ISSN: 2181-3906 2024

International scientific journal
«MODERN SCIENCE AND RESEARCH»
VOLUME 3 / ISSUE 5 / UIF:8.2 / MODERNSCIENCE.UZ

NOMALUMLARNI YO‘QOTISH VA DAVOM ETTIRISH HAQIDAGI TEOREMALAR. ULARGA DOIR MISOLLAR YECHISH.

Jalilov Shaxriyor Sobirovich
Xudoyberdiyeva Alfiya Shermurotovna
“TIQXMMI” MTUning Qarshi irrigatsiya va agrotexnologiyalar instituti.

https://doi.org/10.5281/zenodo.11488270

Annotatsiya. *Ushbu maqolada biz. I=<f_1,…,f_s>⊂k[x_1,x_2,…,x_n] -ideal berilgan bo‘lsin. U holda I_l ideal k[x_(l+1),…,x_n] ning l tartibgacha yo’qotilgan ideali deyiladi. I_l=I∩k[x_(l+1),…,x_n]. Boshqacha aytganda, I_l ideal f_1=⋯=f_s=0, tenglamalar sistemasini natijalaridir, bunda ular x_1,…,x_l ,noma’lumlarga bo‘liq bo’lmagan polinomlar. Bizning vazifa I_l ni k[x_(l+1),…,x_n] polinomial halqaning idealini tashkil qilishini ko‘rsatish.Ushbu I=I_0, ideal nolinchi yo’qotilgan ideali deyiladi. Keyinchalik tartiblashni o‘zgartirib boshqa bir yo’qotilgan idealga ega bo‘lamiz.*

Kalit so’zlar: *Ideal, bazis, lex tartiblash.*

THEOREMS ABOUT LOSS AND CONTINUATION OF UNKNOWNS. SOLVING EXAMPLES OF THEM.

Abstract. *In this article, we . Let I=<f_1,…,f_s>⊂k[x_1,x_2,…,x_n] -ideal. Then the ideal I_l is called a lost ideal of order l of k[x_(l+1),…,x_n]. I_l=I∩k[x_(l+1),…,x_n]. In other words, I_l are the results of the system of ideal equations f_1=⋯=f_s=0, where they are polynomials x_1,…,x_l independent of the unknowns. Our task is to show that I_l is an ideal of the polynomial ring k[x_(l+1),…,x_n]. This ideal I=I_0 is called a zero lost ideal. Then, by changing the order, we get another lost ideal.*

Key words: *Ideal, basis, lexical sorting.*

ТЕОРЕМЫ О ПОТЕРЕ И ПРОДОЛЖЕНИИ НЕИЗВЕСТНЫХ. РЕШЕНИЕ ПРИМЕРОВ ИЗ НИХ.

Аннотация. *В этой статье мы . Пусть I=<f_1,…,f_s>⊂k[x_1,x_2,…,x_n] -идеал. Тогда идеал I_l называется потерянным идеалом порядка l из k[x_(l+1),…,x_n]. I_l=I∩k[x_(l+1),…,x_n].Другими словами, I_l — это результаты системы идеальных уравнений f_1=⋯=f_s=0, где они представляют собой полиномы x_1,…,x_l, независимые от неизвестных. Наша задача — показать, что I_l является идеалом кольца многочленов k[x_(l+1),…,x_n]. Этот идеал I=I_0 называется нулевым потерянным идеалом. Тогда, изменив порядок, мы получим еще один утраченный идеал.*

Ключевые слова: *Идеал, основа, лексическая сортировка.*

1-tarif. $I =< f_1, \dots , f_s >\subset k[x_1, x_2, \dots , x_n]$ -ideal berilgan bo‘lsin. U holda I_l ideal $k[x_{l+1}, \dots , x_n]$ ning l tartibgacha yo’qotilgan ideali deyiladi.

$$I_l = I \cap k[x_{l+1}, \dots , x_n].$$

Boshqacha aytganda, I_l ideal $f_1 = \cdots = f_s = 0$, tenglamalar sistemasini natijalaridir, bunda ular $x_1, \dots , x_l$, noma’lumlarga bo‘liq bo’lmagan polinomlar. Bizning vazifa I_l ni $k[x_{l+1}, \dots , x_n]$ polinomial halqaning idealini tashkil qilishini ko‘rsatish.Ushbu $I = I_0$, ideal nolinchi yo’qotilgan ideali deyiladi.

