

ТРАНСПОРТНОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.86

А.В. Лагереv, И.А. Лагереv

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВАЛОВ БАРАБАНОВ ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ КРАНОВ МОСТОВОГО ТИПА ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ

Рассмотрено решение оптимизационной задачи определения размеров вала барабана грузоподъемного крана общего назначения, обеспечивающих минимальный вес при допустимой прочности и жесткости. Рассмотрены 4 конструктивных варианта вала, являющиеся наиболее перспективными с точки зрения их использования на практике. Приведены размеры оптимальных вариантов валов барабанов кранов с различной грузоподъемностью, режимами и условиями работы.

На современном этапе развития в России подъемно-транспортного машиностроения необходимы разработка и производство грузоподъемных кранов с высокими технико-экономическими показателями, способных конкурировать в условиях рыночной экономики как с зарубежными, так и с отечественными аналогами. В то же время значительная доля уже эксплуатирующихся кранов общего назначения требует проведения капитального ремонта с одновременной модернизацией основных механизмов и узлов, что позволяет обеспечить соответствие их технико-экономических показателей современным потребностям производства и нормативным требованиям Ростехнадзора.

Целью оптимального проектирования валов барабанов является максимальное выявление и использование резервов несущей способности их конструкции и материала. Достижение этой цели возможно при создании валов, обладающих наименьшим весом при удовлетворении заданных проектировщиком условий статической и усталостной прочности, а также жесткости.

В данной статье предложен метод оптимального проектирования валов барабанов грузоподъемных кранов мостового типа (мостовых, козловых и др.) общего назначения с номинальной грузоподъемностью до 50 т включительно и режимами работы 1К-7К. Представленный метод реализован в среде Borland Delphi в виде программного комплекса SHAFT_OPTIM. В качестве оптимизируемых конструктивных вариантов исполнения валов далее рассматриваются 4 конструкции, которые являются наиболее перспективными с точки зрения их использования на практике (рисунок).

Конструкция вала заданного исполнения определяется набором числовых величин – размерами его отдельных конструктивных элементов (диаметрами и длинами ступенчатых участков вала). Некоторые из этих размеров не подлежат варьированию в процессе поиска оптимального решения, т.е. при оптимизации являются неуправляемыми параметрами. К ним относятся те, которые либо однозначно определяются другими размерами вала, либо уже были выбраны на предыдущих стадиях расчета. Внешние нагрузки, воздействие которых учитывается при проектировании вала, также входят в число неуправляемых параметров.

За исключением фиксированных размеров, остальные размеры вала могут включаться в список управляемых параметров, варьируемых с целью нахождения оптимального решения. Из управляемых параметров формируется вектор неизвестных размеров $\{x\}$, подлежащих определению. Найденный в процессе оптимизации вектор $\{x\}$ и вектор неуправляемых параметров $\{z\}$ полностью определяют размеры оптимальной конструкции вала. Следует отметить, что чем большее число размеров вала принимается в качестве управляемых параметров, тем более эффективной становится процедура оптимизации, т.е. можно ожидать большего снижения материалоемкости оптимизируемой конструкции.

Задачу нелинейного условного оптимального проектирования валов барабанов грузоподъемных кранов мостового типа общего назначения в общем виде сформулируем

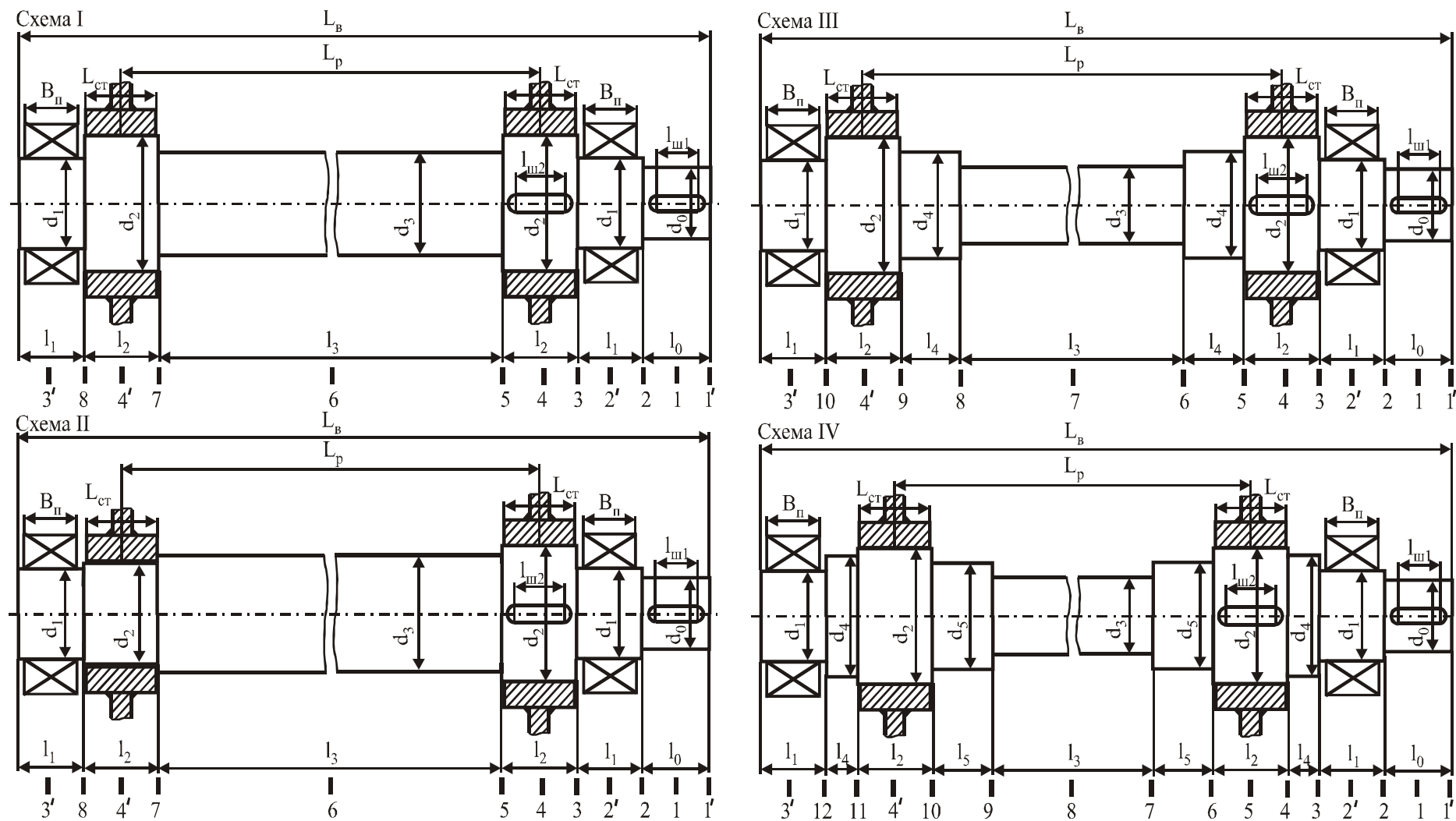


Рис. Конструктивные варианты исполнения вала

следующим образом: для конкретного варианта исполнения вала требуется найти такое сочетание его варьируемых размеров, при котором достигается минимум веса с учетом конструктивных, прочностных и жесткостных ограничений.

$$C(\{x\}, \{z\}) \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$d_k(\{x\}, \{z\}) \geq 0, \quad (k = 1, \dots, K); \quad (2)$$

$$s_l(\{x\}, \{z\}) \geq 0, \quad (l = 1, \dots, L); \quad (3)$$

$$q_u(\{x\}, \{z\}) \geq 0, \quad (u = 1, \dots, U), \quad (4)$$

где C - кубическая целевая функция (вес вала); d_k, s_l, q_u - системы линейных и нелинейных конструктивных, прочностных и жесткостных ограничений на варьируемые размеры вала соответственно.

Проверка соответствия прочностных и жесткостных ограничений условиям (3) и (4) выполняется для характерных расчетных сечений оптимизируемого вала. Их расположение по длине валов различного конструктивного исполнения приведено на рисунке. В сечениях 1 – 12 проверяются прочностные, а в сечениях 1' – 4' – жесткостные ограничения.

