
Una aplicación a los seguros de No Vida de algunos métodos de reservas técnicas en condiciones de incertidumbre

Juan Ignacio Baccino Costa

Gonzalo De Armas

Ramón Álvarez-Vaz

Preprint

Universidad de la República.
Facultad de Ciencias Económicas y de Administración,
Instituto de Estadística (IESTA)

Montevideo, Uruguay.



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución - NoComercial - CompartirIgual 4.0 Internacional.

Forma de citación sugerida para este documento:

Juan Ignacio Baccino Costa, Gonzalo De Armas, Ramón Álvarez-Vaz (2022). *Una aplicación a los seguros de No Vida de algunos métodos de reservas técnicas en condiciones de incertidumbre*. Montevideo: Universidad de la República. Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, Instituto de Estadística.

Una aplicación a los seguros de No Vida de algunos métodos de reservas técnicas en condiciones de incertidumbre

Juan Ignacio Baccino Costa ¹; Gonzalo De Armas ² Ramón Álvarez-Vaz ³;
*Instituto de Estadística,
Facultad de Ciencias Económicas y de Administración,
Universidad de la República*

Resumen

El margen de Solvencia en una compañía de seguros es de suma importancia, por lo cual a la hora de analizar la misma se debe estudiar tanto los activos como los pasivos. Gran parte de las obligaciones de una compañía es hacer las estimaciones de las reservas (provisiones) técnicas de siniestro vinculadas al ramo de no vida, jugando un papel fundamental en el balance de la empresa. El objetivo principal de este trabajo es presentar diferentes formas de estimar las Reservas de Siniestros Incurridos pero No Reportados (IBNR). El IBNR se trata de dos formas posibles, en primer lugar Figura el *IBNR Puro*, que representa el monto a pagar por aquellos siniestros que ha ocurrido pero que aún no han sido denunciados a la aseguradora, y en segundo lugar aparece *IBNER* es el monto de los siniestros que si bien ya han sido denunciados a la aseguradora y han sido registrados por esta, su monto puede variar en el tiempo producto de su desarrollo en el tiempo y hasta su pago final. Uno de los métodos utilizados a la hora de calcular los dos tipos de reservas mencionados, es el método *ChainLadder* o conocido también como método del triángulo. El método parte de la información histórica disponible respecto de los pagos realizados por las reclamaciones y estos datos se presentan en forma de triángulos, el cual se denomina *Triángulos de Siniestros Pagados*. En el ejercicio que se presenta se incorpora al cálculo de reserva para las futuras reclamaciones distribuciones de probabilidad utilizando para la estimación y los errores de predicción el método *Bootstrap*.

Palabras clave: Bootstrap, Chain-Ladder, Reservas IBNR, Seguros de no vida.

CÓDIGOS JEL G22,C15,C63

Clasificación MSC2020: 62P05,68-04

¹ *email:* juan.baccino@fcea.edu.uy , ORCID:<https://orcid.org/0000-0002-4240-1262>

² *email:* gonzalo.dearmas@fcea.edu.uy, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4515-0649>

³ *email:* ramon.alvarez@fcea.edu.uy, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2505-4238>

ABSTRACT

The Solvency margin in an insurance company is of the utmost importance, for which when analyzing it, both assets and liabilities should be studied. Great part of a company's obligations is to make estimates of reserves (provisions) claim techniques linked to the non-life branch, playing a fundamental role on the company's balance sheet. The main objective of this work is to present different ways to estimate Incurred But Unreported Claims Reserves (IBNR). The IBNR is treated in two possible ways, firstly, it contains the Pure IBNR, which represents the amount to be paid for those claims that have occurred but have not yet been reported to the insurer, and in second place appears IBNER is the amount of the claims that although they have already been reported to the insurer and have been registered by this, its amount may vary over time as a result of its development over time and even your final payment. One of the methods used to calculate the two types of reserves mentioned, is the ChainLadder method or also known as the triangle method. The method starts from the historical information available regarding the payments made by claims and this data is presented in the form of triangles, which is called Paid Claims Triangles. In the exercise presented, it is incorporated into the calculation reserve for future claims probability distributions using to estimation and prediction errors using the Bootstrap method.

Key words: Bootstrap, Chain-Ladder, IBNR Reserves, Non-Life Insurance .

JEL CODES: G22,C15,C63.

Mathematics Subject Classification MSC2020:62P05,68-04.

1. Introducción

El margen de Solvencia en una compañía de seguros es de suma importancia, y a la hora de analizar la misma se debe estudiar tanto sus activos (derechos) como obligaciones (pasivos).