Keyinchalik tartiblashni o‘zgartirib boshqa bir yo’qotilgan idealga ega bo‘lamiz.

1-teorema. (yo'qotish teoremasi).*$I \subset k[x_1, \dots, x_s]$-ideal va G –uning $x_1 > x_2 > \cdots > x_n$, lex-tartiblash bo'yicha Gryobner bazisi bo'lsin.U holda ixtiyoriy $0 \le l \le n$,larda ushbu*

$$G_l = G \cap k[x_{l+1}, \dots, x_n]$$

to'plam chetlashtirilgan I_l idealning Gryobner bazisini tashkil qiladi.

Chiqarib tashlash teoremasi ko'rsatadiki lex-tartiblash faqat birinchi nomalumni emas balki birinchi ikkita,birinch uchta va h.k nomalumlarni nomalumlar safidan chiqarib tashlaydi.

Endi davom ettirish qadamini ko'rib chiqamiz. $I \subset k[x_1, \dots, x_n]$,ideal berilgan bo'lsin.Ushbu ko'pxillikni qarab chiqamiz $V(I) = \{(a_1, \dots, a_n) \in k^n: f(a_1, \dots, a_n) = 0$ для всех$f \in I\}$.

Qanday qilib uning barcha nuqtalarini toppish mumkin? Yechimni topishning asosiy g'oyasi shundan iboratki sistema yechimining bitta kordinatasi aniqlanadi va boshqalarini topishda undan foydalanamiz. Endi $1 \le l \le n$lar uchun I_l,idealni qarab chiqamizUshbu $(a_{l+1}, \dots, a_l) \in V(I_l)$,nuqtaga asosiy sistemaning qism yechimi deyiladi.

Agarda biz $(a_{l+1}, \dots, a_n)$ ning to'la yechimini topmoqchi bo'lsak, biz asosiy sistemani to'la yechimini topmoqchi bo'lsak unda bitadan kordinatalarni topib boraverishimiz kerak bo'ladi.$I_{l-1} = \langle g_1, \dots, g_r \rangle \subset k[x_1, \dots, x_n]$ bo'lsin. Biz ushbu $g_1(x_l, a_{l+1}, \dots, a_n) = \cdots = g_r(x_l, a_{l+1}, \dots, a_n) = 0$

tenglamalar sistemasini yechimini topishimiz kerak bo'ladi. Ko'plab holatlarda birinchi x_1,o'zgaruvchini chetlashtirishimizga to'g'ri keladi. Biz shuni bilmoqchimizki $(a_2, \dots, a_n) \in V(I_1)$ ekanligidan, $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in V(I)$ ekanligi kelib chiqadimi ?.Keyingi teorema bu savolga javob bera oladi.

2-teorema. (Davom ettirish teoremasi). *Bizga $I = \langle f_1, \dots, f_s \rangle \subset C[x_1, x_2, \dots, x_n]$, ideal berilgan bo'lsin. I_1- ideal I idealning birinchi yo'qotilgan ideali bo'lsin. Har bir $1 \le i \le s$ lar uchun f_i ni quyidagicha ifodalashimiz mumkin. $f_i = g_i(x_2, \dots, x_n)x_1^{N_i} +$ har bir hadi, x_1 ga bog'liq va uning darajasi $< N_i$, bunda $N_i \ge 0$, $g_i \in C[x_2, \dots, x_n]$ – nolmas polinom. Quyidagi qism yechimini qaraymiz $(a_2, \dots, a_n) \in V(I_1)$. U holda $(a_2, \dots, a_n) \notin V(g_1, \dots, g_s)$, bo'lsa $a_1 \in C$,bo'ladi bundan esa $(a_1, a_2, \dots, a_n) \in V(I)$, ekanligi kelib chiqadi.*

Noma'lumlarni mohiyatini tushinish uchun quyidagi misolni qaraymiz.

1-misol. Ushbu sistemani yechish talab qilingan bo'lsin,

$$\begin{cases} x^2 - y + z = 0, \\ x + y^2 = 0, \\ x^2 + y = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

bu sistemadan quyidagi idealga ega bo'lamiz,

$$I = (x^2 - y + z, x + y^2, x^2 + y). \qquad (2)$$

Bizning vazifamiz V$(x^2 - y + z, x + y^2, x^2 + y)$,ko'pxillikni topishdan iborat.

