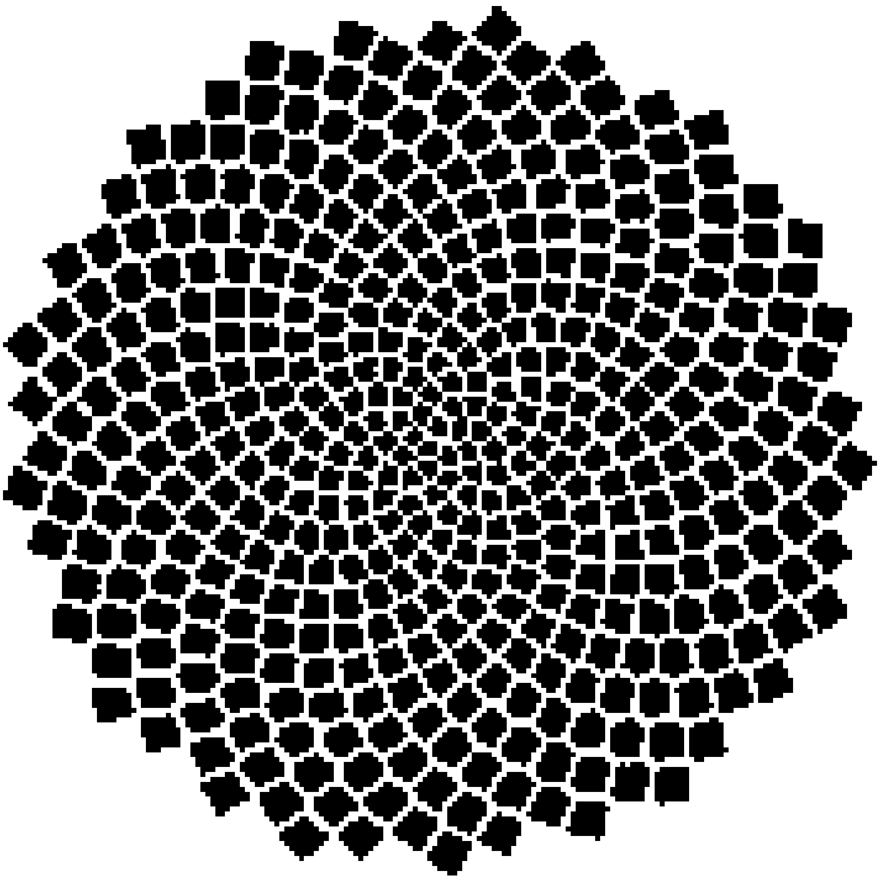
DAHA DERİNLEMESİNE İNCELENMEYİ BEKLEYEN

MATEMATİK KONULARI

Prof. Dr. Erdal Fırat



17 Mart 2024

Matematik, sonsuz bir keşif alanıdır ve hala daha derinlemesine araştırılmayı bekleyen birçok ilginç formül ve teoremi içerir. İşte bazı daha az bilinen matematiksel konular ve formüller:

Ramanujan Sayıları:

Matematikçi Srinivasa Ramanujan tarafından keşfedilen bu sayılar, matematiksel güzellik ve gizemle doludur. Örneğin, **1729**, “ilginç bir sayı” olarak bilinir çünkü iki farklı şekilde iki küp toplamı olarak ifade edilebilir: (1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3).

Chaitin Sabiti (Omega Sayısı):

Bilgisayar biliminde ve matematiksel teoride kullanılan bu sayı, hesaplanamaz ve rastgele görünür. Chaitin sabiti, algoritmaların ne kadar karmaşık olduğunu ölçmek için kullanılır.

Bu karmaşık kavramı daha iyi anlamak için matematiksel bir ifadeye dökelim. **Chaitin Sabiti** (Ω) şu şekilde ifade edilir:

$$\Omega = \sum_{p} 2^{-|p|}$$

Burada:

p, bir programın kodunu temsil eden bir dize.

|p|, p’nin uzunluğu (bit sayısı).

Toplam, tüm programların olasılıklarının toplamını ifade eder.

Bu ifade, programların olasılıklarının toplamını hesaplar ve **Chaitin Sabiti**’ni temsil eder. Ancak, bu sayının tam değeri hesaplanamaz ve rastgeledir.

Collatz Problemi (3n+1 Problemi):

Collatz Problemi, matematikte bir sayı dizisini oluşturan bir işlem kümesidir. Bu dizi, aşağıdaki adımlarla başlar:

Bir pozitif tamsayı seçin (bu sayıya **n** diyeceğiz).

Eğer **n** çiftse, **n**’yi 2’ye bölelim.

Eğer **n** tekse, **n**’yi 3 ile çarpıp 1 ekleyelim.

Elde edilen sonuçla aynı işlemi tekrarlayalım.