Gran parte de las obligaciones de una compañía, que en su cartera presenta seguros de no vida, son las estimaciones de las reservas (provisiones) técnicas de siniestro ya que las mismas juegan un papel fundamental en el balance de la empresa, utilizandose diversas metodologías y técnicas.

El presente trabajo busca presentar uno de los métodos más utilizados y populares dentro del sector asegurador a la hora de estimar las reservas de siniestros incurridos pero no reportados (IBNR) como lo es el **Método ChainLadder** y a su vez presentar la implementación desde el punto de vista computacional.

Una póliza de seguro es una promesa de la aseguradora al titular de la póliza de pagar futuras reclamaciones por una prima recibida por adelantado.

Las aseguradoras no conocen el costo inicial de su servicio, pero aplicando técnicas como la de ChainLadder es posible realizar análisis basándose en datos históricos para predecir un precio sostenible para su oferta.

Las pérdidas derivadas de los Seguros Generales pueden tardar mucho en liquidarse e incluso cuando se conocen las reclamaciones, puede llevar tiempo el alcance del costo de liquidación de las mismas.

Uno de los principales preocupaciones de las aseguradoras considerando el pasivo del balance, es poder calcular la provisión o reservas para pagos futuros de siniestros.

Existen varias implementaciones computacionales de esta metodología como la que presentan (1) que consideran varios métodos estadísticos que se utilizan normalmente para la estimación de las reservas de siniestros pendientes en los Seguros Generales y que más adelante se da cuenta.

El ciclo de vida de este trabajo consta un primer avance presentado en junio de 2022 con un resumen extendido para la XV Semana Internacional de la Estadística y la Probabilidad, de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla con número de preprint [10.31219/osf.io/3pjr9](https://arxiv.org/abs/10.31219/osf.io/3pjr9); se complementa posteriormente con el trabajo casi terminado previo a la elaboración de este 'preprint', el que se presentó en el Latin R 2022 con el envío 9219. https://github.com/LatinR/presentaciones-LatinR2022/blob/main/papers/LatinR2022_propuesta_9219.pdf. Para asegurar la reproducibilidad de los resultados del análisis realizado, se dispone el código y datos utilizados en un repositorio público en la plataforma **Gitlab** al que se puede acceder a través de este <https://gitlab.com/meda3/introduccion-a-diferentes-metodos-para-el-calculo-de-reservas>.

La organización del documento es la siguiente: en la primera sección se introduce el problema bajo estudio,¹ para luego presentar una breve reseña de los antecedentes ampliando

la metodología empleada en ,2, en la tercera sección 3 las aplicaciones y resultados en 4 de los diversos análisis para finalmente presentarse las conclusiones y futuros pasos en la quinta sección, 5.

2. Marco teórico

2.1. Reserva de Siniestros Incurridos pero no Reportados (IBNR)

Se denominan reservas, dentro del sector asegurador, a las provisiones y previsiones que el asegurador debe realizar para poder hacer frente a sus obligaciones frente a los asegurados y terceros damnificados. Hay distintas clases de reservas, algunas vinculadas con las primas y otras con los siniestros; las reservas que se van a estimar mediante el método *ChainLadder* son las reservas de siniestros incurridos pero no reportados (IBNR).

El *IBNR* esta formado por lo siguiente:

- *IBNR puro* (Incurridos pero no Reportados): Es el monto a pagar por aquellos siniestros que han ocurrido pero que aún no han sido denunciados a la aseguradora y por lo tanto la misma no conoce su existencia.
- *IBNER* (Incurrido Pero No lo Suficientemente Reportados): Es el monto de los siniestros que si bien ya han sido denunciados a la aseguradora y han sido registrados por esta, su monto puede variar en el tiempo producto de su desarrollo en el tiempo y hasta su pago final. Este desarrollo se debe a falta de información por parte de la aseguradora, por hechos nuevos relacionados con el siniestro, por factores macroeconómicos.

Uno de los aspectos importantes a la hora del cálculo del *IBNR* es el método de agregación de la información. Uno de los más utilizados y el que se aplica en este trabajo es el método de agregación *año calendario*, siendo el período de 12 meses que se utiliza para realizar las registraciones contables. Se computan las primas emitidas y los siniestros pagados en dicho período.

Otros métodos de agregación que pueden ser utilizados son: *año suscripción*, *año de ocurrencia* ó *año de denuncia*.