Применительно к представленным на рисунке вариантам исполнения валов оптимизационная задача (1)-(4) должна быть конкретизирована следующим образом.

К числу управляемых параметров (варьируемых размеров) отнесены характерные размеры, образующие вектора неизвестных $\{x\}_i$ для i -го варианта исполнения вала:

$$\{x\}_1^T = \{x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6\} = \{d_2 \ d_3 \ l_2 \ d_0 \ d_1 \ l_1\};$$

$$\{x\}_2^T = \{x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7\} = \{d_{21} \ d_3 \ d_{22} \ l_2 \ d_0 \ d_1 \ l_1\};$$

$$\{x\}_3^T = \{x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8\} = \{d_2 \ d_4 \ d_3 \ l_4 \ d_0 \ d_1 \ l_1 \ l_2\};$$

$$\begin{aligned} \{x\}_4^T &= \{x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10}\} = \\ &= \{d_2 \ d_3 \ d_4 \ d_5 \ l_4 \ l_5 \ d_0 \ l_1 \ d_1 \ l_2\}. \end{aligned}$$

Для всех вариантов исполнения вала вектор неуправляемых параметров $\{z\}$ имеет вид

$$\{z\}^T = \{z_1 \ z_2\} = \{l_0 \ l_3\}.$$

Длина хвостовика l_0 определяется длиной полумуфты предварительно выбранного исходя из величины передаваемого на проектируемый вал крутящего момента типоразмера одной из рекомендованных к использованию для крановых барабанов стандартных компенсирующих муфт: зубчатой типа МЗ по ГОСТ 50066-55, цепной по МН 2091-61 или упругой втулочно-пальцевой типа МУВП по МН 2096-64. Длина центральной ступени вала l_3 определяется предварительно рассчитываемой длиной обечайки барабана L_p [1] и длинами соседних ступеней.

Целевая функция (1) - вес вала, выраженный через векторы управляемых и неуправляемых параметров, – для i -го варианта исполнения:

$$C_1(\{x\}, \{z\}) = \rho(z_1 x_4^2 + 2x_6 x_5^2 + 2x_3 x_1^2 + z_2 x_2^2)/4;$$

$$C_2(\{x\}, \{z\}) = \rho(z_1 x_5^2 + 2x_7 x_6^2 + x_4 x_{21}^2 + x_4 x_{22}^2 + z_2 x_2^2)/4;$$

$$C_3(\{x\}, \{z\}) = \rho(z_1 x_5^2 + 2x_7 x_6^2 + 2x_8 x_1^2 + 2x_4 x_2^2 + z_2 x_3^2)/4;$$

$$C_4(\{x\}, \{z\}) = \rho(z_1 x_7^2 + 2x_8 x_9^2 + 2x_5 x_3^2 + 2x_{10} x_1^2 + 2x_6 x_4^2 + z_2 x_2^2)/4,$$

где ρ - плотность материала вала.

Конструктивные ограничения d_k представляют собой геометрические соотношения, накладываемые на отдельные размеры вала. Их вид и количество K устанавливаются в зависимости от конфигурации оптимизируемой конструкции. К ним относятся ограничения:

- на взаимные размеры соседних ступеней вала, вытекающие из условий его изготовления и сборки кранового барабана в целом;
- минимально допустимый размер узла соединения корпуса барабана с валом $l_{2\min}$ (длину ступени вала под ступицей), обеспечивающий контактную прочность поверхности вала и прочность соединительного элемента;
- минимально допустимый диаметр ступени вала под подшипники $d_{1\min}$, обеспечивающий создание подшипниковой опоры требуемого ресурса.