Endi bu idealning Gryobner bazisini hisoblaymiz, bunda grlex-tartiblashdan foydalanamiz.

$$g_1 = 4x + z^2, \qquad g_2 = 2y - z, \qquad g_3 = z^4 + 8z,$$

Natijada (3) bazislarga ega bo'lamiz. Bu yerda (1) va (3) sistemalar bir xil yechimlarga ega bo'ladi. (3) da g_3 bazisga etibor bersak u faqat z nomalumga bog'liq bo'ldi.Uni quyidagicha soddalashtirishimiz munkin,

$$g_3 = z^4 + 8z = z(z^3 + 8) = z(z + 2)(z^2 - 2z + 4)$$

oxirgi tenglikdan $g_3 = 0$ tenglamani yechib z ning barcha qiymatlarini topamiz, g_3 polinom jami to'rtta 0, -2 va $1 \pm i\sqrt{3}$ ildizlarga ega bo'ldi. Endi $g_1 = 4x + z^2$, ga etibor bersak undan topilgan z larni o'rniga qo'yish bilan x ni osongina topish mumkin bo'ladi. $g_2 = 2y - z$,dan esa y ni oson topish munkin.

Aytilgan mulohazalarni amalga oshirib (1) tenglamalar sistemasining yechimlari to'plamiga ega bo'lamiz.

(0,0,0), (-1,-1,-2),$(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{3}, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}, 1 + i\sqrt{3})$
$(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}, \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{3}, 1 - i\sqrt{3})$.

Berilgan tenglamalar sistemasini yechishda quyidagi ikkita qadamdan foydalandik.

- (Yo'qotish qadami) Ushbu $g_3 = z^4 + 8z$ polinomni qarasak u faqat z ga bog'liq, biz x va y larni tenglamalar sistemasidan chetlashtirib tashladik.
- (Davom ettirish qadami) Biz nega faqat $g_3 = 0$, tenglamani ishladik chunki u faqat z dan bog'liq bo'lib topilgan z larni sistemaga qo'yib,boshqa soddaroq sistemaga ega bo'lamiz.Endi bu sistemani yechib asosiy sistemani yechimlarini topish munkin bo'ladi.

Yo'qotish qadami qanday qilib ishlashini ko'rib chiqamiz,Bunda asosiy fakt ,g_3 ning faqat z, ga bog'liq bo'lishidir, yani

$$g_3 \in I \cap C[z],$$

bunda I ideal (2) belgilashdagi ideal. Bizning asosiy ishimiz barcha, $I \cap C[z]$ qisqartirilgan tenglamalarni aniqlashdan iborat. Ushbu natijalarni umumlashtirish uchun quyidagi tushunchalarni kiritamiz.

2-misol.$k = R$ maydonda quyidagi tenglamalar sistemasini qarab chiqamiz.

$$x^2 = y$$
$$x^2 = z.$$

bu yerdan x ni chetlashtiramiz va $y = z$, natijani olamiz. Bundan berilgan sistemaning qism yechimlari XOY tekisligining barcha nuqtalari (a, a) ,bunda $a \in R$, ekanligini olamiz. Topilgan yechimni sistemaga olib borib qo'ysak, $x^2 = a$ ko'rinishdagi tenglama hosil bo'ladi. Bu tenglamadan ko'rinadiki agar $a \geq 0$ bo'lsagina sistema $k = R$, maydonda yechimga ega bo'ladi.

Agar a manfiy son bo'lsa sistema yechimga ega bo'lmaydi. $k = C$, deb tanlasak berilgan sistema a ning ixtiyoriy qiymatida yechimga ega bo'ladi.Bu misoldan ko'rish mumkinki davo ettirish teoremasi R maydonda o'rinli bo'lmas ekan.

REFERENCES

1. A.Soleyev, X.Nosirova, Ya.Muxtorov, T.Buriyev. MATEMATIKA (iqtisodchilar uchun amaliy mashg'ulotlar). Samarqand 2017-y.
2. Аржанцев И.В. Базисы Грёбнера и системы алгебраических уравнений// М. Ж. МЦНМО, 2003.

3. Говорухин В., Цибулин П., Компьютер в математическом исследовании. –С-Питербург, Питер, 2002.
4. Каримова М.А. Задача о принадлежности идеалу.- Самарканд, Магистрантларнинг XIV илмийконференциясиматериаллари, 2014.
5. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. – М.:Мир,2000.
6. Нарзуллаев У.Х. Алгебра и теория чисел. Часты 1,2,3,4. Lambert Academic Publishing, Germany, 2012.