Una vez que se optó por el método de agregación, se debe verificar que la cantidad de años de desarrollo sea suficientemente considerable. A la hora de realizar dicho análisis hay dos escenarios:

- *Ramo de Cola Corta*: ramo en el cuál desde que ocurre el siniestro hasta que se liquida totalmente no pasa más de un año.
- *Ramo de Cola Larga*: ramo en el cuál desde que ocurre el siniestro hasta que se liquida totalmente pasa más de un año.

A su vez hay que tener presente a la hora de realizar el cálculo de *IBNR* los gastos de siniestros, existen dos tipos:

- *ALAE: Gastos de Siniestros Asignables*: son aquellos gastos de liquidación de siniestros que pueden ser directamente relacionados con un reclamo específico.
- *ULAE: Gastos de Siniestros No Asignables*: Son los gastos de siniestros que no se pueden atribuir a un siniestro específico.

El total de gastos de liquidación de siniestros es:

$$\text{Gasto de siniestros} = \text{ALAE} + \text{ULAE} \quad (1)$$

Para la estimación del *IBNR* hay que tener en cuenta varios aspectos que consisten en revisar la información para detectar posibles anomalías, aplicar la técnica de reservas más adecuada, evaluar los resultados aplicando diferentes técnicas entre otras.

2.2. Método ChainLadder

Para estimar el *IBNR* existen diferentes técnicas, una de la más importantes es el método *Chain-Ladder* o *método del triángulo*. Este método se basa en la información del pasado y asegura que dicha información es representativa para estimar el futuro. Asume que no existen cambios en la política de suscripción de riesgo, liquidación de siniestros o estimación de reservas y existe una experiencia siniestral suficiente.

Este método parte de la información histórica disponible respecto de los pagos realizados por las reclamaciones. Los datos históricos de seguros a menudo se presentan en forma de una estructura triangular, la cual se denomina *Triángulos de Siniestros Pagados*. En su eje vertical tendrá los períodos de ocurrencia de los siniestros y en el eje horizontal los períodos de desarrollo de pago de los siniestros.

Donde:

- Eje horizontal (*i*), períodos de pago de los siniestros incurridos.

		Periodo de desarrollo neto						
		1	2	...	$n - i + 1$...	$n - 1$	n
Periodo de ocurrencia	1	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$...	$P_{1,n-i+1}$...	$P_{1,n-1}$	$P_{1,n}$
	2	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$...	$P_{2,n-i+1}$...	$P_{2,n-1}$	
		
	i	$P_{i,1}$	$P_{i,2}$...	$P_{i,n-i+1}$			
				
	n							
	-1	$P_{n-1,1}$	$P_{n-1,2}$					
	n	$P_{n,1}$						

Figura 1: Matriz de triángulo de siniestros pagados netos.

- Eje vertical (j), período de ocurrencia de los siniestros.
- $P_{i,j}$, corresponde al valor neto asociado al importe contable de los siniestros ocurridos en el período i y cuyo pago en el período de desarrollo fue j .
- Los datos sobre las diagonales presentan pagos en el mismo período calendario.

El método consiste en trabajar con la siguiente tabla denominada *Triángulo de siniestros pagada acumulada neta*, donde este triángulo contiene para cada período de ocurrencia el valor acumulado de los siniestros pagados en cada uno de los períodos de desarrollo.

Donde:

- $PA_{i,j}$, corresponde a los siniestros ocurridos en el período i y que se han pagado hasta el período de desarrollo j inclusive:

$$PA_{i,j} = \sum_{i=1}^j P_{i,j} \quad (2)$$

- i , corresponde al período de ocurrencia.

- j , corresponde al período de pago.

Una vez que se consigue el *Triángulo de siniestros acumulados netos* se procede a construir la tabla denominada *Triángulo de los Factores de Desarrollo Incremental*:

		Periodo de desarrollo neto						
		1	2	...	$n-i+1$...	$n-1$	n
Periodo de ocurrencia	1	$PA_{1,1}$	$PA_{1,2}$...	$PA_{1,n-i+1}$...	$PA_{1,n-1}$	$PA_{1,n}$
	2	$PA_{2,1}$	$PA_{2,2}$...	$PA_{2,n-i+1}$...	$PA_{2,n-1}$	
		
	i	$PA_{i,1}$	$PA_{i,2}$...	$PA_{i,n-i+1}$			
				
	n	$PA_{n-1,1}$	$PA_{n-1,2}$					
	-1							
	n	$PA_{n,1}$						

Figura 2: Matriz de triángulo de siniestros acumulados netos

Triángulo de Factores de Desarrollo Incremental						
Periodo de ocurrencia i	Periodo de desarrollo j					
	1	2	...	$n-i+1$...	$n-1$
1	$FDI_{1,1}$	$FDI_{1,2}$...	$FDI_{1,n-1+1}$...	$FDI_{1,n-1}$
2	$FDI_{2,1}$	$FDI_{2,2}$		$FDI_{2,n-i+1}$...	
...		
i	$FDI_{i,1}$	$FDI_{i,2}$				
...				
$n-1$	$FDI_{n-1,1}$					