Bu adımları sırayla uygulayarak bir dizi oluşturabiliriz. Örneğin, **n = 6** ile başladığımızda:

n = 6 (çift) → **n = 3**

n = 3 (tek) → **n = 10**

n = 10 (çift) → **n = 5**

n = 5 (tek) → **n = 16**

n = 16 (çift) → **n = 8**

n = 8 (çift) → **n = 4**

n = 4 (çift) → **n = 2**

n = 2 (çift) → **n = 1**

Bu işlem sonucunda **1**’e ulaşırız ve dizi sonlanır. **Collatz Problemi**, herhangi bir pozitif tamsayıyla başladığınızda sonunda **1**’e ulaşacağını iddia eder, ancak bu henüz kanıtlanmış değildir. Bu problem, matematiksel araştırmalar ve bilgisayar simülasyonları için ilginç bir konudur.

$$\text{Collatz Problemi: } n \rightarrow \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{eğer } n \text{ ćiftse} \\ 3n+1 & \text{eğer } n \text{ tekse} \end{cases}$$

Bu basit kurala göre, bir pozitif tamsayıyı ikiye böleriz (eğer çiftse) veya üçe çarparız ve 1 ekleriz (tekse). Bu işlemi tekrar tekrar uygulayarak sonunda her sayının 1'e ulaşıp ulaşmadığını araştırırız. Henüz bu problemin genel çözümü yoktur.

Bağımsızlık Aksiyomları:

Zermelo-Fraenkel set teorisinin temelini oluşturan bu aksiyomlar, matematiksel yapıların temelini oluşturur. Örneğin, **Continuum Hipotezi**, matematiksel evrende kaç sayı olduğunu araştırır.

Bağımsızlık Aksiyomları, olasılık teorisinin temel taşlarından biridir. Bu aksiyomlar, rastgele olayların matematiksel olarak nasıl ele alınacağını belirler. İşte bu aksiyomların tanımı:

Örnek Uzayı (Sample Space): İlgilenen rastgele olayın alabileceği tüm değerleri içeren uzaydır. Örneğin, bir zar atışında gelebilecek sayıların tümü örnek uzayı oluşturur.

Olasılık Aksiyomları:

Bir Olayın Olasılığı (Probability of an Event): Bir rastgele olayın görülme ihtimalini ifade eder. Bu olasılık değeri 0 ile 1 arasında olmalıdır.

Toplam Olasılık Aksiyomu (Law of Total Probability): Bir olayın olasılığı, bu olayın gerçekleşme ihtimalinin tüm alt olayların olasılıklarıyla toplamına eşittir.

Bağımsızlık Aksiyomu (Independence Axiom): İki olayın birbirinden bağımsız olması durumunda, bu olayların olasılıklarının çarpımı, bu iki olayın birlikte gerçekleşme olasılığını ifade eder.

Rastgele Değişken (Random Variable): Gelecekteki bir gözlemde alacağı değer önceden kesinlikle bilinemeyen bir değişkendir. Örneğin, bir zar atışında gelecek sayının önceden bilinememesi bir rastgele değişkeni temsil eder.

Bu aksiyomlar, olasılık teorisinin temelini oluşturur ve belirsizlik taşıyan olayları matematiksel olarak ele almak için kullanılır.

Sierpinski Üçgeni:

Matematikçi Wacław Sierpiński tarafından keşfedilen bu fraktal, sonsuz bir üçgen yapısıdır. Her adımda üçgenin içine daha küçük üçgenler yerleştirilir ve bu süreç sonsuz kez tekrarlanır.

Bu üçgenin oluşturulma kuralı şu şekildedir:

Bir eşkenar üçgen çizilir.

Üçgenin kenarları 1/2 oranında küçültülerek kendine benzeyen üçgenler oluşturulur.

Bu işlem sonsuz kez tekrarlanır, her seferinde ortadaki üçgen kaldırılarak.

Sierpiński Üçgeni, matematiksel güzellik ve karmaşıklık açısından büyüleyici bir örnektir.

Bu işlem sonsuz kez tekrarlandığında, Sierpiński Üçgeni'nin detaylı yapısı ortaya çıkacaktır. Matematiksel olarak:

Başlangıç üçgenin kenar uzunluğu: L0

Her adımda oluşan üçgenlerin kenar uzunluğu:

$$L_n = \frac{L_{n-1}}{2}$$

Bu basit algoritma ile Sierpiński Üçgeni'nin büyülü desenini oluşturabilirsiniz!

<u>**Kolmogorov Karmaşıklığı**:</u>

Bir dizeyi en kısa şekilde tanımlayan bir Turing makinesinin uzunluğunu ifade eder. Bu kavram, bilgi sıkıştırma ve veri sıkıştırma alanlarında önemlidir.

Bilgisayar biliminde bir nesnenin tanımlanması için gereken **bilgi işlemsel kaynakların ölçüsü**dür. Bu kavram, bir metin parçası gibi bir nesnenin en kısa şekilde nasıl tanımlanabileceğini ifade eder. Örneğin, iki karakter dizisi ele alalım:

0101010101010101010101010101010101010101010101010101010101010101010101
010101010101010101010101010101

1100100001100001110111101110110011111010010000100101011110010110001101
111111010001100011011001110111

Birinci karakter dizisi, Türkçe olarak "01'in 50 tekrarı" şeklinde kısaca ve tam olarak tanımlanabilirken, ikinci karakter dizisi bu şekilde tanımlanamaz. İkinci karakter dizini, en kısa ifade edilişi olarak kendisini yazmakla tanımlanır. Yani, bir karakter dizisinin karmaşıklığı, sabit bir tanımlama dilinde o karakter dizinin en kısa ifadesidir.

Bu formüller ve konular, matematik dünyasında daha fazla keşif yapmak için sadece bir başlangıç noktasıdır. Her biri kendi derinlikleri ve ilginç özellikleriyle doludur. Umarım bu makale, bilim dünyası için ilham verici olur.

İntihal Raporu: