological studies, Göteborg 1931, (9), Seiten 189–205
- Wassén, Henry: El antiguo ábaco peruano según el manuscrito de Guamán Poma, in: Carol J. Mackey; H. Pereyra; C. Radicati; H. Rodríguez; O. Valverde (Hg.): Qipu y Yupana: Colección de escritos, Lima: Concytec (Consejo Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación Tecnológica), 1990, Seiten 205–218, [Internformat: El antiguo ábaco peruano según el manuscrito de Guaman Poma. - Göteborg. \(dainst.org\)](#)
- Zevallos Mamani, Rossmary Juana Silvina: La Yupana en el aprendizaje de la matemática, Universidad Nacional de Educación, Lima, Perú 2019, 124 Seiten, [La Yupana en el aprendizaje de la matemática \(uchile.cl\)](#)

#### Hinweis

Dhavit Prem = Carlos G. Saldívar Olazo, Divapati Prem = Alvaro J. Saldívar Olazo, Jikra

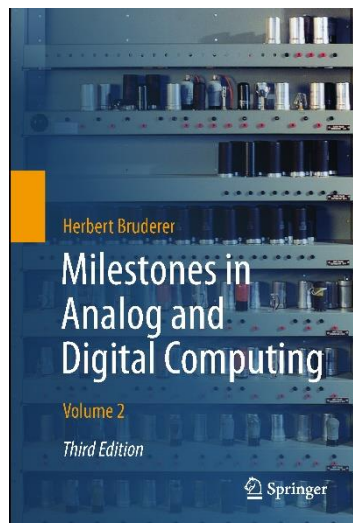
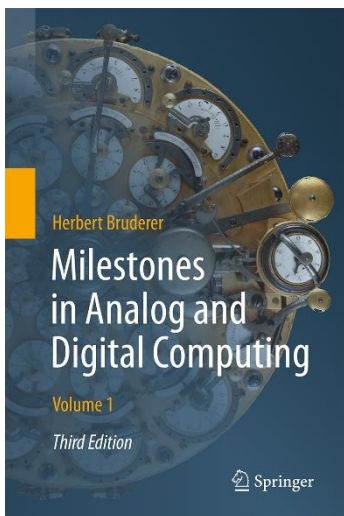
Prem = Diego Goycochea Olazo

Molly Leonard = Molly Tun

### Meilensteine der Rechentechnik, De Gruyter, 3. Auflage 2020



**Milestones in Analog and Digital Computing, Springer, 3rd edition 2020**



Bruderer, Herbert: Meilensteine der Rechentechnik, De Gruyter Oldenbourg, Berlin/Boston, 3. Auflage 2020, Band 1, 970 Seiten, 577 Abbildungen, 114 Tabellen, <https://doi.org/10.1515/9783110669664>

Bruderer, Herbert: Meilensteine der Rechentechnik, De Gruyter Oldenbourg, Berlin/Boston, 3. Auflage 2020, Band 2, 1055 Seiten, 138 Abbildungen, 37 Tabellen, <https://doi.org/10.1515/9783110669671>

Bruderer, Herbert: Milestones in Analog and Digital Computing, Springer Nature Switzerland AG, Cham, 3<sup>rd</sup> edition 2020, 2 volumes, 2113 pages, 715 illustrations, 151 tables, translated from the German by Dr John McMinn, <https://doi.org/10.1007/978-3-030-40974-6>

Herbert Bruderer

© Bruderer Informatik, Seehaldenstrasse 26, Postfach 47 , CH-9401 Rorschach, Schweiz 2024

+41 71 855 77 11

[herbert.bruderer@bluewin.ch](mailto:herbert.bruderer@bluewin.ch)

[bruderer@retired.ethz.ch](mailto:bruderer@retired.ethz.ch)

August 2024