Figura 3: Matriz del triángulo de factores de desarrollo incremental

Los factores de desarrollo sirven para medir la evolución de cada período de ocurrencia desde un período de desarrollo al siguiente y se utilizan como base para seleccionar los factores de desarrollo más apropiados para proyectar las reclamaciones de los períodos de ocurrencia incompletos hasta su desarrollo final, y los mismos se calculan del siguiente modo:

$$FD_{i,j} = \frac{PA_{i,j+1}}{PA_{i,j}}, \forall 1 \leq i \leq n+1, 1 \leq j \leq n+q \quad (3)$$

Luego que se cuenta con los *factores de desarrollo* se busca seleccionar el óptimo para cada período de desarrollo. Para realizar lo anterior se utilizan diversos promedios de los *factores de desarrollo históricos*, tales como promedio ponderados, promedios simples de todos los factores de desarrollo disponibles u otros. A estos factores se los denota como: $FDS_1, FDS_2, \dots, FDS_{n-1}$.

Un concepto importante es el de *factor de cola*, el que permite proyectar la siniestralidad última más allá de la historia observada, y es aplicable a la última columna del triángulo de siniestros pagados. El factor de cola será determinado por la aseguradora teniendo en cuenta la tendencia evidenciada de los datos o como un factor de seguridad para la última pérdida esperada de acuerdo a la naturaleza de los riesgos de cada uno de los amparos. A menudo, no es adecuado suponer que el año de origen más antiguo está completamente desarrollado. Un enfoque típico es extrapolar las tasas de desarrollo, utilizando por ejemplo un modelo loglineal.

El objetivo principal de un ejercicio de reserva es pronosticar el desarrollo futuro de las reclamaciones que se consigna en la esquina inferior derecha del triángulo y posibles desarrollos adicionales más allá de la edad de desarrollo j . Con el tiempo, todas las reclamaciones para un período de origen determinado se resolverán, pero no siempre es obvio juzgar cuántos años o incluso décadas llevará.

Como primer paso, las relaciones de enlaces de edad a edad se calculan como las relaciones de desarrollo promedio ponderadas en volumen de un triángulo de desarrollo de pérdida acumulada de un período de desarrollo al siguiente, $PA_{i,j}$, con $i, j = 1, \dots, n$.

$$f_{i,j} = \frac{\sum_{i=1}^{n-j} PA_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j} PA_{i,j}}. \quad (4)$$

Dentro del método *ChainLadder* existen diferentes técnicas, entre ellas están los métodos clásicos, *Mack ChainLadder*, *Munich ChainLadder*, *Bornhuetten Fergusson* y otros y en este trabajo el enfoque es en la técnica *Mack ChainLadder*. Mack (1993) (2) propuso un modelo que permite calcular la estimación del error estándar de las reservas estimadas mediante el método clásico Chain Ladder (sin asumir una distribución de probabilidad en particular). El método de Mack se formula a partir de las siguientes tres hipótesis:

1. $E \left[\frac{PA_{i,j+1}}{PA_{i,j}} \mid PA_{i,j} \right] = f_{i,j}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1.$
2. $PA_{i,1}, \dots, PA_{i,n}, PA_{j,1}, \dots, PA_{j,n}$ son independientes para el año de origen $i \neq j$. Esto es, los años de ocurrencia de los siniestros son independientes.
3. $V \left[\frac{PA_{i,j+1}}{PA_{i,j}} \mid PA_{i,j} \right] = \sigma_j^2,$
 $i = 0, 1, \dots, n-1, j = 0, 1, \dots, n-1.$

Las varianzas σ_j^2 de la hipótesis 3 del triángulo, son parámetros desconocidos, y Mack propone un estimador insesgado de la siguiente forma:

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{n-j-1} \sum_{i=1}^{(n-j,1)} \left[\frac{PA_{i,j+1}}{PA_{i,j}} \right]^2 \quad (5)$$

con $j = 0, 1, \dots, n-2$

Si las hipótesis se mantienen, el modelo *ChainLadder* de Mack proporciona un estimador insesgado para las reclamaciones *IBNR*

2.3. La distribución de las reservas mediante Bootstrap Chain-Ladder

Con el objetivo de lograr profundizar y mejorar los resultados, se implementan técnicas de reemuestreo *Bootstrap*, ya que con esta técnica se logran resultados adicionales tales como errores de predicción y una aproximación adecuada de la distribución de reservas. England y Verral (3) (4) propusieron un Bootstrap no paramétrico basado en los residuos del modelo de regresión subyacente de la técnica clásica de *ChainLadder*.

La idea principal del método *Bootstrap no paramétrico* consiste en abordar problemas de evaluación de la variabilidad de parámetros necesarias para la inferencia estadística, donde se utilizan muestras aleatorias que son generadas a partir de la distribución empírica $\mathbb{F}_{n,X}$, en lugar de utilizar solamente la muestra aleatoria de la distribución \mathbf{F} de la cual se supone provienen los datos.

Este método se divide en dos pasos principales

1. Dada la realización $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ de una muestra aleatoria simple $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$, el primer paso consiste en sustituir la F desconocida por la distribución empírica $\mathbf{F}_{n,X}$ y el segundo sustituir las variables aleatorias *iid* de la distribución F que aparecen en el problema de interés por muestras $\mathbf{X}^* = (X_1^*, \dots, X_n^*)$ generadas con

reemplazo a partir de la muestra original $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ por medio de la distribución empírica $\mathbf{F}_{n,X}$.

2. En el segundo paso cada muestra \mathbf{X}^* generada con reemplazo de \mathbf{X} usando $\mathbf{F}_{n,X}$ se la denomina una muestra *Bootstrap*.

El algoritmo *Bootstrap* para las reservas se describe a través de los siguientes pasos:

1. Se parte de los datos agregados en forma de triángulos y se trabaja con datos de reclamaciones incrementales $PA_{i,j}$ buscando predecir la parte inferior derecha del triángulo.
2. Se supone un modelo de Poisson con sobredispersión para modelar $PA_{i,j}$, $PA_{i,j} \sim ODP(\mu_{i,j}, \phi)$.
3. El valor esperado para $PA_{i,j}$ viene dado por $E(PA_{i,j}) = \mu_{i,j} = \exp(\alpha_i + \beta_j)$, donde α_i captura las tendencias en la dirección de los años de ocurrencia mientras que β_j captura los patrones o tendencias en los años de desarrollo.
4. La varianza de $PA_{i,j}$, $V(PA_{i,j}) = \phi\mu_{i,j}$ con $\phi > 1$.
5. Se estiman los parámetros α_i y β_j mediante el método de máxima verosimilitud. Y la idea es continuar con este modelo para lograr una distribución predictiva posterior para el monto de reclamaciones para lograr calcular cualquier medida de riesgo que se desee.
6. Se definen los residuos de Pearson correspondiente al modelo de Poisson con sobredispersión de la siguiente forma:

$$(r_p)_{i,j} = \frac{PA_{i,j} - \mu_{i,j}}{\sqrt{\mu_{i,j}}} \quad (6)$$

Donde, $PA_{i,j}$ es la cantidad observada en la parte superior del triángulo, mientras que $\mu_{i,j}$ es lo que se estima en dicha celda de la parte superior del triángulo. Por lo tanto, los residuos estimados de Pearson quedan definidos de la siguiente forma:

$$(\hat{r}_p)_{i,j} = \frac{PA_{i,j} - \hat{\mu}_{i,j}}{\sqrt{\hat{\mu}_{i,j}}} \quad (7)$$

Estos residuos son fácil de invertir y la base para configurar el *Bootstrap*, a partir del residuo y la estimación de $\mu_{i,j}$ se puede obtener $PA_{i,j}$:

$$\hat{P}A_{i,j} = r_{i,j}\sqrt{\hat{\mu}_{i,j}} + \hat{\mu}_{i,j} \quad (8)$$

De ese modo, el *Bootstrap* se lleva adelante con el siguiente algoritmo:

