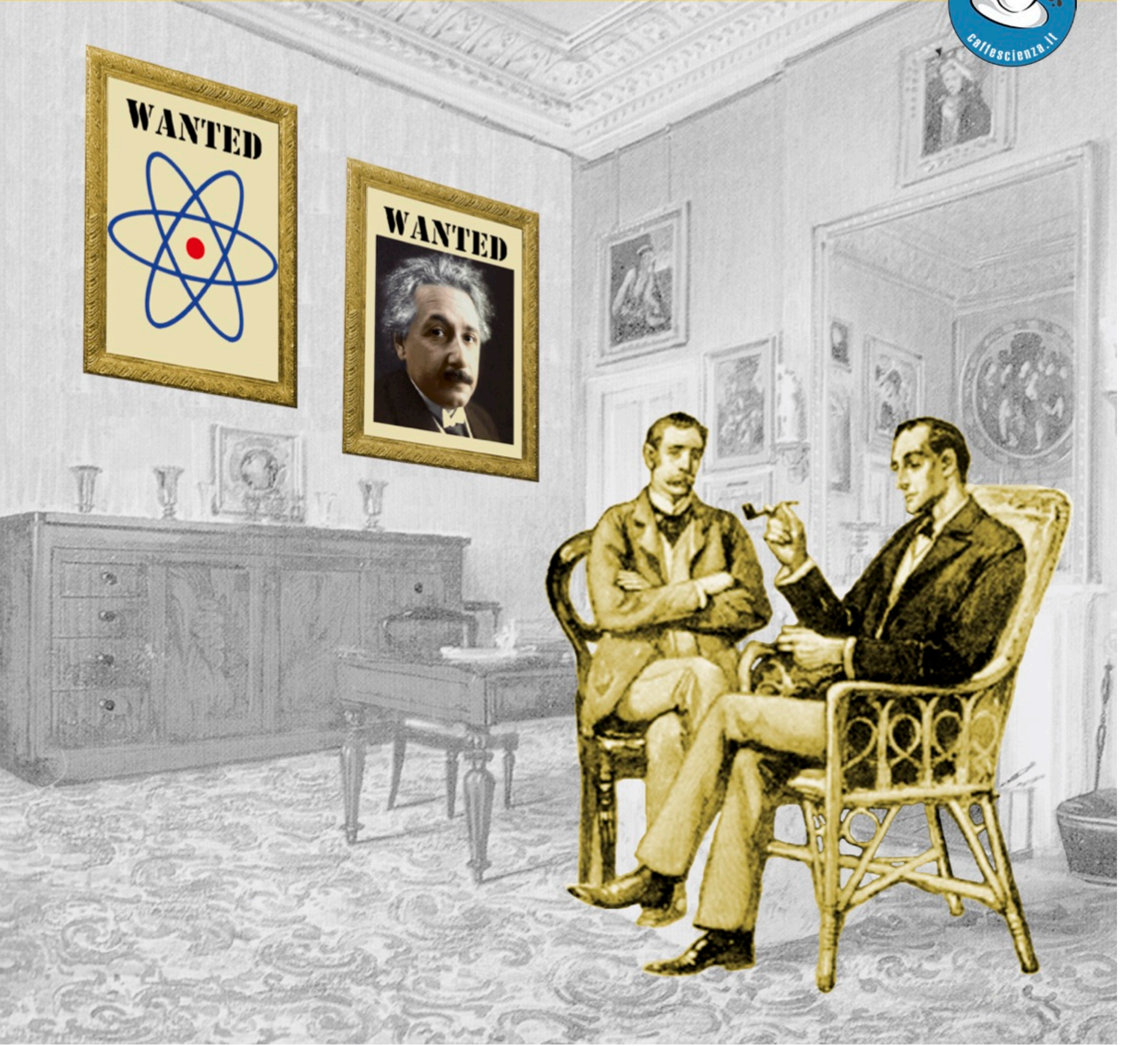
Franco Bagnoli

IL TACCUINO DEL DR. WATSON

ovvero: dove si nasconde la fisica nella vita di tutti i giorni?

apice libri



Seconda di copertina

«Mio caro amico», disse Sherlock Holmes mentre ci eravamo seduti l'uno di fronte all'altro ai lati del caminetto nel nostro appartamento di Baker Street, «la vita è infinitamente più bizzarra di qualsiasi fantasia l'uomo possa concepire. Non oseremmo nemmeno immaginare quelli che in effetti non sono altro che eventi comuni della nostra esistenza. Se potessimo volare, tenendoci per mano, fuori da quella finestra per osservare dall'alto questa grande città, scoperchiare gentilmente i tetti e osservare le stranezze che accadono, le coincidenze bizzarre, i piani che vengono elaborati, le finalità contrastanti, il meraviglioso concatenarsi degli eventi nell'arco delle generazioni e i risultati quanto mai bizzarri, outrè, che ne derivano, qualsiasi romanzo con i suoi convenzionalismi e le sue conclusioni scontate ci apparirebbe vieto e trito.»

Conan Doyle, A. (1891). *Un caso di identità*.

Terza di copertina

Franco Bagnoli, classe 1961, è un fisico teorico della materia e lavora nel Dipartimento di Fisica dell'Università di Firenze. È membro del Centro Interdipartimentale per lo Studio di Dinamiche Complesse, sempre dell'Università di Firenze, è associato al CNR (Istituto dei Sistemi Complessi) ed è il coordinatore nazionale dell'iniziativa PlexNet (reti complesse) dell'INFN. È stato coordinatore di vari progetti europei e nazionali.

Il suo campo di ricerca riguarda la dinamica e statistica dei sistemi composti da molte parti, con interazioni non-lineari, spesso discreti e/o definiti su reti disordinate e che mostrano comportamenti collettivi, i cosiddetti sistemi complessi. Questi studi sono stati applicati a modelli in fisica, chimica, informatica, teoria dell'evoluzione, scienze cognitive.

Si occupa anche di divulgazione e di partecipazione. È presidente dell'Associazione Caffè-Scienza di Firenze, ed è il responsabile dello Sportello della Scienza dell'Università di Firenze.

Insegna fisica computazionale e tecniche comunicative in ambito scientifico.

Quarta di copertina

È il 1926 e la polizia londinese sta cercando affannosamente di scoprire dove si è nascosta la Fisica. Il Professore, un suo spasimante che assomiglia in maniera inquietante ad Albert Einstein, è sospettato di complicità, per quanto si affanni a dire che, al contrario, ha sempre cercato di mostrare dove Lei sia a tutto il mondo.

Data la situazione disperata, vengono richiamati in servizio Sherlock Holmes e il Dr. Watson, che esaminano i vari indizi presenti sulla scena del delitto, sospettando che la Fisica in realtà sia nascosta dappertutto nella vita di tutti i giorni.

Il Dr. Watson annota diligentemente le varie scoperte sul suo taccuino, appunti che noi possiamo adesso finalmente esaminare, lasciandoci coinvolgere in questa ultima avventura dei due investigatori fino al sorprendente e inaspettato finale.

Acquistando questo libro supportate l'Associazione Caffè-Scienza (www.caffescienza.it), che organizza incontri partecipativi su temi scientifici e tecnologici a Firenze, Prato e dintorni.

ISBN 788899176525

http://www.apicelibri.it/catalogo/il-taccuino-del-dr-watson/354

Indice

Introduzione

La fisica è difficile!
È vero. Se la fisica fosse facile sarebbe stata scoperta prima. La fisica (moderna) è piuttosto giovane, ha solo 400 anni. La matematica è molto più antica, risale ad almeno 5000 anni fa. La scrittura la precede di molto. La parola, e con lei la storia, i racconti, l'arte sono nate ancora prima. E forse prima della parola è venuta la musica e la danza. Non a caso quindi troviamo insopportabilmente difficile questa costruzione tardiva e artificiale.
In realtà dovremmo stupirci di essere persino capaci di elaborare un ragionamento così sofisticato come quello che richiede la fisica. La nostra mente è un prodotto dell'evoluzione, come il resto del nostro corpo. L'evoluzione procede, grosso modo, in due maniere: elimina gli individui inadatti a sopravvivere in un determinato ambiente, e impedisce a chi non è "socialmente" (o sessualmente) adatto ad accoppiarsi e riprodursi.
È da tempo che propongo l'eliminazione fisica degli studenti che falliscono l'esame di fisica, così che tutta l'umanità potrebbe progredire verso questa conoscenza, ma mi dicono che non è fattibile.
Alternativamente, si potrebbe supporre che essere un/una nerd in fisica sia sessualmente attrattivo, ma posso garantire che non è così.
In realtà è probabile che la nostra "mente razionale" sia un sottoprodotto di qualcos'altro, magari il "cervello machiavellico" che è necessario, questo sì, per prosperare: fregare gli altri, "cuccare" i migliori esponenti dell'altro sesso, e cose del genere.
Però, purtroppo per voi, l'universo segue le leggi della fisica. Non pensate alle miriadi di equazioni per i vari problemi: intendo le leggi fondamentali, tipo la legge di inerzia o il principio di relatività. Devo dire che queste leggi sono affascinanti: non sono molte, giusto una manciata, e anche la sofisticazione matematica necessaria per avere una comprensione di base non è molto più di quella che si impara al liceo scientifico. Ma con queste leggi si spiega tutto il mondo! Beh, almeno in linea di principio. Quello che veramente mi attira nella fisica, e che spero di riuscire a trasmettere a tutti voi, è che le stesse poche leggi si combinano in tanti differenti modi, come mattoni di un lego cosmico.
Quando ho cominciato a scrivere questo libro, mi è sembrata una buona idea impostarlo come un giallo, con Sherlock Holmes e il dr. Watson che cercano di scoprire dove è nascosta la Fisica nella vita di tutti i giorni, e mi sono divertito a disseminare qua e là le citazioni di Conan Doyle, e immaginare di

essere nel 1926 (con molte licenze poetiche) e al corrente dello sviluppo della scienza, in particolare della fisica, cosa assolutamente non banale.

Dopo un po' mi sono reso conto che stavo scrivendo un testo di divulgazione usando l'artificio retorico del "dialogo"! Beh, non volevo certo scimmiottare il grande Galileo, ma devo dire che in questa maniera si riesce a vivacizzare un argomento che altrimenti tende a diventare noioso e didascalico. Spero soprattutto di essere riuscito ad evitare l'effetto "so tutto io" di tanti autori quando espongono la loro materia di studio. Anzi, sono sicuro di averlo evitato in quanto in questo libro è Sherlock che sa tutto!

Il titolo del libro ovviamente scimmiotta quello dell'ultima raccolta di racconti di Sir Conan Doyle,[1] ma del resto sappiamo di sicuro che il Dr. Watson teneva un suo taccuino in cui appuntava le avventure passate con Holmes.[2]

In fisica, partendo da un qualsiasi argomento, si può divagare all'infinito. In un libro di testo questo stile sarebbe estremamente dispersivo, ma forse in un libro divulgativo le divagazioni possono contribuire a dare l'idea dell'unità della fisica. Per questo non ho "ripulito" il flusso di coscienza delle conversazioni tra Sherlock e Watson. Sarebbe stato forse più facile dividere gli argomenti tra "meccanica", "termodinamica", "elettricità e magnetismo" e così via, come si fa a scuola. Ma la natura non è fatta così. Tutto è mescolato!

Un'altra cosa che per me è molto importante è il ruolo dei modelli. Come argomentano i nostri due investigatori nel corso del racconto, non abbiamo una vera conoscenza diretta della realtà: tutti i segnali esterni sono filtrati ed elaborati dal nostro cervello e inseriti in degli "schemi" definiti, oppure presi come eccezioni.[3] Ma il nostro cervello funziona così bene con gli schemi che tende a dimenticarsi delle eccezioni (altrimenti le mie figlie non riuscirebbero a farsi dare gli "extra" oltre alla paghetta). Gli "schemi" in fisica e in tutte le scienze si chiamano "modelli", e non ce n'è uno solo, adatto per tutte le stagioni: quelli troppo fondamentali sono così dettagliati che non è possibile usarli nei casi pratici, quelli approssimati funzionano solo in determinate circostanze. Così, a seconda del contesto, si parla di quark, di protoni, e neutroni, di nuclei ed elettroni, di atomi e molecole, di cellule, di neuroni e tessuti, di cultura e arte, eccetera, eccetera… In questo libro mi sono limitato ai nuclei, elettroni, fotoni, atomi e molecole.

---

[1] Conan Doyle, A. (1927). *Il taccuino di Sherlock Holmes*. https://it.wikipedia.org/wiki/Il_taccuino_di_Sherlock_Holmes

[2] Conan Doyle, A. (1905). *L'avventura del ciclista solitario*, ne *Il ritorno di Sherlock Holmes*. (1917). *L'avventura di Wisteria Lodge*, ne *L'ultimo saluto di Sherlock Holmes*.

[3] Anche se questo è deprecato da Sherlock Holmes: "Non faccio mai eccezioni. Un'eccezione contraddice la regola". Conan Doyle, A. (1890). *Il segno dei quattro*.

Ho cercato di utilizzare per gli esempi materiale facilmente reperibile: si possono riprodurre quasi tutti gli esperimenti descritti a casa, con poca spesa. Potete trovare altri dettagli e altri spunti su fisicax.complexworld.net (sito ovviamente sempre in costruzione).
La prima versione di questo libro era piena di formule. Poi ho letto che ogni formula dimezza il numero dei potenziali lettori.[4] Questo libro ha un ovvio bacino di utenza potenziale formato da tutti gli italiani capaci di leggere, ovvero circa 50 milioni di persone (sono ottimista). Nella prima versione c'erano più o meno 50 formule, quindi avrei dovuto dividere questi 50 milioni per due 50 volte, ovvero li avrei dovuti dividere per $2^{50} = (2^{10})^5$. Dato che $2^{10} = 1024 \simeq 1000$, $2^{50} \simeq 1000^5 = 10^{15}$, quindi avrei avuto un pubblico stimato di

$$\frac{5 \cdot 10^7}{10^{15}} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ persone!}$$

Sono subito corso ai ripari e ho messo tutte le formule (tranne questa) nelle note, così adesso mi posso godere i miei 25 milioni di lettori.
In realtà non è vero. Nei capitoli finali delle formule ci sono, perché non sono riuscito ad eliminarle. Devo confessare a me i libri (scientifici) senza formule fanno paura: queste espressioni sono una stenografia che ha preso un bel po' di tempo per essere elaborata e che rende possibile la manipolazione delle equazioni. Inoltre con le formule è più facile verificare numericamente, almeno in maniera approssimata, se le ipotesi sono verificate e che la spiegazione dell'effetto sia quella giusta. La fisica è una scienza sperimentale: le costruzioni teoriche senza possibilità di verifica sono guardate molto male (ovviamente io mi occupo proprio di modelli teorici…).
Avrei anche voluto inserire le derivazioni di tutte le formule, in maniera semplificata, a partire dalle leggi fondamentali, ma sarebbe venuto fuori un volume di 1000 pagine.
I più volenterosi potranno cercare tutti gli errori che ho seminato nelle varie sezioni (sia chiaro: se li trovate è perché l'ho fatto di proposito per vedere se mi seguivate! Almeno questa è la scusa che uso sempre a lezione).
Un grazie ovviamente ad Albert Einstein alias "il Professore". In fondo questo libro ripercorre gran parte delle sue scoperte.

Borgo S. Lorenzo (FI).

---

[4] Stewart, I. (2017). *Le 17 equazioni che hanno cambiato il mondo* (riferendo la frase a Stephen Hawking).

Ouverture

Per Sherlock Holmes lei era **la** donna. Raramente l'ho sentito riferirsi a questa persona in altro modo; ai suoi occhi ella primeggiava su tutte le altre e le oscurava.[6]

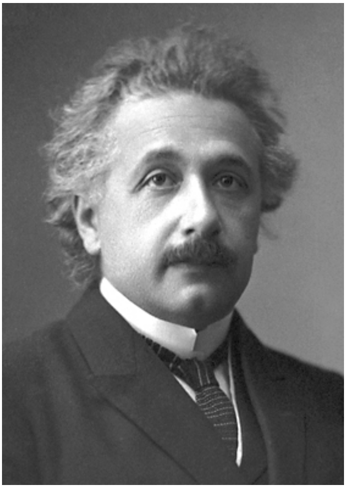


Figura 1. Il Professore.[5]

Scena 1

Una stanza con un tavolino da tè con sopra due tazze, una teiera, una caffettiera, una ciotola di panna, cucchiaini, zuccheriera, una bottiglia d'acqua, una di vino, una di champagne, bicchieri. Due poltroncine di vimini. Nella parete di fondo c'è la porta di ingresso, una porticina che dà su uno sgabuzzino, e una porta-finestra che dà su un giardino. Alla parete è appoggiata una bicicletta e ci sono vari poster.
Il Professore, col baffo che conquista (figura 1), sta nervosamente dando l'ultima sistemata alle tazze e chicchere sul tavolino, aggiusta le poltroncine... Evidentemente sta attendendo qualcuno (o qualcuna) a cui tiene.
Suona il campanello, il Professore si precipita ad aprire la porta, ed entra una bella donna (figura 2), con un lungo cappotto rosso e un cappello a tesa larga, sempre rosso, con veletta.
Il Professore galantemente la aiuta a levarsi cappotto e cappello, che appende ad un attaccapanni.

P: Cara, finalmente! Non vedevo l'ora che tu arrivassi!

X: Ma mio caro Albert, lo sai che arrivo sempre in tempo, né un minuto prima né un minuto dopo.

P: Ma vieni, siediti! Tè? Caffè? Champagne? Un bicchiere di questa deliziosa acqua francese? O forse un calice di Bordeaux? Lo imbottiglio io, sai?

X: Prendo un caffè. Con un po' di panna, grazie.

Il Professore versa il caffè per lei e il tè per sé, e le porge la ciotola con la

---

[5] Albert Einstein nel 1921, immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Albert_Einstein

[6] Conan Doyle, A. (1891). *Uno scandalo in Boemia* da *Le avventure di Sherlock Holmes.*

panna. Quando lei sta per prenderla, le afferra il braccio.

P: Non posso più attendere. Devo dirti quello che provo! Ormai penso a te tutto il tempo, notte e giorno! Cara! Vuoi...

In quel momento si sente bussare fortemente alla porta.

(voce da fuori): Aprite! Polizia! Sappiamo che sei lì dentro! Ti abbiamo visto entrare, carina! Aprite o buttiamo giù la porta!

X: Sono qui per me! Mi prenderanno e mi rinchiuderanno in qualche posto polveroso! Che posso fare?

Figura 2. Irene Adler, "la" donna per Sherlock Holmes.[7]

Il Professore prende il cappotto e il cappello dall'attaccapanni, e apre la porticina. Si vede uno stanzino pieno di oggetti.

P: Presto! Nasconditi qui dentro, insieme a queste cianfrusaglie, nessuno penserà a cercarti qui! Ci penserò io a trascinarli via!

Il Professore indossa in fretta il cappotto e il cappello, monta sulla bicicletta appoggiata lì vicino e fugge dalla porta-finestra, mentre la porta crolla sotto i colpi. Entra un commissario (Lestrade) che grida:

L: Accidenti! Siamo arrivati tardi! Non c'è nessuno! Ah, no! (guardando dalla porta-finestra) Eccola lì! Ehi, voi! (affacciandosi alla porta) Sta fuggendo in bici dal giardino (figura 3)! Preparate l'auto per inseguirla!

Lestrade esce correndo.

Scena 2

Il commissario è in piedi nel mezzo della stanza, e sta parlando con un poliziotto che gli ha portato qualcosa. Un altro poliziotto si affaccia alla porta.

Poliziotto2: È arrivato il sig. Holmes!

Entrano Sherlock Holmes e il Dr. Watson, entrambi piuttosto vecchi. Il commissario liquida i poliziotti e si fa loro incontro, sorridendo.

[7] Disegno di Dana Gibson, C. (1891). https://it.wikipedia.org/wiki/Irene_Adler

Figura 3. Il Professore in bicicletta a Santa Barbara, California nel 1933.[8]

L: Caro Holmes! Non so come ringraziarla per aver risposto al mio disperato appello! Come vanno i suoi attacchi reumatici? So che da molti anni vive in una piccola fattoria sulle Dune a cinque miglia da Eastbourne, dove passa il suo tempo dedicandosi alla filosofia e all'apicoltura, e che non è più attivo dal 1914,[9] ma sono certo che il suo cervello sia ancora brillante anche dopo questa guerra così catastrofica. Buona sera anche a lei, Dr. Watson!

H: Mio caro Lestrade, come sta? La trovo un po' invecchiato. Si vede che la polizia londinese non manda mai in pensione i suoi valenti ispettori! Ho saputo che stavate quasi per prendere la Fisica.

L: Già, ma come al solito ci è sfuggita! Avevamo circondato l'appartamento, e anche se quasi tutti noi siamo corsi dietro al Professore, siamo sicuri che non sia uscita da qui!

H: Almeno il Professore l'avete preso?

L: Sì, è scappato in bicicletta lungo il Tamigi, e stavamo per perderlo se non fosse scivolato sulla strada ghiacciata, vicino ai Canary Wharf, all'ingresso della Isle of Dogs. Ci ha detto che la sua intenzione era poi di costeggiare il Lea River e rifugiarsi a House Mill, dove ha degli amici.
La strada era così scivolosa per il ghiaccio che abbiamo dovuto spargere il sale sulla strada per riuscire a ripartire. E meno male che c'era bassa marea,

8 Immagine da https://it.pinterest.com/pin/75576099970350640/
9 Conan Doyle, A. (1917). *L'ultimo saluto.*

altrimenti con tutto il traffico generato dai battelli che attraccano, l'avremmo sicuramente perso.

H: E cosa ha detto?

L: Lui dice che basta seguire attentamente le sue lezioni per scoprire dove si nasconde la Fisica, che lui non l'ha mai nascosta. Abbiamo anche esaminato le trascrizioni delle sue lezioni, ma senza capirci nulla. Lei è la nostra ultima speranza, Holmes!

H: Farò del mio meglio. Avete raccolto degli indizi?

L: Ho fatto portare tutto qui. Questo è quello che aveva preparato il Professore: il tè, il caffè con la panna ancora da versare, e poi ecco la bicicletta con cui è fuggito, una carta di Londra, il sale, e tutti questi oggetti trovati nello sgabuzzino. Le lascio tutto l'incartamento. Mi faccia sapere al più presto!

Il commissario esce.

Scena 3

Holmes e Watson sono rimasti soli nella stanza. Holmes si siede tranquillamente e si accende la pipa (figura 7).

W: Questo ha l'aria di essere un mistero veramente insolubile! Dove potrà mai nascondersi la Fisica se qui hanno perquisito tutto?

H: Lestrade riesce a trovare qualcosa solo se segue un ragionamento deduttivo, ma qui occorre invece esercitare la sottile arte dell'abduzione, che modestamente ho inventato io.[10]

W: Ricordo il suo articolo *Il libro della vita*,[11] a proposito della deduzione e dell'induzione, ma il ragionamento abduttivo è per me nuovo...

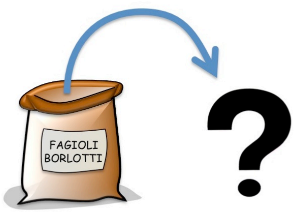


Figura 4. Deduzione.

H: Non c'è niente di nuovo sotto il sole. Tutto è già stato fatto prima.[11] Cercherò di spiegarmi con un esempio che anche Lestrade potrebbe capire. Prendiamo un sacchetto di fagioli borlotti. Se ne pesco uno senza farglielo vedere (figura 4), di che tipo si aspetta che sia?

---

[10] L'abduzione in realtà è stata introdotta nella logica da Aristotele e nella pratica scientifica da Charles Sanders Peirce. https://it.wikipedia.org/wiki/Abduzione

[11] Conan Doyle, A. (1887). *Uno studio in rosso*.

W: Borlotto, ovviamente!

H: E questo è il ragionamento deduttivo. Ma adesso supponiamo che io non le dica di che tipo sono i fagioli nel sacchetto, ma che le mostri che quelli che ho pescato sono borlotti (figura 5). Cosa direbbe?

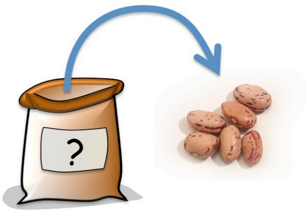


Figura 5. Induzione.

W: Beh, direi che nel sacchetto ci sono dei fagioli borlotti, e potrei ipotizzare che forse sono tutti così, anche senza esserne sicuro.

H: Bene! Questo è il ragionamento induttivo, e molti pensano che sia così che ragionano quelli che svolgono delle indagini, ovvero i ricercatori e gli investigatori come me.

W: Anch'io la pensavo così! E invece?

H: Supponiamo adesso che sulla scena del delitto ci sia un sacchetto di fagioli borlotti, e si trovino alcuni fagioli maculati stretti nel pugno della vittima (figura 6). Cosa direbbe?

W: Vediamo... Direi che i fagioli provengono probabilmente dal sacchetto, e che quindi la vittima e il sacchetto hanno qualcosa a che fare tra loro.

H: Eccellente, caro Watson! Ecco un esempio di ragionamento abduttivo! Il mondo è pieno di cose ovvie che nessuno si prende mai la cura di osservare.[12]

W: Non mi dirà che ha lei ha già capito dov'è nascosta la Fisica, tra questi oggetti della vita di tutti i giorni!

H: È elementare, mio caro Watson! Una volta eliminato l'impossibile, ciò che resta, per quanto improbabile, deve essere la verità.[13] Venga, sieda su questa comoda poltroncina e mi lasci illustrare qualche elemento che può esserle

Figura 6. Abduzione.

[12] Conan Doyle, A. (1901). *Il mastino dei Baskerville*.
[13] Conan Doyle, A. (1890). *Il segno dei quattro*.

sfuggito (figura 7). Vedrà che le conclusioni salteranno fuori da sole! Fumi pure uno dei suoi sigari, io preferisco la mia fedele pipa. Intanto metta fuori dalla finestra, nella neve, queste bottiglie d'acqua francese, che ci serviranno più tardi.

W: Che metodo pensa di seguire?

H: Il mio sistema personale che voi, Watson, conoscete bene: un sistema fondato sull'osservazione di piccole cose.[14]

Figura 7. I due investigatori alle prese con il mistero della Fisica nascosta.[15]

[14] Conan Doyle, A. (1891). *Il mistero di Boscombe Valley,* ne *Le avventure di Sherlock Holmes.*

[15] Disegno di Paget, S. (1893). Immagine da http://it.wikipedia.org/wiki/Dottor_Watson

L’indizio del tè e del fiume

H: Prendiamo per cominciare questi due indizi: il Professore si è versato una tazza di tè, ed è fuggito lungo il Tamigi, per fermarsi proprio dove questo forma un grosso meandro.

W: Non mi sembra che ci sia nulla in comune tra questi due indizi. In Afghanistan, quando ero chirurgo militare, bevevamo spesso del tè accampati sulle rive di fiumi tortuosi, ma a parte il fatto che utilizzavamo l’acqua del fiume per riempire le pentole, non vedo altre correlazioni.

H: Caro Watson, lei sicuramente ha studiato molta medicina, ma cosa mi dice della fisica?

W: Credo di conoscere la fisica quasi altrettanto bene della medicina. All’Università di Londra erano molto severi, e ho studiato attentamente sia la meccanica del nostro Newton e del tedesco Leibnitz, senza contare il contributo dei francesi, che la termodinamica di Messieurs Laplace e Carnot e dei nostri Mr. Joule e Lord Kelvin, sia l’elettricità e il magnetismo di Mr. Faraday, di Herr Hertz e del nostro Mr. Maxwell. Ultimamente ho seguito anche le ultime notizie sulla fisica atomica di Mr. Bohr e di Herr Schrödinger, campo questo in cui anche il professor Einstein ha dato un certo contributo. Le ricordo che nel 1881 lei, caro Holmes, mi disse che ignorava completamente la Teoria Copernicana e la composizione del Sistema Solare, ovvero che è la Terra a girare intorno al Sole e non viceversa!

H: Vede, secondo me, in origine il cervello umano è come un attico vuoto che uno deve riempire con i mobili che preferisce. Uno sciocco assimila ogni sorta di ciarpame che gli viene a tiro, così che le nozioni che potrebbero essergli utili vengono spinte fuori o, nella migliore delle ipotesi, accatastate alla rinfusa insieme con un’infinità di altre cose, di modo che ha difficoltà a ritrovarle. Un operaio abile, invece, sta molto attento a ciò che immagazzina nel suo attico-cervello. Non vi metterà altro che gli strumenti che possono aiutarlo nel suo lavoro, ma di questi strumenti ne ha un vasto assortimento, e tutti in perfetto ordine. È sbagliato pensare che quella piccola stanza abbia pareti elastiche che possono allargarsi a piacimento. Creda a me, viene sempre un giorno in cui ogni nozione in più gliene fa dimenticare un’altra che aveva prima. È estremamente importante, quindi, che le nozioni inutili non estromettano quelle utili...

W: Ma il Sistema Solare!

H: Che diamine me ne importa? Lei dice che giriamo intorno al Sole. Anche se girassimo intorno alla Luna non farebbe un soldo di differenza per me o per il mio lavoro![11] Sono nozioni inutili nella vita di tutti i giorni, come quegli argomenti che vanno oggi tanto di moda sulla struttura delle stelle, la relatività, l'origine dell'universo e la fisica subatomica!
Tenga presente che il mio arcinemico, il professor Moriarty,[16] era anche un matematico esperto di dinamica celeste. Non è forse lui l'autore acclamato di *Dinamiche di un Asteroide*,[17] un'opera che ascende a tali rarefatte vette di matematica pura che, a quanto si dice, non c'è stato esponente della stampa scientifica in grado di recensirlo? E non è stato lui che ha affascinato l'ispettore MacDonald spiegandogli le eclissi in un minuto, con una lampada rifrangente e un mappamondo?[18]
Preferisco concentrare i miei sforzi su cose più importanti. Per il resto, mi basta sapere che certi studi sono stati fatti e dove trovare ulteriori informazioni nel caso si rendano necessarie. Ma invece penso che la conoscenza della teoria della gravitazione, da cui credo si possa ricavare quella Teoria Copernicana a cui è tanto appassionato, sia importante, anche per questo caso.
Torniamo al nostro problema. Il prof. Einstein ha appena pubblicato un piccolo articolo in tedesco, in cui affronta il problema della connessione tra tè e meandri.[19]

W: (servendosi una tazza di tè) Incredibile! Non avrei mai detto che quello che succede in una piccola tazza di tè possa avere qualcosa a che fare con il comportamento di una cosa grande come un fiume.

H: Questo è sicuramente uno dei lati più interessanti della nostra affascinante fuggiasca, ma in fondo è anche la sua debolezza principale: possiamo scoprire dove si nasconde nel cosmo facendo degli esperimenti e delle osservazioni qui, nel calduccio della nostra casa. A proposito di calduccio, caro Watson, le dispiacerebbe accendere quel caminetto qui di fronte? Con quella porta sfondata entra un'arietta per nulla piacevole, alla mia età. Anche se è ancora giorno, qua fuori la neve è tutta ghiacciata, saranno non più di 23 gradi![20]

---

[16] https://it.wikipedia.org/wiki/Professor_Moriarty
[17] https://en.wikipedia.org/wiki/The_Dynamics_of_an_Asteroid. L'asteroide 5048 è stato appunto dedicato al Professore https://it.wikipedia.org/wiki/5048_Moriarty
[18] Conan Doyle, A. (1915). *La valle della paura.*
[19] Einstein, A. (1926). *Die Ursache der Mäanderbildung der Flußläufe und des sogenannten Baerschen Gesetzes* (*The Cause of the Formation of Meanders in the Courses of Rivers and of the So-Called Baer's Law*), die Naturwissenschaften **14**, 223.
[20] 23 gradi Fahrenheit, ovviamente, corrispondenti a -5 gradi Celsius.

Figura 8. Un vaso “Mason” della Bormioli.[21]

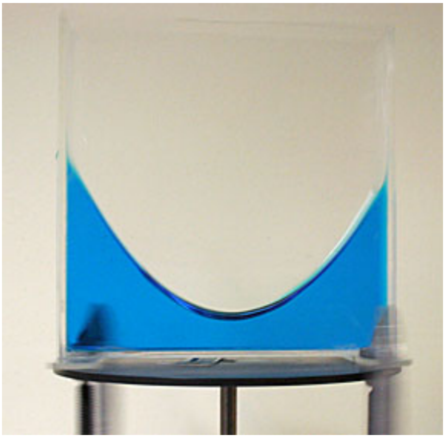


Figura 9. Forma parabolica del pelo dell’acqua.[22]

W: Ecco fatto, ho anche chiuso la porta.

H: Caro Watson, per cominciare abbiamo bisogno di un contenitore in cui mettere un po’ d’acqua e delle foglioline di tè. Lo so che le ha già nella tazza, ma preferirei un contenitore trasparente e magari con il fondo convesso, invece che concavo come quello delle tazze. Veda un po’ là se trova un vaso da conserve americano, quelli tipo “Mason” (figura 8).[23]
Adesso aggiunga un po’ di acqua, diciamo fino a un quarto di altezza, e alcune foglioline di tè. Quelle usate vanno benissimo, così colorano meno l’acqua. Come può vedere, le foglioline sono più pesanti dell’acqua e vanno a fondo, e dato che il fondo è appunto concavo, si dispongono lungo la circonferenza.
Metta in rotazione l’acqua, con un cucchiaino o facendo ruotare il barattolo. Osservi prima il profilo dell’acqua (figura 9): come lo descriverebbe?

W: La superficie è più in alto lungo i bordi e più in basso all’interno.

H: Caro Watson, dati i suoi studi di fisica, lei saprà sicuramente dirmi che forma assume il pelo dell’acqua e perché.

[21] Immagine da http://shop.bormiolirocco.com/vaso-quattro-stagioni-con-capsula-500ml.html
[22] Immagine da http://www.askamathematician.com/wp-content/uploads/2013/01/waterparabola.jp
[23] https://en.wikipedia.org/wiki/Mason_jar

W: Certo, è un problema che aveva affascinato anche Newton. Conviene analizzare il problema nel sistema rotante, così che per noi l'acqua è ferma. Oltre alla nota forza di gravità, diretta verso il basso, in questo sistema di riferimento appare anche una forza centrifuga che è diretta radialmente (figura 10).

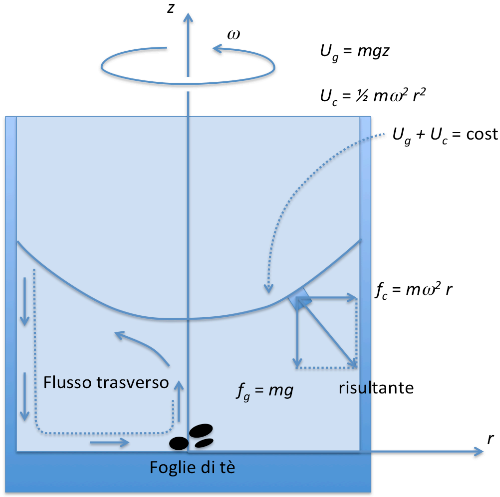


Figura 10. Schema delle forze, delle energie potenziali e del flusso trasverso per un vaso fermo contenente acqua in rotazione.

Ovviamente dobbiamo poi considerare la pressione, ovvero la forza esercitata su una superficie unitaria dal liquido circostante, che per un fluido fermo è sempre perpendicolare alla superficie stessa.

Consideriamo una porzione di fluido vicina alla superficie. Perché questa sia in equilibrio si deve avere che la risultante delle due forze appena citate sia perpendicolare al pelo dell'acqua, così che possa essere equilibrata dalla reazione del fluido sottostante. Se non fosse perpendicolare il fluido "scivolerebbe" su quello sottostante, perché la pressione non potrebbe far altro che impedire il suo sprofondamento.

H: Ottimo! Però mi sembra difficile trovare la forma di una curva sapendo che dev'essere perpendicolare alla sua forza, che varia di punto in punto, come lei ha ben disegnato.

W: Beh, in realtà non è così. Queste due forze possono essere derivate da un'energia potenziale, e sappiamo che le linee di livello dell'energia potenziale sono perpendicolari alla forza.

H: Suona più complicato del necessario. È un errore enorme teorizzare a vuoto. Senza accorgersene, si comincia a deformare i fatti per adattarli alle teorie, anziché il viceversa.[24]

W: In realtà è un concetto abbastanza semplice, tutti noi militari abbiamo

[24] Conan Doyle, A. (1891). *Uno scandalo in Boemia*, ne *Le avventure di Sherlock Holmes*.

usato delle mappe geografiche, e non credo che ci sia qualcuno che non le abbia guardate almeno una volta.

H: Certo!

W: Sulle cartine geografiche sono riportate delle linee di livello, che sono appunto le curve equipotenziali della forza di gravità. Se progettiamo un itinerario e vogliamo salire su una collina più rapidamente possibile dobbiamo incrociare le linee di livello ad angolo retto, cosa che ovviamente corrisponde ad andare contro la forza di gravità il più rapidamente possibile e quindi a sudare di più. E del resto, se ci fosse un'alluvione e l'acqua invadesse una regione, il livello dell'acqua seguirebbe una linea di livello.

H: Mi ha convinto! Come sono fatte le linee di livello per il nostro barattolo?

W: Basta sommare le due energie potenziali. Nel nostro caso, otteniamo che nel piano verticale le curve di livello sono delle parabole.

H: Veramente notevole, Watson. Tutto ciò è divertente, anche se elementare, Watson.[25]

W: Ma come???

H: Tutto quello di cui avevamo bisogno di sapere è che l'acqua, a causa della forza centrifuga, tende a stare più in alto all'esterno che all'interno del nostro fluido in rotazione! Adesso dobbiamo introdurre un nuovo elemento: la viscosità!

W: Ovvero la resistenza di un fluido allo scorrimento. Ma che c'entra con questo problema?

H: Mio caro Watson, il suo sapere scolastico si dimostra ancora una volta sterile, senza la capacità di applicarlo. Dopo che abbiamo messo il fluido in movimento nella tazza, girando il cucchiaino, cosa succede?

W: Che il fluido gira, salendo un po' lungo i bordi della tazza, e dopo un po' di tempo si ferma.

H: E perché si ferma?

W: Per l'attrito con le pareti... Certo! Le pareti sono immobili, e quindi c'è uno straterello di fluido che è fermo, e per viscosità questo straterello tende a frenare il resto del liquido. Come al solito avete ragione voi, Holmes!

---

[25] Conan Doyle, A. (1891). *Un caso di identità*, ne *Le avventure di Sherlock Holmes*.

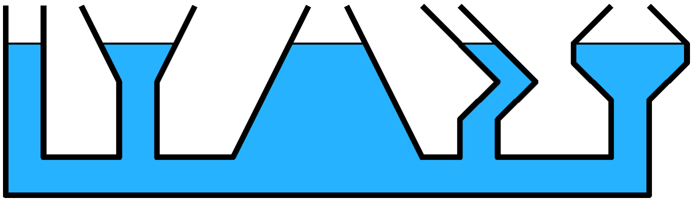


Figura 11. Principio dei vasi comunicanti.[26]

H: Adesso passiamo ad un altro soggetto, sempre per consolidare i nostri indizi. I vasi comunicanti.

W: Ma che c'entrano adesso i vasi comunicanti... Ok, mi illumini!

H: Cosa dice il principio dei vasi comunicanti?

W: Che un liquido a riposo posto in due o più contenitori comunicanti tra loro raggiunge lo stesso livello, che equivale ovviamente ad una superficie equipotenziale (figura 11).

H: Perfetto. Adesso consideri un tubo "virtuale" che partendo dalla superficie scorre lungo una parete, poi sul fondo per risalire al centro della tazza. Bravo! L'ha disegnato proprio bene (figura 10). Che conclusioni ne trae?

W: Dunque... il liquido a contatto con le pareti è fermo a causa della viscosità, e anche quello al centro della tazza è praticamente fermo perché si trova sull'asse di simmetria e quindi non gira. Ma il livello esterno è più alto di quello interno e quindi l'acqua "cade" dall'esterno verso l'interno cercando di ristabilire lo stesso livello.

H: Eccellente, mio caro Watson. Quindi, in un fluido che gira, ma con i bordi fermi, c'è un flusso trasverso che scende lungo le pareti e risale al centro, un flusso elicoidale. E se nel fluido ci sono delle foglioline di tè più pesanti dell'acqua...

W: ...queste verranno trasportate dal flusso trasverso fino al centro del vaso, ma non ce la faranno ad essere sollevate e quindi si fermeranno lì. Vediamo! Metto in rotazione il fluido... inizialmente le foglioline si dispongono lungo il bordo, perché a causa della forza centrifuga, essendo più pesanti dell'acqua, tendono a stare all'esterno... Ma ecco che il flusso rallenta e le foglioline migrano verso il centro del vaso, che pure è più in alto per via della convessità. Holmes, lei è un genio!

[26] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Communicating_vessels

H: Tutto ciò che non è noto appare straordinario.[12] È solo la dimostrazione che non dobbiamo limitare il campo di applicazione di quello che apprendiamo agli ambiti degli esempi presentati. Ma passiamo adesso ai meandri fluviali. Un fiume che fa una curva può essere considerato come una porzione della nostra tazza.

Figura 12. Rivoli d'acqua su vetro.[27]

W: Sì, comincio a capire. La curva del fiume corrisponde a metà della tazza.

H: Esatto! E per le stesse ragioni si stabilirà un flusso trasverso elicoidale che andrà dalla parte più esterna, impercettibilmente più alta, scendendo lungo il letto del fiume, fino alla parte più interna. Ora, le sponde del fiume non sono dure come la porcellana di Sèvres della sua tazza!

W: Direi piuttosto che si tratti di una porcellana di Derby, del tipo Royal Albert. Ma capisco quello che vuol dire. Se le sponde sono erodibili, i detriti verranno strappati dal lato più esterno e trascinati verso l'interno. E quindi il fiume tenderà a divenire sempre più tortuoso.

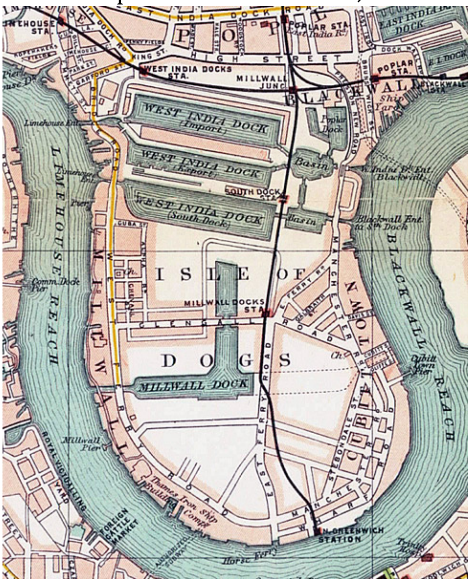


Figura 13. Canary Wharfs e Isle of Dogs.[28]

H: Molto bene! Può vedere questo meccanismo all'opera facendo scendere un filetto d'acqua lungo un vetro (figura 12), od osservando quello che succede durante un temporale che batta sulle sue finestre. Le singole gocce tendono a scendere in linea retta, come ci possiamo aspettare in base alla legge di Newton. Ma non appena si forma un filetto d'acqua, questo tende a serpeggiare, e spesso lo possiamo vedere andare in direzione quasi orizzontale. E più

[27] Immagine da https://imageryoflight.wordpress.com/tag/windscreen/

[28] Immagine da http://en.wikipedia.org/wiki/Isle_of_Dogs

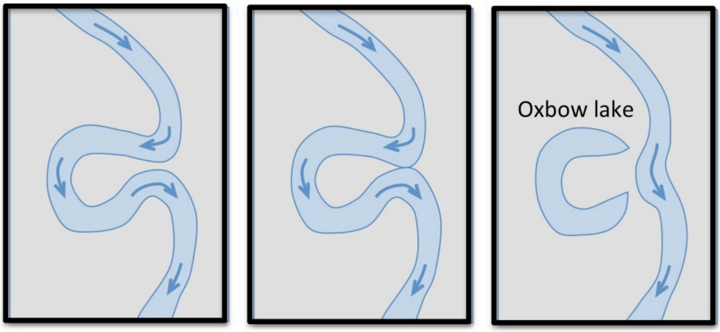


Figura 14. Nascita di un laghetto a mezzaluna (oxbow lake).

passa il tempo e più si agita, invece di diventare sempre più dritto in senso verticale. Il fatto è che il flusso secondario questa volta, invece di erodere, fa spostare il filetto stesso, per il principio di azione e reazione.

W: Devo ammettere che mi ha convinto! Quindi il Professore non è scappato verso il Canary Wharf per caso?

H: Se osserva la mappa che il caro Lestrade ci ha lasciato (figura 13), vedrà che la Isle of Dogs corrisponde proprio al più grosso meandro del Tamigi, e che i docks dei Canary Wharf si trovano proprio nell’ansa del meandro.
Quello che succede nei fiumi che sono lasciati liberi di determinare il loro corso, è che diventano sempre più tortuosi finché la parte interna dell’ansa cede, e “taglia via” un laghetto a forma di mezzaluna detto *oxbow lake* (laghetto a forma di giogo, letteralmente, figura 14).
È probabile che i bacini del Canary Wharf (le banchine delle Canarie) siano stati ricavati proprio dall’incipiente “taglio” del Tamigi, che avrebbe reso la Isle of Dogs una vera e propria isola. A proposito, ecco una nota di colore per animare i suoi racconti: le Isole Canarie si chiamano così per la grande quantità di cani selvatici che le popolavano, stando a Plinio il Vecchio.
È abbastanza ironico pensare che gran parte dei commerci con le Canarie si svolgono appunto sbarcando i prodotti delle isole sui docks del Canary Wharf, che per l’appunto si trova sulla Isle of Dogs. Così il commercio si svolge tra le “Isole dei Cani” e la nostra “Isola dei Cani”.

L'indizio della bicicletta e della marea

W: Vedo che si è messo ad esaminare la bicicletta con la sua lente. Ha scoperto qualche altro indizio?

H: Caro Watson, lei sa andare in bicicletta?

W: Certo, era in dotazione alle nostre truppe e comunque, data la difficoltà di trovare una carrozza, ed ora un'automobile pubblica qui a Londra, l'ho usata finché gli acciacchi non mi hanno consigliato di usare i mezzi pubblici, o di restare piuttosto a casa sorseggiando un buon punch caldo. Ma perché me lo domanda?

Figura 15. Il gioco del cerchio.[29]

H: Mi saprebbe spiegare come si fa ad andare in bicicletta?

W: Beh, è una questione di equilibrio, come camminare...

H: Non direi che sia solo una questione di equilibrio. Se lei provasse a lanciare una bicicletta con una velocità sufficiente, vedrebbe che resta dritta per un bel po', anche se oscilla a destra e sinistra, e che cade solo quando si sta per fermare.

W: Penso che sia l'effetto giroscopico, come nel gioco del cerchio (figura 15).

H: Caro Watson, come al solito lei si ferma all'apparenza. Ma prima di esaminare in dettaglio il problema della bicicletta, mi parli dell'effetto giroscopico.

W: Non è facile. Le rotazioni dei corpi rigidi. sono forse l'aspetto più difficile della meccanica. Tenterò di fare il possibile per spiegarmi senza le formule, che le danno così noia, ma ho il sospetto che così facendo sia ancora più difficile seguire il discorso!

H: Se l'è cavata magnificamente con l'indizio del tè.

W: Eh, ma qui è diverso. Facciamo così: glielo spiego a parole e poi scrivo anche la formula, e decide poi lei quale delle due preferisce.

H: Va bene, accetto la sfida.

[29] Immagine da https://nl.wikipedia.org/wiki/Hoepel

W: Cominciamo con gli spostamenti. Come lei sa, possiamo spostarci avanti e indietro e a destra e sinistra, e se fossimo delle mosche potremmo anche spostarci verso l'alto o verso il basso. Però, davanti e indietro, così come destra e sinistra, sono direzioni relative. Per passare ad un riferimento assoluto, parliamo piuttosto di nord, sud, est e ovest. Possiamo identificare ogni spostamento nello spazio dicendo quanto andare verso nord o verso sud, quanto verso ovest o verso est, e quanto verso l'alto o verso il basso.

H: Eccellente, caro Watson. Vada avanti.

W: Nel linguaggio matematico si definiscono le tre direzioni x, y e z, e un generico vettore spostamento si può scrivere come somma della sua componente lungo la direzione x più quella lungo la y più quella lungo la z,[30] e la sua lunghezza è data dal teorema di Pitagora.[31]

H: Uhmm... Non credo proprio che queste formule mi possano mai piacere!

W: Possiamo identificare nello stesso modo le velocità, che non sono altro che piccoli spostamenti divisi per il tempo necessario a fare lo spostamento stesso. Così possiamo dire che un aereo vola con una certa velocità verso nord, con una certa velocità verso est e che sta salendo verso l'alto con una certa velocità ascensionale. Come per gli spostamenti, queste si chiamano componenti del vettore velocità.[32] Ovviamente la sua velocità totale, o meglio, scalare, si ottiene di nuovo con Pitagora.

H: Dettagli, dettagli irrilevanti...

W: Mi domando se lei abbia mai passato un esame di fisica...

H: Me ne guardo bene! La conoscenza è una cosa, gli esami un'altra!

W: Vado avanti. Esattamente la stessa rappresentazione vettoriale si applica alle accelerazioni, che stanno alle velocità come queste stanno agli spostamenti.[33] Così, se premo sull'acceleratore di una auto da corsa, otterrò una accelerazione diretta verso il mio davanti, se premo il freno l'accelerazione sarà diretta verso il retro dell'auto, ma se giro il volante verso destra costringerò l'auto ad accelerare verso destra, anche se la velocità "scalare" dell'auto (quella segnata dal tachimetro) non cambia, ma cambia la sua direzione e quindi ho una variazione.

30 Spostamento $\boldsymbol{r} = x\hat{\boldsymbol{\imath}} + y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + z\widehat{\boldsymbol{k}}$.

31 Modulo dello spostamento $r = |\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

32 Velocità $\boldsymbol{v} = v_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + v_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + v_z\widehat{\boldsymbol{k}} = \Delta\boldsymbol{r}/\Delta t$.

33 Accelerazione $\boldsymbol{a} = a_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + a_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + a_z\widehat{\boldsymbol{k}} = \Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$.

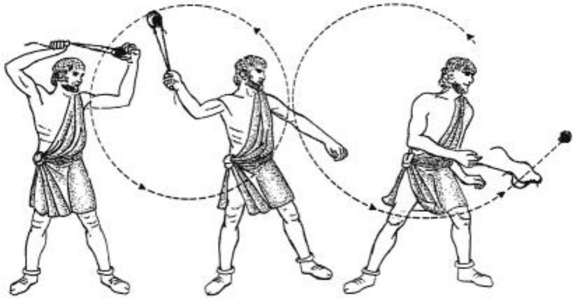


Figura 16. Frombola.[34]

H: Come il sasso di una fionda di David, o frombola (figura 16), che viene accelerato dalla corda lungo una traiettoria circolare, quando viene lasciato libero inizia a seguire una traiettoria rettilinea!

W: Giusto! Ora, la seconda legge di Newton[35] dice che le accelerazioni sono legate alle forze attraverso la massa. Nella sua fionda, caro Holmes, il sasso vene accelerato dalla corda, che a sua volta è tenuta dal braccio del fromboliere, e come tutti sanno, tanto più è grande la massa del sasso, tanto più difficile è imprimergli una accelerazione, come sanno bene i lanciatori di peso. Ovviamente tutti noi conosciamo la forza di gravità che ci tira verso il basso, o la forza di una molla o di un elastico che aumenta quanto più grande è la deformazione. Se più forze agiscono su un corpo, dobbiamo considerare la loro somma, così come la sua massa totale sarà data dalla somma delle masse.

H: Vada avanti!

W: La seconda legge di Newton si può però anche riformulare in un’altra maniera, che Newton stesso preferiva. Per fare questo abbiamo bisogno di definire la quantità di moto o momento, che non è altro che la velocità per la massa.[36] Come la velocità stessa, anche la quantità di moto è un vettore. La quantità di moto si può sommare. Prendiamo i due romanzi di quel francese, Jules Verne, *Dalla Terra alla Luna* e *Intorno alla Luna*.

---

34 Immagine da https://www.prepper.it/index.php/forum/22-how-to/41169-frombola

35 Relazione tra forza $\boldsymbol{f}$, massa m ed accelerazione $\boldsymbol{a}$ (seconda legge di Newton): $\boldsymbol{f} = m\boldsymbol{a}$.

36 Quantità di moto $\boldsymbol{q} = m\boldsymbol{v}$.

H: Quegli insulsi romanzi in cui un francese e due americani si fanno sparare verso la Luna da un enorme cannone?

W: Non direi proprio che siano insulsi, hanno appassionato milioni di lettori.

H: Persone che preferiscono parlare di viaggi interplanetari invece che di cose che succedono qui sulla Terra! Come se i proiettili non ci fossero anche qui da noi, con tutti quelli che sono stati sparati nella Grande Guerra!

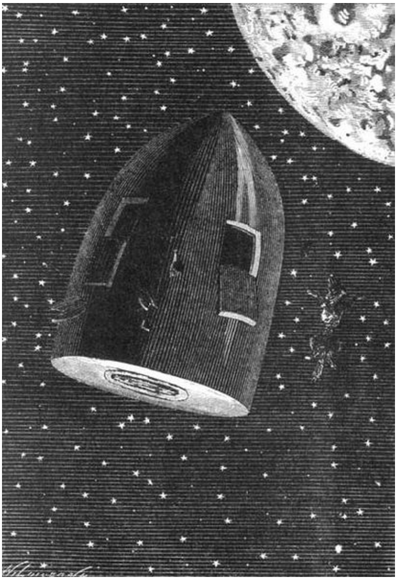


Figura 17. Il proiettile, con il cadavere del cane e la spazzatura.[37]

W: In ogni maniera, il proiettile con cui sono andati verso la Luna aveva la sua quantità di moto, così come l'avevano i suoi passeggeri, e la quantità di moto totale era semplicemente data dalla somma della quantità di moto di ogni parte. E la somma si mantiene anche quando gettano fuori dal proiettile il cadavere del cane Satellite e la spazzatura (figura 17).
La seconda legge di Newton dice che le forze sono legate alla variazione della quantità di moto.[38]

H: Certo! È una tautologia! Le forze sono legate al prodotto della massa per l'accelerazione, l'accelerazione è la variazione della velocità, e il prodotto massa per velocità è la quantità di moto! Chiaramente le forze sono date dalla variazione della quantità di moto, visto che la massa non cambia!

W: A parte che la massa può anche cambiare, come succede nei razzi quando bruciano il proprio combustibile, c'è un grosso vantaggio nell'usare la quantità di moto: dato che le forze interne ad un sistema, come quelle tra i passeggeri del proiettile di monsieur Verne o tra loro e la loro navicella sono, per la terza legge di Newton, uguali ed opposte, ebbene, queste forze scompaiono dalla somma. Quindi, dobbiamo prendere in considerazione solo le

---

[37] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Intorno_alla_Luna

[38] La forza è legata alle variazioni della quantità di moto: $\boldsymbol{f} = \Delta \boldsymbol{q}/\Delta t$.

forze esterne, come la gravità, il che è un bel risultato. Pensi se avessimo dovuto considerare tutte le forze tra tutti gli atomi che compongono un qualsiasi corpo in esame!

H: Uhmm... Devo dire che non avevo considerato questo aspetto. Così, quando nella sua amata teoria della gravitazione, consideriamo un pianeta come un punto materiale, soggetto all'influenza del Sole, è perché grazie a questo trucco possiamo trascurare tutte le forze interne al pianeta stesso?

W: Esatto! E quindi possiamo dire che le interazioni interne non possono cambiare la quantità di moto totale di un sistema.

H: Come quando stavo lottando con il professor Moriarty![39] Stavamo scivolando entrambi sul fiume ghiacciato, quasi senza attrito, quando lo colpii con un pugno. L'impulso del mio pugno lo fece allontanare, ma anch'io provai il rinculo e mi trovai sospinto nella direzione opposta!

W: Bene, vedo che siamo d'accordo. Passiamo adesso alle rotazioni. Per molti aspetti possiamo trattare le rotazioni in maniera simile alle traslazioni. Invece di parlare di uno spostamento, dovremo parlare di una rotazione, e quindi di un angolo.

H: Ma le rotazioni non sono grandezze vettoriali!

W: Invece sì. Dobbiamo associare una direzione ad ogni rotazione, considerando la perpendicolare al piano in cui si svolge la rotazione stessa.[40] Ma non saprei bene come visualizzare questo concetto.

H: Mi lasci pensare... Ma certo. Prenda quel pezzo di sapone a forma di cubo, e questa scatola di stuzzicadenti. Infili uno stuzzicadenti nel centro di ogni faccia, e colori gli stuzzicadenti che sono infilzati nelle due facce opposte con un colore uguale, ma differente da quello di altre direzioni. Bravo, così. Adesso abbiamo che le facce del cubo perpendicolari alla direzione basso-alto (z) sono marcate di rosso, quelle perpendicolari alla direzione est-ovest (y) di verde e quelle perpendicolari alla direzione dietro-davanti (x) di azzurro. Possiamo spostare il cubo nelle tre direzioni, anzi sei, se consideriamo il verso, e possiamo ruotarlo intorno alle tre direzioni, in senso orario o in senso antiorario (figura 18).

---

[39] Conan Doyle, A. (1983). *L'ultima avventura*.
[40] Rotazioni, angolo $\boldsymbol{\theta} = \theta_x \hat{\boldsymbol{\imath}} + \theta_y \hat{\boldsymbol{\jmath}} + \theta_z \widehat{\boldsymbol{k}}$.

W: Molto bene, Holmes, ha trovato un esempio molto illuminante! In effetti, mentre viene naturale definire uno spostamento positivo o negativo rispetto ad una direzione, per le rotazioni dobbiamo usare una convenzione: si definisce positiva una rotazione in senso antiorario, e negativa una in senso orario.

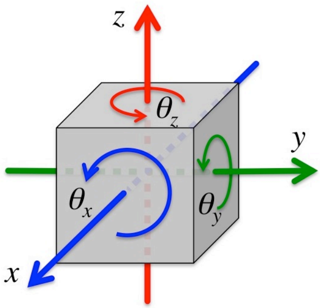


Figura 18. Assi cartesiani per spostamenti e rotazioni.

H: Una scelta curiosa!

W: Sì, non ho idea del perché.

H: La mia ipotesi è che sia dovuta al fatto che il Sole, visto dall'emisfero settentrionale, segue una traiettoria oraria. Quindi le meridiane andavano in senso orario e per estensione gli orologi. Ovviamente si tratta di una imposizione culturale dei popoli nordici. Se le rotazioni fossero state definite in Africa o in America del Sud o in Australia, sicuramente quelle positive sarebbero state quelle che per noi sono antiorarie!

W: Lei mi colpisce sempre con le sue deduzioni...

H: Invece di adularmi, vada avanti!

W: Beh, a questo punto si può introdurre la velocità angolare, come variazione dell'angolo rispetto al tempo. Anche questa grandezza è un vettore.[41]
Un esempio è dato dal contagiri della macchina, che conta la velocità angolare del motore, solo che in fisica invece di usare come unità di misura i giri al minuto, si usano i radianti al secondo, ovvero i giri al minuto divisi per sessanta (un minuto sono sessanta secondi) e moltiplicati per 6,28 (un giro sono 6,28 radianti).
In maniera analoga si può definire l'accelerazione angolare come variazione della velocità angolare nel tempo.[42]
In una rotazione la velocità di un punto (il sasso della fionda) è uguale alla velocità angolare per il "braccio", che è la distanza del sasso dall'asse di rotazione.[43] Una relazione simile vale per gli angoli e per le accelerazioni angolari.

H: Immagino che ci sia un equivalente della forza!

---

41 Velocità angolare $\boldsymbol{\omega} = \omega_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + \omega_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \omega_z\hat{\boldsymbol{k}} = \Delta\boldsymbol{\theta}/\Delta t$.

42 Accelerazione angolare $\boldsymbol{\alpha} = \Delta\boldsymbol{\omega}/\Delta t$.

43 Rotazione: $v = \omega r$, se ω e r sono perpendicolari. Vettorialmente $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{r}$.

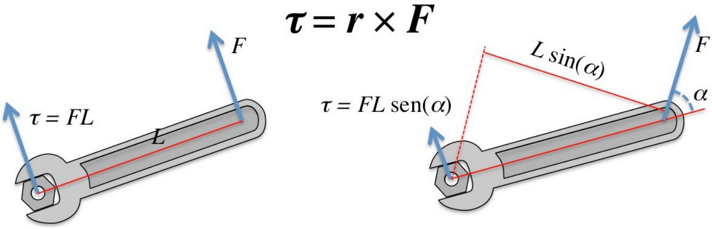


Figura 19. Torsione o momento della forza.

W: Sì, è il momento della forza o torsione. Non è altro che la forza moltiplicata per il suo "braccio" rispetto a un asse, o viceversa la componente della forza perpendicolare al "raggio" che congiunge il punto di applicazione con l'asse (figura 19).[44]

H: Quante parolone vuote! Sia pratico, faccia un esempio che di solito vale più di mille teoremi!

W: Ma le formule...

H: Se non vuole farlo lei, glielo propongo io: immaginiamo che voglia entrare in un edificio, ma che non sappia come fare magari perché lei è un indigeno cannibale delle isole Adaman[45] che non ha mai visto una porta. Inizia a spingere o a tirare in tutte le direzioni, con forza variabile, seguendo il metodo sperimentale di quell'italiano... come si chiamava... Galileo! Scoprirebbe ben presto che quello che conta non è la forza in sé, ma che sia applicata nella direzione giusta (figura 20)! Ovviamente quello che lei chiama asse non è altro che la retta che passa per i cardini! Se lei spingesse la porta in una direzione rivolta verso i cardini, non succederebbe proprio nulla. Se la direzione fosse diretta verso l'alto, tutt'al più riuscirebbe forse a sfilare la porta dai cardini. Ma se invece la direzione è perpendicolare alla porta stessa, ecco che questa si apre o si chiude facilmente. È per noi così naturale scegliere questa direzione che non ce ne rendiamo neppure conto.

W: Giusto! E però non è tutto! La facilità di apertura di una porta dipende sia dall'intensità della forza che dal punto di applicazione, o meglio, dalla distanza del punto di applicazione dall'asse. Se spingiamo troppo vicino ai cardini, facciamo un grosso sforzo per un piccolo risultato, se spingiamo al centro abbiamo un risultato intermedio, se invece spingiamo sulla maniglia, che è sempre dalla parte opposta rispetto ai cardini, abbiamo il massimo risultato per il minimo sforzo. È il principio della leva!

---

[44] Momento della forza o torsione $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{f}$. In modulo $\tau = rf\,\sin(\theta)$.

[45] Conan Doyle, A. (1890). *Il segno dei quattro.*

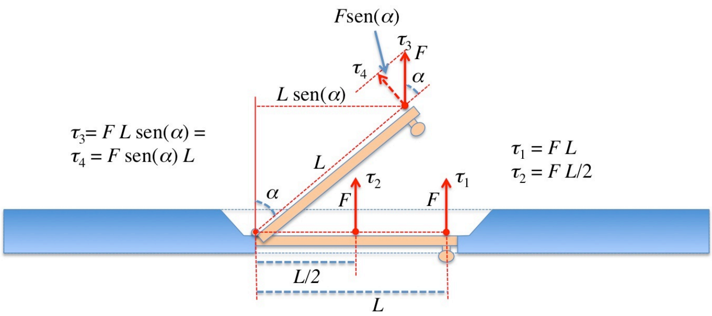


Figura 20. Momento delle forze e apertura di una porta.

Usando un braccio opportunamente grande possiamo spostare qualsiasi carico. "Datemi una leva e vi sposterò il mondo", disse il saggio siracusano (figura 21).[46]

H: Sembrerebbe che convengano sempre le leve "vantaggiose", in cui il braccio-potenza è più grande del braccio-resistenza. Come mai allora la natura, che tende sempre ad ottimizzare i propri sforzi, come ci insegna il buon Darwin, ha preferito per le nostre articolazioni delle leve di terzo genere, o "svantaggiose"? Se lei considera il nostro avambraccio, abbiamo il gomito che è il fulcro, seguito dall'attaccatura del tendine distale, quello che permette al bicipite di alzare l'avambraccio, e, con un "braccio" molto più grande, la resistenza, costituita da qualsiasi peso dobbiamo sollevare o anche dalla nostra stessa mano (figura 22).

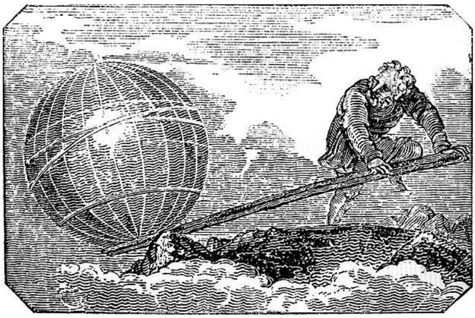


Figura 21. Archimede che solleva il mondo.[47]

W: Non saprei, non ci ho mai pensato. Forse, l'organismo primevo che ci ha tutti originati ha fatto questa scelta dis-

[46] δος μοι που στω και κινω την γην Archimede (attribuito), *Pappus of Alexandria in Synagoge*, Book VIII. 340 A.D. *Pappi Alexandrini Collectionis*, Edited by Friedrich Otto Hultsch (1878), Berlin.

[47] Incisione pubblicata su Mechanics Magazine, Londra (1824). Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Leva_%28fisica%29

sennata e noi l'abbiamo volenti o nolenti ereditata?

H: Direi che si tratta di una caratteristica così comune che se ci fosse stato l'agio di migliorarla, sarebbe stato fatto. No, il fatto è che quello che noi consideriamo una leva "svantaggiosa" in realtà ha i suoi vantaggi.
In primo luogo, permette di tenere il tendine vicino all'osso che lo difende. Se Madre Natura ci avesse dotato, per assurdo, di muscoli "vantaggiosi", questi avrebbero dovuto connettere le nostre dita con la spalla. Non sarebbe stato molto comodo – no? – quel tendine "*en plain air*"? E poi, i muscoli sono capaci di sviluppare sì una grande forza, ma di effettuare solo uno spostamento molto limitato del tendine. Quindi, come vede, i termini "vantaggioso" e "svantaggioso" riflettono solo un'analisi superficiale del problema.

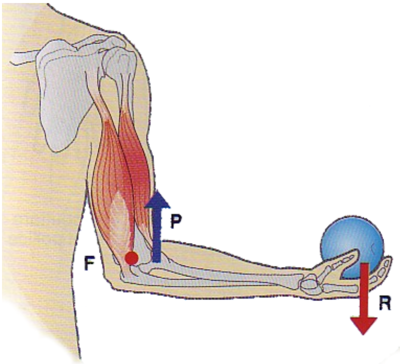


Figura 22. Fulcro (F), potenza (P) e resistenza (R) nel braccio umano.[48]

W: Molto acuto, caro Holmes, Non ci avevo mai pensato. Ma mi faccia andare avanti, che la strada è ancora lunga. Abbiamo quindi introdotto il momento della forza o torsione, e questo entra nella seconda legge di Newton in maniera simile a quanto fa la forza: quest'ultima è uguale alla massa per l'accelerazione, e la torsione è pure proporzionale alla accelerazione angolare, attraverso una quantità che si chiama momento d'inerzia, che però è utile solo per i corpi rigidi.[49]

H: Che nome inusuale!

W: Eh, i nomi delle grandezze rotazionali sono abbastanza illogici. Più o meno si chiamato tutti "momenti" per dare l'idea di rotazione. Sarebbe stato forse meglio chiamare il momento d'inerzia "massa angolare", ma purtroppo non si comporta sempre come una semplice massa!

[48] Immagine da http://bagatin.altervista.org/scienzeventuno.htm

[49] Relazione tra torsione, momento d'inerzia ed accelerazione angolare: $\boldsymbol{\tau} = I\ \boldsymbol{\alpha}$. Per le rotazioni intorno ad un asse fisso ed un punto materiale che sta ruotando a distanza r intorno ad un asse, abbiamo che la torsione è forza per braccio, l'accelerazione è accelerazione angolare per braccio, quindi moltiplicando $f = ma$ per il braccio r si ottiene $\tau = mr^2\alpha$. La quantità mr^2 è il momento d'inerzia del punto rispetto all'asse.

H: Non capisco, o meglio, capisco che le sue derivazioni matematiche portano sempre a dei risultati che non si capiscono!

W: Questa volta sono d’accordo con lei! Ricordo quanto ho penato per cercare di “capire”, con l’intuizione, quello che risultava dai conti matematici. Il fatto è che abbiamo trascurato completamente il carattere vettoriale dei vari elementi. Comunque, per un corpo rigido che ruota intorno ad un asse fisso, il momento d’inerzia è semplicemente dato dalla somma delle masse per il quadrato della loro distanza dall’asse stesso.

H: Quindi, per una ruota di bicicletta, possiamo supporre che tutta la massa sia sul cerchione, e quindi abbiamo che il suo momento d’inerzia è dato dalla massa totale per il raggio al quadrato.

W: Bene! Per calcolare però altri momenti d’inerzia occorrono dei calcoli più complicati, ma li segno qui sul taccuino (figura 23). La cosa interessante è che il momento d’inerzia dipende dalla distanza rispetto ad un asse, non rispetto ad un punto, per cui l’estensione del corpo nella direzione dell’asse non conta! Una moneta o un cilindro, di stessa massa e stesso raggio, hanno lo stesso momento d’inerzia. E lo stesso vale per un’asta o un rettangolo (visto di lato), per cui per una porta...

H: Il momento d’inerzia è un terzo della massa per larghezza della porta al quadrato!

W: Nel caso generale però, la torsione non è diretta come l’accelerazione angolare, e questo è molto diverso dal caso delle traslazioni in cui la forza è sempre diretta come l’accelerazione!

H: Non mi dica che succede a caso!

W: No, certo! Ma per fortuna ci sono dei casi particolari molto utili in cui non si verifica questo disallineamento: quando il corpo ruota intorno ad un asse fisso, o quando la rotazione avviene attorno ad un asse di simmetria.

H: Risulta sempre difficile capirlo.

W: Forse è meglio introdurre il momento angolare, o momento della quantità di moto, che è l’analogo della quantità di moto per le traslazioni.[50] Come la quantità di moto esprimeva la difficoltà incontrata nel frenare un corpo che trasla, ovvero la sua inerzia traslazionale, il momento della quantità di moto

[50] Momento della quantità di moto (momento angolare) $\boldsymbol{L}$ per un punto di massa m che viaggia con velocità $\boldsymbol{v}$ a distanza $\boldsymbol{r}$ dall’asse: $\boldsymbol{L} = m\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{r}$.

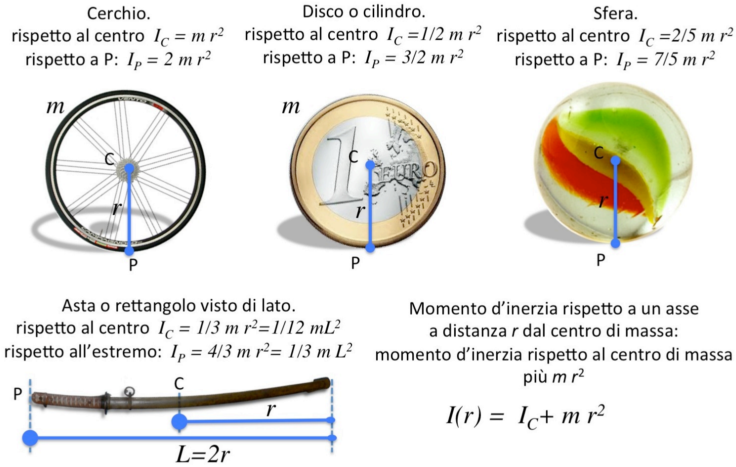


Figura 23. Momento d'inerzia di qualche corpo rigido.

esprime la difficoltà nel frenare un corpo che ruota, la sua inerzia rotazionale. Anche in questo caso, il momento angolare totale è dato dalla somma dei contributi di ogni pezzettino.

H: Aspetti! Mi faccia indovinare! Il momento angolare, per un corpo rigido e sempre nelle condizioni di cui sopra, è dato dal prodotto tra momento d'inerzia e velocità angolare![51]

W: Esatto! E per un sistema isolato, anche il momento angolare si conserva, perché la somma delle torsioni interne è nulla, sempre per la terza legge di Newton! Ma bisogna fare attenzione perché il momento angolare, come del resto la torsione, dipende dall'asse considerato.

H: Questo vuol dire che se lancio quella palla da cricket che vedo lì nell'angolo imprimendole una rotazione, trascurando l'influsso dell'aria, questa continuerà a ruotare con la stessa velocità angolare e lungo lo stesso asse?

W: Sì, è esattamente quello che succede con i pianeti, che mantengono la loro rotazione mentre girano intorno al Sole.

H: Sempre questi pianeti! Caro Watson, se lei pensa di incrementare le vendite dei suoi libretti inserendo elementi di astronomia, sappia che secondo

[51] Relazione tra momento angolare $\boldsymbol{L}$, momento d'inerzia I e velocità angolare $\boldsymbol{\omega}$ per un corpo rigido con asse fisso o passante per il baricentro: $\boldsymbol{L} = I\boldsymbol{\omega}$.

me è assolutamente inutile. L'astronomia non interessa a nessuno, come del resto l'astrologia!

W: Eppure proprio nell'astronomia troviamo delle utili applicazioni della conservazione del momento angolare. Prendiamo la Terra per cominciare. L'asse di rotazione della terra è inclinato di 23 gradi rispetto alla perpendicolare al piano orbitale, detto eclittica. Questa inclinazione viene mantenuta durante la rivoluzione intorno al Sole, e questo origina le stagioni. Se l'inclinazione fosse nulla il clima dipenderebbe solo dalla latitudine e non dal periodo dell'anno. L'orbita dei vari pianeti sta su dei piani leggermente differenti, ma possiamo definire un piano medio, detto piano eclittico invariabile. Quasi tutti i pianeti hanno un asse di rotazione abbastanza inclinato rispetto al piano invariabile, e ruotano in senso concorde a quello della loro orbita intorno al Sole. Il Sole stesso gira in tale modo. E c'è un motivo: il Sole e i pianeti si sono originati a partire da una nube che si è condensata, e ovviamente ha conservato il suo momento angolare originale, che come abbiamo detto non viene alterato dalle interazioni interne. Ma anche i vari pianeti singolarmente ed il Sole hanno conservato in gran parte il loro momento angolare originale, e quindi il loro moto di rivoluzione intorno al Sole avviene (quasi) su un piano (il piano invariabile appunto) e ruotano su sé stessi in maniera concorde al loro moto di rivoluzione.
Ma ci sono delle eccezioni: l'asse di rotazione di Urano e dei suoi satelliti è quasi parallelo al piano dell'orbita, il che vuol dire che su Urano le stagioni sono veramente esagerate: per 42 anni terrestri al polo nord è estate e c'è luce tutto il giorno, con il Sole che gira in tondo, per scendere piano piano fino a girare intorno all'orizzonte e poi scomparire, lasciando agli uraniani del nord 42 anni di inverno e di notte! Comunque, estate o inverno è un pianeta freddino, la temperatura alla superficie è di -200 gradi centigradi!
Questa inclinazione anomala è probabilmente dovuta a delle collisioni con qualche oggetto esterno al sistema solare, piuttosto massiccio dato che Urano ha una massa decisamente grossa. Inoltre questo pianeta, come anche Venere, ha un moto di rotazione retrogrado, ovvero gira in senso opposto al suo moto di rivoluzione.[52] Si pensa che anche Venere abbia assunto questo moto a causa di una collisione. E poi c'è il sistema Terra-Luna.

H: Ha qualcosa di particolare?

W: Sì. Abbiamo detto che in prima approssimazione i corpi celesti mantengono il loro momento angolare, ovvero, dopo che si sono solidificati, la loro

[52] In realtà Watson non può conoscere questi dettagli. Gran parte delle osservazioni di Urano risalgono alle missioni Voyager 2 nel 1986 (il sistema ad anelli di Urano fu osservato nel 1977) e il moto retrogrado di Venere è stato osservato solo nel 1961.

velocità angolare, dato che la loro forma e quindi il loro momento d'inerzia non cambia più. E se fossero veramente dei corpi rigidi, non ci sarebbe nulla che farebbe cambiare la loro rotazione, lo possiamo dimostrare matematicamente.

H: Lasci perdere le dimostrazioni e venga al punto.

W: Il fatto è che i pianeti non sono corpi rigidi.

H: Non mi dica che sono dei budini tremolanti!

W: Beh, per certi versi, sì. La Terra in particolare è ricoperta di acqua, che è molto mobile, e quindi segue l'attrazione della Luna.

H: Le maree! Ecco l'indizio che ci mancava. Non poteva dirmelo subito invece di farla così lunga. La vita è infinitamente più bizzarra di qualsiasi fantasia l'uomo possa concepire.[53] Ma quando il Professore è arrivato all'Isle of Dogs, non c'era la Luna in cielo, sta sorgendo solo ora!

W: Come sa, ci sono due maree al giorno, anche se la Luna è una sola!

H: Infatti, ho dovuto spesso ricorrere al *Whitaker's Almanac*, oltre che per decifrare messaggi misteriosi,[54] anche per valutare quando una nave fuggiasca avrebbe potuto levare l'ancora in favore di marea, ma non ho mai capito perché ci siano maree anche senza Luna.

W: Il problema non è banale, e anche il buon Galileo era dubbioso a proposito. Prendiamo il sistema Terra-Luna, che è ben accoppiato a causa della loro vicinanza. Sia la Terra che la Luna girano intorno al loro centro di massa comune…

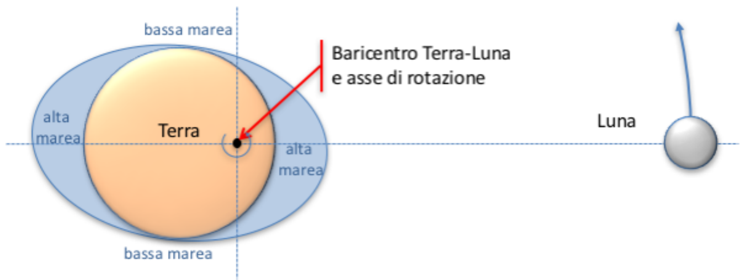


Figura 24. Maree nel sistema Terra-Luna.

[53] Conan Doyle, A. (1891), *Un caso di identità*, ne *Le avventure di Sherlock Holmes*.
[54] Conan Doyle, A. (1915). *La valle della paura*.

H: La Luna non gira intorno alla Terra?

W: Per cominciare, la Luna gira principalmente intorno al Sole, la forza con cui viene attratta dalla nostra stella è più del doppio di quella esercitata dalla Terra, e infatti la traiettoria della Luna è sempre concava verso il Sole. Ma comunque anche considerando solo il sistema Terra-Luna abbiamo che entrambi girano intorno al centro di massa del sistema (figura 24). È come quando si lancia il peso: dobbiamo sbilanciarci nella direzione opposta al peso, non possiamo farlo ruotare semplicemente intorno a noi. Questo perché il centro di massa del sistema dato dal nostro corpo più il peso deve stare sulla verticale dei nostri piedi, altrimenti cadremmo.

H: Quindi i pianeti non girano veramente intorno al Sole, con buona pace di Keplero!