Размер $l_{2\min}$ определяется длиной шпоночного соединения, рассчитываемого из условия исключения смятия призматической шпонки стандартных размеров по ГОСТ 23360-78 [2]. Диаметр $d_{1\min}$ оценивается в следующей последовательности: по величине наибольших, длительно действующих эксплуатационных нагрузок на барабан определяются наибольшая опорная реакция и минимально необходимая динамическая грузоподъемность подшипника, а затем находится типоразмер подшипника с ближайшей большей грузоподъемностью. Посадочный диаметр его внутреннего кольца и определяет минимальный диаметр ступени вала $d_{1\min}$. Необходимость обеспечения соответствия диаметра вала посадочному диаметру стандартного подшипника усложняет алгоритм решения оптимизационной задачи (1)-(4), так как для этого требуется целочисленное варьирование одного из элементов вектора $\{x\}$ при непрерывном варьировании остальных его элементов.

Прочностные ограничения s_l представляют собой условия непревышения коэффициентами запаса статической и усталостной прочности во всех L расчетных сечениях вала предельных величин. Расположение сечений определяется конфигурацией вала и обусловливается наличием в данном месте характерных концентраторов напряжений: галтельных переходов, шпоночных пазов, посадок подшипников и ступиц барабана.

Усталостная прочность валов определяется на основе учета номинальных эксплуатационных нагрузок, вызывающих во вращающемся вале переменные во времени нормальные напряжения изгиба σ и стационарные касательные напряжения кручения τ . Прочностное ограничение s_l в произвольном l -м сечении вала имеет вид

$$s_l = \frac{S_{\sigma l} S_{\tau l}}{\sqrt{S_{\sigma l}^2 + S_{\tau l}^2}} - [S]_y, \quad (5)$$

где $[S]_y$ - допустимый коэффициент запаса усталостной прочности [2].

Коэффициенты запаса усталостной прочности по нормальным и касательным напряжениям в l -м сечении вала определяются зависимостями

$$S_{\sigma l} = \frac{\bar{\sigma}_{Rl}(1 + v_{\sigma l} u_P) W_{ul}}{M_{ul}}; \quad S_{\tau l} = \frac{2 \bar{\tau}_{Rl}(1 + v_{\tau l} u_P) W_{kpl}}{(1 + \Psi_{\tau l}) M_{kpl}},$$

где $\bar{\sigma}_{Rl}$, $\bar{\tau}_{Rl}$ - медианные значения пределов выносливости материала вала при изгибе и кручении, определяемые согласно ГОСТ 25.504-82; $v_{\sigma l}$, $v_{\tau l}$ - коэффициенты вариации пределов выносливости материала вала при изгибе и кручении; $\Psi_{\tau l}$ - коэффициент влияния асимметрии цикла при кручении; u_P - квантиль нормального распределения, соответствующий заданной вероятности усталостного разрушения P ; M_{ul} , M_{kpl} - изгибающий и крутящий моменты от эксплуатационных нагрузок; W_{ul} , W_{kpl} - моменты сопротивления поперечного сечения вала изгибу и кручению.

Статическая прочность валов определяется на основе учета постоянных нагрузок, действующих во время статических испытаний крана при подъеме контрольного груза,

превышающего на 25 % номинальную грузоподъемность крана. Прочностное ограничение s_l в произвольном l -м сечении вала имеет вид, аналогичный (5) с заменой $[S]_y$ на допустимый коэффициент запаса статической прочности $[S]_c$ [2]. Коэффициенты запаса статической прочности по нормальным и касательным напряжениям в l -м сечении вала определяются зависимостями

$$S_{\sigma l} = \frac{\sigma_T W_{ul}}{M_{ul}^{nep}}; \quad S_{\tau l} = \frac{\tau_T W_{kpl}}{M_{kpl}^{nep}},$$

где σ_T, τ_T - пределы упругости материала вала при изгибе и кручении; $M_{ul}^{nep}, M_{kpl}^{nep}$ - изгибающий и крутящий моменты при подъеме контрольного груза.

При расчете напряжений изгиба учитываются следующие эксплуатационные нагрузки:

- распределенная нагрузка от собственного веса вала, складывающаяся из веса отдельных ступеней и пропорциональная их диаметрам;

- распределенная нагрузка от веса поднимаемого груза, канатно-блочной системы механизма подъема и обечайки барабана, определяемая в зависимости от номинальной грузоподъемности и режима работы крана, типа и кратности полиспаста, типоразмера подвески, длины и диаметра канатного каната и др. [1];

- сосредоточенные сила и изгибающий момент от соединительной муфты, действующие на хвостовик вала и определяемые в зависимости от ее типоразмера [2].

Жесткостные ограничения q_u представляют собой условия непревышения характерными деформациями упругой линии вала (прогибами и углами поворота поперечных сечений) во всех U расчетных сечениях вала соответствующих допустимых величин. К ним относятся ограничения:

- на величину прогиба $f_{l'}$ и угла поворота $\Theta_{l'}$ торцевого сечения приводного хвостовика вала, обеспечивающего нормальную эксплуатацию соединительной муфты выбранного типоразмера:

$$q_1 = [f_M] - f_{l'}; \quad q_2 = [\Theta_M] - \Theta_{l'};$$

- величину углов поворота ступеней вала $\Theta_{2'}$ и $\Theta_{3'}$, на которых устанавливаются подшипники качения:

$$q_3 = [\Theta_{II}] - \Theta_{2'}; \quad q_4 = [\Theta_{II}] - \Theta_{3'};$$

- величину углов поворота ступеней вала $\Theta_{4'}$ и $\Theta_{5'}$, на которых располагаются ступицы канатного барабана:

$$q_5 = [\Theta_C] - \Theta_{4'}; \quad q_6 = [\Theta_C] - \Theta_{5'},$$

где $[f_M], [\Theta_M]$ - допустимые прогиб и угол поворота сечения вала в месте установки муфты [2]; $[\Theta_{II}], [\Theta_C]$ - допустимые углы поворота сечения вала под подшипником и ступицей барабана соответственно [2].

Расчет прогибов и углов поворота сечений вала барабана выполняется в форме проверочного расчета, при котором исходный вал ступенчатого сечения заменяется на условный вал постоянного сечения с эквивалентной исходному жесткостью [2]. Эквивалентный диаметр $d_{\sigma i}$ для вала i -го конструктивного исполнения определяется зависимостями

$$d_{\sigma 1} = \left[\frac{1}{L_6} \left(\frac{z_1}{x_4^4} + \frac{2x_6}{x_5^4} + \frac{2x_3}{x_1^4} + \frac{z_2}{x_2^4} \right) \right]^{-0,25};$$

$$d_{\sigma 2} = \left[\frac{1}{L_6} \left(\frac{z_1}{x_5^4} + \frac{2x_7}{x_6^4} + \frac{x_4}{x_1^4} + \frac{x_4}{x_3^4} + \frac{z_2}{x_2^4} \right) \right]^{-0,25};$$

$$d_{\text{з3}} = \left[\frac{1}{L_6} \left(\frac{z_1}{x_5^4} + \frac{2x_7}{x_6^4} + \frac{2x_8}{x_1^4} + \frac{2x_4}{x_2^4} + \frac{z_2}{x_3^4} \right) \right]^{-0,25};$$

$$d_{\text{з4}} = \left[\frac{1}{L_6} \left(\frac{z_1}{x_7^4} + \frac{2x_8}{x_9^4} + \frac{2x_5}{x_3^4} + \frac{2x_{10}}{x_1^4} + \frac{2x_6}{x_4^4} + \frac{z_2}{x_2^4} \right) \right]^{-0,25}.$$

Прогибы и углы поворота от приложенной системы нагрузок в расчетных сечениях вала вычисляются с использованием принципа суперпозиции, согласно которому для каждого сечения находятся деформации от приложения отдельных нагрузок, а затем они суммируются по всем нагрузкам.

Решение оптимизационной задачи (1)-(4) начинается с задания исходной точки оптимизации, т.е. с задания начального вектора управляемых параметров $\{x\}_0$. Значения входящих в него варьируемых размеров должны быть таковы, чтобы они определяли вал, удовлетворяющий всем поставленным ограничениям: d_k , s_l и q_u . Исходная точка задается автоматически в зависимости от параметров нагружения вала и режима работы крана. Чем ближе значения вектора $\{x\}_0$ к определенным позже оптимальным размерам, тем меньше требуется затрат времени на минимизацию целевой функции $\Pi(\{x\}, \{z\})$. В качестве метода решения задачи (1)-(4) используется прямой метод условной нелинейной минимизации функций многих переменных, основанный на вычислении лишь значений самой целевой функции. Применение градиентных методов оптимизации исключено.

Перебор точек оптимизации заканчивается при нахождении такого, допустимого ограничениями (2)-(4) вектора управляемых параметров $\{x\}$, при котором вал имеет минимальный вес. Полученная величина диаметра ступени вала под подшипники d_1 округляется до ближайшего большего значения посадочного диаметра двухрядного радиального сферического роликоподшипника типа 3000 по ГОСТ 5721-75, после чего выполняется окончательная проверка скорректированных размеров оптимального вала на прочность и жесткость с помощью ограничений (3) и (4).

Результаты проведенных расчетов показали, что наибольшее снижение веса вала кранового барабана при сохранении его допустимой прочности и жесткости достигается для вала конструктивного исполнения 3. Затем в порядке возрастания веса следуют исполнения 4, 1 и 2. Разница в весе между вариантами 3 и 1 может достигать 20...80 %.

На основе вала исполнения 3 был построен типажный ряд валов барабанов механизмов подъема кранов мостового типа общего назначения для ряда стандартизованных значений номинальной грузоподъемности, режимов работы и рекомендуемой кратности грузового полиспаста. Их характерные геометрические размеры, типоразмеры призматических шпонок (ГОСТ 23360-78) узла соединения с обечайкой барабана и роликоподшипников (ГОСТ 5721-75) сведены в таблицу.

Для всех типоразмеров валов исполнения 3 минимум веса лимитируется условиями усталостной прочности в сечениях 8 и 9 (рисунок). В этих сечениях запасы усталостной прочности вала оказываются минимальными и равными их допустимому значению $[S]_y$. В процессе эксплуатации крана именно здесь следует ожидать наиболее вероятного зарождения усталостных трещин, дальнейший рост которых может привести к разрушению вала и отказу механизма подъема в целом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров, М.П. Грузоподъемные машины / М.П.Александров.- М.: Высш. шк., 2000.- 552 с.
2. Иосилевич, Г.Б. Детали машин / Г.Б.Иосилевич.- М.: Машиностроение, 1988.- 368 с.

Материал поступил в редколлегию 17.05.06.

Таблица

Оптимальные конструктивные размеры валов варианта исполнения 3 барабанов механизмов подъема кранов грузоподъемностью 10...50 т

Грузо-подъемность, т	Кратность полиспаста	Режим работы механизма	Оптимальные конструктивные размеры вала, мм										Вес вала, Н	Типоразмер подшипника	Шпонка	
			d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	l_1	l_2	l_4	L_p	L_e				
10	2	1М-3М	108	110	165	70	80	100	120	20	1820	2270	1159	3622	40x22x110	
		4М	120	130	182			110	135		1440	1940	1299	3626	45x25x125	
		5М	125		210			115	130		1360	1865	1452		50x28x125	
		6М	135	140	205			125	150		1205	1770	1577	3628	50x28x140	
	3	1М-3М	95	100	155	60	65	90	95	15	2280	2665	934	3620	40x22x90	
		4М	100	110	172			95	100		1920	2340	985	3622	45x25x100	
		5М	105					100	110		1710	2140	982		45x25x100	
		6М	108		170		70	100	120		1640	2090	1002		45x25x110	
12,5	2	1М-3М	125	130	210	80	90	115	130	20	1555	2060	1642	3626	50x28x125	
		4М	135	140	205			125	150		1475	2040	1780	3628	50x28x140	
		5М	145	150	235		95	135	155		1400	1995	2134	3630	56x32x140	
		6М	150	160	240			140	165		1325	1955	2320	3632	56x32x160	
	3	1М-3М	105	110	155	65	75	95	110	15	2275	2695	1109	3622	40x22x100	
		4М	110		175			100	115		2125	2570	1195		45x25x110	
		5М	115		120			195	110		125	1815	2295		1326	3624
		6М	125		130	190		70	115		135	1685	2195		1441	3626
16	2	1М-3М	135	140	215	90	100	125	150	20	1980	2540	2241	3628	50x28x140	
		4М	155	160	245	95	105	140	165	25	1735	2365	2799	3632	56x32x160	
		5М	165	170	280		110	150	185		1550	2240	3414	3634	63x32x180	
		6М	170	180				160	200		1480	2205	3636	3636	63x32x200	
	3	1М-3М	118	120	200	75	85	110	125	20	2260	2740	1661	3624	45x25x125	
		4М	125	130	195			115	135		2085	2595	1682	3626	45x25x125	
		5М	135	140	220			125	140		1975	2520	1940	3628	50x28x140	
		6М	145	150	225	80	90	135	160		1730	2330	2203	3630	50x28x160	