1. Se tiene el valor neto comprendido como el importe contable de los siniestros ocurridos en el período i y cuyo pago fue en el período de desarrollo j , $PA_{i,j}$, el triángulo superior. De dicho triángulo se obtiene los residuos de Pearson y también del modelo Poisson sobredisperso obteniendo $\hat{\mu}_{i,j}$.
2. Se crean nuevos triángulos de reservas, donde la idea es conseguir copias del triángulo original. Se reemuestra de los residuos calculados en el paso anterior con la condición de que los residuos tengan la misma probabilidad de ser elegidos en el proceso de reemuestreo. Se generan residuos *Bootstrap* $\hat{r}_{i,j}^*$ a partir de los residuos estimados $\hat{r}_{i,j}$ mediante muestreo con probabilidades iguales y con reemplazo.
3. Se regeneran incrementos a partir de la muestra *Bootstrap* de residuos obtenida en el paso anterior $\hat{r}_{i,j}^*$ y de las estimaciones de $\hat{\mu}_{i,j}$ para obtener un nuevo triángulo:

$$PA_{i,j}^* = \hat{r}_{i,j}^*\sqrt{\hat{\mu}_{i,j}} + \hat{\mu}_{i,j} \quad (9)$$

4. Regeneración de los datos acumulados, sumando los incrementos obtenidos en el paso anterior.
5. Se obtiene los factores de proyección *Bootstrap* mediante el método *ChainLadder* a partir de las muestras regeneradas.
6. Finalmente se llega al cálculo de las reservas bootstrap a partir de los datos regenerados y sus factores de proyección.

Los pasos que componen el algoritmo antes presentado se repiten un número elevado de veces y como resultado se obtiene una aproximación de la distribución de las reservas a través de la distribución empírica de las reservas *Bootstrap* generadas.

3. Aplicación

Para la aplicación se utiliza la librería **ChainLadder**, a través del software **R(5)**, donde para este caso en particular se opta por usar la base de datos *Historical Loss Development, Reinsurance Association of Ammerica (RAA)* (6). Estos datos permiten realizar un estudio sobre el desarrollo de perdidas producidos cada dos años por la Asociación de Reaseguros de América (RAA), que ha brindado una ayuda valiosa para los actuarios y otros especialistas en reservas de pérdidas a la hora de calcular reservas generales de reclamos de seguros para una compañía de seguros o reaseguros.

4. Resultados

Para presentar los resultados se considera un triángulo de liquidación del negocio automotriz. Se toma un triángulo con 10 años de accidentes y 10 años de desarrollo. A continuación se muestra el triángulo con el cual se trabaja y con el que se obtienen diversos resultados:

Origen/Desarrollo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1981	5012	8269	10907	11805	13539	16181	18009	18608	18662	18834
1982	106	4285	5396	10666	13782	15599	15496	16169	16704	NA
1983	3410	8992	13873	16141	18735	22214	22863	23466	NA	NA
1984	5655	11555	15766	21266	23425	26083	27067	NA	NA	NA
1985	1092	9565	15836	22169	25955	26180	NA	NA	NA	NA
1986	1513	6445	11702	12935	15852	NA	NA	NA	NA	NA
1987	557	4020	10946	12314	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1988	1351	6947	13112	NA						
1989	3133	5395	NA							
1990	2063	NA								

Figura 4: Matriz de triángulo de siniestros automotriz

Una vez que se cuenta con la matriz de los siniestros reportados en formato de triángulo como muestra la Figura 4, se calcula el incremento año tras año mediante la función *cum2incr*, y se logra el el triángulo de la Figura 5:

Inmediatamente después se calcula el triángulo de incrementos año a año, y se procede al cálculo de un triángulo que permite visualizar los siniestros acumulados año a año como se muestra en la Figura 6 mediante la función *incr2cum*.

Origen/Desarrollo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1981	5012	3257	2638	898	1734	2642	1828	599	54	172
1982	106	4179	1111	5270	3116	1817	-103	673	535	NA
1983	3410	5582	4881	2268	2594	3479	649	603	NA	NA
1984	5655	5900	4211	5500	2159	2658	984	NA	NA	NA
1985	1092	8473	6271	6333	3786	225	NA	NA	NA	NA
1986	1513	6445	11702	12935	15852	NA	NA	NA	NA	NA
1987	557	3463	6926	1368	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1988	1351	5596	6165	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1989	3133	2262	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1990	2063	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA

Figura 5: Matriz de triángulo incremento año a año según los accidentes reportados en la Figura 4

Origen/Desarrollo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1981	5012	8269	10907	11805	13539	16181	18009	18608	18662	18834
1982	106	4285	5396	10666	13782	15599	15496	16169	16704	NA
1983	3410	8992	13873	16141	18735	22214	22863	23466	NA	NA
1984	5655	11555	15766	21266	23425	26083	27067	NA	NA	NA
1985	1092	9565	15836	22169	25955	26180	NA	NA	NA	NA
1986	1513	6445	11702	12935	15852	NA	NA	NA	NA	NA
1987	557	4020	10946	12314	NA	NA	NA	NA	NA	NA
1988	1351	6947	13112	NA						
1989	3133	5395	NA							
1990	2063	NA								

Figura 6: Matriz de triángulo de los siniestros acumulados

Con los diferentes triángulos, se procede a calcular el *IBNR* mediante el método *Mack ChainLadder*. Para reproducir este método existe una función en el paquete *ChainLadder* (7) (8) (9) (4) la cual lleva el nombre **MackChainLadder**.

Mediante esta función es posible aplicar la metodología explicada en la sección anterior. Lo primero es conseguir los factores de desarrollo que se calculan como se mencionó en la hipótesis 1. Una vez que se consiguen los factores de desarrollo se obtiene el *IBNR* por cada año de origen como se muestra a continuación:

Tabla 1: Factores de desarrollo e *IBNR* desde 1981 hasta 1990

	Factores de desarrollo	<i>IBNR</i>
1981	3.00	0.00
1982	1.62	154.00
1931	1.27	617.00
1984	1.17	1636.00
1985	1.11	2747.00
1986	1.04	3649.00
1987	1.03	5435.00
1988	1.02	10907.00
1989	1.01	10650.00
1990	1.00	16339.00

En este caso el factor cola, aplicando un modelo *log-lineal* muestra un valor de 1,0095 Como resultado final aplicando el método *Mack ChainLadder* se consigue el objetivo principal, el cual es pronosticar el desarrollo futuro de las reclamaciones en la esquina inferior del triángulo para el período de desarrollo de 10 años. En la Figura 7 se puede apreciar el triángulo pronosticado (valores en color rojo).

Origen/Desarrollo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1981	5012	8269	10907	11805	13539	16181	18009	18608	18662	18834
1982	106	4285	5396	10666	13782	15599	15496	16169	16704	16857.9
1983	3410	8992	13873	16141	18735	22214	22863	23466	23863.4	24083.4
1984	5655	11555	15766	21266	23425	26083	27067	27967.3	28441	28703.1
1985	1092	9565	15836	22169	25955	26180	27227.9	28185.2	28662.6	28926.7
1986	1513	6445	11702	12935	15852	17649.4	18389.5	19001.2	19323	19501.1
1987	557	4020	10946	12314	14428	16063.92	16737.6	17294.3	17587.21	17749.3
1988	1351	6947	13112	16663.9	19524.7	21738.45	22650	23403.5	23799.8	24019
1989	3133	5395	8758.9	11131.6	13042.6	14521.4	15130.4	15633.7	15898.5	16044
1990	2063	6187.7	10045.8	12767.1	14958.9	16655	17353.5	17930.7	18234.4	18402.4

Figura 7: Matriz de triángulo de los siniestros pronosticados

Luego de haber presentado los resultados brindados por el método *Mack ChainLadder*, se consignan los resultados que se logran utilizando la técnica *Bootstrap*. Partiendo del

triángulo 6, y suponiendo que es adecuado considerar un modelo Poisson con sobredispersión para $PA_{i,j}$, el paquete *ChainLadder* brinda un función para aplicar dicha técnica de reemuestreo, la cual lleva el nombre de `BootChainLadder` (3) (10). El *input* para dicha función es el triángulo que aparece en la Figura 6 y se simulan 999 triángulos más, y por cada triángulo se calcula el valor del *IBNR* y en la Figura 8 se puede apreciar la distribución en el muestreo que permite una aproximación de la distribución de las *Reservas de Siniestros Incurridos pero no Reportados (IBNR)*.

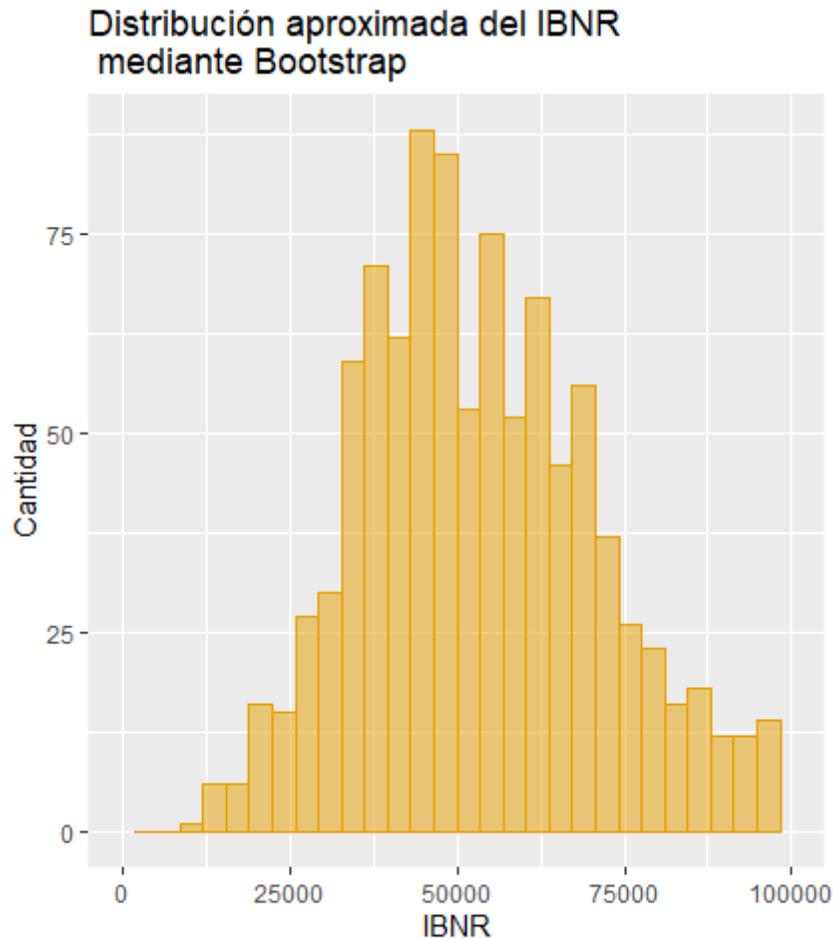


Figura 8: Distribución aproximada del IBNR mediante la técnica de Bootstrap No Paramétrico

5. Conclusiones y trabajos a futuro

A modo de resumen para este trabajo se puede decir que el método *ChainLadder* es una herramienta muy importante en el área Actuarial, especialmente al realizar estudios sobre seguros para el ramo de No Vida. Utilizando la base de datos *Historical Loss Development, Reinsurance Association of America (RAA)*, se consigue mediante la técnica *Mack ChainLadder* una predicción del *IBNR* para 10 años de desarrollo y, por otro lado, mediante la técnica *Bootstrap* de reemuestreo se consigue una aproximación de las reservas correcta. Este método presenta una alta gama de variantes, como, *Munich ChainLadder*, *Bornhuetter-Ferguson*, donde las mismas quedan para ser aplicadas a futuros trabajos, así como considerar una perspectiva multivariada usando más de un triángulo en forma simultánea.

Referencias

- [1] Gesmann, M. and Murphy, D. and Zhang, Y. and Carrato, A and Wuthrich, M. and Concina, F. and Dal Moro, E., *ChainLadder: Statistical Methods and Models for Claims Reserving in General Insurance*, 2012.
- [2] Mack, T, *Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates*. Astin Bulletin. Vol. 23. No 2. pp.213:225, 1993.
- [3] England, PD. and Verrall, RJ., *Stochastic Claims Reserving in General Insurance (with discussion)*, 2002.
- [4] Verrall, R. and England, P., *Stochastic Claims Reserving in General Insurance. British Actuarial Journal*, 8(3), 443-518, 2002.
- [5] R Core Team, *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2021. [Online]. Available: <https://www.R-project.org/>
- [6] Reinsurance Association of America , *Historical Loss Development Study*, 1991.
- [7] Gesmann, M. and Murphy, D. and Zhang, Y. and Carrato, A and Wuthrich, M. and Concina, F. and Dal Moro, E., *ChainLadder: Statistical Methods and Models for Claims Reserving in General Insurance*, R package version 0.2.15, <https://CRAN.R-project.org/package=ChainLadder>, 2022.
- [8] Mack, T, *The standard error of chain ladder reserve estimates: Recursive calculation and inclusion of a tail factor*. Astin Bulletin. Vol. 29. No 2. pp.361:366, 1999.

- [9] Murphy and Daniel M., *Tunbiased Loss Development Factors. Proceedings of the Casualty Actuarial Society Casualty Actuarial Society - Arlington, Virginia, 1994.*
- [10] Barnett and Zehnwirth, *The need for diagnostic assessment of bootstrap predictive models*, Insureware technical report, 2007.