Окончание таблицы

Грузо- подъем- ность, т	Крат- ность поли- спаста	Режим работы меха- низма	Оптимальные конструктивные размеры вала, мм										Вес вала, Н	Типо- размер подшип- ника	Шпонка	
			d_0	d_1	d_2	d_3	d_4	l_1	l_2	l_4	L_p	L_e				
20	3	1М-3М	128	130	195	85	95	120	145	20	2470	3010	2113	3626	45x25x140	
		4М	138	140	220			125	150		2120	2680	2253	3628	50x28x140	
		5М	148	150	255	90	100	135	155		2045	2655	2699	3630	56x32x140	
		6М	155	160	235			145	175		1920	2570	2782	3632	56x32x160	
	4	1М-3М	108	110	170	70	80	100	120		3385	3835	1650	3622	40x22x110	
		4М	120	130	185	75	85	110	135		2595	3095	1773	3626	45x25x125	
		5М	125		215			115	130		2470	2975	1923		50x28x125	
		6М	135	140	210			125	150		2130	2690	1976	3628	50x28x140	
	32	3	1М-3М	160	170	265	110	125	150	185	25	2525	3200	4166	3634	63x32x180
			4М	175	180	290			160	190		2460	3200	4718	3636	70x36x180
			5М	188	190	320	115	130	175	205	30	2195	3005	5524	3638	70x36x200
			6М	195	200	290		135	180	245		2075	2925	5478	3640	70x36x220
4		1М-3М	135	140	215	95	105	125	150	25	3445	4005	3156	3628	50x28x140	
		4М	155	160	245		110	140	165		2890	3520	3441	3632	56x32x160	
		5М	165	170	250	100	115	150	190		2515	3210	3762	3634	56x32x180	
		6М	170	180	280			160	200		2350	3075	4246	3636	63x32x200	
50		4			1М-3М			275	120	140	155	30	3745			4460
			4М	190	200	295	125	145	175	225	2965		3795	6463	3640	70x36x220
			5М	205	220	355	130	150	190	235	2785		3665	8098	3644	80x40x220
			6М	215		325			195	265	2645		3585	7878		70x36x220
	5	1М-3М	158	160	250	105	125	145	175	25	3910	4565	4622	3632	56x32x160	
		4М	170	180	275	110	130	155	200		3320	4035	5159	3636	63x32x200	
		5М	185	190	300	115		170	205	30	3265	4045	5998	3638	70x36x200	
		6М	195	200			135	175	225		3050	3880	6240	3640	70x36x220	

УДК 621.86

А.В. Лагереv, И.А. Лагереv

**ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВАЛОВ БАРАБАНОВ
ГРУЗОПОДЪЕМНЫХ КРАНОВ МОСТОВОГО ТИПА ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ**

Рассмотрено решение оптимизационной задачи определения размеров вала барабана грузоподъемного крана общего назначения, обеспечивающих минимальный вес при допустимой прочности и жесткости. Рассмотрены 4 конструктивных варианта вала, являющихся наиболее перспективными с точки зрения их использования на практике. Приведены размеры оптимальных вариантов валов барабанов кранов различной грузоподъемности, режимов и условий работы.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛАГЕРЕВ Александр Валерьевич – д.т.н., проф., зав. каф. «Подъемно-транспортные машины и оборудование», ректор БГТУ

ЛАГЕРЕВ Игорь Александрович – студент спец. «Динамика и прочность машин» БГТУ