W: In effetti no, ma la massa del Sole è talmente grande che la differenza è veramente piccola. Ma mi faccia tornare con i piedi per Terra, tanto per restare in argomento. Dicevamo che la Terra e la Luna sono come due corpi attaccati agli estremi di una corda, che gira intorno al centro di massa comune. Dato però che la massa della Luna è piccola rispetto a quella della Terra, il centro di massa è ben addentro alla Terra, anche se distinto dal centro della Terra stessa.

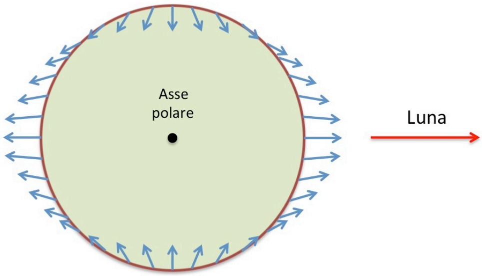


Figura 25. Campo di forza dato da forza centrifuga più forza di attrazione lunare.

Questo fa sì che la parte di acqua “rivolta” verso la Luna senta la sua attrazione e si diriga da quella parte, mentre l’acqua che sta dalla parte opposta sente sempre l’attrazione della Luna, ma anche, in maniera più forte, la forza centrifuga. Se facciamo il calcolo delle forze o delle superfici equipotenziali come abbiamo fatto per l’indizio delle foglie di tè, vediamo che c’è una separatrice che determina da quale parte si dirige l’acqua sulla Terra (figura 25). Ecco, ho fatto uno schema sul mio taccuino. Ovviamente a queste forze occorre poi sommare la forza di gravità terrestre, che è molto forte, ma il fatto è che la risultante non è più perpendicolare alla superficie terrestre, e quindi l’acqua scivola via, in maniera simile a quanto faceva nella tazza di tè.

H: Aha! Adesso ho capito perché il Professore intendeva rifugiarsi a House Mill (figura 26)!

W: Non la seguo…

H: Lei sa che cos'è House Mill?

W: Un mulino, come dice il nome...

H: Ci sono tanti tipi di mulino: spinti dal vento come in Olanda, spinti da animali o anche da uomini, e spinti dall'acqua. In quest'ultimo caso l'acqua può venire da un fiume o, come in questo caso, dalla marea!

Figura 26. House Mill durante la bassa marea.[55]

W: Ma House Mill non è sulla costa!

H: Non importa, basta che ci sia un innalzamento di livello dovuto alla marea. Anzi, situato com'è su un affluente del Tamigi, può sfruttare anche l'afflusso di acqua del fiume e probabilmente riceve un effetto amplificatore dall'estuario che si restringe. Ma riprenderemo la faccenda dei mulini più tardi, penso. Ha finito con le maree?

W: Ovviamente anche la Terra esercita una forza, molto più grande, sulla Luna!

H: Ma sulla Luna non c'è acqua, a quanto mi risulta, quindi niente maree.

W: L'attrazione avviene anche sulla "terraferma", e quella della Terra è tanto forte da sollevare un bel po' il suolo lunare. Entrambe le maree, quella di acqua sulla Terra e quella di Terra sulla Luna, scusi il gioco di parole, hanno come effetto quello di rallentare la rotazione della Terra e della Luna.

H: Una specie di freno?

W: Proprio così! L'attrazione lunare e la forza centrifuga causano le maree che "corrono" sulla superficie della Terra ma restano sempre un po' indietro

[55] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/House_Mill

rispetto alla congiungente Terra-Luna (figura 24), e contemporaneamente dissipano energia. Anche sulla Luna ci sono state nel passato delle maree "di suolo" dovute all'azione della Terra, che hanno talmente rallentato la sua rotazione che ormai presenta sempre la stessa faccia alla Terra. E qui vediamo all'opera la potenza della legge di conservazione del momento angolare. Dato che queste forze sono interne al sistema Terra-Luna, il loro momento angolare complessivo si mantiene, e ciò ha determinato un allontanamento della Luna dalla Terra, moto che è ancora in atto a causa delle maree.

H: Ma lei aveva detto che il momento angolare era dato dal prodotto velocità angolare per momento di inerzia. Dubito che la marea cambi significativamente il momento d'inerzia dei pianeti, quindi c'è qualcosa che manca!

W: In effetti sì. Non ho ancora detto che il momento angolare di un corpo è dato dalla somma del momento angolare rispetto al suo centro di massa, più il momento angolare calcolato come se tutta la sua massa fosse concentrata in tale punto.[56]

H: Facciamo un esempio, altrimenti mi viene il mal di testa. Smonti la ruota anteriore della bicicletta del Professore, e facciamola rotolare. Che moto è?

W: Aspetti, l'ho studiato ai suoi tempi... Un moto di puro rotolamento! Il moto si può considerare come una traslazione del centro di massa – il centro della ruota – composto con una rotazione appropriata della ruota stessa, tale da non farla slittare. Oppure come una rotazione istantanea intorno al punto di contatto!

H: Non mi dica! La ruota non sta certo ruotando intorno al punto più basso, quello in contatto con il suolo!

W: E invece sì! La ruota è un corpo rigido, quindi ogni sua parte ruota con la stessa velocità angolare e intorno allo stesso asse. Ma in una rotazione gli unici punti che stanno fermi sono quelli dell'asse. E ovviamente il punto di contatto deve stare fermo, altrimenti la ruota slitterebbe!

H: Aspetti: la velocità angolare della ruota è una cosa e la velocità del centro della ruota rispetto al terreno un'altra...

W: Eh, no! Non possono essere indipendenti, altrimenti la ruota slitterebbe da una parte o dall'altra. In realtà la velocità del centro della ruota è proprio data dal prodotto della velocità angolare per il raggio, così il punto di contatto resta fermo.

[56] Momento angolare totale di un corpo rigido che ruota e trasla: $\boldsymbol{L} = m\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{r} + I\boldsymbol{\omega}$.

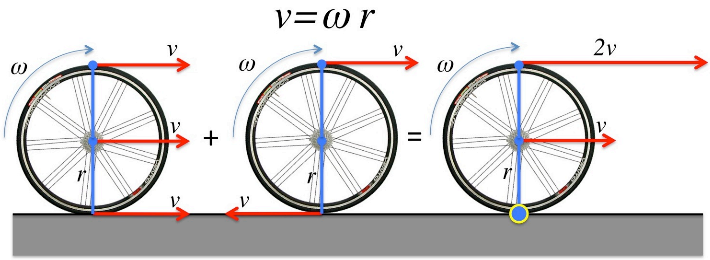


Figura 27. Il moto di rotolamento puro.

H: Ah, sì. Ecco! Ho trovato come fare per visualizzarlo: facciamo prima spostare la ruota senza ruotare, e poi la facciamo ruotare senza spostare il suo centro. In un piccolo intervallo di tempo il centro della ruota avanza del prodotto velocità per tempo, e poi facciamo ruotare la ruota di un angolo pari alla velocità angolare per tempo. Per fare sì che il punto di contatto resti quasi fermo, questo deve tornare indietro esattamente di quanto è avanzato prima, e quindi abbiamo che la velocità del centro è uguale al prodotto della velocità angolare per il raggio.

W: Esattamente come se la ruota stesse ruotando intorno al suo punto di contatto con il terreno (figura 27)! Ma come vede, descrivere la fisica a parole è faticoso! Combinando questi due piccoli spostamenti, diventa evidente come differenti punti della ruota abbiano diversa velocità (figura 28).

H: Uhmm... E quindi, quanto verrebbe il momento angolare della ruota?

W: Dipende dall'asse. Come ho detto, il calcolo è facile solo se usiamo un asse fisso, o uno che passa dal centro di massa. Facciamo il calcolo per l'asse che passa dal centro di istantanea rotazione, quello a contatto con il suolo. Possiamo fare il calcolo in due maniere: calcolare prima il momento angolare rispetto al centro di massa, e poi sommare il momento angolare come se la ruota fosse un punto, come abbiamo fatto per i pianeti, oppure calcolare direttamente il momento angolare rispetto all'asse.

H: C'è qualcosa che non mi torna! Nel primo caso abbiamo che il momento angolare è dato dalla somma del momento d'inerzia per la velocità angolare, più la massa per la velocità per il raggio,[57] nel secondo invece c'è solo il prodotto del momento d'inerzia per la velocità angolare! Come fanno ad essere uguali? Non mi dica nulla... Ho capito, il momento d'inerzia non è lo stesso! Che scemo! Lei aveva già scritto la formula sul suo taccuino![58]

---

57 $L_1 = I_C\omega + mv_C r$, con $I_C = mr^2$, e dato che $v_C = \omega r$ abbiamo $L_1 = 2mr^2\omega$.
58 Nel secondo caso, $I_P = I_C + mr^2 = 2mr^2$ e quindi $L_2 = 2mr^2\omega = L_1$.

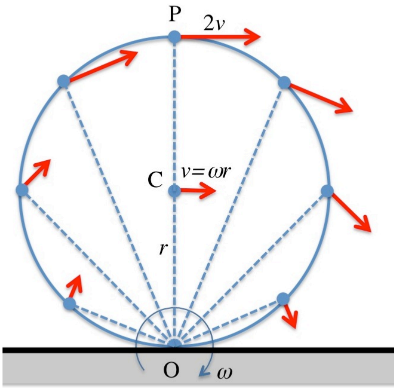


Figura 28. Velocità delle diverse parti della ruota nel rotolamento puro.

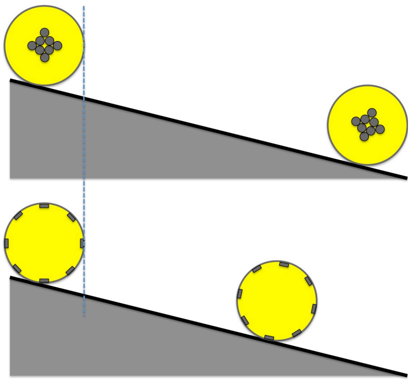


Figura 29. Gara di rotolamento tra dischi con diverso momento d'inerzia.

W: Mi sarebbe piaciuto correggerla, ma lei è troppo veloce per me, non ho nemmeno fatto in tempo a capire che aveva sbagliato.

H: Ora che mi ci fa pensare, mi sa che Galileo non poté verificare sperimentalmente le leggi della caduta dei gravi con le palline rotolanti su una slitta, perché ignorava il momento d'inerzia.

W: Come, come?

H: Sa, Galileo studiò molto la caduta dei gravi, e si rese conto presto che se faceva avvenire il moto su un piano inclinato, il corpo seguiva la stessa legge, ma poteva "rallentarlo" e quindi osservarlo più facilmente.[59] Quindi costruì uno scivolo con dei campanellini disposti a intervalli quadraticamente crescenti, così che una pallina in caduta li faceva suonare a intervalli uguali, dato che la sua legge di moto è quadratica. Ma se avesse fatto la misura (e probabilmente la fece) avrebbe trovato che l'intervallo non era quello "giusto".

W: In che senso?

H: Facciamo un esperimento. Vedo che ci sono dei barattoli di tonno vuoti, evidentemente il Professore voleva usarli per qualcosa, e delle piccole calamite. Prenda 16 calamite, e ne attacchi 8 nel bordo interno del primo barattolo, e le altre 8 più vicino possibile al centro del secondo barattolo. I barattoli hanno la stessa massa ma diverso momento d'inerzia, giusto?

---

[59] Se il piano è inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale, l'accelerazione di un grave che trasla è $a = g\sin(\alpha)$.

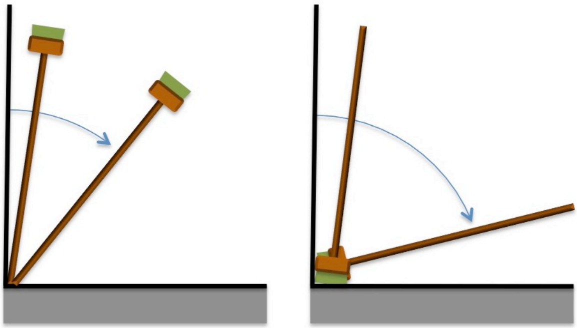


Figura 30. Gara di caduta tra spazzoloni.

W: Si, certo.

H: Costruisca adesso un piano inclinato con quell'asse. Li metta in cima, pronti per farli rotolare giù insieme (figura 29). Chi arriverà per primo in basso?

W: Secondo me arrivano insieme, hanno la stessa massa.

H: Faccia la prova!

W: Oooh! Quello con le calamite al centro è arrivato parecchio prima!

H: Questo perché il moto traslatorio non è uguale a quello di rotolamento. Partiamo dal principio di conservazione dell'energia: nel caso traslatorio, tutta l'energia potenziale finisce in energia cinetica di traslazione. Nel caso del rotolamento invece finisce in parte in quella di traslazione, in parte in quella di rotazione,[60] e quindi il corpo con momento d'inerzia maggiore va più piano. Può fare un esperimento ancora più facile, usando due spazzoloni uguali. Li sistemi uno con la spazzola in alto, e uno con la spazzola in basso, e li faccia appoggiare ad un piede o ad una parete in moto che siano costretti a ruotare, mentre cadono. Chi arriva per primo al suolo (figura 30)?[61]

W: Ma qui l'energia inziale non è la stessa! Quello con la spazzola in alto ha più energia, o, se si vuole dire in altra maniera, la torsione della forza peso è maggiore. Io scommetto su quello con la spazzola in alto!

---

[60] L'energia cinetica K è data dalla somma di quella traslazionale $K_T = \frac{1}{2}mv^2$ più quella rotazionale $K_R = \frac{1}{2}I\omega^2$. L'energia potenziale è $U = mgh$. Uguagliando (e tenendo conto che $\omega = v/r$) si ottiene per la velocità finale $v_F^2 = mgh/\left(\frac{I}{r^2} + m\right)$.

[61] Conviene filmare la caduta con un telefonino.

H: Come vede, ha perso! È vero che sullo spazzolone con la spazzola in alto la gravità esercita una torsione maggiore, ma questa scopa ha anche un momento d'inerzia più grande. L'asta, essendo uguale nei due casi, non conta.

W: Certo!

H: Allora, approssimiamo la spazzola con un punto materiale. Nel caso con la spazzola in basso, questo punto stava sull'asse di rotazione e quindi non contribuiva né al momento delle forze (la torsione) né al momento d'inerzia...

W: Sono d'accordo!

H: Quando sposta questa massa lontano dall'asse, lei "guadagna" torsione, massa per distanza, ma "perde" momento d'inerzia, massa per distanza al quadrato... E il quadrato prima o poi vince![62]

W: Ecco perché le ruote delle bici da corsa sono sottili e fatte in materiale leggero! Pensavo che fosse solo per diminuire il peso e l'attrito, invece credo che sia stato fatto anche per diminuire il momento d'inerzia.

H: Mi sa che il momento angolare abbia a che fare anche con il piano invariabile dei pianeti…

W: Effettivamente sì! Per definire il "piano medio" delle orbite, non si fa altro che prendere il momento angolare dei vari pianeti, sommarli tutti vettorialmente (sono perpendicolari ai vari piani orbitali) e quindi scegliere il piano perpendicolare al momento angolare totale.

H: Così a occhio direi che quasi coincide con il piano orbitale di Giove…

W: Come al solito ha ragione! I giganti gassosi (Giove, Saturno, Urano e Nettuno) determinano praticamente da soli il piano invariabile, e tra questi ovviamente Giove comanda, comunque tra tutti la deviazione al massimo è di poco più di un grado.

H: Torniamo però al moto della bicicletta! Si ricordi che il Professore l'ha usata per scappare!

[62] Schematizziamo lo spazzolone con una asta di massa m e lunghezza L e un punto materiale (la spazzola) di massa uguale per semplificare, inclinati di un angolo θ rispetto alla verticale. Per lo spazzolone con la spazzola in alto la torsione vale $\tau_1 = \frac{3}{2}mgL\sin(\theta)$, e il momento d'inerzia è $I_1 = \frac{4}{3}mL^2$. Per l'altro $\tau_2 = \frac{1}{2}mgL\sin(\theta)$ e $I_2 = \frac{1}{3}mL^2$. Dato che l'accelerazione angolare è $\alpha = \tau/I$, abbiamo $\alpha_1 = \frac{3}{2}(g/L)\sin(\theta) < 2(g/L)\sin(\theta) = \alpha_2$.

W: È vero, non ricordavo più da dove eravamo partiti. Allora, la ruota di bicicletta è un corpo rigido in rotazione, ha un suo momento angolare. Ora, per effetto giroscopico, quando cerchiamo di perturbare il suo moto...

H: Non tenti di impormi dei concetti sfruttando il loro nome altisonante. Vediamo di capire sperimentalmente cos'è questo effetto giroscopico. Prenda la ruota della bicicletta e la sospenda ad una corda, da un lato.

W: Ecco fatto, la posso appendere a questo chiodo che spunta dalla trave del soffitto.

H: Molto bene. Se la lasciamo andare, ovviamente tende a cadere e si dispone in maniera orizzontale, dato che è appesa da un lato e la corda non passa per il suo centro di massa.

W: Sì, cerca di raggiungere la sua posizione di equilibrio, con il centro di massa in verticale sotto il punto di sospensione.

H: Adesso lei riporti la ruota in posizione verticale. Mi saprebbe dire da che parte è diretto il momento della forza di gravità?

W: Vediamo... La forza di gravità è applicata al centro di massa, che sta praticamente nel centro della ruota. La corda è applicata di lato, a circa 2 pollici[63] di distanza dal centro. Il momento della forza è dato dalla massa della ruota, per l'accelerazione di gravità, per questa distanza.

H: E come è diretto?

W: Uhmm... Nel senso in cui la ruota tende a girare, ovvero perpendicolarmente sia alla corda che all'asse della ruota.

H: Vedo. Ma che succede se la ruota è in rotazione? Da che parte "punta" il suo momento angolare?

W: Aspetti, la metto in rotazione. La sua velocità angolare è diretta come il mozzo. La ruota è simmetrica rispetto al suo asse. Si tratta di una "configurazione particolare": in questo caso il momento angolare è diretto come l'asse della ruota.

H: E che succede se la lascia andare?

W: Inizia a ruotare lentamente intorno alla corda, invece di cadere... è uno dei fenomeni più affascinanti e misteriosi che conosca.

H: Non lo sa spiegare usando le sue formule?

[63] Ovvero 5 cm.

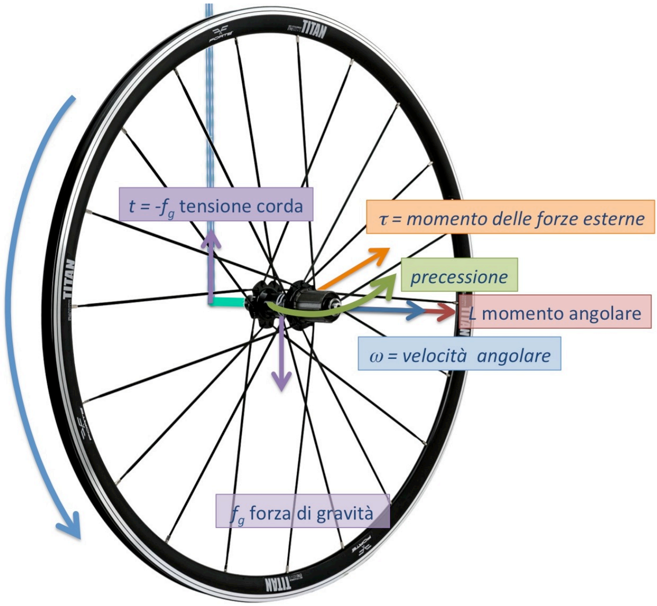


Figura 31. Precessione della ruota appesa.

W: Non sono sicuro, sembra che violi tutto quello che conosciamo!

H: Come ho già detto, non sono un amante delle formule, ma se queste sono veritiere allora dobbiamo essere capaci di dedurre le loro conseguenze indipendentemente da quello che ci dice l'intuizione!

W: Proverò! Dunque, il momento angolare è diretto come l'asse della ruota, ma il momento delle forze esterne, ovvero della forza peso, è diretto perpendicolarmente all'asse e alla corda… Quindi il momento angolare deve variare di una quantità diretta come il momento delle forze, ovvero deve ruotare restando sul piano perpendicolare alla corda... Holmes! Lei ha ragione! Le formule dicono che l'asse della ruota girerà sul piano perpendicolare alla corda senza cadere (figura 31).

H: Mi creda, nulla è più innaturale dell'ovvio![64]

W: E quindi questo è il motivo del perché la bicicletta non cade! Prendiamo una ruota che rotola. Il suo momento angolare è diretto come l'asse della ruota, perpendicolarmente al suo modo di avanzamento.

[64] Conan Doyle, A. (1892). *Un caso di identità* ne *Le avventure di Sherlock Holmes*.

Figura 32. Una Safety Bike.[65]

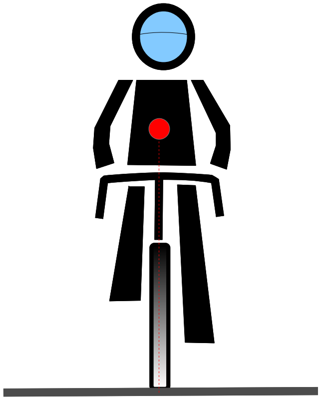


Figura 33. Equilibrio statico della bici... una combinazione difficile.

Se la ruota si inclina, mettiamo verso destra (vista da dietro), il momento della forza peso la farà girare verso destra, appunto, e quindi intraprenderà una traiettoria circolare, e la forza centrifuga la riporterà in posizione verticale!

H: Lei ha inserito gli elementi giusti, ma la conclusione è carente. Intendiamoci, non ho detto che sia sbagliata, solo che funziona per le ruote isolate ma non per le biciclette, o almeno non è il fattore principale della loro stabilità!

W: Ma una bicicletta non è altro che un paio di ruote...

H: Sì, ma unite in maniera non casuale! Ha mai osservato da vicino una bicicletta? Rimetta la ruota alla bici del Professore e la porti qui (figura 32).

W: Ecco fatto.

H: Come vede, le ruote toccano il suolo in due piccole aree, che possiamo quasi considerare due punti. Perché l'insieme bicicletta più guidatore stia in equilibrio, il centro di massa di tale sistema deve cadere sulla retta che congiunge questi due punti.

W: Mi sembra impossibile (figura 33)!

[65] Immagine da http://www.oldbike.eu/museum/museums/columbia-1893-chicago-world

Figura 34. Georges P. Mills.[66]

Figura 35. Davide Jones va senza mani su una bicicletta senza effetto giroscopico.[67]

H: Infatti è un equilibrio dinamico, non statico, e proprio per questo dobbiamo imparare ad andare in bicicletta. Prima di tutto eliminiamo il contributo del moto di precessione. La precessione dipende ovviamente dal momento di inerzia, a parità di velocità angolare. Lei trova più difficile andare senza mani in una bici da corsa, con le sue ruote leggerissime, su una bici normale le cui ruote pesano molto di più delle prime, o su una bici fuoristrada, con le sue ruote grossissime?

W: In effetti, direi di no. Ovviamente ci sono delle differenze per come è fatta la bici e per quanto è grande la ruota…

H: Si, ma se la stabilità aumentasse con il momento d’inerzia, non si metterebbero delle ruotine per i principianti, ma si appesantirebbe la ruota anteriore. Comunque, una volta ho parlato con Geoges P. Mills (figura 34), il vincitore della prima gara Bordeaux-Paris del 1891, sa, quella gara da 350 miglia che durò per Mills 26 ore e mezza, ma in cui gli ultimi arrivarono anche due giorni dopo!

W: Si, il *record-breaker*, quello che era capace di partecipare a tre eventi da 24 ore in una settimana.

[66] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/George_Pilkington_Mills
[67] Immagine da http://www.phys.lsu.edu/faculty/gonzalez/Teaching/Phys7221/vol59no9p51_56.pdf

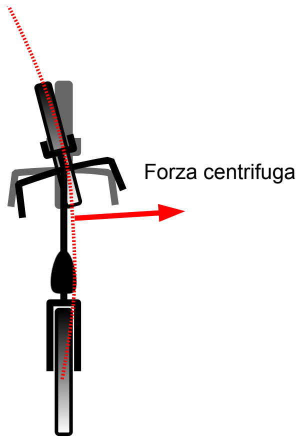


Figura 36. Girare il manubrio in bici non è una buona idea.

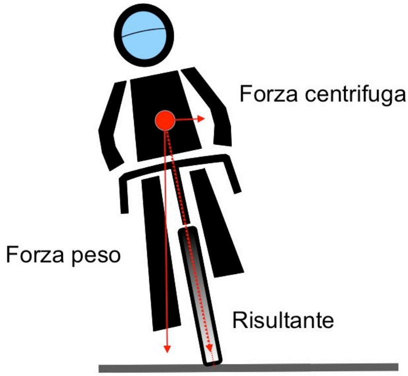


Figura 37. Bicicletta in curva.

H: Quello! Una persona degna della massima fiducia e sportivo appassionato, che ha guidato tutti i tipi di bici[68] e anche di auto e moto. Ebbene, mi ha raccontato che una volta ha montato una staffa sul mozzo della ruota anteriore della sua bici in modo da aggiungere una seconda ruota, leggermente sollevata rispetto alla prima in modo che non toccasse terra. Ebbene, anche mettendo in rotazione la seconda ruota in maniera contraria alla prima, era capace di guidare una *safety bike* senza mani (figura 35).[69]

W: E allora? A cosa si deve l'equilibrio in bicicletta?

H: Come le ho detto, è una cosa dinamica. E quindi, prima di parlare dell'equilibrio, parliamo di come si fa a curvare in bicicletta.

W: Ma questo è banale: si gira il manubrio (figura 36)!

H: Assolutamente no! Questa è la ricetta giusta per finire a terra, per via della forza centrifuga. In effetti, è il più grosso pregiudizio da dimenticare quando si impara ad andare in bici! Lei sicuramente è capace di andare in bici senza mani, giusto?

W: Non pretendo di essere un campione, ma quando ero più giovane ce la facevo.

---

[68] La prima bicicletta moderna è opera di J. K. Starley nel 1884, i pneumatici sono stati aggiunti dopo la loro invenzione da parte di J. B. Dunlop nel 1888.

[69] In realtà l'esperimento è di Jones, D.E.H. (1970), *The stability of Bicycle*, Physics Today 59, 34-40. Si veda anche Hunt, H. *A bike with a reverse-spinning wheel*, http://www2.eng.cam.ac.uk/~hemh/gyrobike.htm

H: E come faceva a curvare?

W: Semplice, basta inclinare il corpo nella direzione voluta.

H: E perché mai la bicicletta dovrebbe girare se lei inclina il corpo?

W: Non ci ho mai pensato...

H: Cosa deve succedere perché si possa intraprendere una curva con la bici?

W: Allora... vediamo… Se la bici è su una traiettoria curva, c’è sicuramente una forza centrifuga che spinge il centro di massa verso l’esterno. Per evitare di cadere bisogna entrare in curva inclinati, in modo che la risultante tra forza di gravità e forza centrifuga cada sulla retta che passa dai punti di contatto delle ruote con il terreno (figura 37).

H: E come può riuscire ad inclinarsi?

W: Inclinando il corpo?

H: Non mi deluda proprio ora! Se lei inclina il tronco, non ottiene altro che spostare il suo posteriore, per dirla in maniera raffinata, e la bici dalla parte opposta, visto che il centro di massa non si sposta (figura 38).

W: È vero!

H: Il segreto di tutto sta in come la bicicletta è costruita. La forcella anteriore è fatta in maniera tale che il punto di contatto tra ruota e terreno è un po’ più indietro rispetto all’intersezione tra il prolungamento del canotto e il terreno, è la cosiddetta avancorsa (o trail, figura 39).
L’avancorsa fa sì che il centro di massa della bicicletta scenda un po’ quando la bici si inclina. Così, inclinando la bici, la ruota anteriore sterza nella direzione dell’inclinazione.

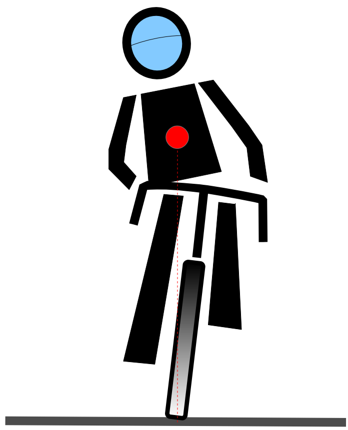


Figura 38. Inclinare il corpo sulla bici.

W: Giusto! È così che si può guidare una bici tenendola solo per il sellino!

H: Quindi, per girare diciamo a destra, lei inclina il tronco a destra, così facendo inclina la bici a sinistra, e questo fa girare lo sterzo verso sinistra, così che inizialmente la bici comincia a curvare a sinistra. Ma la forza

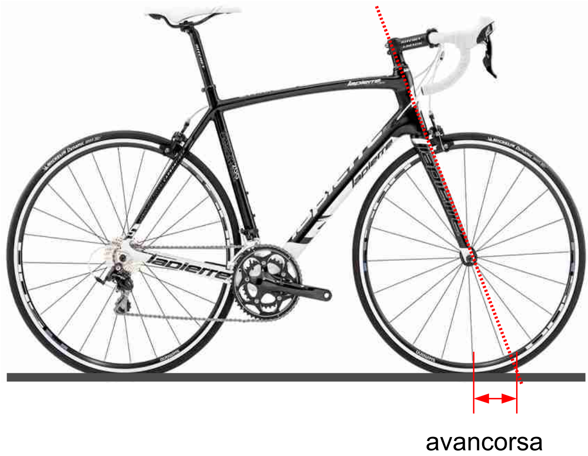


Figura 39. Avancorsa.

centrifuga spinge la bici, e lei sopra, verso destra, così che dopo un istante tutto il sistema è inclinato a destra. A questo punto la ruota svolta da sola verso destra e lei può iniziare la curva verso destra con la corretta inclinazione.

W: Ma certo! E infatti, se con la bici corro vicino alle rotaie del tram, o sul bordo del marciapiede o troppo vicino ad un muro, so istintivamente che non posso allontanarmi rapidamente dal pericolo, perché una sterzata troppo rapida mi porterebbe proprio nella direzione che voglio evitare!

H: E finalmente possiamo parlare della stabilità. Quando lei va “diritto”, in realtà sta cadendo costantemente a destra o a sinistra, visto che è impossibile mantenere il centro di massa esattamente sopra la linea dei punti di contatto delle ruote. La bici curva dalla parte della “caduta”, ma così facendo la forza centrifuga spinge la bici dalla parte contraria, rimettendola in carreggiata. Si tratta quindi di una ondulazione stabile, che si vede bene solo a basse velocità. La prossima volta che va in bici senza mani, osservi bene il manubrio e vedrà che oscilla continuamente (figura 40).

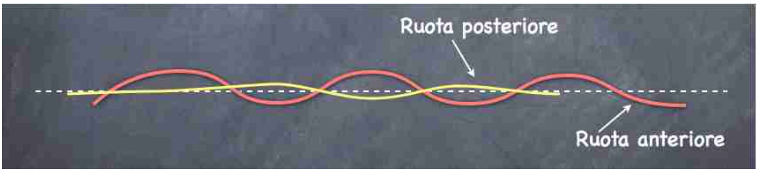


Figura 40. Oscillazione delle ruote della bicicletta.

W: Holmes, lei è un genio! Lei non ha bisogno di studiare, perché riesce a ottenere ogni risultato da solo e in maniera velocissima!

H: Ciò che un uomo può inventare, un altro può scoprire.[70] Non sono fra coloro che considerano la modestia una virtù. Per un uomo dotato di logica, tutte le cose andrebbero viste esattamente come sono, e sottovalutare sé stessi significa allontanarsi dalla verità almeno quanto sopravvalutare le proprie doti.[71] E devo dire che questo riconoscimento le fa onore, caro Watson. La mediocrità non conosce nulla di più alto di sé, ma il talento riconosce il genio all’istante.[72]

[70] Conan Doyle, A. (1905). *Il ritorno di Sherlock Holmes - L'avventura degli omini danzanti.*
[71] Conan Doyle, A. (1894). *Le memorie di Sherlock Holmes - L'avventura dell’interprete greco.*
[72] Conan Doyle, A. (1915). *La valle della paura*.

L’indizio della lavatrice e del proiettile

W: Abbiamo parlato più volte della forza centrifuga, ma ricordo che all’università la chiamavano “forza apparente”…

H: Beh, secondo me non è apparente per nulla. Se uno sta su una giostra in rotazione o su una auto che prende una curva ad alta velocità o su un aereo che effettua una cabrata, sente una forza reale. Ma effettivamente la forza che sente è quella che lo trattiene al suo posto, non quella che lo spinge fuori. Per questo si chiama “apparente”.

W: Non capisco.

H: Lei sente la forza di gravità?

W: Certo, sento che qualcosa mi spinge verso il basso.

H: In realtà non è così. Quello che sente attraverso le sue terminazioni nervose è la forza che le impedisce di cadere, trasmessa dalla sedia e dal pavimento. Questo perché per misurare una forza c’è bisogno di una deformazione, come in un dinamometro a molla, e i suoi sensori in realtà sentono questo. La gravità è una forza che agisce ugualmente su ogni massa e quindi non causa alcuna deformazione, almeno per corpi piccoli rispetto alla dimensione del pianeta.[73] Se lei fosse in caduta libera, non sentirebbe nulla, e volteggerebbe nel vuoto come il cane vicino al proiettile del suo Verne.
Adesso, supponiamo di stare su una giostra, una situazione non così strana visto che la Terra gira su sé stessa. Sarebbe molto comodo descrivere un esperimento usando un sistema di riferimento solidale con la giostra stessa, invece di dover sempre pensare nel sistema di riferimento esterno che, per noi che viviamo sulla giostra, è in rotazione. Chiaramente il sistema della giostra non è un sistema inerziale, visto che se lasciamo un corpo fermo senza esercitare nessuna forza, lo vediamo schizzare via verso l’esterno. In realtà quello che succede è che il corpo, non subendo nessuna forza, continua a viaggiare con la stessa velocità secondo una traiettoria rettilinea, ma noi, che invece curviamo, lo vediamo allontanarsi (figura 41). Da buoni sperimentali concludiamo che c’è una forza “centrifuga” diretta verso l’esterno,

[73] In un corpo esteso come un’astronave si potrebbe in principio riuscire a calcolare le differenze di intensità e di direzione della forza misurandola in vari punti, riuscendo a distinguere una forza di gravità da una accelerazione uniforme (cfr. figura 42). Un’astronave o un pianeta in caduta in un piccolo buco nero verrebbero probabilmente sbriciolati da queste forze “mareali” prima di raggiungere l’orizzonte degli eventi.

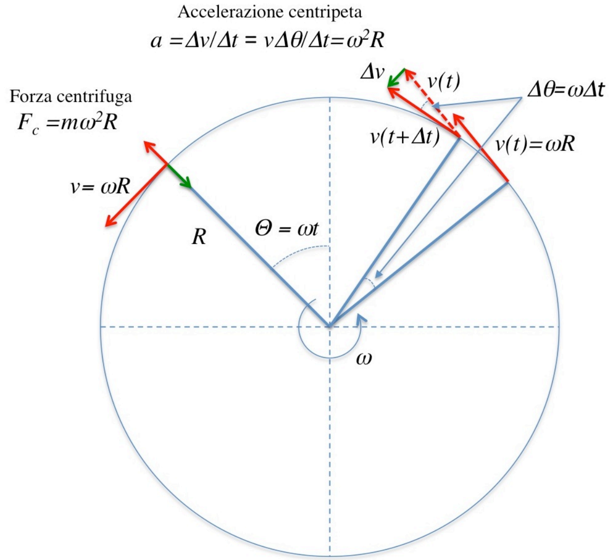


Figura 41. Forza centrifuga.

analoga in qualche maniera alla gravità perché agisce su tutte le masse in maniera proporzionale alla massa stessa. Questa forza aumenta con il quadrato della velocità angolare di rotazione moltiplicato per la distanza dall'asse, oppure, equivalentemente, con il quadrato della velocità periferica diviso per la distanza dall'asse.

W: Ma non è che allora anche la gravità sia una forza apparente?

H: Il Professore sarebbe fiero di lei! Questo è esattamente il punto di partenza della relatività generale di Einstein.[74] L'idea geniale è la seguente: supponiamo che lei si trovi chiuso, con tutti gli strumenti che vuole a sua disposizione, dentro un razzo. In un caso, il razzo è fermo, appoggiato sulla superficie di un pianeta con una certa accelerazione di gravità, nell'altro invece ha i motori accesi e sta accelerando con la stessa accelerazione del primo caso. In un caso lei sente la forza di gravità, nell'altro, una forza apparente, simile alla forza centrifuga. Secondo il principio di relatività di Einstein, non esiste un esperimento che permetta di distinguere i due casi, sempre che l'astronave sia piccola rispetto al pianeta (figura 42).

[74] Einstein, A. (1916). *Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie* (*The Foundation of the General Theory of Relativity*), Annalen der Physik **49**, 769–822.

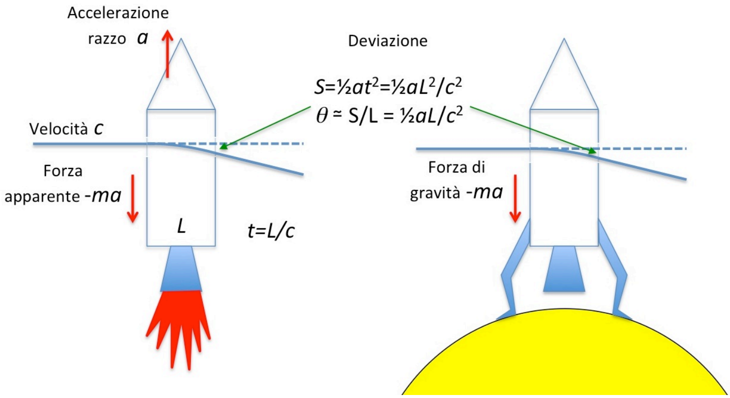


Figura 42. Principio di equivalenza.

W: Aspetti! Non ha a che fare con l'esperimento di Galileo dei gravi e della Torre di Pisa?

H: Proprio così, oggi lei mi stupisce! Il fatto che tutti i gravi arrivino al suolo nello stesso istante indipendentemente dalla loro massa, dimostra che la massa che appare nell'espressione delle forze di inerzia e la massa che appare nella forza gravitazionale sono la stessa cosa! Se i gravi in caduta arrivassero, anche di poco, in tempi diversi, questo sarebbe l'esperimento che permetterebbe di distinguere le due forze e quindi i due casi del razzo!

W: Interessante. E che conclusione se ne trae?

H: Per esempio, che la luce curva in un campo gravitazionale!

W: Oh! Questa poi…

H: Beh, non è difficile vedere che la luce deve curvare nel razzo accelerato, dato che questo aumenta sempre la sua velocità, mentre la luce va ad una velocità fissa. Ovvero, si ottiene che la luce devia in un sistema di riferimento accelerato. E dal principio di equivalenza, la luce deve deviare anche in un campo gravitazionale, altrimenti di nuovo avremmo a disposizione l'esperimento decisivo. Ovviamente, può interpretare l'esperimento pensando che i fotoni hanno massa perché hanno energia.

W: La famosa formula $E = mc^2$! Ma questa deviazione si può misurare? Che succede se mi lascio cadere con un ascensore?

H: La velocità della luce è troppo grande per misurare qualcosa con il campo

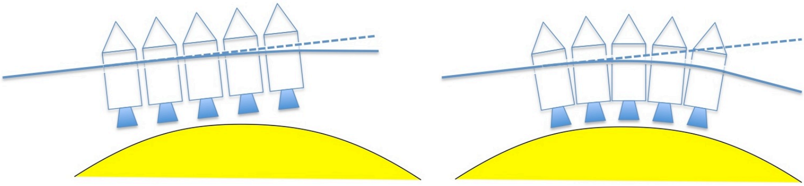


Figura 43. Deviazione della luce in un campo gravitazionale.

gravitazionale terrestre, a meno di non andare su precisioni incredibili,[75] e poi nel suo ascensore in caduta libera non misurerebbe proprio nulla: la deviazione dovuta all'accelerazione compensa esattamente quella dovuta al capo gravitazionale terrestre.

W: Già! Non ci avevo pensato! E allora?

H: Einstein la utilizzò per spiegare la precessione dell'orbita di Mercurio, e anche per prevedere la deviazione della luce da parte di una stella che fu poi confermata nel 1919 da Eddington, e inizialmente fece anche uno sbaglio…

W: Davvero?

H: Si, nel 1911[76] calcolò l'effetto della deviazione della luce mettendo i suoi ascensori in fila, ma così si ottiene **metà** della deviazione effettiva. Nel 1915[77] si rese conto che gli ascensori andavano disposti secondo la curvatura della traiettoria, e così si ottiene l'effetto giusto (figura 43).
La curvatura dello spazio ci permette di illustrare anche la precessione dell'orbita di Mercurio.

W: Ma qui si va nella magia!

H: Nella teoria della relatività generale di Einstein, le masse curvano lo spazio, e questa curvatura è quella che chiamiamo gravità.

W: Come se mettessi delle palle su una membrana di gomma (figura 44)?

---

[75] Il sistema GPS attualmente in uso deve fare continuamente delle correzioni relativistiche agli orologi a bordo dei satelliti, dell'ordine dei 7 microsecondi al giorno. https://it.wikipedia.org/wiki/Sistema_di_posizionamento_globale

[76] Einstein, A (1911): *Über den Einfluss der Schwercraft auf die Ausbreitung des Lichtes* (*On the Influence of Gravitation on the Propagation of Light*), Annalen der Physik **35**, 898-908.

[77] Einstein, A. (1915). *Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie* (*Explanation of the Perihelion Motion of Mercury from the General Theory of Relativity*), Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte, 1915 (part 2), 831–839.

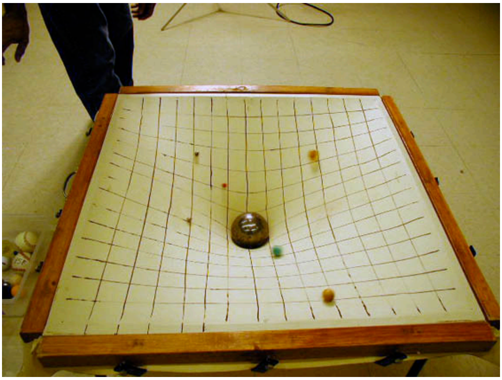


Figura 44. Simulazione della deformazione dello spazio dovuta alla gravità.[78]

H: Esatto! Ora, per piccole deformazioni, ma soprattutto per piccole velocità, tutto deve funzionare come predetto da Newton, altrimenti le sue leggi non sarebbero state accettate per così tanto tempo! In effetti la correzione per Mercurio deriva dal fatto che la sua orbita è eccentrica, così che quando passa vicino al Sole viaggia molto più veloce di quando ne è lontano. Secondo la teoria della Relatività, tutte le interazioni, compresa quella gravitazionale, non possono viaggiare più veloci della luce.
Supponga di passare di corsa di fronte ad un compagno, e di volergli lanciare una palla. Non deve mirare direttamente nella sua direzione, ma un po' più indietro, perché sta viaggiando con una certa velocità. Per la luce e per le altre interazioni che viaggiano alla stessa velocità il calcolo è un po' diverso, ma l'essenza è la stessa. Quindi, per un pianeta veloce come Mercurio al perielio, il Sole appare un po' più "indietro". E ovviamente c'è anche l'effetto della massa aggiuntiva dovuta alla velocità. Considerando tutto, è come se per Mercurio lo spazio fosse un po' più curvo vicino al Sole, di quello che darebbe semplicemente l'ellisse kepleriana.
Per visualizzare l'effetto, disegniamo su un foglio di carta trasparente l'ellisse di Mercurio, e pratichiamo un taglio passando dall'afelio fino al Sole. Quindi, sovrapponiamo un po' i due lembi del taglio, incurvando la parte di spazio più vicina al pianeta (figura 45). Come vede, l'ellisse non si chiude più, ovvero precede. Ovviamente, nella teoria di Einstein anche tutto il resto dell'ellisse è interpretato come dovuto alla curvatura dello spazio.

W: Veramente geniale! Questo Professore conosce la Fisica a menadito!

H: Non sia malizioso, a cosa sta pensando? Lo so che in fatto di esemplari femminili lei ha un'esperienza che si estende su molte nazioni e su tre continenti,[79] ma ormai dovrebbe aver raggiunto la pace dei sensi…

---

[78] Immagine da https://aeolipera.wordpress.com/2014/09/27/contours-of-impression/

[79] Conan Doyle, A. (1890). *Il segno dei quattro*, capitolo secondo.

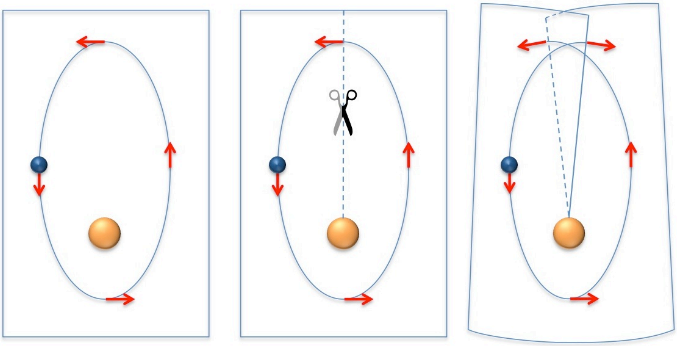


Figura 45. Ulteriore curvatura dello spazio dovuta alla relatività.[80]

W: Non entrerò in questa disputa con lei, che comunque stravede sempre per la stessa donna!

H: Torniamo alle forze apparenti. Quanto vale la forza centrifuga terrestre all'equatore?

W: Vediamo. La Terra ha un raggio di 6000 km, e fa un giro al giorno, ovvero in 24 ore. Quindi la sua velocità alla superficie (tangenziale) è di 1760 km/h. Non male come velocità! Ma noi non avvertiamo nulla?

H: Non a causa della velocità, lo aveva detto già Galileo. Quello che contano sono le accelerazioni, come appunto quella "centrifuga", che deriva dal fatto che la Terra è una sfera ruotante e quindi la velocità tangenziale cambia sempre direzione. Comunque, a causa di questa velocità della superficie terreste, anche se esistessero aerei a reazione commerciali[81] non si riuscirebbe ad arrivare "prima" di quando si parte, considerando ovviamente le differenze di fuso orario. Per farlo, bisognerebbe viaggiare a più di 1800 km/h, ma la velocità del suono è di 1200 km/h e un aereo supersonico, oltre a fare un fracasso tremendo, consumerebbe tantissimo.[82]

W: Se le interessa ancora, dai miei calcoli risulta che la forza centrifuga per unità di massa, ovvero l'accelerazione centrifuga, vale al più solo lo 0,35% di quella di gravità. Non basta andare a vivere all'equatore per perdere peso!

---

[80] Immagine ideata da Epstein L.C. (1981), *Relativity Visualized*, Insight Press, San Francisco.

[81] Il primo aereo a reazione è del 1910. https://it.wikipedia.org/wiki/Aereo_a_reazione

[82] Infatti il Concorde, l'unico aereo di linea supersonico, aveva proprio questi difetti. https://it.wikipedia.org/wiki/Concorde

Comunque ho capito, se faccio dei calcoli con dei corpi in rotazione devo tenere conto della forza centrifuga.

H: Magari fosse così semplice! Ci sono anche altre forze. Ma prima di andare avanti, consideri questo problemino, che mi angoscia da qualche tempo. Sono apparse recentemente delle confezioni semirigide[83] per dentifricio come quelle che vedo là, che non prendono "la piega" come quelle di metallo. Sono simpatiche, ma hanno il difetto che sono più difficili da strizzare. È vero che io alla fine taglio sempre il tubetto in modo da recuperare anche gli ultimi rimasugli, ma comunque preferirei che venisse fuori nel modo "giusto".
Per questo cerco di comprare marche di dentifricio in cui il tappo faccia da base, così che la gravità automaticamente porti tutto il dentifricio verso l'uscita. Ma se per caso ho dimenticato il tubetto, quasi vuoto, appoggiato orizzontalmente?
La soluzione che ho trovato è quella di afferrarlo per l'estremità, e farlo oscillare più velocemente possibile, cercando di sfruttare la forza centrifuga. Ma quanto sarà più forte della forza di gravità? Così, a sensazione, direi parecchio, dato che ho l'impressione che sia lo stesso farlo oscillare con il tappo verso il basso o verso l'alto, ma mi piacerebbe avere la stima di un ordine di grandezza.

W: Vediamo. Facciamo una prova... Ecco fatto! Il periodo di oscillazione è intorno a 0,5 secondi, dato che ho misurato 20 oscillazioni complete in 10 secondi. La lunghezza del tubo è di circa 16 centimetri e l'ampiezza dell'oscillazione copre un angolo piatto. Non so che tipo di legge del moto sia, ma supponiamo che l'accelerazione sia costante per il primo quarto del ciclo, poi deceleri, poi acceleri di nuovo... Insomma, nel primo quarto farebbe 16 cm in 1/4 di secondo di moto uniformemente accelerato.[84] Verrebbe una accelerazione circa 5 volte quella gravitazionale, il che conferma la sua ipotesi!

H: E prova l'efficacia della centrifuga della lavatrice nel togliere l'acqua dai panni. Watson, mi faccia anche il calcolo per questo elettrodomestico.[85] Per esempio, sono curioso di vedere cosa cambia aumentando la velocità di ro-

[83] Mi riferisco alle confezioni in plastica, che al tempo di Sherlock Holmes ovviamente non esistevano.

[84] Spazio = 1/2 accelerazione per tempo al quadrato, $s = \frac{1}{2}at^2$.

[85] La lavatrice elettrica è una invenzione statunitense degli anni '20, ma si trattava del modello "americano" con vasca verticale ed agitatore, e strizzatura a mano con rulli. Le centrifughe (dette "estrattori") esistevano già a livello industriale ma erano separate dalla lavatrice vera e propria. https://en.wikipedia.org/wiki/Washing_machine

tazione, per esempio passando da $f_1 = 600$ a $f_2 = 800$ a $f_3 = 1000$ giri al minuto.

W: Oh, beh, immagino che l'effetto sia proporzionale, ovvero raddoppierà quasi. Il diametro d del cestello da lavatrice è 40 cm, quindi il raggio (r) è 20 cm. Girando a f giri al minuto, se rotolasse su una strada in un minuto (60 secondi) percorrerebbe una distanza $L = f\pi d$, ovvero avrebbe una velocità $v = L/60 = f\pi d/60$, che è quindi la velocità periferica del cestello. Per esempio, per $f_1 = 600$ giri al minuto, abbiamo $v \simeq 12{,}6$ m/s, che corrispondono a 45 km/h. Da qui ci possiamo ricavare l'accelerazione centrifuga $a = v^2/\,r$:

$$a_1(600 \text{ giri/min}) = 790 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \simeq 80\, g,$$
$$a_2(800 \text{ giri/min}) = 1404 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \simeq 143\, g,$$
$$a_3(1000 \text{ giri/min}) = 2193 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \simeq 224\, g,$$

dove ho indicato con g l'accelerazione di gravità. Cavolo, l'effetto della centrifuga cresce parecchio con il numero di giri!

H: Perché l'accelerazione centrifuga dipende dal quadrato della velocità. E ovviamente crescerà anche il costo della lavatrice, non tanto per la potenza richiesta al motore, ma per gli accorgimenti stabilizzanti per evitare che la lavatrice se ne vada a spasso per la stanza durante la centrifuga.[86]

W: Ho preso nota. Se mia moglie mi chiederà di comprare una lavatrice, sceglierò di sicuro il modello più costoso, ma non sarò certo io suggerirle l'idea. Ma a quali altre forze presenti nei sistemi ruotanti si riferiva prima?

H: Le propongo il seguente problema, visto che le piace così tanto il romanzo di Verne. Il romanziere francese, conoscendo bene l'effetto della forza centrifuga, piazza il centro di lancio più vicino possibile all'equatore, pur restando negli Stati Uniti per esigenze logistiche, e sceglie quindi Stone's Hill vicino a Tampa, in Florida.[87] Supponiamo per semplicità che sia sull'equatore. Ora, se lei fosse stato lì ad osservare il lancio, avrebbe sentito…

> *Una detonazione spaventosa, inaudita, sovrumana, di cui nulla varrebbe a dar un'idea esatta, né gli scoppi del fulmine, né i boati delle eruzioni, si produsse istantaneamente. Un'immensa colonna di fuoco sprigionossi dalle viscere del suolo, come da un cratere. La terra si*

---

[86] I primi modelli avevano la centrifuga solidale con la cassa, e dovevano quindi essere avvitati a terra.

[87] La base di lancio del romanzo è a $27°7'0''$N, $82°9'0''$W, non lontano da cape Canaveral.

> *sollevò, e poche persone a mala pena poterono per un istante scorgere il proiettile che fendeva l'aria vittoriosamente tra fiammeggianti vapori.*[88]

Supponendo che i fiammeggianti vapori le lasciassero vedere qualcosa (figura 46), come descriverebbe la traiettoria del proiettile?

W: Beh, è puntato verso la verticale e quindi partirà sparato verso l'alto, scusi il gioco di parole.

H: E la rotazione terrestre?

W: Già! Non ci avevo pensato. Dunque, trascurando l'attrito con l'aria per semplicità, il proiettile una volta partito seguirà un moto rettilineo. La Terra però continuerà a girare, quindi il proiettile sembrerà andare verso occidente.

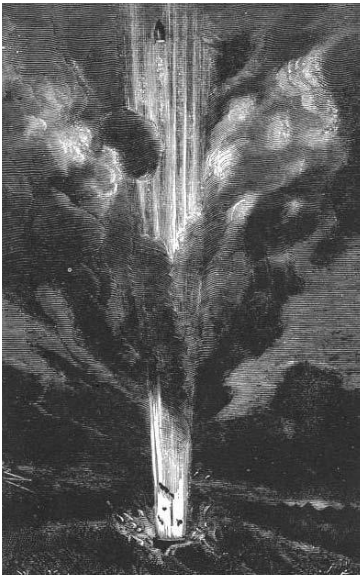


Figura 46. La partenza del Proiettile.[89]

H: E se il proiettile non ce la facesse ad entrare in orbita e ricadesse sulla Terra, dove andrebbe?

W: Non mi dica nulla, faccio il calcolo! Dunque: supponiamo che stia in volo 180 secondi. In questo frattempo la Terra, la cui velocità tangenziale è di circa 465 m/s, si è spostata di più di 80 km! Il proiettile ricadrebbe su Tampa, visto che il punto di partenza è a circa 80 km dal mare.

H: Lei non riflette prima di parlare! Ovviamente la forza "apparente" che agisce in un verso durante la salita, agisce nel verso opposto durante la discesa. Si tratta della forza di Coriolis. Per sperimentarla di persona, dovrebbe trovare una giostra da bambini, sa, quegli oggetti pericolosissimi che una volta erano nei giardini pubblici? Guardi, se ne vede una dalla finestra (figura 47). Si istalli su una sedia, con il suo nipotino al lato opposto, e provi a lanciargli una palla mentre la giostra sta girando. La palla che lei lancia si muove di

[88] Verne, J. (1875) trad. di Pizzigoni, G. (1872), *Dalla terra alla Luna.* http://www.aiutamici.com/ftp/eBook/ebook/Jules%20Verne%20%20Dalla%20Terra%20alla%20Luna.pdf
[89] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/From_the_Earth_to_the_Moon

moto rettilineo uniforme,[90] ma lei la vede deviare! La palla inizialmente ha la sua stessa velocità tangenziale, per cui sua moglie, che la sta guardando dalla panchina (è il riferimento fisso), vedrà che la palla non parte in direzione del suo nipotino, ma inclinata! Se lei vuole che sua moglie veda la palla andare verso il nipotino, deve lanciarla "in avanti" per compensare la sua velocità di "trascinamento". Ma anche così la traiettoria della palla che lei vede non sarà quella che si aspetta! Ovviamente, come ha disegnato, a causa del fatto che, mentre la palla è in volo, lei si è spostato! Ma invece di domandare sempre a sua moglie, lei può calcolare la traiettoria della palla direttamente sulla giostra (riferimento rotante), inserendo la forza di Coriolis. La forza è diretta perpendicolarmente sia alla velocità della palla (nel suo riferimento), sia perpendicolarmente all'asse di rotazione (figura 48). Come tutte le forze "apparenti", anche la forza di Coriolis è proporzionale alla massa dell'oggetto.

Figura 47. Giostra da bambini.[91]

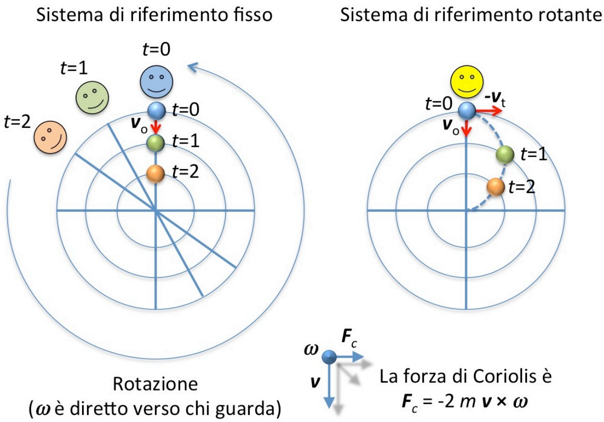


Figura 48. Forza di Coriolis su una giostra.

[90] Nel piano orizzontale, nella direzione verticale ovviamente sta cadendo.
[91] Immagine da http://www.torange.us/Landscape/winter/carousel-in-winter-15570.html

W: Non credo che farò l'esperimento, soffro di mal di mare. Ma come l'hanno scoperta, questa forza così subdola che scompare nei corpi fermi?

H: Già nel '600, quando i cannoni hanno cominciato a sparare proiettili veloci e su bersagli lontani, si sono accorti che non era lo stesso sparare verso nord, verso sud, verso est o verso ovest…

W: Aspetti, guardiamo se ci arrivo, dalla formula della forza. Alle nostre latitudini, se sparo verso nord, osservo una deviazione verso est, viceversa se sparo verso sud. Se sparo a est non succede nulla... Ah, no! Andando verso est i proiettili tendono ad alzarsi, e verso ovest ad abbassarsi!

H: Già, e nell'emisfero sud tutto va alla rovescia, come hanno sperimentato direttamente gli artiglieri della Royal Navy alla battaglia delle Falkland, l'8 dicembre 1914![92] I primi colpi della nostra flotta, superiore in quanto a potenza di fuoco, mancarono di brutto le navi del conte Maximilian von Spee, perché le tabelle di correzione inglesi valevano solo per l'emisfero nord! Poi però cambiarono il segno e affondarono quasi tutta la flotta tedesca.
Ma la maniera più facile di mettere in evidenza la forza di Coriolis è di sicuro quella di costruire un pendolo di Foucault, che del resto ha molto a che fare con il proiettile di Verne! Dato che alle nostre latitudini il pendolo ci mette un giorno e mezzo a fare un giro, c'è bisogno di qualcosa che continui ad oscillare almeno per un quarto d'ora, per poter vedere uno spostamento apprezzabile! Quindi le consiglio di trovare un palazzo con una tromba delle scale di almeno una decina di metri, e di sospendere un bottiglione (di plastica) di almeno cinque litri, pieno di acqua colorata. Pratichi un piccolo forellino nel bottiglione, così che il pendolo lasci una traccia su un foglio di carta da pacchi steso sotto. Dopo appunto qualche decina di minuti dovrebbe vedere che la traccia colorata si è spostata.

W: Sto pensando che Galileo avrebbe potuto utilizzare questo pendolo per dimostrare che era la Terra a girare, e non le stelle… Ma forse avrebbe potuto usare un semplice lavandino! Mi dicono che qui nell'emisfero nord l'acqua scende sempre ruotando in senso antiorario, mentre nell'emisfero australe fa il contrario, e che si può vedere il cambiamento quando si attraversa l'equatore!

H: Caro Watson, se fosse così facile determinare la latitudine, pensa che i capitani delle navi starebbero lì a barcamenarsi con il sestante? Faccia un po' il conto al Polo Nord, dove l'effetto è massimo.

[92] https://it.wikipedia.org/wiki/Battaglia_delle_Falkland

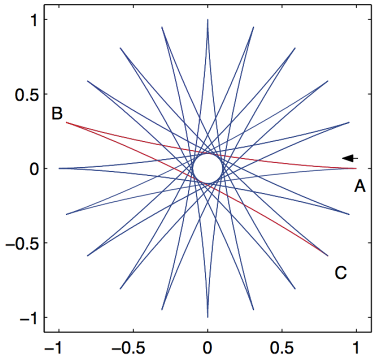
W: Allora, l'acqua nel lavandino si muoverà al più a 1/10 di metro al secondo.... uhm... mi viene un decimillesimo dell'accelerazione di gravità!

H: E consideri che all'equatore l'effetto è nullo. Qualsiasi imperfezione del lavandino e, soprattutto, qualsiasi movimento iniziale dell'acqua determina il senso di rotazione del gorgo, che, come lei certamente saprà, si autoalimenta…

W: Cosa?

H: Lo può dimostrare con un imbuto. Lo riempia d'acqua e lo tenga tappato con il pollice. Induca una piccola rotazione all'acqua, e tolga il pollice. Vedrà che la rotazione si amplifica sempre più![94] E vedrà che può facilmente farlo ruotare in un senso o nell'altro! Ma mi lasci terminare il ragionamento del pendolo di Foucault. Se lei fa partire il pendolo da una certa deviazione, ottiene (se riuscisse a farlo oscillare per molto tempo) una rosetta come quella a destra della figura 49, mentre se gli dà una spinta a partire dalla posizione di riposo ottiene la traiettoria riportata a sinistra. Se Galileo lo avesse montato nel Duomo di Firenze, avrebbe ottenuto una traiettoria simile a quella di figura 50.

W: Bello, ma che c'entra con il proiettile?



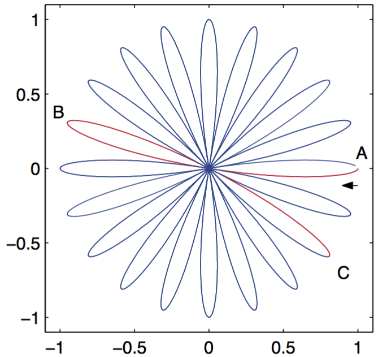


Figura 49. Traiettoria del pendolo di Foucault partendo con velocità nulla da una certa deviazione (a sinistra) e dalla posizione di riposo con una certa velocità radiale (a destra).[93]

---

93 Tesi di laurea in matematica (Firenze 2008) di Carlo Cintolesi. https://www.researchgate.net/publication/304782028_Le_equazioni_di_moto_del_Pendolo_di_Foucault_The_equations_of_motion_of_the_Foucault_Pendulum

94 L'effetto è dovuto alla conservazione del momento angolare dell'acqua.

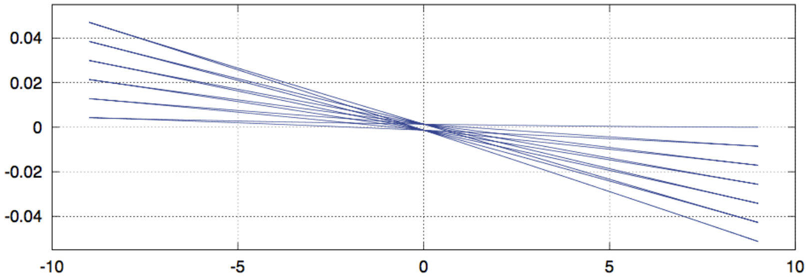


Figura 50. Ricostruzione della traiettoria descritta dal pendolo di Foucault (lunghezza 88,7 m) istallato nel Duomo di Firenze il 19/6/2008. Le dimensioni sono in metri, il periodo di oscillazione è di 20 secondi.[95]

H: Il suo proiettile è molto simile al pendolo di Foucault, se non fosse che per il pendolo la forza di gravità è costante, mentre per il suo proiettile, se va abbastanza lontano dalla Terra, la forza diminuisce.

Ma supponendo che non si distacchi molto, è veramente equivalente a un pendolo. Il caso è intermedio ai due esaminati sopra, dato che parte con una certa velocità ma non dal centro della Terra. Direi che è più simile al secondo caso. Facendo una simulazione numerica si ottiene la traiettoria di figura 51. Noti che la scala orizzontale è molto diversa da quella verticale: il proiettile nell'esempio sale fino ad una altezza di 50 km, ma cade a solo 1 km di distanza dal punto di partenza.

W: Veramente notevole! A proposito, visto che parliamo di questi argomenti: c'è una cosa che mi ha sempre turbato: il "2" nella formula di Coriolis. So bene da dove viene matematicamente ma non riesco a capirlo intuitivamente.

H: Beh, vediamo... Prendiamo il famoso esperimento di Galileo, quando per dimostrare che tutti i gravi cadono con la stessa accelerazione, gettò due palle, una di piombo ed una di legno, dalla torre di Pisa. Se avesse segnato il punto verticalmente sottostante usando un filo a piombo, avrebbe forse potuto misurare la deviazione verso est. Visto che la Terra gira, la cima della torre ha una velocità leggermente maggiore del suolo...

W: E questo rende conto di metà dell'effetto Coriolis!

H: Il fatto è che il grave, una volta che è stato lasciato andare, segue una traiettoria rettilinea. Viceversa, la torre gira. Dal punto di vista del sistema in

[95] http://www.catpress.org/article-104-thread-0-0.html

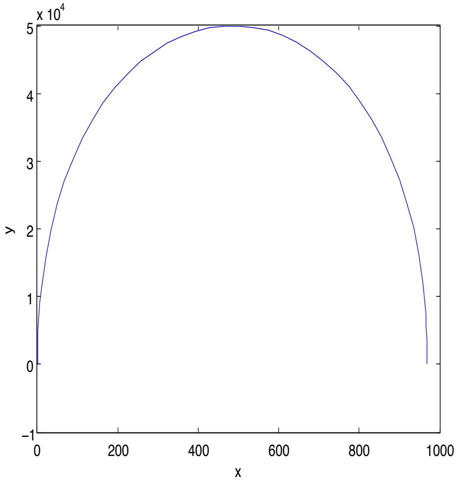


Figura 51. Traiettoria del proiettile senza considerare l'attrito dell'aria.[96]

rotazione, è il corpo a "girare", verso l'esterno. Quindi, non solo "va avanti" rispetto alla torre, ma "fa una curva" per andare ancora più avanti.
In altre parole: nel sistema di riferimento fisso il corpo seguirebbe la classica ellisse kepleriana, che localmente è approssimata dalla parabola di caduta dei gravi. Ma come si può rendere conto dalla figura che sta disegnando sul taccuino (figura 52), il fatto che il sistema stia girando, fa sì che l'angolo tra la velocità di caduta e l'asse verticale aumenti. Nel sistema in rotazione, uno si potrebbe aspettare una traiettoria quasi lineare (la velocità orizzontale "apparente" del grave aumenta durante la caduta, e compensa l'effetto parabolico), e invece osserva l'inizio della rosetta (primo caso) del pendolo di Foucault, che ovviamente è esagerata nella sua figura.

W: Bravo Holmes! Questa spiegazione mi convince.

H: In cambio, mi saprebbe dire se Galileo avrebbe veramente potuto ottenere da questo esperimento un effetto evidente per dimostrare la rotazione della Terra? Quanto è grande questa deviazione?

W: Questo mi sa che è un calcolo difficile, devo farlo sul taccuino. Trascuriamo la deviazione dell'aria. L'altezza, che per la torre di Pisa è 56 m, è legata al tempo di caduta.[97] La velocità di caduta[98] non è costante, e quindi anche la forza di Coriolis varierà nel tempo. Mi toccherà fare degli integrali!

H: Ah, questo è compito suo!

W: Vado avanti. La velocità di rotazione della Terra, alla nostra latitudine, va

[96] Si veda Bagnoli, F., Cataliotti, F.S. (2011). *Fisica e fumetti: Paperone ed il deposito sotterraneo*, Giornale di Fisica **LII**, 103.

[97] $h = \frac{1}{2} g t_c^2$, con $h =$ altezza e $t_c =$ tempo di caduta. g è l'accelerazione di gravità, 9,8 $\mathrm{m/s^2}$.

[98] $v' = gt$.

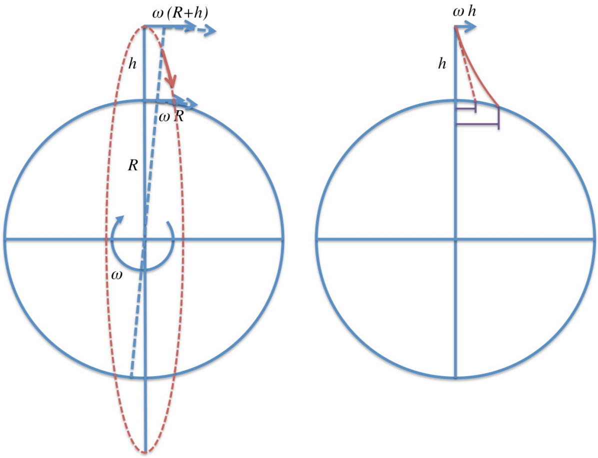


Figura 52. I due contributi alla deviazione di Coriolis.

moltiplicata per il coseno di 45 gradi, ovvero per $\sqrt{2}/2$ (per questo da noi il pendolo di Foucault fa un giro in circa un giorno e mezzo). Bisogna integrare l'accelerazione di Coriolis[99] due volte nel tempo. Il valore numerico dello spostamento relativo[100] viene di circa 6 mm! Abbastanza piccolo ma forse misurabile...

H: Forse non lo sa, ma nel 1790, a Bologna, l'abate Giovanni Battista Guglielmini fece veramente questo esperimento, gettando delle sfere di piombo da 2 cm dalla torre degli Asinelli (98 m), trovando una deviazione di 17 mm, compatibile con i suoi calcoli. Purtroppo, al primo lancio l'abate centrò in pieno una persona che passeggiava lì sotto, tal Giovan Pietro Marchesi, che morì sul colpo![101]

W: Oh, poveraccio! E lei che vuole sempre fare gli esperimenti di conferma! La Fisica è pericolosa! Bisogna tenersene alla larga!

99 $a_c = 2\omega g t$, ω è la velocità angolare della Terra, in radianti al secondo ($\omega = 2\pi/8600$).

100 $s_c = \frac{1}{3}\omega g t_c^3$, da moltiplicare per l'effetto della latitudine.

101 Giacobbo, R. (2015). *Città Segrete*. Probabilmente è una leggenda urbana [nda].

L’indizio dell’acqua e della spinta

H: Stavamo parlando dell’affondamento del Titanic (figura 53)...

W: Sì, una tragedia, sono morti 1518 dei 2223 passeggeri. Non a caso ci sono stati così tanti film su questo affondamento![102]

H: In molti racconti di naufragi si parla di un gorgo che si forma dietro alla nave che affonda e che trascina con sé le scialuppe di salvataggio. Secondo lei esiste davvero?

W: Certo che esiste! Non ricorda l’ultima pagina di Moby Dick?[104]

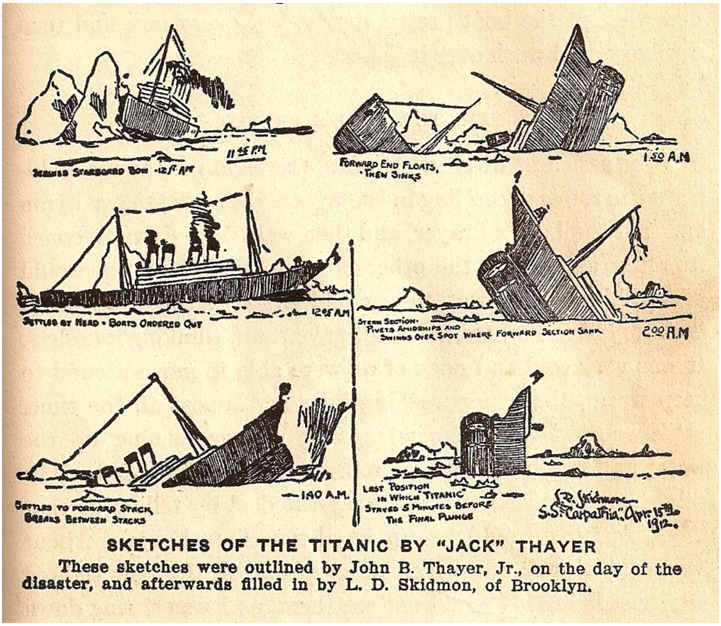


Figura 53. L’affondamento del Titanic disegnato dal testimone oculare J.B. Thayer.[103]

[102] Al 1926, anno di ambientazione di questo racconto, erano già usciti 3 film sul naufragio.

[103] Immagine da http://www.titanicdiclaudiobossi.com/Html/Testimonianza%20di%20Jack%20Thayer_95.htm

[104] Melville, H. (1851). *Moby Dick*. Traduzione di Patrizio Sanasi. Da http://www.liberrebil.it/wp-content/uploads/2011/09/MELVILLE-Moby-Dick.pdf

> *Capitò che dopo la sparizione del Parsi, io fui quello che i Fati destinarono a prendere il posto del prodiere di Achab, quando questo prodiere assunse il posto vacante; e io fui quello che, quando l'ultimo giorno i tre furono sbalzati in acqua dall'urto, cadde a poppa. Così, galleggiando sul margine della scena che seguì, e dominandola tutta, quando il risucchio semispento della nave affondata mi prese, fui allora tirato, ma lentamente, verso il vortice che si chiudeva. Quando ci arrivai, s'era placato in un pantano di spuma. Torno torno, allora, e sempre attratto dal nero bottone della bolla, all'asse di quel cerchio che roteava lento, girai come un altro Issione. Finché, nel toccare quel centro vitale, la bolla nera esplose; e ora, sganciata dalla sua molla ingegnosa, e saltando a galla con forza per essere così leggera, la cassa da morto-salvagente balzò quant'era lunga dal mare, ricadde, e mi galleggiò accanto. Sostenuto da quella bara, per quasi tutto un giorno e una notte, galleggiai su un mare morbido e funereo. Senza toccarmi, i pescicani mi guizzavano accanto come avessero lucchetti alle bocche; i falchi selvaggi del mare passavano coi becchi inguainati. Il secondo giorno, una vela mi venne vicina, sempre più vicina, e mi raccolse alla fine. Era la Rachele che andava bordeggiando, e che nel rifare la sua rotta in cerca dei figli perduti, trovò solo un altro orfano.*

H: Bene, e perché c’è questo vortice?

W: Beh, penso che sia dovuto al fatto che la nave, affondando, trascina con sé l’acqua, come si può vedere mettendo dei piccoli pezzi di sughero in una bacinella, e poi muovendo l’acqua con la mano. I pezzetti di sughero vengono trascinati.

H: Vuol dire quindi che è dovuto alla viscosità dell’acqua. Ma prosegua!

W: Oppure potrebbe essere l’aria che risale dalla barca affondata che rende più “leggera” l’acqua, che non ce la fa più a sostenere i corpi galleggianti... In questo caso non ci sarebbe veramente un vortice.

H: Questa spiegazione mi convince poco, ma certamente la nave è piena d’aria.

W: Potrebbe anche essere che l’acqua, riempiendo la nave, fa una specie di “buco” nell’oceano…

H: Questa è certamente più convincente! Cerchiamo di verificarla con un esperimento.

W: Un esperimento con il Titanic?

H: In scala ridotta, ovviamente. Prenda quel dosatore da cucina lì, e un bicchiere. Il dosatore sarà il nostro oceano e il bicchiere la nave (figura 54).

Figura 54. Dosatore e bicchiere.[105]

Riempia di acqua il dosatore, infili il bicchiere in maniera che galleggi e marchi il livello di acqua. Se adesso lei fa affondare il bicchiere, cosa farà il livello dell’acqua? Resterà uguale, salirà o scenderà (figura 55)?

W: Certamente salirà!

H: Proceda!

W: Ecco qua... Ohh! Il livello dell’acqua è sceso!

H: Lei vede, ma non osserva. C'è una netta differenza.[106] Si potrebbe anche dire che lei è un esempio di *non sequitur* tra quello che dice un momento

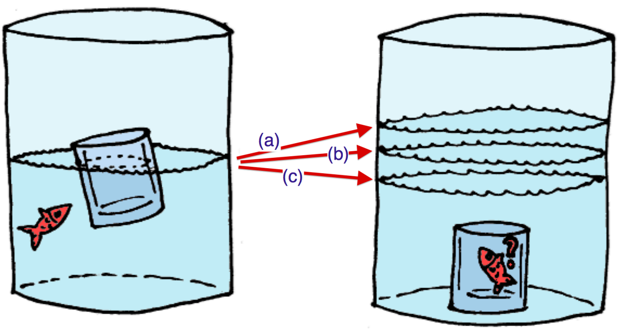


Figura 55. Il quesito del Titanic.

[105] Immagine da http://www.amazon.it/Fackelmann-41355-Dosatore-professionale-plastica/dp/B004NSL61M

[106] Conan Doyle, A. (1891). *Uno scandalo in Boemia*, ne *Le avventure di Sherlock Holmes*.

prima e quello che afferma un istante dopo! Vediamo! Perché il bicchiere galleggia?

W: Beh, per il principio di Archimede: *un corpo immerso in un fluido riceve una forza dal basso verso l'alto pari al peso del fluido spostato.*

H: E sa cosa ci ha fatto Archimede con questa legge?

W: Ah, sì, ricordo. Erone di Siracusa aveva fatto realizzare una corona, fornendo all'artigiano un certo quantitativo d'oro, e ottenendo in cambio il manufatto effettivamente di tale peso. Però aveva il dubbio che durante la realizzazione fosse stato utilizzato un metallo più vile per l'anima della corona, ma non voleva certo tagliarla per verificare tale sospetto. Archimede sospese la corona ad una bilancia, mettendo sull'altro piatto un uguale peso in oro, e immerse la bilancia in acqua. Dato che effettivamente la corona era stata realizzata con materiale di densità minore dell'oro, e quindi aveva un volume maggiore di quello di un ugual peso in oro, ricevette dall'acqua una spinta maggiore di quello che ha ricevuto il lingotto sull'altro piatto. Quindi la bilancia si alzò dalla parte della corona e immagino che l'artigiano abbia perso la testa.

H: Il trattato sui corpi galleggianti di Archimede fa parte del palinsesto ritrovato a Costantinopoli da Heiberg nel 1906[107] di cui pure parleremo in seguito. Capisce ora che succede all'affondamento del Titanic?

W: Sì, la nave prima spostava tanta acqua quanto era il suo peso, una volta affondata sposta solo tanta acqua quanto è il volume del materiale con cui è costruita, e dato che è fatta da materiale più pesante dell'acqua, ferro per una nave e vetro per il nostro bicchiere, sposta meno acqua. Quindi tende a fare un "buco" nell'oceano, buco che, riempiendosi, causa il vortice.

H: Si può anche dire che l'acqua riempie i "vuoti" della nave. Ovviamente a questo si aggiunge il trascinamento viscoso, che continua a trascinare giù i malcapitati che fossero stati risucchiati dal vortice.
Lei mi sembra un po' arrugginito con la spinta di Archimede. Per esempio, secondo lei, se io metto un chilo di paglia su un piatto della bilancia, e un chilo di piombo sull'altro, da quale parte si inclinerà la bilancia?

W: Ah, ah! Questo è il classico indovinello da bambini! Un chilo è un chilo, i due hanno lo stesso peso. La bilancia sta in equilibrio.

H: Se lei avesse seguito un corso di laboratorio di fisica o chimica, saprebbe

---

[107] Netz, R., Noel, W. (2007). *Il codice perduto di Archimede. La storia di un libro ritrovato e dei suoi segreti matematici.* Rizzoli. ISBN 8817016012.

che non è così. Ovviamente dobbiamo specificare che con la parola "chilo" intendiamo la massa, non il peso. Una massa m di un chilogrammo pesa appunto un chilogrammo-peso, ovvero mg, meno la spinta di Archimede dell'aria!

W: Ma l'aria non pesa!

H: Certo che pesa! La pressione atmosferica altro non è che il peso dell'aria, corrispondente a circa 10 metri di acqua. Del resto, se prova a fare la pesata della paglia e del piombo sott'acqua, vedrà subito che la bilancia non sta in equilibrio. Ma proviamo a fare il conto!

W: Ce n'è proprio bisogno?

H: Beh, giusto per vedere se la differenza è percepibile o no. Sa, se un effetto è completamente impercettibile, non vale neppure la pena di considerarlo. Ma il conto è abbastanza facile. Basta convertire la massa in volume.

W: Aspetti... C'è bisogno della densità!

H: Ben detto, Watson. La densità è il rapporto tra massa e il volume. A proposito, qual è la densità dell'acqua?

W: Uno, ovviamente!

H: Di nuovo *non sequitur*! La densità non è un numero, ma una grandezza che ovviamente si misura in chilogrammi per metro cubo. Ora, quanto pesa un metro cubo di acqua?

W: Un metro cubo? Parecchio! Dunque, un litro di acqua pesa un chilogrammo ed equivale ad un decimetro cubico. In un metro ci stanno 10 decimetri, ma dato che sono cubici, in un metro cubo ci stanno 1000 decimetri cubi, quindi un metro cubo di acqua pesa 1000 chili, una tonnellata! La densità dell'acqua è 1000 chilogrammi per metro cubo.

Figura 56. Ponte-canale Magdeburg Water Bridge in Sassonia.[108]

H: E bravo Watson! La densità dell'aria è molto più piccola, circa 1,2 chilogrammi per metro cubo. Quella della paglia è

108 Immagine da http://www.travelblog.it/post/8375/i-ponti-piu-strani-il-magdeburg-water-bridg

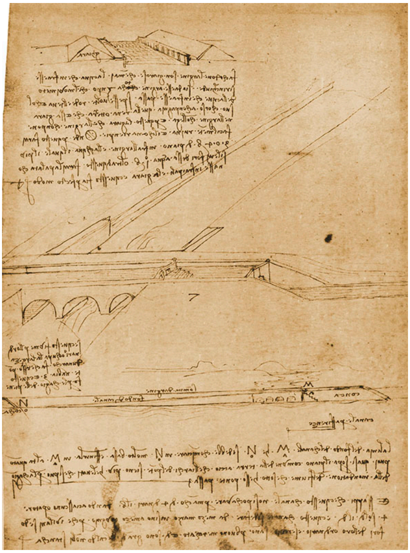


Figura 57. Leonardo da Vinci, ponte canale con chiuse a porte battenti.[109]

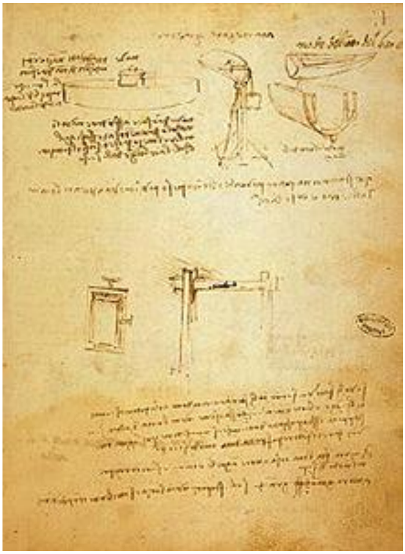


Figura 58. Leonardo da Vinci, studi per carene di navi inaffondabili. In alto a sinistra, il 'sottomarino'.[110]

più grande, ma molto minore di quella dell'acqua, visto che la paglia galleggia. Un metro cubo di paglia pesa solo 100 chili, 1/10 del peso dello stesso volume di acqua. Quella del piombo è invece molto, molto più grande, 11,3 volte quella dell'acqua. Quindi un chilogrammo di piombo occupa un volume di...

W: Beh, 1/11 di litro, circa 88 cm^3.

H: E la paglia?

W: 1/10 di m^3, ovvero 10.000 cm^3. Vado avanti io! La spinta di Archimede ricevuta dalla paglia è 12 grammi-peso, mentre quella ricevuta dal piombo è praticamente trascurabile, solo 0,1 grammi-peso, quindi effettivamente una bilancia sensibile può riuscire a mettere in evidenza la differenza, 12 grammi su un chilo!

---

[109] *Codice Atlantico* foglio 126v, Milano, Biblioteca Ambrosiana. Immagine da http://brunelleschi.imss.fi.it/itinerari/galleria/GalleriaImmaginiLeonardoVinci2_34725.html

[110] *Codice Atlantico* foglio 881v. Immagine da http://brunelleschi.imss.fi.it/genscheda.asp?appl=LIR&xsl=paginamanoscritto&chiave=101406

H: Molto bene. Facciamo un altro esperimento, questa volta ispirato da Leonardo da Vinci. Quando Leonardo arrivò a Milano nel 1482, la città era attraversata da vari navigli, che fornivano difesa, acqua ed erano anche navigabili. Alcuni di questi navigli, come la Martesana, passavano sopra ad altri fiumi, come il Molgora e il Lambro (figura 56, 57 e 58).

W: E che bisogno c'era di passare sopra?

H: Per non perdere la pendenza, e anche per mantenere il canale navigabile. Ludovico il Moro, il committente, era preoccupato che le navi che passano sopra a questo ponte-canale, aggiungessero al carico il loro peso, e questo sorpassasse la capacità portante dal ponte.

W: Aveva tutte le ragioni per preoccuparsi!

H: Terzo *non sequitur* di fila! Faccia la prova. Prenda il dosatore di prima e lo metta su quella bilancia a molla. Che cosa segna?

W: Circa un chilo.

H: Vedo lì un peso da stadera (figura 59). Quanto pesa?

W: Circa un chilo e trecento grammi.

H: Adesso lo immerga nell'acqua del dosatore, senza fargli toccare il fondo. Che cosa dice la bilancia?

Figura 59. Peso da stadera.[111]

W: Incredibile, il peso è aumentato solo di 181,5 grammi! Da dove vengono fuori?

H: Ma sempre dalla legge di Archimede! Il peso da stadera riceve dal liquido una spinta verso l'alto, e ovviamente il liquido riceve la stessa spinta verso il basso. Questa spinta dipende solo dal volume del corpo immerso, non dal suo peso! Ora, rimetta il bicchiere nel dosatore.

W: Questa volta la bilancia segna anche il peso del bicchiere.

H: Sì, che è uguale al peso del liquido spostato. Adesso tolga acqua in maniera che il livello sia lo stesso di prima, dato che stiamo simulando un canale e il suo livello non si alza se c'è una barca o meno.

[111] Immagine da http://www.lombardiabeniculturali.it/beni-etnoantropologicische de/R1060-00446/

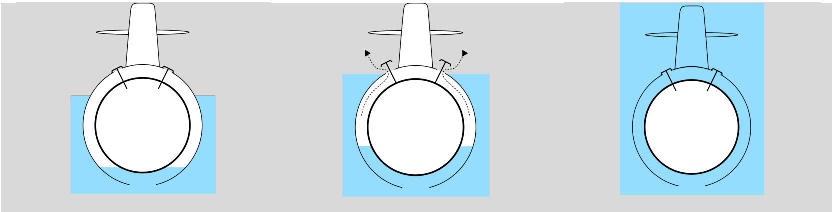


Figura 60. Assetto di un sottomarino.[112]

W: Cavolo! Il peso torna ad essere proprio quello di prima!

H: Con le parole di Leonardo:

> *Il gran peso della barca che passa per il fiume sostenuto dall'arco del ponte, non cresce peso a esso ponte, perché la barca pesa di punto quanto il peso dell'acqua che tal barca caccia dal suo sito.*

W: Mi inchino a cotanto sapere!

H: Lei sa che Leonardo aveva inventato il sottomarino, abbastanza diverso da quello di Verne[114] e da quelli usati nella passata guerra (figura 58)?[115]

W: Non lo sapevo.

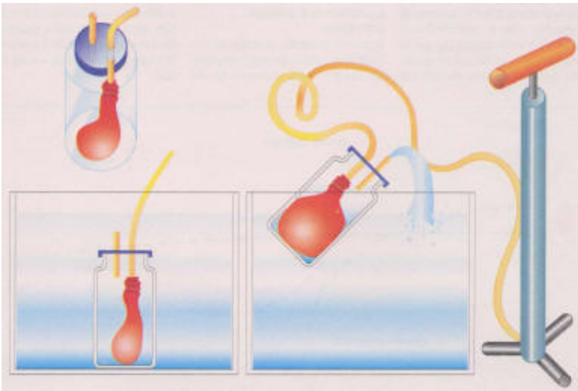


Figura 61. Sottomarino con camera di espansione.[113]

---

112 Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Sottomarino
113 Immagine da http://www.scuoladecs.ti.ch/et/energia/nave/nave.htm
114 Verne, J. (1870). *Ventimila leghe sotto i mari*
115 Ovviamente Sherlock si riferisce alla prima guerra mondiale.

H: È nel Codice Atlantico. Ovviamente il sottomarino di Leonardo non disponeva del sistema di regolazione dell'assetto (figura 60), ovvero stava sempre alla stessa profondità.

W: E come funziona la regolazione dell'assetto nei sottomarini moderni?

H: Possiamo costruire un modellino (figura 61). Prenda un barattolo di ferro o alluminio, con tappo. Nel tappo pratichi un foro in cui inseriremo un tubicino di gomma. Poi facciamo alcuni fori di lato, e appesantiamo un po' il barattolo attaccando un pesetto o una calamita di lato in modo che i fori restino sempre in basso.[117] Oppure, può collegare un palloncino al tubicino così che non ci si deve preoccupare di tenere i fori in basso.
Adesso "variamo" il nostro sommergibile in un grosso recipiente d'acqua. Soffiando o aspirando nel tubicino può regolare la quantità di acqua ed aria contenuta nel sottomarino, e quindi regolare il suo assetto. Ovviamente il sistema ha due stati molto "stabili": il sottomarino al fondo e il sottomarino galleggiante, mentre è più difficile mantenere il sottomarino a mezz'acqua. Però è possibile. Perché?

W: Uhmmm... aspetti... la legge di Stevino?

H: Ooh! Finalmente la riconosco. Certo! La legge di Stevino ci dice che per un fluido incompressibile, o per piccole variazioni di profondità h, la pressione p cresce linearmente con la profondità. Facciamo un piccolo calcolo. La nostra tinozza è profonda 30 cm. Quanto vale la pressione al fondo?

W: Dunque. La pressione p_0 è la pressione atmosferica, che corrisponde al "peso" di dieci metri di acqua. Quindi l'aumento della pressione è proporzionale a 30 cm/10 m, ovvero il 3%.

H: Eccellente! Ma adesso passiamo ad un esempio più sottile di sottomarino, anzi, di palombaro, che si immerge o emerge a comando, senza tubicino. Questo esperimento si presta bene anche a dei giochi di prestigio. Prenda un barattolo Mason, e lo riempia

Figura 62. Il palombaro a comando.[116]

[116] Immagine da http://www.scienzainrete.it/sommergibile.htm
[117] Si può costruire il tutto usando una bottiglia di plastica.

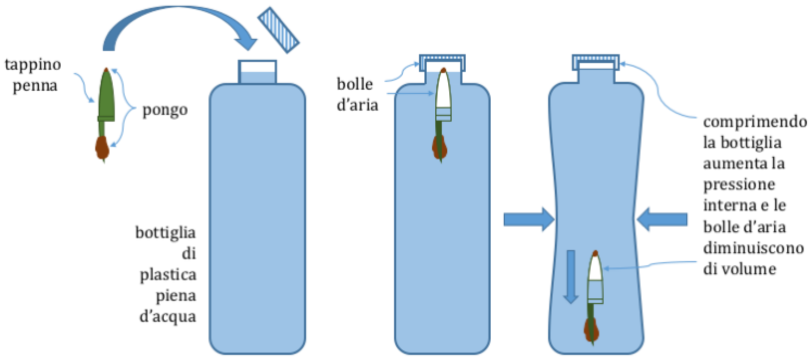


Figura 63. Il palombaro in bottiglia.

d'acqua. Poi prenda una provetta, la appesantisca un po', e ci leghi un pezzetto di palloncino di gomma in modo che rimanga una sacca d'aria e galleggi appena. Chiuda il tappo del barattolo e lo sistemi a faccia in giù in modo che il tappo prema su alcune monete (figura 62).
Vedrà che quando preme sul barattolo, il palombaro si immerge e quando lo rilascia emerge. Con un po' di pratica riuscirà anche a farlo restare a mezz'acqua. Che succede?

W: Facile! L'aumento di pressione, quando si preme il tappo con l'aiuto delle monete, fa comprimere l'aria nel tubicino, grazie al suo tappo di gomma flessibile, e quindi diminuisce il suo volume e anche la spinta di Archimede.

H: Infatti, il trucco è troppo palese! Quest'oggetto si chiama "diavoletto di Cartesio", anche se sembra che sia stato inventato da Raffaello Magiotti nel 1648.[118] Per renderlo più interessante, non dobbiamo far vedere la sacca d'aria. Per far ciò, usiamo un tubicino opaco che manteniamo capovolto appesantendolo in maniera opportuna, così che la sacca d'aria sia invisibile.[119] Se poi disponessimo di una bottiglia flessibile,[120] ben riempita d'acqua, potremmo comprimerla con la mano che la tiene quasi senza farlo vedere, come un vero trucco di magia (figura 63)!

W: Questo mi piace, lo voglio fare con i nipoti di mia moglie, il prossimo Natale.

118 https://it.wikipedia.org/wiki/Diavoletto_di_Cartesio
119 Un tappo di penna appesantito con del pongo è ideale.
120 Noi possiamo esaudire il desiderio di Holmes ed usare una bottiglia di plastica.

H: A proposito della pressione atmosferica: mi viene in mente un altro trucchetto che può mostrare ai suoi nipotini. Ci vuole una lattina di birra o di altra bevanda[121] e un fornello. C’è bisogno anche di un contenitore basso con dell’acqua fredda, per esempio una teglia di vetro (così tutti possono vedere bene). Si procuri un sistema per prendere la lattina quando sarà molto calda: usi un paio di pinze grandi o costruisca una maniglia di fil di ferro.

Figura 64. Lattina stritolata dalla pressione atmosferica.[122]

Metta un paio di cucchiai di acqua nella lattina (vuota), e la ponga sul fornello. Dopo un po’ sentirà l’acqua bollire e vedrà uscire del vapore. Questo è il momento di prendere la lattina con le pinze o la maniglia e rovesciarla rapidamente (facendo attenzione all’acqua bollente contenuta), con l’apertura in basso, nella teglia con l’acqua fredda. Quasi istantaneamente la lattina verrà stritolata da una forza misteriosa (figura 64).

W: Dice che è a causa della pressione atmosferica?

H: Certo! Cosa c’era dentro la lattina prima che la girassi?

W: Aria calda? No! Vapore! Ah, ho capito! Il vapore si è condensato a contatto con l’acqua fredda e quindi è tornato ad essere acqua, occupando molto meno spazio.

H: Quanto meno?

W: Ma lei vuole sempre fare i calcoli!

H: Non pretendo di farli molto accuratamente, ma almeno l’ordine di grandezza... Il vapore d’acqua a pressione e temperatura usuali è praticamente un gas perfetto. Una mole di atomi in queste condizioni a temperatura ambiente occupa un volume di 22,4 litri. A 100 gradi, 30,4 litri.

---

[121] Ovviamente le lattine di alluminio non esistevano al tempo di Sherlock Holmes, ma quelle di latta sì.

[122] Immagine da http://www.education.com/activity/article/Crunch_Can_middle/

W: Mi sembra già parecchio complicato. Cos'è una mole? Quel palazzo di Torino, in Italia?

H: No, la parola "mole" deriva da molecola, non da "grande massa compatta". Una mole di qualche sostanza è quella quantità di materia che contiene un numero di Avogadro di atomi o molecole di tale sostanza, cioè circa $6 \cdot 10^{23}$ atomi o molecole.

W: Che numeroni!

H: Il problema è che gli atomi sono piccini e tanti... Ora, la lattina ha un volume di 33 cm^3, quindi contiene...

W: Facendo la proporzione... circa 1/1000 di mole di acqua. Ho capito! Condensando, questa quantità di acqua occupa un volume trascurabile. Ecco perché la lattina si accartoccia!

H: Faccia attenzione alle conclusioni affrettate, caro Watson! Forse non ha considerato un piccolo particolare: la lattina ha un foro da cui l'acqua potrebbe tranquillamente entrare, anzi, da cui entra, dato che, come può verificare, la lattina stritolata è piena d'acqua!

W: Giusto. Allora la mia spiegazione non funziona! Holmes, me lo dica lei perché la lattina si stritola.

H: La sua spiegazione va bene, ma bisogna considerare anche il processo di entrata dell'acqua. Se questo è molto rapido, la lattina "regge" e non si stritola. Se lei allargasse il buco a tutta la parte superiore della lattina e ripetesse l'esperimento, vedrebbe che semplicemente l'acqua entra a occupare il vuoto senza che la lattina si deformi. In effetti, ci sono delle lattine più piccole e più robuste, oppure con un foro più grosso, con cui questo esperimento non riesce. Viceversa, se lei prepara un tappo di sughero sagomato in modo da tappare la lattina prima di girarla, allora

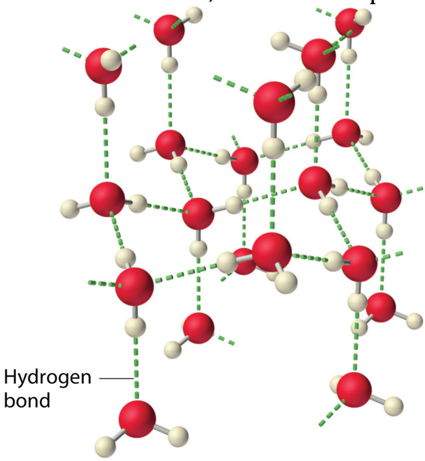


Figura 65. Struttura quasi-cristallina dell'acqua.[123]

[123] Immagine da http://2012books.lardbucket.org/books/principles-of-general-chemistry-v1.0/s15-liquids.html

Figura 66. Candela e bicchiere.[124]

l’esperimento riesce sempre. Questo è un esempio di ragionamento da fisico: considerare sempre i casi estremi. Ora, perché con un buco abbastanza piccolo l’esperimento riesce?

W: Boh!

H: Perché l’acqua è viscosa, ovvero si oppone a essere incanalata troppo velocemente, in gergo tecnico si dice che si oppone agli sforzi di taglio. L’acqua non riesce a passare velocemente per i buchi piccoli. E lo sa perché?

W: Boh!

H: Perché, anche nell’acqua liquida, abbondano le catene a “ponti a idrogeno”. Queste catene sono responsabili della struttura del ghiaccio, ma conferiscono anche all’acqua liquida le sue strane proprietà, come la grande viscosità e la grande capacità termica (figura 65).

H: Ma possiamo fare un altro esperimento con materiale simile. Prenda quella candela, faccia in modo che resti ritta su un piatto, colando un po’ di cera. Oppure si può usare una candelina da lumino, che galleggia senza rovesciarsi. Poi aggiunga acqua, così che la nostra candela sembri un faro che indica la strada ai marinai. Adesso prenda un bicchiere e lentamente lo abbassi sulla candela, che dev’essere abbastanza corta da restare accesa dentro il bicchiere, quando questo viene appoggiato sul fondo del piatto. Ecco, dopo qualche istante la candela si spenge e dopo qualche altro istante l’acqua sale nel bicchiere (figura 66). Perché?

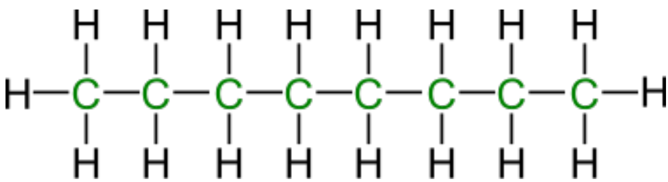


Figura 67. Un alcano (ottano).

[124] Immagine da http://www.funsci.com/fun3_it/candela/piatto.htm#2

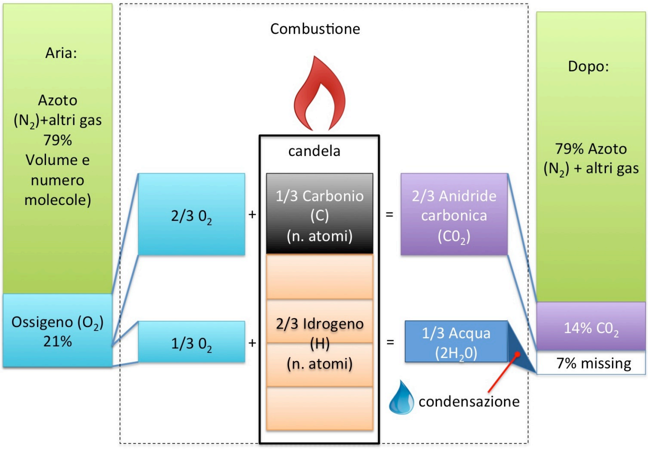


Figura 68. Reazioni chimiche nella combustione di una candela.

W: Uhmm. La candela consuma l'ossigeno, che è circa il 21% dell'aria, e quindi l'acqua sale con questa proporzione.

H: Watson! Pensavo che ne sapesse un po' più di chimica! Cosa succede durante la combustione del carbonio (C) e dell'idrogeno (H)? (la cera è composta da idrocarburi, ovvero da carbonio e idrogeno, figura 67).

W: Dunque, per il carbonio abbiamo $C + O_2 = CO_2$, quindi una molecola di ossigeno viene sostituita da una molecola di anidride carbonica.. Il numero di molecole gassose non cambia! Per l'idrogeno abbiamo $4H + O_2 = 2H_2O$, ancora peggio! Il numero di molecole gassose aumenta! Ah, no! Questo vapore probabilmente condensa come per la lattina. Però, dato che in un idrocarburo lineare (alcano) non volatile (cioè lungo) il numero di atomi di idrogeno è circa il doppio di quello degli atomi di carbonio, e che per ogni molecola di ossigeno ci vuole o un carbonio o 4 idrogeni, direi che se tutto il vapore condensa, può al limite portare via circa 1/3 dell'ossigeno, ovvero il 7% del gas. Mi sembra un po' poco, anche perché non condenserà tutto (figura 68). E allora?

H: Il trucco è quello di mantenere il bicchiere abbastanza tempo sopra la candela, chiacchierando per distrarre gli spettatori, in modo che si riempia di aria calda, e magari anche del vapore prodotto dalla combustione....

W: Ah, ho capito! Dopo che la candela si è spenta, l'aria si raffredda e si contrae e quindi l'acqua sale.

H: Di quanto si contrae?

W: Vuole dire numericamente? E come faccio a saperlo?

H: Usando gli stessi concetti che abbiamo usato prima! Anche l’aria può essere approssimata ad un gas perfetto, e tutti i gas perfetti si comportano nella stessa maniera, indipendentemente dalla loro composizione. Supponiamo che l’aria scaldata dalla candela sia a 100 gradi. La proporzione tra il volume di gas a temperatura ambiente e quello a 100 gradi è di circa l’80%, ovvero il volume diminuisce del 20%. Quindi, combinando questo fatto con la sua analisi precedente, direi che si dovrebbe avere una riduzione di volume di circa il 25-28%, dovuto per 1/4 - 1/5 al consumo di ossigeno da parte dell’idrogeno e il resto da effetti termici.
Si può fare il controllo tra effetto termico ed effetto “idrogeno” mettendo il bicchiere sulla candela ma poi immergendolo nell’acqua da solo (al limite con una candela spenta, per tener conto del volume occupato da questa), e confrontandolo con quello precedente.
In questa maniera si può anche stimare la temperatura dal gas all’interno del bicchiere![125]

W: Già, carino!

H: Ma perché, una volta spenta la candela, l’acqua rimane in alto nel bicchiere? Non dovrebbe valere il principio di vasi comunicanti?

W: Già! I due liquidi sono contigui... Ah, ma certo! La pressione non è la stessa, nel bicchiere si è creata una depressione quando l’aria si è raffreddata!

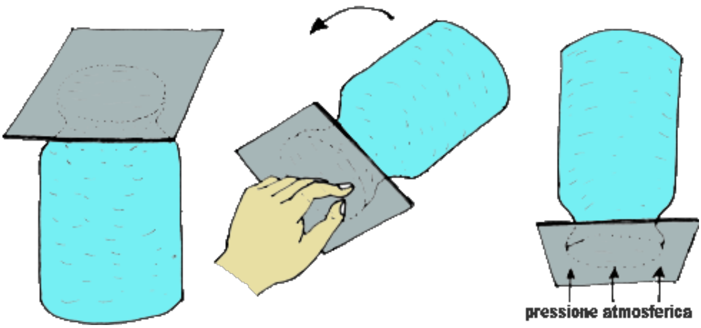


Figura 69. Esperienza con la pressione atmosferica.[126]

[125] Si può trovare un’analisi dell’esperimento su http://www.funsci.com/fun3_it/candela/piatto.htm
[126] Immagine da http://www.e-sco.ch/Giornalone/Rubriche/Ospite/archimede7.html

H: Bravo, Watson! Per questo ho detto che la pressione era approssimativamente la stessa, ma ovviamente all'interno del bicchiere è un po' più piccola, per cui l'acqua sale, comprimendo l'aria, finché la sua pressione diventa uguale a quella esterna.

W: A proposito di giochi di magia, acqua e pressione atmosferica: ricordo che a lezione il mio insegnante di fisica mi impressionò molto quando fece vedere che l'acqua può essere trattenuta in un bicchiere dalla pressione atmosferica! L'insegnante prese un bicchiere e lo riempì d'acqua in maniera che fosse bello colmo, poi appoggiò un cartoncino impermeabile, e rigirò il tutto tenendo il cartoncino con una mano. Quindi staccò la mano e il cartoncino non cadde, anzi, trattenne tutta l'acqua del bicchiere (figura 69).

H: Beh, che l'aria eserciti una pressione è ovvio, le ventose funzionano così, per quanto il mondo sia pieno di cose ovvie che nessuno si prende mai la cura di osservare.[127] Però cerchiamo di generalizzare il problema, come dovrebbe sempre fare un buon fisico. Per esempio: possiamo fare a meno del cartoncino?

W: No! L'acqua cadrebbe sicuramente!

H: Eppure le pipette da laboratorio funzionano così. Prenda una di quelle cannucce. La infili in acqua e poi tappi l'estremità. Se la solleva verticalmente l'acqua esce o no?

W: No! Ha ragione, all'università si usavano appunto dei tubicini di vetro con la punta a cono, detti pipette,[128] per prendere dei campioni di liquido.

H: Ovviamente il liquido non cade per via di due fattori: la pressione dell'aria e la tensione superficiale.

W: Per questo il foro di uscita è così piccolo!

H: In realtà si può fare anche più grande, come quello della sua cannuccia, solo che poi il liquido tende a uscire se la pipetta non è esattamente verticale. Ma cosa succede se ora noi mettiamo tante cannucce una vicina all'altra?

W: Vengono tanti buchi vicini?

H: E la presenza della cannuccia è essenziale? Supponiamo di prendere un barattolo e di infilare le cannucce nel tappo in maniera che l'acqua non può passare se non traversando le cannucce. Poi mettiamo dell'acqua nel ba-

[127] Conan Doyle, A. (1901). *Il mastino dei Baskerville*.
[128] https://it.wikipedia.org/wiki/Pipetta

rattolo, usando come ha fatto lei un cartoncino per tappare le cannucce e giriamo il barattolo. Se poi levo il cartoncino, l'acqua esce?

W: Direi di no, ogni cannuccia "tiene" più o meno la stessa colonna di acqua come se fosse isolata.

H: E se ora porto a zero la lunghezza delle cannucce?

W: È come avere un tappo forato! Ma un tappo forato non può tenere l'acqua!

Figura 70. Barattolo tappato con una reticella.

H: Facciamo la prova. Prenda quel pezzo di velo! Probabilmente faceva parte della veletta della Fisica e si è strappato nella fuga. Lo metta sulla bocca del barattolo e lo fermi con un elastico, in modo che non faccia pieghe (figura 70).[129]

W: Fatto!

H: Adesso lo riempia d'acqua. Come vede, si può versare l'acqua direttamente attraverso la reticella! Lo tappi con il cartoncino, lo rovesci e poi sfili lentamente il cartoncino, facendo attenzione che la bocca del barattolo sia sempre più orizzontale possibile.

W: Ma l'acqua cadrà tutta!

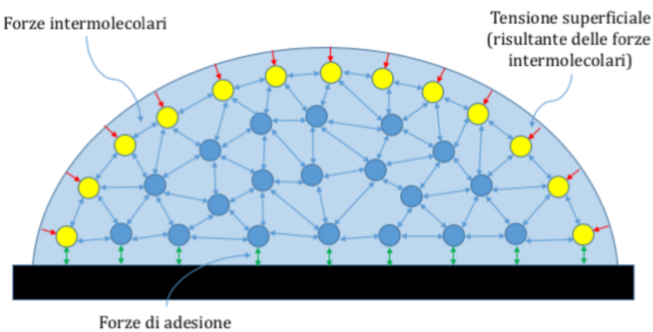


Figura 71. Tensione superficiale.

[129] Usare un pezzo di tulle da bomboniera o retina da zanzariera.

Figura 72. Gli insetti usano la tensione superficiale per camminare sull'acqua.[130]

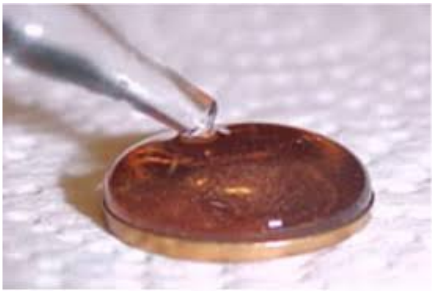


Figura 73. Acqua su una moneta.[131]

H: Dovrebbe aver imparato a fidarsi di me! Faccia come le dico!

W: Asciugherà lei, però! Ecco qui... Ohh... l'acqua non cade... solo qualche goccia!

H: Adesso si sposti su questa bacinella e inclini il barattolo!

W: Ecco... Ehi! Con una certa inclinazione l'acqua cade!

H: Certo, dipende da quanto è la pressione... Le tende da campeggio, ben tese, anche se di stoffa, sono impermeabili all'acqua. Lo stesso principio permette l'impermeabilità degli ombrelli. Però è l'ora di fare qualche discussione molecolare e qualche conto!

W: Oh, no!

H: Non saranno molto difficili. La tensione superficiale è la forza per unità di lunghezza che si stabilisce al bordo di un liquido. È originata dal fatto che le molecole del liquido preferiscono stare a contatto tra loro piuttosto che con le molecole estranee, per esempio di aria (figura 71).
Questo spiega perché le gocce siano sferiche: le molecole cercano di minimizzare la superficie esposta e la sfera è il solido con meno superficie a parità di volume. Un tempo si sfruttava questa proprietà per fare le sfere di metallo: bastava lasciar cadere il metallo fuso in gocce dall'alto di una torre. Gli insetti usano questa repulsione per camminare sull'acqua (figura 72).
Non è difficile fare un esperimento in cui piccoli oggetti di metallo come per esempio delle grappette o degli aghi o dei pezzettini di alluminio galleggiano sull'acqua. Basta prendere un bicchiere e riempirlo a raso. È possibile poi far

---

130 Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Tensione_superficiale

131 Immagine da http://www.sciencestorming.eu/index.php/esperimenti/provaci-tu-stesso/192-effetti-della-tensione-superficiale-e-sua-misura

"gonfiare" il bordo dell'acqua aggiungendo altra acqua o delle monetine: è sorprendente quante se ne possano aggiungere prima che l'acqua coli giù! Si può anche studiare quanta acqua ci può stare su una moneta, usando un contagocce o una cannuccia (piccola) come se fosse una pipetta (figura 73).
Comunque, una volta che il bordo è al pari del bicchiere o un po' oltre, si possono far galleggiare piccoli oggetti facendoli semplicemente scivolare sulla superficie (figura 74). Gli oggetti non si devono bagnare, è meglio ungerli un po' o strofinarli con della paraffina.

Figura 74. Grappetta galleggiante.[132]

I liquidi però possono anche "gradire" di stare a contatto con altri materiali (solidi). Per esempio all'acqua "piace" molto stare a contatto con il vetro pulito, e infatti le gocce d'acqua su vetro tendono a "stendersi", mentre su un materiale non bagnabile tendono a mantenere la forma sferica.
L'angolo di contatto tra acqua e vetro è circa zero gradi, mentre tra acqua e paraffina è 107 gradi. Un angolo di contatto di zero gradi implica che le molecole di acqua non "sentono la differenza" tra stare vicino alle compagne o vicino a "molecole" di vetro. Un angolo maggiore di 90 gradi indica che le molecole di acqua, polari, non vogliono stare a contatto di idrocarburi, non polari (figura 75).

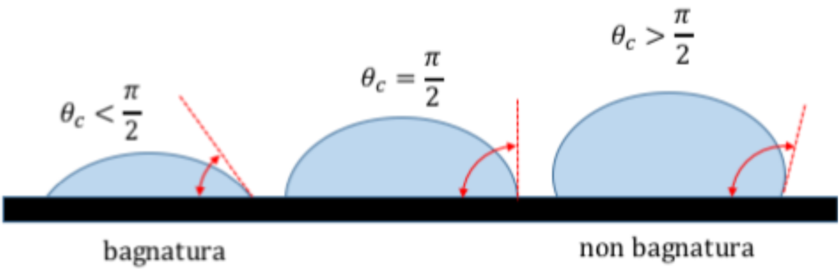


Figura 75. Angolo di contatto.

[132] Immagine da http://bredainrete.blogspot.nl/2014/09/2a-i-gerridi.html

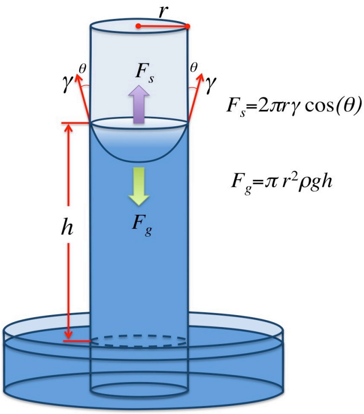


Figura 76. Schema delle forze in un capillare.

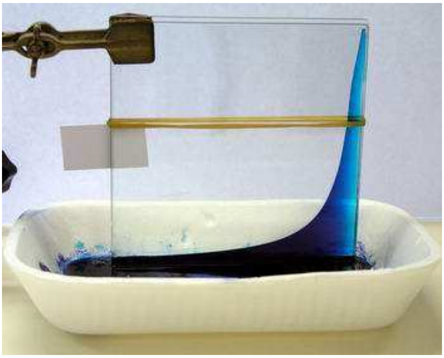


Figura 77. Risalita capillare: dimostrazione della dipendenza di h da $1/r$.[133]

La tensione superficiale (γ) è la forza per unità di lunghezza di taglio. Per visualizzarla (e misurarla) in maniera semplice, conviene usare un tubo con un foro abbastanza piccolo (tubo capillare). Se di vetro (pulito), la tensione superficiale fa risalire l'acqua nel tubo. Conoscendo/osservando l'angolo di contatto (θ) e l'altezza (h) si ottiene facilmente la tensione superficiale, vero Watson?

W: Dice a me? Devo fare il conto? Non ne sono mica capace!

H: Sì che lo è, vedo che ha già scritto tutte le formule necessarie sul suo taccuino! Uguagliando le forze otterrà che l'altezza di risalita è inversamente proporzionale al raggio o diametro del tubicino (figura 76). Si può visualizzare direttamente questa relazione usando un paio di vetrini, disposti in maniera che facciano una "V" molto stretta, per esempio separandoli da un lato con un cartoncino e mantenendoli uniti con un elastico.
Immergendoli di lato in acqua, si vede che questa risale formando il profilo di una iperbole (figura 77).[134]
Inserendo i dati per l'acqua,[135] si ottiene che l'altezza massima per un tubo largo come i canali dello xilema degli alberi,[136] è di soli 60 cm.

---

133 Immagine da http://www.anisn.it/matita_allegati/pdf/Banchette.pdf
134 In realtà la formula per l'altezza, nel caso di una superficie non sferica, dipende dalla somma degli inversi dei due raggi di curvatura della superficie, in questo caso la superficie è localmente quasi cilindrica, uno dei due raggi di curvatura è infinito e quindi h dipende solo dall'inverso della distanza tra i vetrini (senza il fattore 2).
135 $\gamma = 0{,}073$ N/m, $\theta = 0$, $g = 9{,}8$ m/s^2, $\rho = 1000$ kg/m^3.
136 $5 \cdot 10^{-5}$ m.

Quindi questa legge può spiegare facilmente la risalita di un liquido in un mezzo assorbente. Per i suoi nipoti: metta un po' di acqua colorata in un bicchiere, e vi immerga un pezzo di tovagliolo di carta o di carta assorbente, magari attorcigliata a forma di corda, e veda quanto risale. Però non può spiegare completamente come fanno gli alberi a far risalire la linfa dalle radici alle foglie. Se inseriamo l'altezza delle sequoie del Canada (100 m), otteniamo un diametro di $3 \cdot 10^{-7}$ m, più piccolo di quello di una cellula, che è dell'ordine di 10^{-6} m.

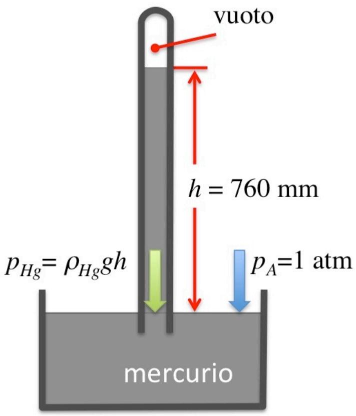


Figura 78. Barometro di Torricelli.

W: E come fanno? Immagino che sia per via dell'evaporazione.

H: Certamente la "depressione" causata dall'evaporazione può servire, ma bisogna capire bene come funziona. Non basta fare il vuoto e aspettarsi che l'acqua risalga. Se lei tentasse di aspirare l'acqua con un tubo lungo qualche decina di metri, scoprirebbe che non si può "tirare su" l'acqua per più di 10 metri di altezza. L'acqua viene spinta in su dalla pressione atmosferica, che corrisponde appunto a 10 metri di acqua. Dopo tale limite, l'acqua non sale più. Per il mercurio, che è 13,6 volte più pesante dell'acqua, la massima altezza è 760 mm, ed è per questo che si usava nei barometri, gli strumenti per misurare la pressione atmosferica: per evitare di avere uno strumento troppo ingombrante (figura 78).

W: Quindi non si sa come fanno gli alberi a tirare su la linfa?

H: Ci sono ancora altri elementi: la pressione osmotica e la coesione dell'acqua, che è anche responsabile della tensione superficiale. All'inizio della primavera gli alberi idrolizzano l'amido di riserva immagazzinato nelle radici trasformandolo in zuccheri semplici. Questo provoca un aumento della pressione osmotica che spinge l'acqua ad attraversare l'endodermide delle radici e ad entrare nei vasi dello xilema. Il continuo assorbimento di nuova acqua spinge la linfa verso l'alto. Se feriamo o potiamo un albero in questa stagione, prima dell'emissione delle nuove foglie, possiamo vedere del liquido fuoriuscire dalla ferita e questo può durare anche per alcune settimane. È così che si estrae la linfa dall'acero per fare lo sciroppo, subito dopo il disgelo e prima che l'albero cominci a produrre altre sostanze più amare. Si tratta di una "forza" entropica.

W: Che roba è?

H: Lo vedremo in dettaglio più tardi, ma comunque si può visualizzare così: prenda una striscia di carta assorbente ben inzuppata d'acqua e ne immerga una estremità in un vasetto di inchiostro. Che succede?

W: Pian piano l'inchiostro diffonde nella carta.

H: Esatto. Supponiamo che le particelle di inchiostro siano cariche. Applicando un campo di intensità appropriata possiamo impedirne la diffusione, no?

W: Penso di sì. Se non sbaglio si usa una tecnica simile per impedire l'affioramento del salnitro nelle case umide.

H: Esatto, si impedisce agli ioni di sale di migrare usando un controcampo elettrico. Dato che si può misurare la forza esercitata dal campo elettrico, vuol dire che la diffusione si comporta come una forza. Pensiamo però alla diffusione dal punto di vista del singolo ione. In prima approssimazione possiamo trascurare le interazioni tra ioni, e quindi ognuno di loro effettua semplicemente un moto casuale, dato dalla collisione con le molecole d'acqua. La forza "entropica" non è altro che il risultato di un moto casuale. Ovvero possiamo dire, come vedremo più tardi, che tutti i sistemi tendono a portarsi nello stato corrispondente al massimo disordine.

W: Capito.

H: Se ora vuole fare un esperimento sulla pressione osmotica, ha bisogno di una membrana con dei fori grandi abbastanza per far passare l'acqua, ma non troppo per evitare passino anche altre molecole più ingombranti.

W: Mi sembra difficile da trovare!

H: Bisogna utilizzare membrane biologiche, molte delle quali sono fatte apposta per funzionare da filtro selettivo. Una comoda da trovare è la membrana che sta sotto il guscio di un uovo.

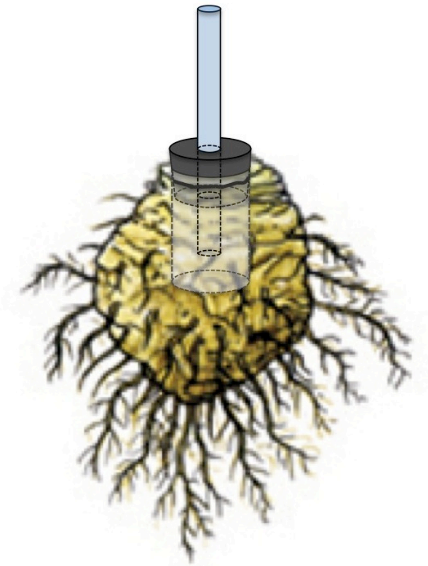


Figura 79. Esperimento sulla pressione osmotica. Riempire la cavità con sciroppo o zucchero, e immergere la radice in acqua.

W: E come si fa a togliere il guscio senza rompere la membrana?

H: Si mette l'uovo nell'aceto (o in acido acetico) per un paio di giorni. Dopo averlo delicatamente sciacquato, lo si può immergere in una soluzione concentrata di zucchero, uno sciroppo.

W: E che succede?

H: L'acqua del bianco tende ad uscire per diluire lo sciroppo, e quindi l'uovo si raggrinzisce. Se ad un certo punto lo togliamo dallo sciroppo e lo mettiamo in acqua, l'uovo torna a gonfiarsi. Si può anche fare un esperimento "quantitativo": si prende una radice, per esempio una rapa, e si pratica una cavità. Si riempie la cavità di zucchero e magari un po' di colorante, e poi la si chiude con un tappo forato con un tubicino. Bisogna legare il tappo alla radice e sigillare ben bene il tutto. Si immerge poi la radice in acqua. Vedrà che l'acqua zuccherata salirà nel tubicino (figura 79).
Ma neanche la pressione osmotica può spingere più di tanto il liquido, non abbastanza da fargli raggiungere la sommità di una sequoia.

W: E allora?

H: Resta l'ultimo ingrediente: la coesione dell'acqua. Come abbiamo visto, l'acqua è composta da molecole che tendono a formare delle catene, attraverso i legami a ponte a idrogeno.
Così l'idea è che la traspirazione "accorcia" la cima delle catene d'acqua nelle foglie (figura 80). Queste catene, sempre per ragioni entropiche, tendono a

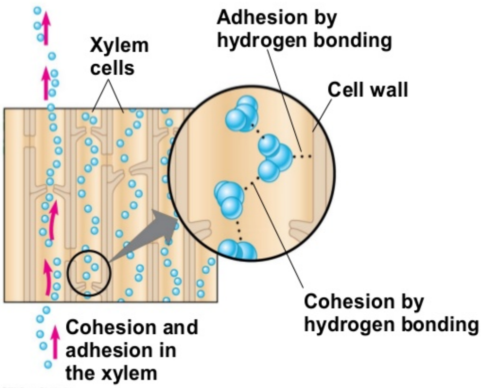


Figura 80. Coesione e adesione tra molecole d'acqua in un vaso dello xilema.[137]

[137] Immagine da http://www.slideshare.net/hayabranko/36-lecture-presentation- 130306071224-phpapp01/95/36-lecture-presentation-57-638.jpg?cb=1362554073

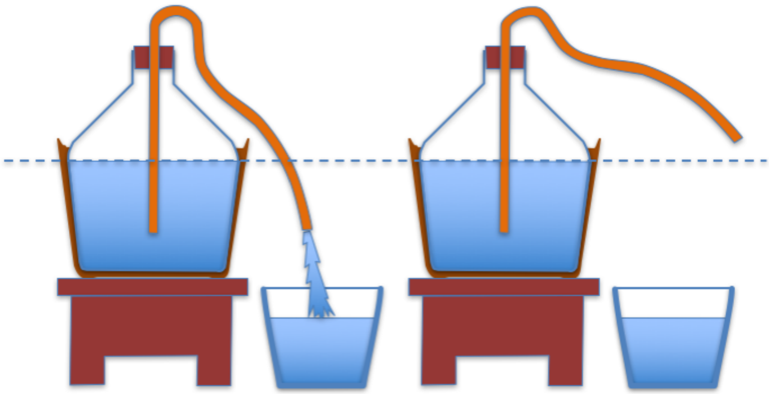


Figura 81. Travasamento di un liquido mediante sifone.

riallungare questa cima: è come se lei mettesse una catenina dentro un tubicino, facendola sporgere un po'.
Se adesso lei agita il tubicino, la catena tende a uscire, perché ha più posto fuori dal tubicino che dentro. A causa della coesione, queste molecole capofila tirano su una catena di molecole d'acqua fin dalle radici, ovviamente aiutata anche dalla capillarità e dalla pressione osmotica. La coesione è lo stesso principio che permette al Professore di "sifonare" il vino dalla damigiana a un recipiente più in basso, sorpassando il collo del primo recipiente (figura 81). Se nel tubo si forma una bolla di gas, la "catena" si spezza e il liquido smette di passare. La cosa interessante è che si può fare il travaso anche iniziando con la capillarità: si mette una striscia di carta assorbente attorcigliata tipo corda in un bicchiere, e la si lascia pendere fino ad una quota più bassa del fondo del bicchiere, per esempio mettendolo su un barattolo. L'acqua risale la carta per capillarità e poi stabilisce una "catena" che tira fuori tutta l'acqua dal bicchiere stesso. Dopo circa 5 minuti l'estremità della corda inizia a gocciolare e dopo una nottata il bicchiere è vuoto!

W: Ma nelle piante la catena non si spezza mai?

H: Sì, e sembra che con uno stetoscopio si possano sentire dei "click" quando i gas disciolti nell'acqua o lo stesso vapore rompono la catena. Alcune piante sono capaci di riparare il "buco", altre semplicemente producono abbastanza nuovo xilema ogni anno da durare tutta la stagione.

W: Cavolo! E tutto questo ha che fare con la Fisica!

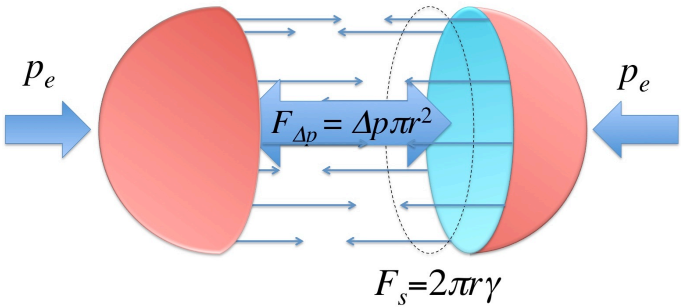


Figura 82. Derivazione della formula di Young-Laplace.

H: Ma non solo! I fluidi sono argomenti affascinanti che nei corsi di fisica vengono sempre trascurati. Prendiamo una bolla di vapore nel liquido. La pressione interna della bolla dev'essere maggiore di quella esterna, altrimenti la bolla si chiuderebbe. Questa differenza di pressione è legata alla tensione superficiale. Immaginiamo di tagliare la bolla sferica a metà. Le due mezze bolle tendono a separarsi a causa della differenza di pressione, e a restare unite a causa della tensione superficiale. Bravo, vedo che ha già fatto il disegno e scritto le formule sul suo taccuino (figura 82)!
Uguagliandole forse si ottiene che la differenza di pressione è uguale a due volte la tensione superficiale, divisa per il raggio della sfera. Questa si chiama equazione di Young-Laplace.

W: Questa equazione dà anche la pressione all'interno di una bolla di sapone?

H: Una bolla di sapone ha due superfici, per cui la differenza di pressione è doppia. Questa equazione mostra anche che le bolle più piccole hanno pressione interna più alta. Per illustrarlo, costruisca un sistema di tubi a forma di "T" con dei rubinetti (lo può fare con delle cannucce e dei blocca-sacchetti, o anche stringendo con le dita, figura 83). In questa maniera, con un po' di liquido per bolle, può mettere in comunicazione bolle di diversa grandezza.
Vedrà che la bolla piccola "vince" sempre su quella grossa: la piccola si sgonfia e la grossa aumenta un po' di dimensioni. Oppure, se soffia sul "T" aperto, vedrà che si forma sempre solo una bolla da uno dei due rami.
Ovviamente la formula di Young-Laplace non può essere del tutto giusta, o meglio, mancano degli ingredienti.

W: E perché?

H: Watson, come le ho detto più volte, un fisico controlla sempre che le formule continuino a valere anche per i valori estremi dei parametri. Cosa succede se il raggio della bolla è piccolissimo come per una bolla "appena nata"?

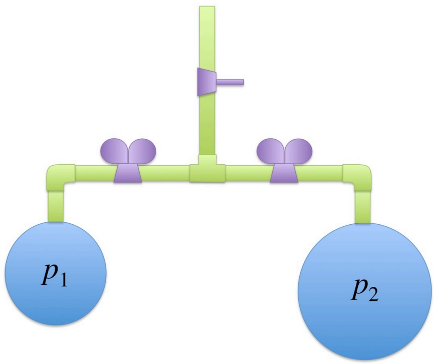


Figura 83. Bolle di sapone di dimensione diversa hanno pressioni interne diverse. Qui $p_1 > p_2$.

W: La differenza di pressione diverge!

H: Questo vorrebbe dire che una bolla non può mai formarsi spontaneamente in un liquido! In effetti, se lei mi versasse un po' di quello splendido champagne in un bicchiere, vedremmo che le bollicine di gas non si formano "dal nulla", ma iniziano sempre a partire dal vetro del bicchiere. Lo champagne e tutte le bibite gassate sono dei liquidi soprassaturi: il gas era in equilibrio quando era disciolto nel liquido alla pressione della bottiglia tappata, quando la si apre la pressione è insufficiente a tenere il gas disciolto, ma le bolle non si formano spontaneamente a causa della legge di Young-Laplace!

W: È vero, non l'avevo mai notato!

H: Ovviamente a contatto del vetro le cose sono diverse, anzi, se usasse dei bicchieri vecchi e un po' rigati, vedrebbe che le bolle si formano di preferenza lungo le rigature, perché nella "piega" del vetro si può formare più facilmente un inizio di bolla, con un raggio sufficiente a far sì che poi cresca da sola fino a distaccarsi.

W: Anche nell'ebollizione le cose funzionano così?

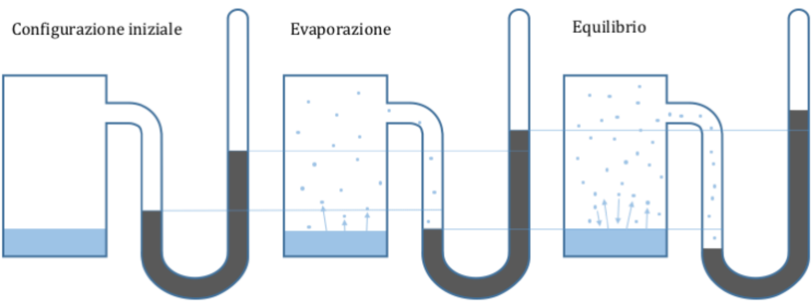


Figura 84. Pressione di vapore.

H: Uhmm... più o meno. Prendiamo un liquido in equilibrio con il suo vapore (figura 84). Le molecole da una parte vorrebbero restare nel liquido per ragioni energetiche, come abbiamo visto per la tensione superficiale, dall'altra vorrebbero occupare più spazio possibile per ragioni entropiche, come vedremo più tardi. Ad ogni temperatura, si stabilisce una pressione di vapore per cui dal liquido tante molecole entrano quante ne escono.
L'ebollizione corrisponde al momento in cui la pressione di vapore diventa uguale alla pressione esterna, per l'acqua a livello del mare la temperatura corrispondente è di 100 gradi.

W: Ma la legge di Young-Laplace impedisce la formazione di bolle all'interno del liquido, mentre all'ebollizione le bolle si formano da tutte le parti!

H: No, non è vero! All'ebollizione la tensione superficiale diventa piccola, ma non nulla. In effetti, in una pentola scaldata lentamente, al momento dell'ebollizione le bolle si formano di preferenza lungo le rigature della pentola, come accadeva per lo champagne. Se usa una pentola nuova per fare gli spaghetti, scaldando molto lentamente, si accorgerà che è possibile anche portare il liquido un po' sopra i 100 gradi senza che inizi a bollire, e appena versa il sale (che funziona da "seme" per le bolle) improvvisamente il liquido "esplode" iniziando a bollire. Faccia attenzione, perché ci si può far male!

Figura 85. Ebollizione: le bolle si formano di preferenza sul vetro.[138]

Se noi aumentassimo la pressione fino a 220 atmosfere e la temperatura fino a 374 °C, arriveremmo al punto critico, dove la tensione superficiale va a zero. In questo caso l'ebollizione è molto diversa da quella che conosciamo: si formano spontaneamente bolle di tutte le dimensioni e il liquido diventa lattiginoso. Il fatto che nell'ebollizione normale il liquido rimanga trasparente (figura 85) vuol dire che non ci sono bolle "microscopiche", dell'ordine della lunghezza d'onda della luce visibile

[138] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Ebollizione

ovvero un po’ meno di 1 micron. Tutte le bolle sono molto più grandi!

W: Questa Fisica è veramente subdola! Mescola forze, molecole, temperatura e luce! Non solo si nasconde da tutte le parti, ma si nasconde contemporaneamente in più discipline!

L’indizio del vento e del pallone

W: Fuori sta tirando un bel vento, quasi un tornado. Spero che non faccia danni alla mia casa. Lo sa, Holmes, che l’anno scorso una tromba d’aria ha scoperchiato la casa dei miei vicini?

H: E lei lo sa come ha fatto?

W: Chi? La tromba d’aria? Ha risucchiato su il tetto!

H: Questa spiegazione non spiega nulla! Lo vede quel poster lì sulla parete?

W: È la squadra dell’Huddersfield Town (figura 86). Quest’anno, 1926, ha vinto per la terza volta il campionato inglese, è la prima squadra a vincerlo per tre volte di seguito! Nel ’22 avevano vinto anche la coppa d’Inghilterra. Si vede che il Professore è tifoso dell’Huddersfield, o magari del suo cannoniere! Lei non si interessa di football? C’è il mitico George Brown, detto “bomber”, che segna goal a ripetizione, ne ha fatto uno bellissimo la scorsa domenica, stando a quello che riportano i giornali, scavalcando la barriera con un tiro curvo!

H: E lei non sospetta che tra lo scoperchiamento del tetto dei suoi vicini e il tiro al giro di Brown ci sia un nesso?

W: Non mi dirà che c’entra ancora la Fisica!

H: Ebbene sì! Abbiamo trascurato il movimento dei fluidi, e adesso dobbiamo rimediare!

W: Abbiamo visto la legge di Archimede! E quella di Stevino!

H: Robetta! Fluidi fermi... Bah! Dobbiamo studiare i fluidi che si muovono. D’ora in poi la nostra stella polare sarà Bernoulli!

W: Daniel Bernoulli?

H: Proprio lui! Ma cominciamo al solito a formulare un modello. Come se lo immagina fatto, un gas?

Figura 86. Stemma dell’Uddersfield Town.[139]

W: Mi immagino delle pallette che viaggiano e rimbalzano (figura 87)!

[139] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Huddersfield_Town_A.F.C

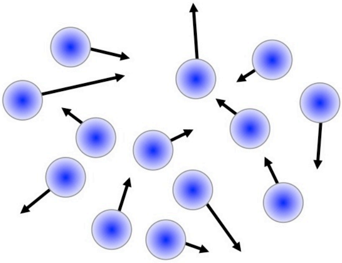


Figura 87. Modello cinetico di un gas.

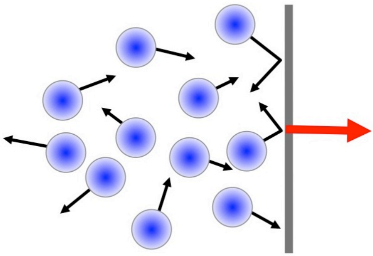


Figura 88. Pressione secondo il modello cinetico.

H: Ottimo! È il modello della teoria cinetica, e permette di spiegare un numero sorprendente di osservazioni. Per esempio, Newton era convinto che la pressione originasse da una repulsione tra le molecole, analoga (ma opposta) all'attrazione gravitazionale, mentre invece si può spiegare semplicemente la pressione come dovuta agli urti infinitesimali delle molecole con una parete (figura 88).
Si potrebbe, con pochi passaggi, ricavare l'equazione di stato di un tale gas.[140]

W: Ha a che fare con l'equazione di stato dei gas perfetti, che abbiamo visto nell'indizio dell'acqua?[141]

H: In realtà sì, e conferma una cosa che ritroveremo, penso, anche in seguito, ovvero che la temperatura è proporzionale all'energia cinetica (di traslazione) media per particella.[142] Ovviamente il modello non è perfetto! Assume che le molecole siano sfere perfette, senza parti interne, che non si mettano in rotazione, che non ci siano forze tra le molecole a parte quelle durante gli urti, e che il volume delle molecole sia trascurabile.

W: Ma le molecole, e anche gli atomi, hanno una struttura interna! Anche lasciando stare gli elettroni, che pure sono un bel mucchio, gli atomi all'interno delle molecole possono vibrare, e la molecola o l'atomo può ruotare! Perché non si considerano questi fattori?

---

[140] Dal bilancio delle collisioni si ottiene $PV = \frac{1}{3}Nm\overline{v^2}$, dove P è la pressione, V è il volume, N il numero di particelle, m la massa di una particella e $\overline{(v^2)}$ la velocità quadratica media.
[141] Equazione di stato dei gas perfetti: $PV = kNT$.
[142] Energia cinetica media $\overline{K} = \frac{1}{2}m\,\overline{v^2}$, sostituendo si ottiene $\overline{K} = \frac{3}{2}kT$.

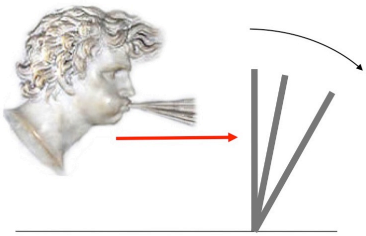


Figura 89. Pressione come urto diretto.

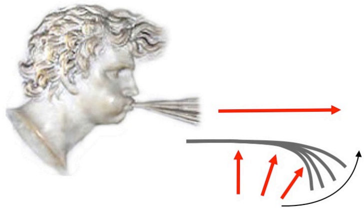


Figura 90. Sollevare un foglio soffiando.

H: Beh, prima di tutto perché quando è stata formulata la teoria cinetica da Bernoulli nel 1738, ancora non si conosceva, non dico la struttura degli atomi o delle molecole, ma neppure tanto bene la conservazione dell’energia. Ma per fortuna, come vedremo, ci pensa la meccanica quantistica a impedire le rotazioni e le vibrazioni, almeno per gli elettroni, gli atomi e le molecole più piccole.

W: E le forze intermolecolari?

H: Prima vediamo cosa si può dedurre da questo modello, e poi esamineremo anche le sue limitazioni. Prenda un foglietto di carta, e lo pieghi un po’ in modo che possa stare ritto su un lato. Adesso che conosce il modello saprebbe buttarlo giù soffiando?

W: Non c’è mica bisogno di conoscere la Fisica. Ecco fatto (figura 89)!

H: E come lo spiega con il modello?

W: Semplice, soffiando ho inviato delle molecole d’aria contro il foglio, e queste, collidendo, hanno esercitato una pressione e il foglio è caduto.

H: Ma sul retro del foglio non c’è aria? Perché queste molecole non dovrebbero contare nulla?

W: Già! Non ci avevo pensato. Effettivamente anche loro collidono con il foglio. Ok, allora vuol dire che soffiando ho inviato più molecole sul davanti del foglio di quante ce ne fossero dietro.

H: Uhmm… Questo vorrebbe dire che lei ha cambiato la densità dell’aria! Credo che questo effetto sia molto piccolo. Se considera l’equazione del gas perfetto e suppone che la temperatura resti costante, vedrà che per raddoppiare la densità, ovvero dimezzare il volume, deve raddoppiare la pressione, ma comunque una volta emessa dalla bocca, l’aria ritorna rapidamente alla pressione atmosferica. Tenga presente che la massima pressione che un suonatore di tromba riesce ad emettere è di 13 kPa,[143] mentre la pressione atmosferica è circa 100 kPa!

W: E allora?

H: Il fatto principale è che, mentre in un fluido a riposo le molecole viaggiano in tutte le direzioni, in un fluido in movimento c'è uno sbilanciamento nella direzione di moto: in media le molecole si muovono insieme nella direzione del soffio. Si tratta di un effetto piccolo. Se lei inserisce nella formula della energia cinetica la massa di una molecola di azoto,[144] il valore della costante di Boltzmann[145] e la temperatura ambiente,[146] ottiene per la velocità media un valore di 527 m/s! Per confronto, il suo soffio viaggerà intorno al metro al secondo!

W: Capito! Ma comunque, questo piccolo sbilanciamento è sufficiente per far cadere il foglietto.

H: Ora la domanda più difficile: saprebbe rialzare quel foglietto soffiandoci sopra?

H: Vuol dire continuando a soffiare? No, certo, a meno di non sollevarlo un po' per soffiarci sotto!

W: Eppure è possibile! Prenda una cannuccia e soffi parallelamente a un foglio, meglio se lo tiene in mano in modo che all'inizio penda in giù. Che succede?

W: Oh, guarda! Si solleva davvero (figura 90)!

H: È così che i tornado portano via i tetti! Semplicemente facendo scorrere un vento veloce sopra un tetto, che sotto ha dell'aria ferma! Infatti, nei paesi dove ci sono spesso gli uragani, consigliano di aprire le finestre (o di praticare delle aperture sottotetto) per evitare danni.

W: Ma che succede? Si forma una depressione a causa del vento?

H: Proprio così! Abbiamo detto che il vento è dato da un moto collettivo delle molecole, le cui velocità sono in piccola parte orientate in maniera ordinata

---

143 Fletcher N.H., Tarnopolsky A., *Blowing pressure, power, and spectrum in trumpet playing,* J Acoust Soc Am. 105, 874-881 (1999).

144 L'azoto (N_2) ha 28 tra protoni e neutroni. La massa del protone o del neutrone è $1{,}6 \cdot 10^{-27}$ kg.

145 $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

146 $T = 300$ K.

lungo il flusso. Ma abbiamo anche detto che il valor medio della velocità dipende dalla temperatura. Dato che il suo soffio (o il vento) hanno più o meno la stessa temperatura dell’altra aria, se ne deduce che le molecole del soffio hanno “meno” velocità nella direzione trasversa al soffio stesso delle molecole a riposo (figura 91). E dato che la pressione è legata alla velocità...

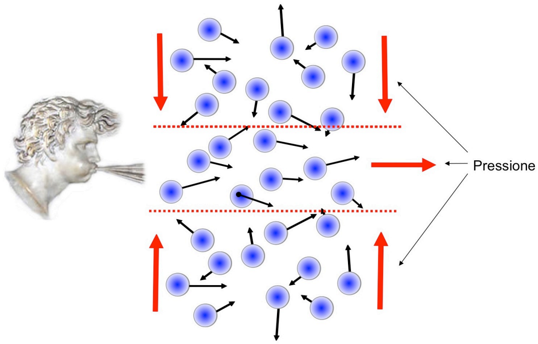


Figura 91. Origine microscopica della legge di Bernoulli.

W: Si ha la legge di Bernoulli! Lungo una linea di flusso, la somma della pressione statica, di quella cinetica e di quella barometrica è costante![147]

H: Esatto! Anche se bisogna appunto stare attenti alla condizione “lungo una linea di flusso”. Bernoulli ottiene la legge semplicemente dalla conservazione dell’energia in un tubo (figura 92).
Nel suo caso, bisogna pensare di sommare un flusso costante, uguale sopra e sotto il foglio, a un flusso circolare in modo che sotto il foglio i due flussi si elidano, mentre sopra si sommino. In questa maniera il sotto e il sopra del foglio sono collegati, e si può usare la legge di Bernoulli. Proviamo a fare un calcolo.

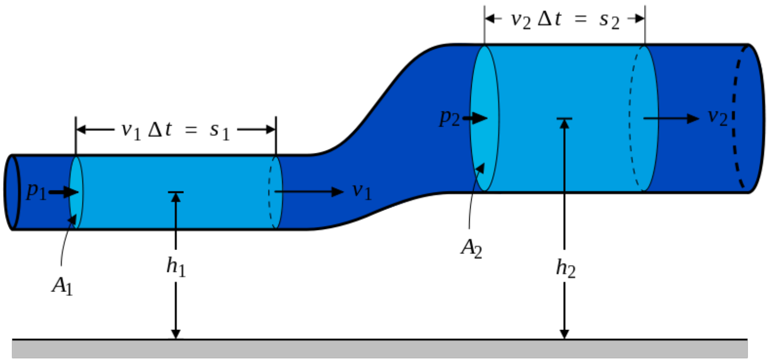


Figura 92. Derivazione dell’equazione di Bernoulli.[148]

[147] $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{cost.}$

[148] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Equazione_di_Bernoulli

W: Ahi!

H: Solo per vedere se lo scoperchiamento del tetto del suo vicino è plausibile. Prendiamo un vento a 100 km/h, ovvero a 28 m/s. Lasciamo perdere la differenza di altezza. La densità dell'aria è 1,2 kg/m^3. Che differenza di pressione viene?

Figura 93. Dorothy e Toto sollevati con la casa dal tornado nel film Il mago di Oz*, di Victor Flaming (1939).*[149]

W: Dunque... l'equazione da usare è l'equazione di Venturi, che non è altro che quella di Bernoulli senza la variazione della quota.[150] Con i suoi dati, supponendo che la velocità interna del vento sia nulla, viene una differenza di pressione di 470 newton per metro quadro! Il tetto sarà stato circa 16 metri quadri, quindi è come se ci avessero caricato sopra 768 chilogrammi di peso! Non è molto!

H: Dimentica che la spinta viene da sotto in su! Quanto pesava il tetto?

W: Vediamo... Era di legno, la densità media di un legno tipo abete sarà circa la metà di quella dell'acqua, ovvero 500 kg/m^3. Moltiplichiamola per la superficie, 16 m^2, e per lo spessore, diciamo 4 cm, viene 320 kg. Certo! Il vento lo solleva facilmente!

H: Come vede il peso del tetto è circa metà della forza del vento! Se uno non vuole vederlo volare via deve agganciarlo alla struttura come se dovesse sospenderlo alle travi, invece di appoggiarlo sopra! Ovviamente nessuno lo fa, e i tetti si salvano solo perché le case e le baracche non sono a tenuta stagna, e un po' di vento entra. Infatti è abbastanza difficile che volino via le tegole, sia perché sono pesanti sia perché il vento entra anche sotto, mentre è molto più facile che volino tutti interi via i tetti fatti "a lastra".

W: Immagino che se il tetto è ben agganciato alla casa, ma questa non è ben attaccata alle fondamenta, un tornado possa sollevare la casa tutta intera, come succede a Dorothy e Toto nel Kansas (figura 93).[151]

149 Immagine da https://ozmapolitan.wordpress.com/2014/08/

150 $\Delta P = P_1 - P_2 = -\frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)$, dove ρ è la densità dell'aria.

151 Frank Baum, L. (1900), *The Wonderful Wizard of Oz, George M. Hill (Chicago);* ed.

H: In realtà si tratta di un fenomeno comune! Sua moglie userà certamente uno spruzzatore di profumo…

W: Certo! Lo usa anche troppo, per le mie finanze! E solo con profumi francesi! Oh, non è certo una donna che badi troppo alla moda, ma sui profumi non si può davvero discutere con lei!

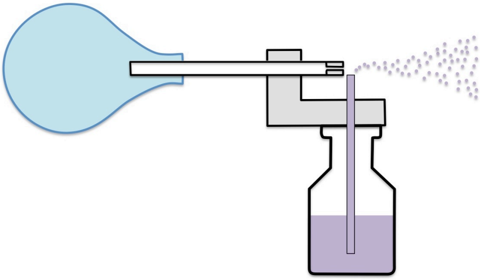


Figura 94. Schema di funzionamento di uno spruzzatore.

H: Non entrerò nell'argomento del senso dell'olfatto, che pure è importante nelle indagini, ma mi limiterò a parlare del funzionamento dello spruzzatore. Con la pompetta, lei invia un getto d'aria radente a un tubicino che pesca nel profumo, e così facendo crea una depressione che aspira il liquido, che viene poi nebulizzato dalla collisione con il getto d'aria (figura 94).
Può costruirsi un nebulizzatore istantaneo con una cannuccia: la tagli solo parzialmente, in modo che le due metà restino attaccate, e la pieghi ad angolo retto, in questa maniera ha il tubo di pescaggio attaccato a quello dell'aria. Immerga il tubo di pescaggio nell'acqua di un bicchiere e soffi.

W: Ehi! Viene fuori un bello spruzzo di goccioline d'acqua! Farò felici i miei nipoti, anche se immagino che si bagneranno tutti!

H: Se ci riesce, cerchi di ridurre il diametro dell'uscita del tubo soffiatore, così aumenterà la velocità dell'aria e quindi l'effetto di sollevamento.

W: Bello! Ma si può anche usare all'opposto, ricavando la velocità dell'aria

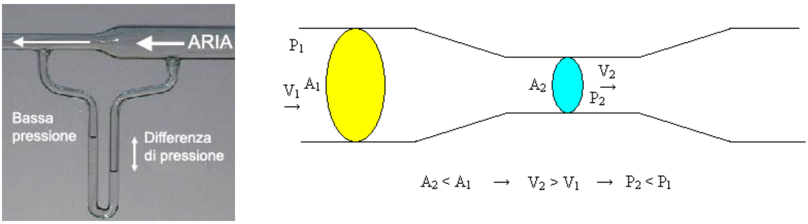


Figura 95. Funzionamento di un venturimentro.[152]

italiana: Frank Baum, L., Martini C. (traduzione), Munasypova L. (illustrazioni) (2011). *Il meraviglioso mago di Oz,* Robin, ISBN 978-88-7371-788-1.

[152] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Venturimetro

dalla differenza di pressione?

H: Certo! Il dispositivo si chiama tubo di Pitot (1732),[153] e viene usato normalmente sugli aerei per determinare la velocità dell'aeromobile rispetto all'aria circostante. Sullo stesso principio funziona il venturimetro, che permette di misurare la portata di un tubo misurando la differenza di pressione in una strozzatura (figura 95).

Figura 96. Asciugacapelli AEG, circa 1920-1925.[154]

W: Ingegnoso!

H: Sono presenti qui due effetti, ovvero la pressione della collisione diretta delle molecole e la pressione "laterale" dovuta alla differenza di velocità. In questa maniera si può tenere in equilibrio una palla leggera sopra un getto d'aria. Prenda un palloncino di gomma di quelli piccoli, lo gonfi in maniera da avere una sfera di un 4-5 cm di diametro e provi a tenerla in equilibrio soffiando in una cannuccia!

W: Mi sembra incredibile, occorrerà un equilibrio eccezionale! Oh! Invece no! La pallina sta in equilibrio da sola!

H: Ovviamente è meglio avere a disposizione un getto continuo. L'ideale è comprare un asciugacapelli portatile, un oggetto appena inventato dagli americani (figura 96).

Con questa meraviglia della tecnica, oltre a far felice sua moglie che non dovrà più asciugarsi i capelli con il getto dell'aspirapolvere, potrà facilmente tenere in equilibrio palloncini e altri oggetti leggeri. Anzi, potrà portarli in giro per la stanza, e, ancora più stupefacente, tenerli in equilibrio anche con un getto inclinato (figura 97)!

W: È veramente incredibile! La palla è stabilissima. La piccola forza di Bernoulli basta a stabilizzare il peso, sostenuto dal getto di aria!

H: In realtà il flusso è turbolento quindi non si applica "veramente" la legge di Bernoulli, però possiamo usarla per farci un'idea dell'andamento relativo tra forza "diretta" o di trascinamento e forza trasversale per una piccola pallina. Stokes nel 1851 ha trovato che per flussi laminari la forza di "drag" o trascinamento è proporzionale al raggio della pallina e alla velocità del

153 Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Tubo_di_Pitot
154 Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Hair_dryer

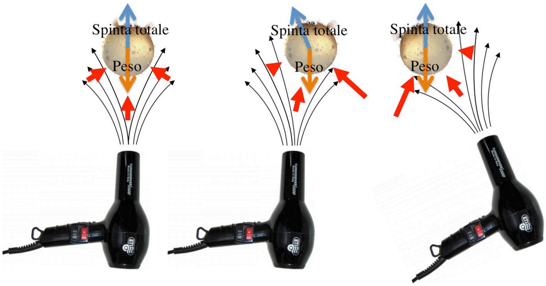


Figura 97. Palla in equilibrio su un getto di aria.

flusso[155], mentre la forza di Bernoulli è proporzionale alla velocità al quadrato. Quindi c'è sempre una velocità limite al di sopra della quale l'effetto di Bernoulli predomina, almeno per flussi laminari, perché quando il flusso diventa turbolento anche la forza di trascinamento diventa quadratica con la velocità.

W: E si può far vedere il confronto tra forza di trascinamento e forza di Bernoulli in maniera sperimentale, come facciamo di solito?

H: Vorrà dire: come **io** faccio di solito! Ma lasciamo perdere queste ridicole rivendicazioni! L'esperimento di verifica è molto semplice, e prende il nome di paradosso idrodinamico.[156] Per metterlo in evidenza occorre un imbuto, con il fondo il più svasato possibile, e una pallina da ping-pong. Può anche presentarlo come sfida ai suoi nipoti: fornisca ad ognuno di loro un imbuto e una pallina, e li sfidi a soffiare la pallina fuori dall'imbuto, tenuto verticalmente. Scoprirà che è impossibile (figura 98). Faccia pure la prova!

W: È vero! La pallina vibra (si sente il rumore) ma non si riesce a soffiarla via! Ma questo è veramente controintuitivo!

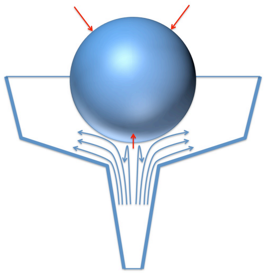


Figura 98. Paradosso idrodinamico: è impossibile soffiare via la pallina.

H: Già! Ma reale! Quello che succede è che per bassissime velocità del flusso di aria, predomina l'effetto "quantità di moto", e quindi la pallina si solleva un po'. Se soffia molto lentamente, vedrà che riuscirà a trovare un regime per cui la pallina si solleva, molto poco, e non vibra. Ma appena la velocità supera una certa soglia, prevale l'effetto Bernoulli e la pallina viene spinta, dall'aria ferma soprastante, verso l'imboccatura, tappandola. Così facendo la pallina blocca il flusso di aria, e quindi si risolleva e poi ritappa e così via. Per questo si sente

[155] In un flusso laminare la forza di trascinamento su una sfera è $F = 6\pi\mu r v$, dove μ è la viscosità, r il raggio della sfera e v la velocità relativa del fluido rispetto alla sfera.
[156] https://it.wikipedia.org/wiki/Effetto_Venturi

Figura 99. Generazione di vortici ad anello.[157]

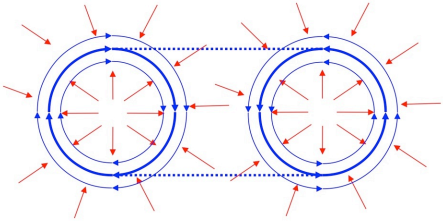


Figura 100. Sezione di un vortice.

la vibrazione. Se lei soffia abbastanza forte, vedrà che può trattenere la pallina nell'imbuto anche se questo è voltato verso il basso!

W: Ci vorrebbero dei polmoni migliori dei miei, ma è vero! Posso tenere la pallina nell'imbuto a dispetto della forza di gravità!

H: Queste forze sono alla base della stabilità dei vortici, che si comportano quasi come particelle. Per stupire i suoi nipoti, prenda una scatola di cartone e ci pratichi un foro circolare. Battendo sui lati con la mano, la scatola emetterà un vortice a forma di anello, che resterà stabile e viaggerà per alcuni metri (figura 99). Con questo vortice può buttare giù una piramide di bicchieri di carta alla distanza di tre-quattro metri. Se poi riempie la scatola di fumo, potrà visualizzare i vortici, che non sono altro che una versione più grande degli anelli di fumo che lei emette sempre quando fuma la sua pipa.[158] Con un po' di allenamento potrà far collidere i vortici tra loro, o farli passare uno dentro l'altro.

W: Meraviglioso! Ma come mai questi vortici sono così stabili?

H: Sempre a causa di Bernoulli. Se lei esamina la sezione di un vortice, vedrà che l'anello di fluido in rotazione è circondato, dentro e fuori, da degli strati di fluido fermo, che quindi esercitano una pressione che mantiene il fluido confinato (figura 100). I vortici trasportano energia e quantità di moto, si muovono in linea retta, collidono tra loro e si possono fondere, e se non ci

---

157 Dolbear, A.E. (1987). *Modes of Motion, or Mechanical Conceptions of Physical Phenomena*. Immagine da https://www.aip.org/history/newsletter/fall99/vortexring.htm

158 Per la generazione del fumo conviene usare il liquido per le sigarette elettroniche, o quello per fare il fumo in discoteca. Una soluzione casalinga è quella di versare un po' di liquido in un ferro da stiro a vapore, che poi andrà lungamente "purificato" con acqua distillata.

fosse la viscosità durerebbero per sempre. Non a caso molti hanno ipotizzato, da Lucrezio a Lord Kelvin,[159] che gli atomi altro non fossero che vortici.

W: D'ora in poi la mia pipa mi darà molta più soddisfazione!

H: Ma andiamo avanti. Finalmente possiamo procedere verso l'indizio principale. Il tiro al giro di George Brown!

Figura 101 Palla da cricket.[160]

W: Mi sono effettivamente chiesto se i tiri al giro fossero reali, o solo delle illusioni ottiche. Vero è che i giocatori di cricket e di baseball sono pronti a giurare di essere capaci di imprimere tali effetti alla palla! E anche nel football si vedono spesso portieri spiazzati da tiri che evidentemente non sono dritti! Ma come può una sfera, così simmetrica, curvare?

H: Tanto per iniziare, le palle da cricket e da baseball sono abbastanza diverse da una sfera ideale! Soprattutto quelle da cricket hanno delle cuciture che funzionano appunto da "freno dinamico", e possono essere usate per "dare il giro" (figura 101).
Quando una palla viene lanciata in aria, viene frenata dalla collisione con le molecole di aria. Per questo le traiettorie dei gravi sulla Terra sono diverse da quelle che si hanno nel vuoto, come aveva già notato Galileo:

> *e perché solo uno spazio del tutto voto d'aria e di ogni altro corpo, ancorché tenue e cedente, sarebbe atto a sensatamente mostrarci quello che cerchiamo, già che manchiamo di cotale spazio, andremo osservando ciò che accaggia ne i mezzi più sottili e meno resistenti, in comparazione di quello che si vede accadere negli altri meno sottili e più resistenti. Se noi troviamo, in fatto, i mobili differenti di gravità meno e meno differir di velocità secondo che i mezzi più e più cedenti si troveranno* [...] *parmi che potremo con molto probabil conietture credere che nel vacuo sarebbero le velocità loro del tutto eguali.*[161]

W: Ma l'attrito dell'aria non permette certo di far curvare a destra o sinistra una traiettoria, al più la renderà più "convessa" rispetto ad una parabola!

H: Giusto, ma dobbiamo adesso introdurre un elemento nuovo rispetto al

---

[159] Thompson, W., Lord Kelvin (1867). *On Vortex Atoms*. Proceedings of the Royal Society of Edinburgh **VI**, 94. Ristampato in Phil. Mag. **XXXIV**, 15

[160] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Cricket

[161] Galileo G. (1638), *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla mecanica & i movimenti locali*.

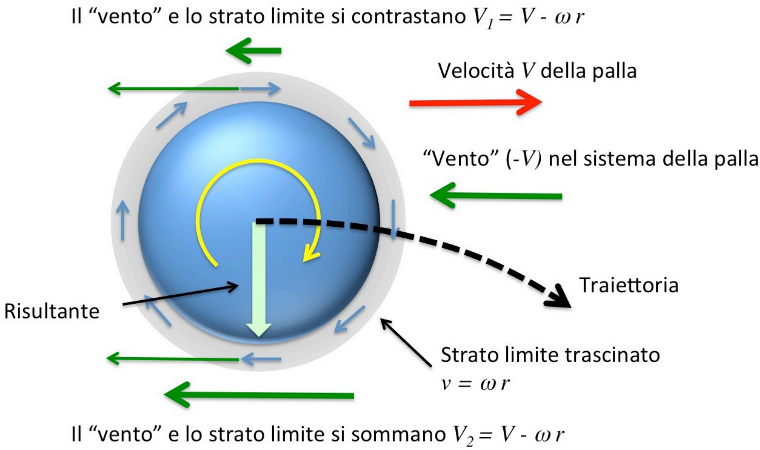


Figura 102. Effetto Magnus.

semplice modello cinetico, l'attrazione di Van der Waals tra le molecole, che vedremo più in là.

W: Anche le molecole di aria si attraggono tra loro?

H: Certo! Molto meno delle molecole di acqua, ma la viscosità dipende proprio da tale effetto. Un fluido senza viscosità, o newtoniano, se messo in rotazione continuerebbe a girare per sempre! Ma tali fluidi non esistono nella realtà![162] L'attrazione intermolecolare fa sì che un fluido in rotazione in un recipiente fermo rallenti, lo abbiamo già visto nell'indizio del tè. Ma in maniera simile, un oggetto in rotazione trascina con sé uno strato di fluido. Così un secchio posto in rotazione pian piano mette in rotazione anche il fluido contenuto, e una palla rotante mette in rotazione il fluido che la circonda.

W: Ma non vedo come tutto ciò si applichi al football!

H: Consideri un tiro "al giro", nel calcio o, se le rimane più facile, nel ping-pong. La palla viaggia attraverso l'aria e ruota. Mettiamoci nel sistema di riferimento della palla, ovvero come se fossimo su una sfera ruotante nel vento (figura 102). La sfera trascina con sé uno strato di fluido, a cui dobbiamo sommare, con segno, la velocità del vento. Come risultato, da una parte della

[162] Qui Holmes sbaglia, ma non poteva fare altrimenti. Solo nel 1938 verrà scoperta la superfluidità dell'elio-4, dovuta a effetti quantistici. I superfluidi hanno zero viscosità (e zero entropia!).

palla le due velocità si sommano, dall'altra si sottraggono. Utilizzando Bernoulli, otteniamo l'effetto Magnus: sulla palla c'è una forza effettiva perpendicolare alla direzione di moto, che dipende dal tipo di giro. Ovviamente, come succede spesso in fisica, stiamo estendendo un modello al di là dei suoi limiti: la formula di Bernoulli vale per fluidi senza viscosità, dato che usa la conservazione dell'energia, mentre l'effetto Magnus dipende crucialmente dalla viscosità! Ma se supponiamo che non ci sia apprezzabile perdita di energia, il tutto continua a funzionare. Facciamo il calcolo?

W: Sono sicuro che ci vorranno degli integrali difficilissimi! Dobbiamo fare il calcolo su una superficie curva! E poi i palloni non mi sembra che girino così tanto nei calci di punizione! Di sicuro meno che le palline da ping-pong!

H: Beh, al solito ci limitiamo a calcolare un ordine di grandezza, tanto per essere sicuri che non abbiamo toppato completamente l'approccio. Usiamo questi dati: un pallone da calcio ha un raggio di circa 11 cm e una massa di 450 g. Un buon calciatore può calciarlo a 100 km/h, e supponiamo che lo faccia da una distanza di una trentina di metri, con una velocità angolare di 10 giri al secondo.

W: Vediamo... 100 km/h sono circa 28 m/s, quindi da 30 m il pallone ci mette poco più di un secondo ad arrivare, tralasciando l'attrito dell'aria.

H: Vediamo che succede!

W: Dunque, nel sistema di riferimento della palla, applicando la formula di Venturi troviamo una differenza di pressione che dipende dal prodotto della velocità per la velocità angolare.[163] Questa però vale solo dove la composizione delle velocità è massima, altrimenti dipende dalle coordinate angolari!

H: Facciamo solo una stima. Supponiamo, tanto per andare avanti, che si applichi la metà di tale pressione, per tenere conto del fatto che non è sempre uguale, alla sezione della sfera...

H: Ho capito... Inserendo tutti i dati[164] viene uno spostamento di circa 30 centimetri!

H: Giusto quello che ci vuole per disorientare il portiere!

---

[163] $\Delta P = -\frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = \frac{1}{2}\rho((v+\omega r)^2 - (v-\omega r)^2) \simeq 2\rho v \omega r$, dove ρ è la densità dell'aria.

[164] La forza totale sarà circa $F = \Delta P \pi r^2 = \rho v \omega r^3$. L'accelerazione è $a = F/m = \rho v \omega r^3/m$, e si applica per un tempo Δt, causando uno spostamento laterale $\Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2$

W: Ha ragione! Geniale! Non mi sarei mai aspettato di poter stimare così facilmente l'effetto di un calcio a effetto! Lo sa che comincio a rivalutare gli aspetti quantitativi della fisica?

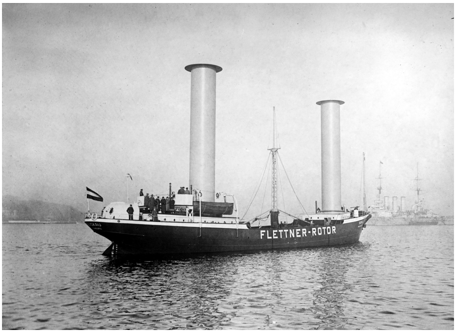


Figura 103. La nave a rotore Buckau.[165]

H: Lo credo bene! Senza la verifica sperimentale, tutte le teorie sono equivalenti! L'effetto Magnus può essere usato anche per muovere una barca, usando dei cilindri ruotanti al posto delle vele! Giusto due anni (1924) fa un ingegnere tedesco, Anton Flettner, ha costruito la prima nave a rotore, di nome Buckau (figura 103).
In questa nave a vela non ci sono vele, solo dei cilindri che girano spinti da dei motori! Certo, consuma combustibile, ma ci può essere un grosso risparmio rispetto a navi convenzionali se spira il vento. Ovviamente i motori possono anche essere usati per mandare delle eliche, in caso di bonaccia! La nave è estremamente stabile anche in presenza di forte vento, basta far girare più lentamente i cilindri.

W: Fantastico! Questa legge di Bernoulli/Magnus spiega un bel po' di cose! Così ho capito anche perché gli aeroplani volano: è tutto merito di Bernoulli!

H: Piano! Non è così semplice! Gli aeroplani sono oggetti complicati e infatti c'è voluto molto tempo, molta sperimentazione e molti morti prima che gli aeroplani diventassero macchine affidabili. La Grande Guerra appena finita ha visto grandi modifiche nel disegno degli aeromobili! Un aero è composto da due elementi: il motore, che spinge l'aereo avanti, e le ali, che lo sostengono. Mettiamoci nel sistema di riferimento dell'aereo, così possiamo trascurare il motore.

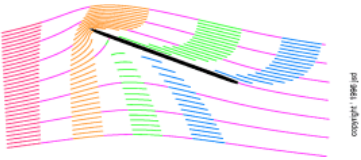


Figura 104. Deflessione dell'aria da parte di un'ala piatta.[166]

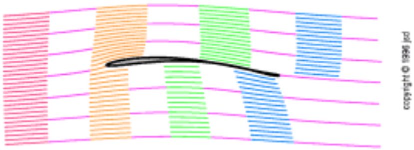


Figura 105. Deflessione dell'aria da parte di un'ala curva.[166]

[165] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Rotor_ship
[166] Immagine da http://utenti.quipo.it/volare/airfoils.htm

W: È come se considerassimo un aquilone a forma di aereo?

H: Esatto! E possiamo anche considerare solo una sezione dell’ala. Quindi abbiamo un sistema in due dimensioni, che si potrebbe realizzare in laboratorio usando un flusso di acqua sopra una tavoletta, su cui può scorrere la sezione di un’ala. Se vuole visualizzare questo fenomeno, potrebbe marcare le linee di flusso incollando dei cristalli di permanganato di potassio, che lasciano delle scie viola per un tempo abbastanza lungo, alla tavoletta.
Ovviamente ci si rende subito conto che bisogna usare delle forme allungate, per evitare turbolenze. L’ala dei primi aeroplani era una semplice tavola, che generava portanza (la spinta verso l’alto) per il fatto di essere inclinata (figura 104).
Il problema di tale ala è che offre anche una notevole resistenza: frontalmente appare come un rettangolo di una certa altezza, e quindi il motore non riesce a spingere l’aeroplano molto velocemente. Dopo poco però ci si rese conto che un’ala curva poteva dare più portanza anche avendo un profilo più sottile, a velocità sufficientemente elevate (figura 105).
Come si vede, l’origine della portanza in questi casi è dovuto al fatto che l’ala genera una compressione sul fluido in alto, quindi aumentando la sua velocità, e una depressione in basso, e questo, attraverso Bernoulli, spiega la portanza. Usando un’ala “spessa”, si può generare portanza anche mantenendola quasi orizzontale.

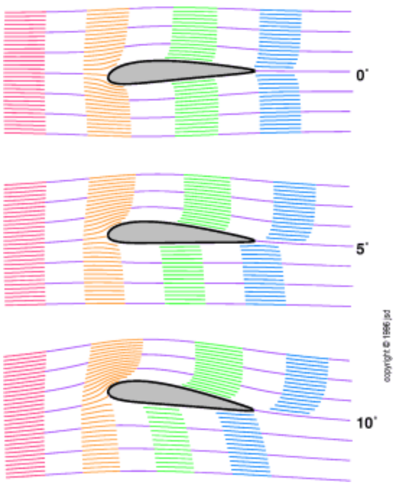


Figura 106. Contributi alla portanza di un’ala con diverse inclinazioni.[166]

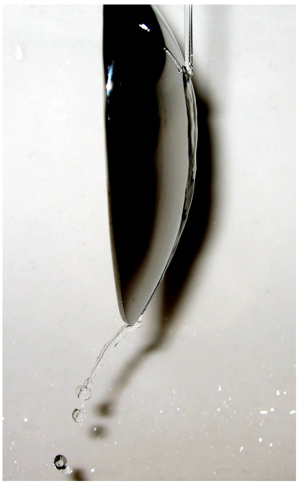


Figura 107. Effetto Coanda.[167]

[167] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Effetto_Coand%C4%83

A velocità maggiori, la portanza viene in parte fornita da un altro effetto, dovuto esclusivamente alla viscosità dell'aria, l'effetto Coanda.
Il flusso di aria in uscita dall'ala è rivolta verso il basso, cosa che è in accordo con la terza legge di Newton: se l'ala viene spinta verso l'alto dall'aria, questa deve essere spinta verso il basso. Le forze intermolecolari, che sono all'origine della viscosità, fanno sì che anche strati d'aria lontani vengano deviati, aumentando la portanza (figura 106).

W: Non mi è chiaro...

H: Può fare un semplice esperimento. Prenda un cucchiaio leggero[168] e lo sospenda ad uno spago, oppure pratichi un foro sul manico e lo sospenda su un fil di ferro in modo che possa ruotare. Lo avvicini a un filetto di acqua, come quello che esce dal rubinetto. Vedrà che appena il filetto tocca la parte convessa del cucchiaio, tenderà ad aderire, deviando da una parte. Come conseguenza il cucchiaio verrà spostato dalla parte opposta (figura 107).

W: Ma quanto è importante questo effetto per gli aeroplani?

H: Beh, le ali degli aeroplani devono funzionare in tutti i regimi, e sono in gran parte disegnate seguendo delle prove empiriche, per cui non so bene quanto la portanza sia dovuta a questo effetto. Però si possono costruire degli aeromobili che usano solo questo effetto, soffiando un forte getto d'aria intorno a un profilo fatto in maniera opportuna.
Anche la nostra palla in equilibrio sul getto dell'asciugacapelli userà in parte l'effetto Coanda, oltre a quello di Bernoulli (figura 108). Inoltre la nostra palla gira, trascinando con sé l'aria. Se prova a sospendere una palla su un getto di acqua vedrà che questa, trascinata dalla palla in rotazione, schizzerà da tutte le parti generando la reazione necessaria a tenere la palla in equilibrio.[170]

Figura 108. Effetto Coanda intorno ad una sfera.[169]

W: Almeno per questo indizio, non c'è traccia del Professore!

[168] Di plastica.
[169] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Effetto_Coand%C4%83
[170] https://youtu.be/mNHp8iyyIjo

H: Lei sbaglia, caro Watson! Come abbiamo visto, l'ipotesi cinetica di Bernoulli porta all'equazione dei gas perfetti, eventualmente corretta dalle interazioni di Van der Waals (che poi sono dovute a cause diverse: dipoli permanenti o indotti, dipoli oscillanti di origine quantistica). Però, si tratta sempre di equazioni macroscopiche, in cui i dettagli delle interazioni molecolari non appaiono direttamente. Così, fino agli inizi di questo secolo (1900) gli atomi venivano considerati alla stregua di un trucco matematico, e c'erano molti scienziati che lo consideravano non necessario. Nel 1883 nel suo libro *Meccanica*, Ernst Mach afferma:

> *La teoria atomica gioca in fisica un ruolo simile a quella di certi concetti ausiliari in matematica; è un modello matematico volto a semplificare la riproduzione mentale dei fatti.*[171]

E poi ripete nel 1897, dopo un seminario di Boltzmann a Vienna: *io non credo che gli atomi esistano!*[172] Questo nonostante le leggi di Dalton in chimica e le derivazioni di Maxwell e Boltzmann provassero che l'approccio "continuo" non poteva spiegare i vari fenomeni.

W: Ma gli atomi esistono!

H: Beh, Mach ce l'aveva con le costruzioni idealistiche, e anche io ripeto sempre che è un errore enorme teorizzare a vuoto. Senza accorgersene, si comincia a deformare i fatti per adattarli alle teorie, anziché il viceversa.[173]
Mach partiva dall'analisi delle sensazioni, e effettivamente bisogna dire che tutto quello che sappiamo deriva dalle sensazioni, le nostre, direttamente, o quelle che ci hanno riportato i nostri collaboratori e predecessori, sia oralmente sia soprattutto geneticamente, "programmando" il nostro cervello perché possa facilmente imparare la "fisica" che serve. Bambini appena nati e anche pulcini (che nascono "già adulti" senza esperienze del mondo) si "meravigliano" se vedono accadere dei fenomeni palesemente "non fisici".[174]
Ma ovviamente, vista la difficoltà di imparare la fisica a scuola, i concetti che abbiamo in mente non sono per forza quelli "veri". Diciamo che abbiamo una

---

171 Mach, E. (1883), *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt*, trad. it: Mach, E.*, Gambioli, D.* (Traduzione) (1909) I *principii della meccanica esposti criticamente e storicamente nel loro sviluppo, Società Editrice Dante Alighieri. Versione inglese: http://isites.harvard.edu/fs/docs/icb.topic1068951.files/Mach.pdf*

172 Yourgrau, P. (2005). *A World Without Time: The Forgotten Legacy of Gödel and Einstein*. Allen Lane.

173 Conan Doyle, A. (1891). *Uno scandalo in Boemia*, ne *Le avventure di Sherlock Holmes*.

174 Vallortigara, G., (2011). *La mente che scodinzola. Storie di animali e cervelli*, Mondadori.

specie di “fisica aristotelica” innata. A che ci serve questa conoscenza del modo esterno? A interpretare i fatti e a prevedere cosa accadrà in futuro. Questo non solo per quanto riguarda il mondo fisico. Abbiamo bisogno di interpretazione e previsione anche nelle interazioni sociali, per esempio. Ora, si potrebbe procedere per esempi e generalizzazioni, ma è molto più “economico” e computazionalmente più facile usare un modello. Lo facciamo anche con le persone. Dire “quello è un avaro” è molto più semplice che ricordare tutti gli episodi in cui il soggetto in questione ha cercato di risparmiare.

W: E gli atomi?

H: Mi lasci finire! Quello che sto cercando di dire è che noi usiamo sempre dei modelli per interpretare la realtà, quindi Mach ha ragione dicendo che gli atomi sono dei modelli, e non la realtà, ma anche la fisica “continua”, basata sulle equazioni differenziali, che lui descrive nel libro è un modello. I modelli appunto servono se permettono di racchiudere più fenomeni in un quadro unico, e inoltre hanno un intervallo di validità. Così il modello cinetico di Bernoulli funziona per descrivere i gas perfetti, ma non comprende la viscosità. Aggiungendo delle interazioni intermolecolari abbiamo un modello più generale, ma anche più difficile da usare. Possiamo anche usare un modello continuo, basato sulle equazioni dell’idrodinamica, che però sicuramente è più difficile da visualizzare.

W: Ma il Professore che c’entra in tutto questo?

H: Nel 1905 il nostro Albert pubblica un articolo[175] sul moto browniano, che è il movimento incessante e irregolare di piccoli oggetti – grani di polline o di polvere – in acqua. Einstein ipotizza che questo movimento sia dovuto alle continue collisioni con le molecole di acqua. Dato che non può calcolare le traiettorie delle molecole (senza computer), fa l’ipotesi che il movimento dei grani di polvere sia un cammino casuale (figura 109).

W: Come sarebbe a dire?

H: Conviene partire con una versione in una sola dimensione (figura 110). Con le parole di Einstein (più o meno): Si prenda un marinaio, gli si versi dentro una dose sufficiente di whisky e lo si liberi sul marciapiede di una strada dritta, senza incroci. Che succederà?

---

[175] Einstein, A. (1905) *Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen*, (Sulla teoria cinetico-molecolare del movimento dovuto al calore di particelle sospese in liquidi a riposo), Annalen der Physik **322**, 549-560. http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans/137

W: Barcollerà a destra e a sinistra.

H: E si sposterà dalla porta del bar?

W: No. Non credo. Almeno se consideriamo la sua posizione mediata su un tempo lungo. Ripetendo l'esperimento sera dopo sera, credo che troveremo le vomitate dei marinai distribuite in maniera simmetrica sul marciapiede.

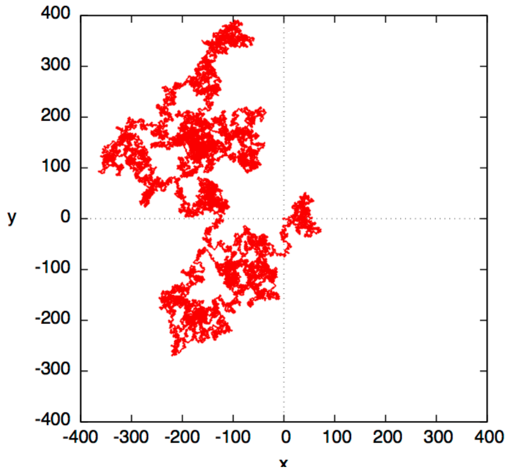


Figura 109. Una tipica traiettoria di un camminatore casuale in 2 dimensioni.

H: Ben detto! Infatti, se misuriamo le distanze come positive in una direzione e come negative nell'altra, in media un camminatore non si sposta: la somma dei passi negativi sarà in genere uguale a quella dei passi positivi. Questo però se consideriamo dei tempi molto lunghi o, meglio, la media su molti camminatori. Un singolo marinaio ubriaco potrebbe anche spostarsi di molto dalla posizione iniziale, guardi per esempio la figura precedente!
Herr Professor ha dimostrato che se consideriamo lo spostamento quadratico, ovvero prendiamo il quadrato della distanza, questa quantità aumenta (in media) linearmente con il tempo, a seconda di quanto vale il coefficiente di diffusione.[176] Inoltre, Einstein mostrò che questo coefficiente è in relazione con altre quantità conosciute.[177] Dalla formula di Einstein si può per esempio calcolare il numero di Avogadro. Nel 1909 Perrin[178] seguì la traiettoria di circa 200 particelle che cadevano lentamente in aria, e ottenne una buona stima di questo numero.[179] Fu proprio Perrin a proporre il nome per

---

176 Indicando con Δx lo spostamento, e con Δx^2 il suo quadrato, abbiamo che $\overline{\Delta x^2} = 2D\Delta t$. D è il coefficiente di diffusione.

177 $D = \frac{RT}{\eta N_A}$, dove R è la costante dei gas, T la temperatura, η la viscosità e N_A il numero di Avogadro.

178 Perrin, J. (1909). *Le Mouvement Brownien et la Réalité Moleculaire,* Ann. Chimi. Phys. **18**, 5–114.

179 La stima attuale è $N_A \simeq 6 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

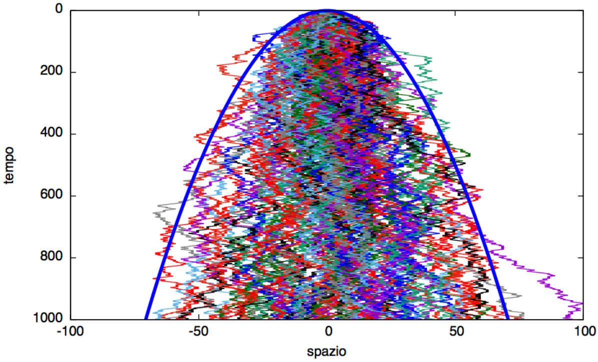


Figura 110. Cammino casuale in una dimensione, 1000 traiettorie.
$\overline{\Delta x} = 0$; $\overline{\Delta x^2} = Dt$. *Per confronto è stata tracciata la parabola* $t = 0.2\, x^2$.

questo numero. Purtroppo, il lavoro di Einstein (che tra l'altro non conosceva quello di Brown del 1828) giunse troppo tardi per Boltzmann, che si suicidò nel 1906.

> *Sono consapevole di essere solo un individuo che lotta debolmente contro la corrente del tempo. Ma rimane ancora in mio potere fornire un contributo in modo tale che, quando la teoria dei gas sarà di nuovo ripresa, non troppo dovrà essere riscoperto.*[180]

W: Sembra che la fisica atomica sia un campo di indagine rischioso!

H: Come scriverà Goodstein nella prefazione a *States of Matter*:

> *Ludwig Boltzmann, che ha trascorso gran parte della sua vita a studiare la meccanica statistica, è morto nel 1906, per sua stessa mano. Paul Ehrenfest, portando avanti il suo lavoro, è morto in modo simile nel 1933. Ora è il nostro turno di studiare meccanica statistica. Forse sarà opportuno affrontare l'argomento con cautela.*[181]

[180] Boltzman, L. (1896). *Vorlesungen über Gastheorie*, Leipzig, J. A. Barth; tr. ingl.: Boltzman, L. transl. by Stephen G. Brush (1964), *Lectures in gas Theory*, Part II, forward to part II p. 216, University of California Press.
[181] Goodstein, D.L. (2002). *States of Matter*, Dover.

L'indizio del ghiaccio e del sale

H: Ha visto quel manifesto appeso alla parete (figura 111)?

W: Sì, è la Royal Mail Ship Titanic, direi alla partenza dal porto di Southampton, nel 1912

H: E pensare che cinque giorni dopo sarebbe affondata!

W: Sì, per colpa di un iceberg. Come sa, i 9/10 di un iceberg stanno sotto la superficie, non è facile avvistarli.

H: La prego, riporti dentro la bottiglia che aveva messo fuori dalla finestra un po' di tempo fa.

W: Subito... Oh! Si è spaccata! Il gelo...

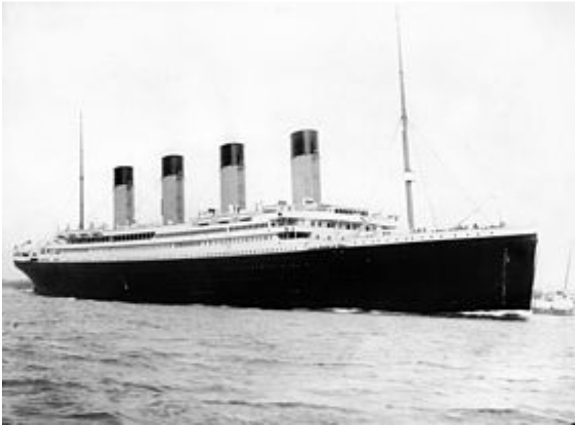


Figura 111. L'RMS Titanic alla partenza dal porto di Southampton, il 10 aprile 1912.[182]

H: Vede che tutto è collegato? Il poster del Titanic, la bottiglia d'acqua che abbiamo trovato sul tavolo e il gelo fuori? Allora, perché la bottiglia si è spaccata e perché il ghiaccio galleggia?

W: Uhmm… l'acqua si dilata ghiacciandosi, ma non mi sono mai domandato perché, è così e basta.

H: Eh, no, non è normale. Quasi tutte le altre sostanze quando solidificano diventano più dense.

W: C'è una regola generale?

H: Mi meraviglio di lei, che dice di aver studiato fisica. Saprà bene che tutti gli atomi neutri si attraggono.

W: Sì, con una forza debole detta forza di Van der Waals. Si può usare il modello di Lennard-Jones per visualizzare l'entità dell'energia data la distanza

[182] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/RMS_Titanic

tra gli atomi, tenendo conto che quando l'energia è crescente la forza è attrattiva, e quando è decrescente è repulsiva (figura 112).

H: Bene, e con questo modellino, come descriverebbe le fasi della materia?

W: Allora, guardiamo se riesco a seguirla. Supponiamo che la materia sia composta da atomi sferici, che seguono il modello di Lennard-Jones, praticamente degli atomi di Argon. Mettiamo il tutto in un contenitore isolato, così che la sua energia rimanga costante. L'energia del materiale è data da due contributi: l'energia cinetica, che è data per ogni particella dalla massa per velocità al quadrato diviso due, più la parte dovuta alle interazioni. Per calcolare quest'ultima dobbiamo sommare, per ogni coppia di atomi, il contributo dato dalla loro distanza come indicato dal grafico che ho disegnato prima sul taccuino (figura 112). Non è un compito facile, ci vorrebbe una macchina analitica come quella progettata, ma mai terminata, dal nostro Charles Babbage.[184]

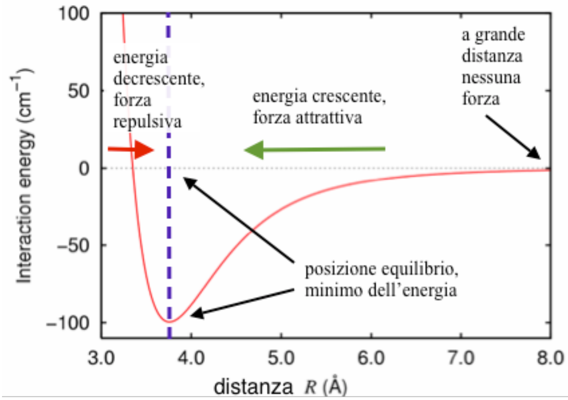


Figura 112. Entità delle forze di van der Waals al variare della distanza intermolecolare, secondo il modello di Lennard-Jones.[183]

H: Sono sicuro che entro poco tempo tutte le università saranno dotate di potenti calcolatori a vapore, come quello di Babbage, magari commercializzati dalla vecchia Tabulating Machine Company,[185] che già usa delle schede perforate. Credo che la figlia di Lord Bayron, la contessa di Lovelace, abbia già scritto dei programmi per tale macchina.[186] Ma contentiamoci di utilizzare il calcolatore che abbiamo tra le nostre orecchie.

W: Qui ci vorrebbe il compianto prof. Boltzmann. Comunque, il parametro fondamentale per il comportamento del sistema è l'energia totale, visto che

[183] Immagine adattata da https://it.wikipedia.org/wiki/Forza_di_van_der_Waals
[184] https://it.wikipedia.org/wiki/Macchina_analitica
[185] Nel 1924 era diventata l'International Business Company, IBM.
[186] https://it.wikipedia.org/wiki/Ada_Lovelace

per ipotesi questa rimane costante. Possiamo anche pensare, in maniera alternativa, di mettere in contatto il nostro sistema con un corpo di grande massa ad una temperatura determinata. Ho detto di grande massa per far sì che qualunque quantità di energia sia assorbita o ceduta dal sistema, la temperatura non cambi. È quello che si dice un *bagno termico*, dato che di solito lo si realizza proprio mettendo a bagno il sistema in un recipiente contenente acqua alla temperatura voluta.

H: Lei cita la temperatura, ma me la saprebbe definire?

W: Ah, qui dobbiamo rendere merito ai francesi, che hanno contribuito non poco a chiarire la faccenda. Ovviamente il nostro corpo è in grado di distinguere rozzamente tra caldo e freddo, ma sappiamo tutti che non è affidabile: se mettiamo una mano in un secchio d’acqua gelata e l’altra in un secchio d’acqua calda, le teniamo lì per qualche minuto ed infine le infiliamo nello stesso secchio di acqua tiepida, otteniamo sensazioni diverse dalle due mani. La prima la troverà caldissima e l’altra fredda. Per questo è stato inventato il termometro, e devo dire che ce ne sono di parecchi tipi, da quello Galileiano a quelli basati sulla dilatazione termica di varie sostanze.

H: E forniscono tutti la stessa temperatura?

W: Ahi, questo è il problema. Innanzi tutto devono essere calibrati, ovvero bisogna trovare delle temperature campioni che siano ben riproducibili. Herr Fahrenheit ha proposto di usare una miscela di ghiaccio e sale per definire lo zero, che corrispondeva alla temperatura più bassa ottenibile in laboratorio, e di avere 90 gradi per la temperatura corporea, così che la temperatura di fusione del ghiaccio era di 30 gradi, rendendo la scala molto comoda per fare calcoli senza decimali e senza cifre negative. Viceversa, in gran parte del continente si usa la scala dello svedese Celsius, che pone a zero la temperatura di fusione del ghiaccio e a 100 quella di ebollizione dell’acqua.

H: Beh, Celsius o Fahrenheit, una volta tarati saremo a posto, no?

W: No, perché i termometri possono avere dei comportamenti non lineari. Per fortuna, come scoperto dall’irlandese Boyle e dal francese Gay-Lussac, i gas rarefatti hanno un comportamento indipendente dalla sostanza. Misurando la pressione a volume costante, o il volume a pressione costante si ha un termometro universale. Tra l’altro, in questa maniera, si è giunti a definire lo zero assoluto, a -273 gradi Celsius, che sarebbe la temperatura alla quale la pressione ed il volume di un gas perfetto diventerebbe nullo. In questa maniera si può quindi definire una scala assoluta delle temperature, la scala

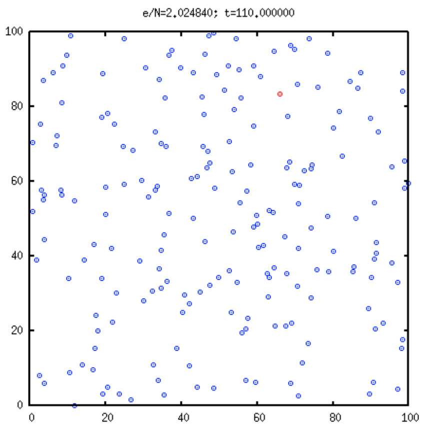


Figura 113. Gas di Lennard-Jones bidimensionale, con energia per particella molto superiore a zero.

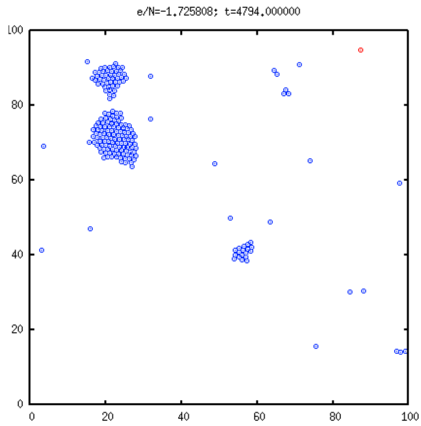


Figura 114. Gas di Lennard-Jones bidimensionale, con energia per particella molto inferiore a zero.

kelvin, che parte proprio da tale temperatura. Inutile dire che nessun gas rimane tale vicino allo zero assoluto.

H: Direi che il nostro modello di Lennard-Jones potrebbe illustrare questo comportamento (figura 113).

W: Sì, è vero. Se prendiamo un gas molto diluito, le distanze interatomiche sono molto grandi e quindi gli atomi non sentono l'energia di interazione, si comportano semplicemente come delle palline. Si noti che nel modello di Lennard-Jones l'energia a grande distanza è convenzionalmente messa a zero, e corrisponde all'energia di dissociazione degli aggregati. Ovviamente abbiamo bisogno di qualche collisione ogni tanto, in modo che gli atomi si scambino energia e si possa arrivare ad una situazione di equilibrio.
Tra l'altro, si vede bene che la temperatura altro non è che l'energia cinetica per particella, anzi, un terzo di ciò, perché l'energia cinetica è data dalla somma dell'energia lungo i tre assi, ognuno dei quali corrisponde alla temperatura. Facciamo l'esempio di un biliardo, inizialmente con tutte le bocce (che corrispondono alle particelle del gas) ferme. Ne lanciamo una con una certa velocità, e quindi inizialmente tutta l'energia è concentrata su questa, in una sola direzione. Dopo poche collisioni con le sponde e con le altre bocce, l'energia sarà distribuita su varie palle e in varie direzioni.

H: Ottimo, e se adesso diminuisco l'energia, o la temperatura del bagno termico?

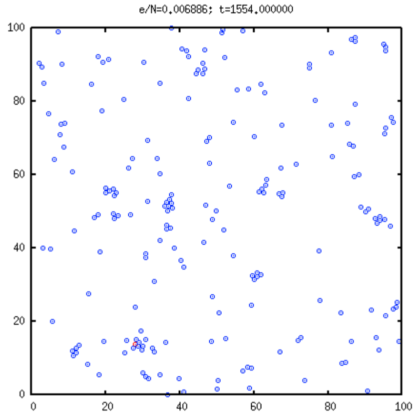


Figura 115. Gas di Lennard-Jones bidimensionale, con energia per particella vicino a zero.

W: Le particelle vanno più lentamente, e cominciano a formarsi degli aggregati che durano qualche tempo (figura 114). Se riguardiamo il grafico dell'energia di legame (figura 112), vediamo che quando l'energia media per particella è superiore a zero, le particelle stesse possono allontanarsi le une dalle altre e quindi non risentono molto delle interazioni tra loro. Abbiamo quindi un gas quasi perfetto (figura 113). Per energie molto minori di zero, solo poche particelle possono accumulare, per collisioni fortuite, una energia tale da permetterle di allontanarsi dalle altre. In genere staranno vicine, con una disposizione cristallina in cui gli atomi vicini stanno ad una distanza corrispondente al minimo dell'energia, vibrando (se l'energia non è proprio nulla). Gli atomi che dovessero riuscire a scappare, causerebbero una sorta di sublimazione, abbassando ancora l'energia del cristallo.
Per energie vicine allo zero abbiamo una fase liquida, in cui gli atomi si raggruppano in grappoli di varia dimensione, e se inseriamo la gravità, cadono formando una superficie di separazione tra liquido e gas (figura 115). Anche in questo caso ogni tanto un atomo può accumulare abbastanza energia da fuggire, raffreddando il liquido rimanente, e, viceversa, ogni tanto un atomo "gassoso" può ricongiungersi con il liquido, riscaldandolo. Lo stato liquido è comunque molto mobile, con strutture quasi-cristalline che si formano e si distruggono.

H: E cosa trae da tale scenario?

W: Beh, che la densità aumenta passando dallo stato gassoso a quello liquido a quello solido. Se mettiamo un cristallo nel liquido, affonda.

H: Ma l'acqua non funziona in questo modo, giusto?

W: No. Manca qualcosa nel modello. Forse perché l'acqua è una molecola polare?

H: Bravo Watson. Continui così.

W: Dunque... La molecola d'acqua sembra la faccia di un topo... un topolino!

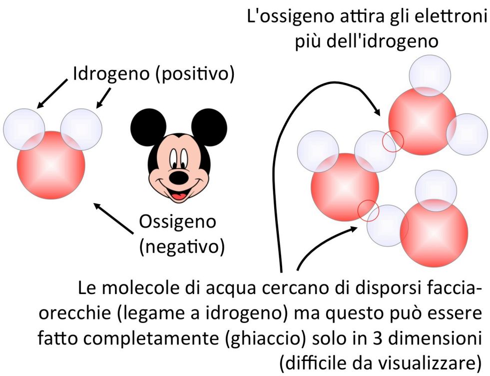


Figura 116. Forma schematica della molecola di acqua e dei legami ad idrogeno.

Figura 117. Seconda versione della stella Mercedes-Benz.[187]

Guardi che disegno simpatico che mi è venuto, chissà che un giorno qualcuno, magari un americano, non faccia fortuna disegnando topolini (figura 116)!

H: Impossibile, Watson, creda a me. Vada avanti senza pensare ai topolini, o magari tra un po' disegnerà anche paperi e sciocchezze simili.

W: Le molecole d'acqua sono polari, perché l'ossigeno attrae gli elettroni più di quanto lo faccia l'idrogeno, quindi i due elettroni dell'idrogeno passano più tempo intorno all'atomo di ossigeno che intorno al nucleo di origine. Come risultato, l'ossigeno è carico negativamente e l'idrogeno positivamente. Quindi la configurazione di minima energia è quella in cui le "orecchie" di una molecola d'acqua toccano la "faccia" di altre molecole. Questi contatti si chiamano anche "ponti a idrogeno".

H: E che tipo di cristallo viene fuori?

W: Questo è il problema. Non riesco a disegnarlo sul taccuino, perché è una struttura tridimensionale.

H: Senta, mi è venuta una idea. Avrà letto sui giornali che proprio nel giugno di quest'anno A.D. 1926 la Mercedes di Ferdinand Porsche si è appena fusa con la Benz.

W: Sì, ne hanno parlato tutti i giornali. E allora?

---

187 Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Mercedes-Benz

H: Il simbolo della Mercedes-Benz è quello della Daimler dal 1908, una stella a tre punte, che nelle intenzioni del progettista, Gottlieb Daimler, indica l'uso del suo motore in cielo, terra e mare (figura 117).

W: Sì, la conosco, è famosa.

H: Ora, la nostra stella potrebbe rappresentare una molecola d'acqua "bidimensionale". Le punte della stella simboleggiano i ponti a idrogeno, ovviamente quando si toccano. E dobbiamo anche considerare che ci sono le interazioni attrattive, non orientate, di Van der Vaals (figura 118).

W: Ecco qui, un disegno esplicativo. Certo, così perdiamo il carattere orientato delle interazioni dell'acqua, ma possiamo disegnare il tutto su un foglio. La fase liquida sarebbe quindi data da un insieme disordinato di "stelle", mentre la fase solida, il ghiaccio, da una struttura ordinata a forma di esagono. Ma cosa impedisce ad una stella di "infilarsi" nel mezzo dell'esagono?

H: Dobbiamo ipotizzare che le interazioni Van der Waals indeboliscono i legami ad idrogeno circostanti, cosa che effettivamente accade dato che il legame ad idrogeno è molto direzionale, e se si avvicina un'altra molecola tende a distorcerlo e ad indebolirlo (figura 119).

W: Certo che questo modello si visualizza più facilmente, e si capisce bene perché l'acqua si espande quando congela: sono tutti quei buchi all'interno.

H: Adesso le propongo un altro esperimento, legato anche questo alla fuga del Professore. Abbiamo bisogno di un bel po' di neve. Mi dia una mano, riempiamo un paio di questi secchi.

W: Ecco fatto! Ed ora?

H: Adesso aggiungiamo un bel po' di sale, almeno un paio di libbre. Mescoli bene!

W: Il sale fa sciogliere la neve, come ha fatto per il ghiaccio all'Isle of Dogs.

H: Adesso prenda quel bel termometro che vedo lì nell'angolo.

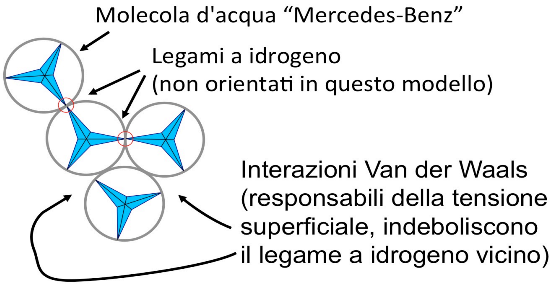


Figura 118. Funzionamento del modello Mercedes-Benz.

W: È un termometro ad alcool, da esterno. Arriva fino a zero gradi Fahrenheit, ovvero meno venti gradi Celsius.

H: Proprio quello che ci vuole. Cominciamo a misurare la temperatura della neve nel secchio senza ghiaccio. Cosa legge?

W: Circa -4 gradi Celsius.

H: E che temperatura pensa che ci sia nel secchio con il ghiaccio?

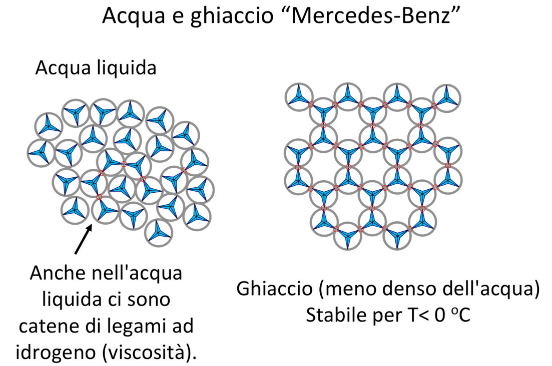


Figura 119. Acqua liquida e solida nel modello Mercedes-Benz.

W: Beh, la neve si sta sciogliendo, quindi penso che il sale per qualche motivo chimico abbia alzato la temperatura.

H: Misuri, misuri, invece di parlare!

W: Oh, santo cielo! Il termometro segna meno 7 gradi Celsius... Meno 10!... Meno 14!!! Dev'essere rotto!

H: Infili una mano nel secchio con la neve e il sale e sentirà.

W: È freddissimo! Non si riesce a tenere la mano dentro! Non capisco!

H: Intanto che parliamo, approfittiamo della situazione. Infili quelle bottiglie d'acqua nel recipiente con neve e sale.

W: Ma congeleranno e si spaccheranno! Se si è congelata la bottiglia messa fuori a meno cinque, non vedo come si possa evitare il congelamento di queste a meno 14.

H: Vedremo... Ma prenda le bottiglie dallo stanzino, che è ben freddo, saranno quasi a zero gradi, mentre queste qui nella stanza sono a circa 20 gradi.

W: Fatto! E poi?

H: Aggiunga del sale all'altro secchio, io intanto mescolo in una pentola del latte, dello zucchero e un po' di vaniglia.

W: Una formula chimica?

H: Vedrà. Ecco, metta la pentola nella salamoia e inizi a girarla con questo mestolo di legno. Intanto possiamo parlare di cosa è successo alla neve con il sale.

W: È veramente misterioso... Non credo proprio che si possa spiegare con il suo modellino Mercedes-Benz!

H: Perderebbe la scommessa! Mi dica com'è fatto il sale.

W: Il comune sale da cucina è praticamente tutto cloruro di sodio, un solido ionico nel senso che l'elettrone più esterno del sodio, un metallo alcalino, è trasferito interamente al cloro. Quindi sodio e cloro si attirano in maniera non orientata per via dell'attrazione elettrostatica. A causa del carattere polare dell'acqua, i solidi ionici si sciolgono molto volentieri in soluzione acquosa, tanto che il sale assorbe anche parecchia umidità dall'aria.

H: E secondo lei energeticamente il sale "preferisce" stare disciolto o no?

W: Domanda difficile... forse dovrei guardare delle tavole di dati...

H: No, è facile. Gli iceberg sono salati?

W: No, quando l'acqua salata ghiaccia, il sale si separa dal ghiaccio che è formato da acqua pura... Giusto il 13 maggio di quest'anno Nobile e Amundsen hanno sorvolato il polo nord con il dirigibile Norge, se vi fossero atterrati avrebbero potuto farsi un tè sciogliendo il ghiaccio senza paura che fosse salato.[188] Ah, ci sono! Dato che a bassa temperatura l'acqua e il sale stanno separati, vuol dire che energeticamente ognuno preferisce stare per conto suo.

H: Ottimo! A bassa temperatura "vince" sempre la configurazione di minima energia.

W: Ecco, ho fatto sul taccuino un disegno illustrativo (figura 120).

H: Ma a temperature più alte cosa succede?

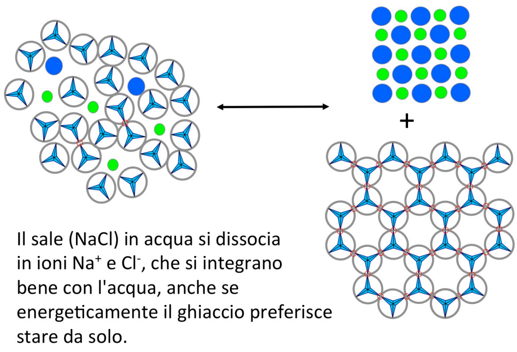


Figura 120. Acqua e sale nel modello Mercedes-Benz.

W: Non sarà mica l'entropia? Non ho mai capito veramente cosa sia!

H: Perché non aveva il modello adatto in mente. Prenda il nostro modellino

[188] Nobile atterrerà al Polo Nord nel 1928 con il dirigibile Italia, che poi naufragherà sulla banchisa. Amundsen perirà nel tentativo di portare soccorso alla spedizione italiana.

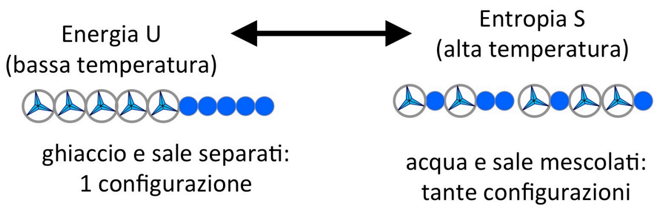


Figura 121. Configurazioni separate e mescolate di acqua e sale.

con acqua e ioni e lo pensi in una dimensione (figura 121).

W: Ovvero con le molecole disposte come perle in una collana?

H: Esatto! Ovviamente, diversamente dalle perle, le molecole possono scambiarsi la posizione. A basse temperature le molecole di acqua preferiscono stare da una parte e quelle di sale dall'altra. Come può vedere da solo, in questa maniera c'è solo un modo di disporre le molecole, tralasciando il fatto che quelle del sale sono di due tipi differenti. Viceversa, se lei le mescola a caso, ci sono tantissime configurazioni possibili.

W: Ma energeticamente sono sfavorite!

H: Sì, la loro energia è più alta, ma se la temperatura è alta, l'energia cinetica (che, le ricordo, è legata alla temperatura) è pure alta, e quindi il vantaggio energetico della configurazione ordinata è piccolo. Una volta che le molecole sono mescolate, solo una grossa forza può riportarle a posto.

W: Vuol dire che il disordine è una specie di forza? Io non ho avuto la fortuna di avere bambini, ma la sorella di mia moglie ne ha tre, e ogni volta che ci ritroviamo in famiglia, racconta delle storie tremende dei suoi sforzi per tenere la casa ordinata. La prossima volta le dirò che l'unica è abbassare la temperatura!

H: Lei fa dell'ironia, ma c'è del vero in quello che dice. Solo che la temperatura a cui si riferisce non è quella usuale!

W: In che senso?

H: Abbiamo detto che la temperatura è legata all'agitazione delle molecole. In questo caso lei sta trattando i giocattoli come molecole, ma non sono le collisioni termiche a spostarli, bensì i bambini. L'equivalente della temperatura in questo caso è proprio l'agitazione delle piccole pesti.

W: Ma allora questo approccio molecolare si applica anche agli oggetti macroscopici?

H: In principio sì. Ma con alcuni distinguo. A livello atomico le forze sono conservative, nel senso che durante una interazione o collisione l'energia si conserva. Nel mondo macroscopico l'energia pure si conserva, ma in maniera diversa: Noi chiamiamo "movimento" solo i moti macroscopici, in cui miliardi di atomi e molecole si muovono tutti insieme, mentre chiamiamo "agitazione termica" i moti microscopici. E come sappiamo bene, l'agitazione termica non si converte da sola in un "moto ordinato". Riusciamo a costruire dei motori termici, come quelli delle auto, solo quando abbiamo una differenza di temperatura a disposizione, tra una sorgente calda ed una fredda, e anche in questo caso la conversione non è certo ottimale: in un motore da automobile sfruttiamo solo il 14 per cento dell'energia della benzina immessa...
Quando imprimiamo energia a un corpo, per esempio una palla, è come se stessimo "scaldandola", e a contatto con un mondo più freddo, ecco che l'energia si degrada, diventando moto termico a bassa temperatura, e non più utilizzabile. Ma anche questo è un elemento interessante, ne riparleremo quando sarà il momento di occuparsi dell'indizio dello zucchero e del riso.

W: Zucchero? Riso? Anche loro sono collegati alla Fisica? E hanno a che fare con la temperatura?

H: Mio caro Watson, se le idee devono interpretare la Natura è necessario che siano altrettanto sconfinate.[189] E se la spiegazione riguardasse anche un messaggio misterioso con la sua fraseologia bizzarra, potremmo accettarla come ipotesi temporanea. Se poi i nuovi fatti che verranno a nostra conoscenza si potessero inserire nello schema, la nostra ipotesi potrebbe gradatamente trasformarsi in soluzione.[190] Ma prima di andare avanti dobbiamo sviscerare il problema dell'entropia. Credo che dovremo occuparcene sotto vari aspetti. Comunque, rispetto a quello detto prima, l'entropia non è altro che il logaritmo del numero di configurazioni possibili.

W: I logaritmi mi hanno sempre dato l'orticaria. A dire la verità non ho mai capito per bene cosa sono, a parte usare il regolo calcolatore per fare le moltiplicazioni, ma non so come funziona.

H: Beh, il nome è ostico, ma il concetto non è molto difficile. Se x è il logaritmo di y in base b, vuol dire che $y = b^x$. È molto facile capirlo con i logaritmi in base 10: il logaritmo di una potenza di 10 è semplicemente il numero degli zeri.

---

[189] Conan Doyle, A. (1897). *Uno studio in rosso*.
[190] Adattato da Conan Doyle, A. (1917). *L'avventura di Wisteria Lodge*, ne *L'ultimo saluto di Sherlock Holmes.*

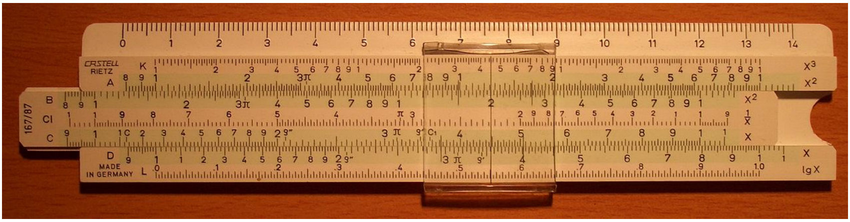


Figura 122. Regolo calcolatore.[191]

W: Quindi $\log_{10}(1000) = 3$?

H: Esatto.

W: E $\log_{10}(1)$?

H: Zero, dato che non ha zeri.

W: E tutti gli altri logaritmi? Quanto fa $\log_{10}(120)$?

H: Può prendere il suo regolo calcolatore (figura 122) e calcolarlo, ma di sicuro sarà un po' più grande di $\log_{10}(100)$, ovvero di 2. Il risultato esatto è circa 2,08. L'altra importante proprietà del logaritmo è che $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$.

W: Ovvero il logaritmo trasforma le moltiplicazioni in addizioni?

H: Esatto! Il suo regolo calcolatore funziona proprio usando in questo modo i logaritmi! Come vede le scale sul regolo non sono lineari: la distanza di un numero dall'origine corrisponde al logaritmo di tale numero. In questa maniera spostando la parte centrale in modo da sommare o sottrarre i due logaritmi si ottiene il prodotto o la divisione tra i due numeri.
Comunque, anche se concettualmente il logaritmo è difficile da capire, molti nostri sensi sono logaritmici. Un suono ci appare di certa intensità; per ottenere una sensazione doppia occorre produrre un suono quattro volte più potente del primo. In termini matematici la sensazione uditiva cresce col logaritmo della potenza sonora. Ed infatti per la misura dell'intensità dei suoni si usa il decibel che è un'unità logaritmica. Analogamente la sensazione visiva: per raddoppiare la sensazione visiva occorre una sorgente luminosa quattro volte più potente ($2^2 = 4$), per triplicarla una potenza otto volte maggiore ($2^3 = 8$) e così via. Anche l'occhio quindi ha una sensibilità per così dire logaritmica.

W: Capito. E perché il logaritmo per l'entropia?

---

[191] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Regolo_calcolatore

H: Immagino che nei suoi studi non abbia mai trovato questa formulazione dell’entropia, giusto?

W: No davvero! L’entropia per me è una grandezza termodinamica introdotta da Clausius nel 1864, e non vedo cosa abbia a che fare con il disordine.

H: Ne riparleremo più tardi, questo è connesso all’indizio del mulino. Ma lei ricorderà certo che l’entropia termodinamica è una grandezza estensiva, ovvero che se raddoppio le dimensioni del sistema, anche l’entropia raddoppia.

Figura 123. La tomba di Ludwig Boltzmann a Vienna (Zentralfriedhof).[192]

W: Certo!

H: Ora, se lei ha un dado, quante possibili combinazioni può fare?

W: Sei, è elementare!

H: E con due dadi?

W: Trentasei, ovvero sei per sei!

H: Ecco, il numero di combinazioni per due sistemi indipendenti aumenta come il prodotto delle combinazioni, ma l’entropia come la somma...

W: Ecco perché il logaritmo!

H: Sì, il logaritmo è proprio quello che ci serve: il logaritmo di un prodotto è dato dalla somma dei logaritmi dei due fattori, indipendentemente dalla base. Questa definizione di entropia è dovuta proprio al grande Ludwig Boltzmann, ed è così importante che è stata incisa sulla sua tomba, $S = k \log W$, dove S è l’entropia, W il numero di stati e k una costante, detta costante di Boltzmann, che serve per far tornare le dimensioni, visto che il logaritmo è un numero e l’entropia si misura in energia per grado kelvin (figura 123).

W: Quindi ci sono due definizioni dell’entropia? E cosa hanno a che fare tra loro?

H: La cosa è ancora più complicata, ce ne sono tre, anche se noi non dovremmo saperlo, visto che questo lavoro sarà pubblicato da Shannon nel 1948. Per ora basta sapere che l’entropia è legata al numero di configura-

[192] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Boltzmann

zioni, e domina ad alta temperatura, mentre l'energia domina a bassa temperatura. I fisici, per trattare il problema in una maniera semplice, introducono una cosa che si chiama energia libera, che rappresenta il lavoro massimo che si può estrarre da un sistema, e corrisponde semplicemente alla differenza tra energia meccanica (cinetica più potenziale) ed entropia, quest'ultima moltiplicata per la temperatura.[193]

L'equilibrio è dato dal minimo dell'energia libera. Così come vede, se la temperatura è zero o comunque molto piccola, l'equilibrio è dato dal minimo dell'energia, come siamo abituati a considerare noi animali "macroscopici" per cui i moti termici non esistono e quindi viviamo in un mondo "freddissimo". Ma per le molecole è diverso, lì i moti termici sono comparabili con i moti "ordinati". Se la temperatura è grande, vince il termine temperatura per entropia, e dato che è negativo, per minimizzare l'energia libera dobbiamo massimizzare l'entropia, ovvero ad alta temperatura vince l'entropia, come abbiamo già detto.

W: Forse avrebbe fatto meglio a scrivere le formule!

H: Effettivamente, è difficile fare la matematica chiacchierando! Adesso possiamo capire perché mescolando sale e ghiaccio la temperatura si abbassa, se siamo sopra a -21 gradi centigradi: al di sopra di tale temperatura vince l'entropia, e quindi sale e acqua vogliono stare mescolati (figura 124). Ma per mescolarsi devono rompere i legami del ghiaccio e del sale, ed essendo energeticamente più forti loro dei legami tra sale ed acqua, ecco che dell'energia dev'essere assorbita dall'ambiente circostante. È il momento di rinfrescarci. Smetta di girare ed assaggi.

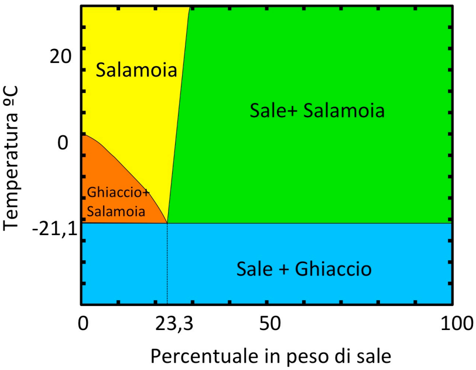


Figura 124. Diagramma delle fasi della mistura acqua, ghiaccio e sale.

W: Il latte è diventato un gelato! Certo, a meno 14 gradi…

H: Ma non è finita. Prenda, con molta cura, le bottiglie che abbiamo messo nella salamoia, sempre a meno 14 gradi. Spero che non le abbiamo lasciate troppo a lungo...

[193] $F = U - TS$, dove F è l'energia libera, U l'energia (meccanica), T la temperatura e S l'entropia.

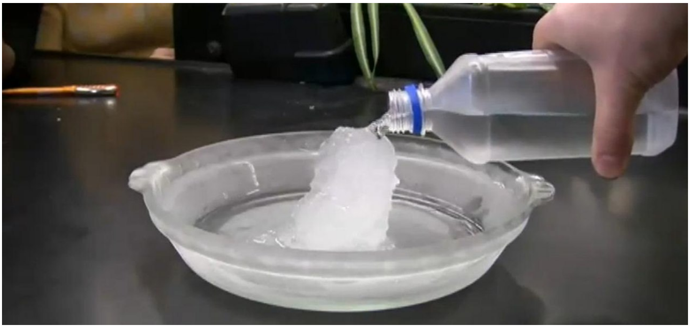


Figura 125. Acqua sottoraffreddata.[194]

W: Questa è congelata... Ma queste altre no! Guardi! L’acqua è ancora liquida!

H: È acqua sottoraffreddata. Pulisca bene il termometro e cerchi di infilarlo delicatamente nell’acqua della bottiglia…

W: Segna meno otto! Ohhh.... Adesso l’acqua si è improvvisamente congelata e il termometro è risalito... a zero gradi!

H: Facciamo altri esperimenti! Ecco, versi l’acqua di quest’altra bottiglia su un pezzetto di ghiaccio...

W: Si è solidificata appena ha incontrato il ghiaccio e ha formato una montagnola di ghiaccio (figura 125)!!! E se lascio entrare il ghiaccio nella bottiglia si congela tutto!

H: Magico eh? Può indurre la solidificazione anche scuotendo la bottiglia, o introducendo un suo dito nell’acqua! E dato che il ghiaccio si forma rapidamente, i suoi cristalli sono piccoli piccoli. Ottimo per la granita! Versi sopra un po’ di quello sciroppo di menta, e mentre ci gustiamo granita e gelato esaminiamo un po’ la faccenda.
Come le avranno insegnato a scuola acqua e ghiaccio stanno in equilibrio a zero gradi, o, viceversa, che zero gradi è la temperatura di equilibrio tra acqua e ghiaccio. Ma il fenomeno del sottoraffreddamento è meno inconsueto di quanto pensi a prima vista. Lei non è mai stato a pescare?

W: No, non mi pare, forse da ragazzo.

H: Beh, se fosse appassionato di pesca, saprebbe che le mani si congelano, e vanno scaldate di tanto in tanto. Esistono dei recipienti foderati di amianto

[194] Immagine da http://mad-science.wonderhowto.com/how-to/supercool-science-trick-turn-water-into-ice-command-0138214/

in cui si possono bruciare dei panetti di carbone, ma è pur sempre una faccenda pericolosa. Viceversa, esistono dei sacchettini impermeabili contenenti un liquido e una piastrina di metallo. Piegando quest'ultima il liquido si solidifica e si scalda (figura 126).

Figura 126. Scaldamani all'acetato di sodio.[195]

W: Magia anche questo?

H: No, una reazione simile a quella dell'acqua sottoraffreddata. Per temperature sotto lo zero Celsius, come abbiamo detto prima, vince l'energia e l'acqua si dovrebbe congelare. Ma per farlo deve "trovare" la configurazione giusta tra le tantissime sbagliate, e per far questo ci vuole tempo, sempre meno, tanto più l'energia vince sull'entropia, ovvero tanto più bassa è la temperatura. Quindi, per farlo con il nostro trucco dell'acqua e sale, dobbiamo stare attenti ai tempi, se aspettiamo troppo l'acqua si congela. Ma si congela anche se ci sono dentro troppe impurità, o se la bottiglia è rigata, ecco perché viene meglio con acqua minerale in bottiglia (non gassata) o con acqua distillata. Se mettiamo dentro dell'acqua troppo calda, l'agitazione termica può indurre la formazione di un seme di ghiaccio nel momento in cui qualche porzione del liquido, magari una gocciolina sulla parete, arriva sotto gli zero gradi. Una volta che il "seme" è presente, tutto il resto dell'acqua congela rapidamente.

Figura 127. Ecco perché gli omini di neve non si ubriacano.

W: Non vedo l'ora di mostrarlo a mia moglie! Beh, buon appetito Holmes!

[195] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Scaldamani

L'indizio dell'elettrone e del fotone

H: Prima di tornare a parlare di entropia, dobbiamo fare un piccolo excursus, cosa a cui sarà abituato, visto che nei suoi racconti inframezza spesso delle vere e proprie storie.

W: Si riferisce a *Il segno dei quattro*[196] e a *I cinque semi di arancio*?[197] Erano necessarie per introdurre il contesto pregresso, senza il quale non sarebbe stato possibile capire perché certe cose sono accadute, e perché.

H: Siamo esattamente nella stessa situazione. Per esempio, abbiamo detto che l'entropia è il logaritmo del numero di configurazioni, o stati, accessibili. Ma finché si tratta di dadi, ovvero di un sistema discreto, è possibile parlare di numeri. Ma come si può estendere tale concetto, per esempio, a un gas contenuto in una scatola? Continui lei!

W: Vediamo... Per specificare la posizione di una molecola devo dare le sue coordinate e lo stesso devo fare per le tre componenti della velocità. Le coordinate sono numeri continui, diciamo tra 0 e L, se L è la dimensione della scatola, e le velocità sono sempre numeri continui addirittura tra meno infinito e più infinito... Anche se usassi un modello in due dimensioni come il Mecees-Benz dovrei sempre usare numeri continui. È impossibile "contare" il numero di configurazioni, sono semplicemente infinite!

H: A parte che il nostro Professore ha dimostrato, sempre nel 1905[198] che la velocità di una qualsiasi particella non può superare la velocità della luce, questo non cambia la sostanza delle cose. Forse anche queste obiezioni hanno portato il compianto prof. Boltzmann al suicidio. Ma qui giunge a salvarci il Professore.

W: Con la teoria della relatività?

H: No, ma sempre in un altro articolo del 1905, l'effetto fotoelettrico.[199] Lei sa com'è fatto un elettroscopio?

---

[196] Conan Doyle, A. (1890). *Il segno dei quattro.*
[197] Conan Doyle, A. (1892). *I cinque semi di arancio*, ne *Le avventure di Sherlock Holmes*.
[198] Einstein, A. (1905). *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* (*On the Electrodynamics of Moving Bodies)*. Annalen der Physik **17**, 891.
[199] Einstein, A. (1905). *Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt* (*Concerning an Heuristic Point of View Toward the Emission and Transformation of Light)*. Annalen der Physik **17**, 132. http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans/100

W: Come no? Quelle con l'elettricità statica erano le esperienze più divertenti nel corso di fisica.

H: Lo possiamo costruire facilmente con lo stesso barattolo che abbiamo usato per studiare le foglie di tè... Ecco qui (figura 128).

Figura 128. Elettroscopio casalingo.

W: Ma che c'entra l'elettroscopio con l'entropia... Non si dovrebbe parlare di macchine di Carnot, temperatura, calore...

H: Mio caro Watson, lasci tempo al tempo. Un alleato che prevede le tue mosse e il tuo corso d'azione è sempre pericoloso; mentre uno per cui ogni nuovo sviluppo costituisce una sorpresa e per cui il futuro è sempre un libro chiuso, è l'assistente ideale.[200]

Esaminiamo dunque il nostro elettroscopio. Per avere un effetto dobbiamo avere a disposizione dei corpi carichi, e come sicuramente avrà già visto, per caricare un corpo isolante come il vetro o la bachelite[201] basta strofinarlo con un panno di lana.[202] Avvicinando il corpo carico all'elettroscopio si osserva una separazione delle foglioline, e se poi tocchiamo la pallina con il corpo carico, la separazione diventa permanente in quanto un po' di carica si trasferisce sull'elettroscopio.

Ho detto permanente, ma in realtà pian piano l'elettroscopio si scarica perché qualche elettrone è portato via (se carico negativamente) o aggiunto (se carico positivamente) dall'umidità dell'aria, ma un giorno invernale come questo è ideale: l'aria esterna fredda è molto asciutta.

Posso scaricare rapidamente l'elettroscopio se rendo conduttiva l'aria usando una sorgente radioattiva, ma non ce l'abbiamo a disposizione. Posso però scaldare al calor rosso un filo attaccato alla pallina: gli elettroni che

---

[200] Conan Doyle, A. (1926). *L'avventura del soldato sbiancato,* ne *Il taccuino di Sherlock Holmes.*

[201] Al giorno d'oggi si può usare plastica (tipo i tubi per gli impianti elettrici esterni) o plexiglass.

[202] Un guanto di pile funziona molto bene. Per caricare l'elettroscopio si può anche usare un rotolo di scotch: il nastro srotolato è carico, per questo tenta sempre di attorcigliarsi. Infine si può usare l'etichetta di plastica delle bottigliette di acqua, è uno dei materiali che si caricano più facilmente.

stanno nel metallo sono tenuti lì da una differenza di energia, come se fossero in una buca. Scaldandoli poso far sì che saltino fuori. È esattamente il funzionamento delle valvole: per avere un flusso di elettroni si comincia scaldando un filamento, la "lucina rossa" delle valvole. Del resto, Il primo diodo di Fleming (1904) altro non era che una lampadina con una placchetta in più, e il primo triodo di de Forest (1907) è una lampadina con una griglia fatta con un filo piegato a zig-zag e avente come anodo una placchetta metallica (figura 129). Ma come saprà, durante la guerra appena conclusa c'è stato un grande sviluppo nel settore delle valvole, per le trasmissioni radio per esempio. Questo 1926 è proprio l'anno dei cambiamenti. Avrà visto che a Wolverhampton stanno per entrare in funzione i primi semafori automatici.[204] Ma forse le è sfuggito che in gennaio John Baird[205] ha presentato primo prototipo di apparecchio televisivo...

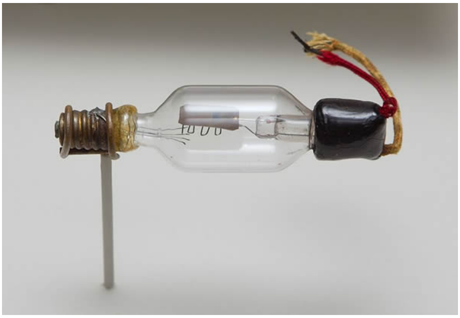


Figura 129. Triodo di de Forest.[203]

W: Che diavoleria è mai?

H: Un sistema per scansionare un'immagine, e riproiettarla sullo schermo. Il sistema di Baird è meccanico, ma non ci vuole molto a immaginarsi che presto[206] si useranno onde radio per trasmettere il segnale delle intensità luminose scansionate, e una valvolona per convertire il segnale in un flusso di elettroni che andranno a illuminare uno schermo, usando qualche variante del tubo a raggi catodici inventato nel 1897 da Ferdinand Braun.

W: Non attecchirà mai! Chi mai vorrà guardare un apparecchio che costringe a stare fermi, invece di ascoltare la radio che permette di fare i propri comodi?

H: Sono d'accordo con lei! Si immagini poi guardare delle immagini piccole dal divano di casa invece di fare musica con gli amici o uscire ed andare al cinema! Sarà un completo fallimento, certo, ma il funzionamento è lo stesso

[203] Immagine da http://www.audiovalvole.it/cenni_storici.html
[204] https://en.wikipedia.org/wiki/Wolverhampton
[205] https://it.wikipedia.org/wiki/John_Logie_Baird
[206] La prima televisione a raggi catodici è del 1927.

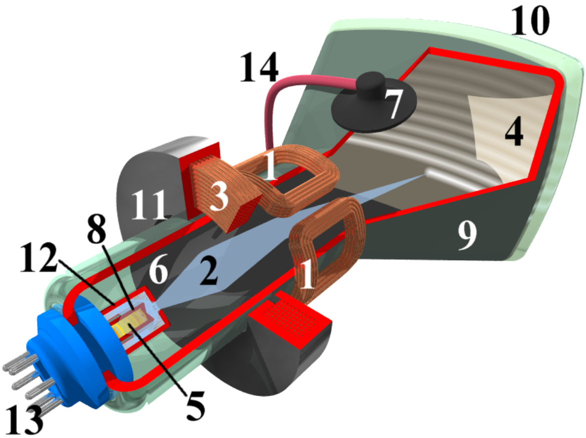


Figura 130. Sezione schematica di un tubo a raggi catodici.[208]

interessante (figura 130). Nel tubo catodico, che è il nucleo della televisione, c'è un filamento (5) che viene scaldato e che emette elettroni (2). Questi vengono poi accelerati da un campo elettrico (8), deviati da campi magnetici (1), e infine vanno ad impattare su uno schermo cosparso di materiale fluorescente (4), in modo da fare un punto luminoso che poi si muove talmente velocemente che l'occhio non lo può seguire, formando così l'immagine. Ovviamente la frenatura degli elettroni genererà dei raggi X, il che rende la televisione intrinsecamente nociva, e altrettanto ovviamente qualche elettrone sfuggirà, così che per caricare il suo elettroscopio basterà metterlo davanti ad un apparecchio televisivo a raggio catodico! Ma sto divagando...
Dicevo che per estrarre elettroni e quindi scaricare l'elettroscopio bisogna fornire agli elettroni una energia sufficiente per farli "saltare" fuori dalla buca, come se fossero palline. Ora, quello che si scoprì verso la fine del secolo appena passato, è che se si illuminano i metalli alcalini con della luce, possiamo far saltare via gli elettroni.[207]

W: Perché? Possiamo fare la prova con il nostro elettroscopio (figura 131)?

H: Il motivo è che i metalli alcalini hanno almeno un elettrone legato molto debolmente. Abbiamo già incontrato il sodio quando studiavamo il sale, ma non conviene usare tale metallo perché reagisce violentissimamente con l'acqua. Possiamo però usare il litio, che è subito sopra al sodio nella tavola

[207] L'effetto si verifica con tutti i materiali, ma con i metalli alcalini basta della luce blu, con altri metalli ci vuole luce ultravioletta, per i non conduttori frequenze anche più alte.
[208] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Schermo_a_tubo_catodico

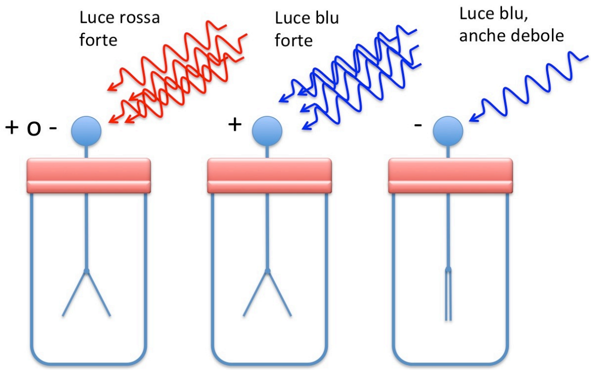


Figura 131. Verifica dell'effetto fotoelettrico con un elettroscopio.

periodica.[209] Possiamo caricare negativamente (eccesso di elettroni, usare una barra di plastica strofinata) l'elettroscopio, e vedere che si scarica velocemente, cosa che non succede se è carico positivamente (barra di vetro). Oppure possiamo iniziare con l'elettroscopio scarico e illuminarlo, e vedere che pian piano si carica, meglio se circondiamo l'elettrodo con una reticella metallica messa a terra.
Però, se facciamo l'esperienza con luci monocromatiche di vari colori, scopriamo una cosa molto curiosa: la luce rossa non funziona, per quanto possa essere intensa l'illuminazione, mentre la luce blu funziona, per quanto debole sia. Dal punto di vista dell'elettromagnetismo classico tutto ciò non ha senso. L'energia trasportata da un'onda elettromagnetica come la luce dipende dal quadrato del campo elettrico (che dà l'intensità), non dalla sua frequenza (che determina il colore).

W: Un bel rompicapo!

H: E qui arriva il Professore. Nell'articoletto del 1905,[199] Herr Einstein, all'epoca impiegato all'ufficio brevetti di Berna, dice: supponiamo che la luce non sia costituita da onde, ma da pacchetti di energia, detti *fotoni*, e che ogni fotone abbia energia proporzionale alla frequenza!

W: L'inizio della fisica quantistica!

H: Esattamente! La luce blu è composta da pacchetti ad alta energia (fotoni), se un elettrone ne assorbe uno, acquisisce abbastanza energia da saltare via dal metallo alcalino. Se invece assorbe un quanto rosso, fa un saltino ma non

[209] Si può ottenere una lamina di litio sventrando una pila ricaricabile agli ioni di litio, appunto.

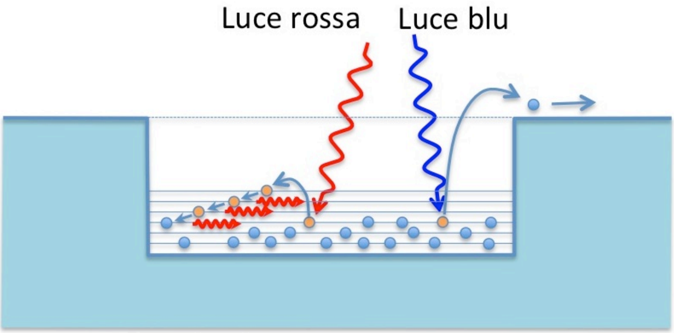


Figura 132. Fotoni ed effetto fotoelettrico.

ce la fa a scappare, e subito dopo ricade nella buca e dissipa la sua energia negli urti con il reticolo cristallino e gli altri elettroni (figura 132).

W: E l'intensità luminosa?

H: È data dal numero di pacchetti che arrivano nell'unità di tempo. Anzi, qui si collega un altro articolo del Professore, sempre del 1905, quello sul moto Browniano,[175] che abbiamo già visto nell'indizio del vento.

W: Ma non trattava del movimento di grani di polline in acqua? Che c'entra con la luce?

H: I fotoni hanno una fase, che si può rappresentare come una freccetta. Le sorgenti di luce emettono i fotoni con tutti gli orientamenti possibili. La somma delle freccette di tutti questi fotoni dà il campo elettrico, che in media è nullo. L'intensità della luce è legata al quadrato del campo elettrico. Se i fotoni fossero tutti allineati, l'intensità luminosa crescerebbe come il quadrato del numero di fotoni. Due lampadine darebbero una luce quadrupla di una sola lampadina. Ma dato che i fotoni sono emessi con orientamenti casuali, e grazie al risultato del Professore, ritroviamo nel mondo quantistico quello che già si sapeva nell'elettromagnetismo classico, ovvero che due lampadine danno una luce doppia di quella di una lampadina.
Chissà che un giorno non si riesca ad inventare un sistema per emettere i fotoni in fase, ovvero: con la freccetta allineata a quella dei fotoni che stanno passando in quel momento! Si avrebbero dei fasci luminosi estremamente intensi![210]

[210] È così che funziona il laser.

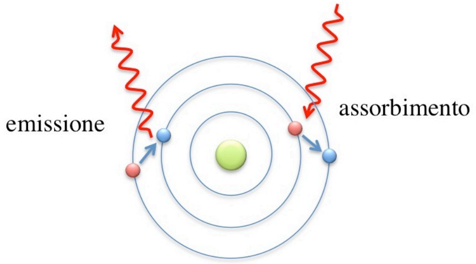


Figura 133. Emissione ed assorbimento di un fotone da parte di un elettrone.

W: Diavolo di un Professore! Spunta fuori dappertutto! Però mi sono perso... Non si doveva parlare dell'entropia?

H: Ah, già, mi sono lasciato trasportare dall'entusiasmo. Il fatto che la luce sia quantizzata non è un caso particolare. Tutta l'energia è quantizzata. Questo implica che si debba anche utilizzare un modello atomico in cui gli elettroni possano solo stare in configurazioni particolari, perché i fotoni sono emessi e assorbiti proprio dagli elettroni quando cambiano configurazione (orbitale).

W: All'università avevo studiato il modello di Thompson, quello a forma di plum-cake con gli elettroni distribuiti come uvetta.

H: Dopo gli esperimenti di Rutherford il modello è stato cambiato radicalmente. Si è utilizzato un modello planetario tipo quello del sistema solare, con gli elettroni in orbita attorno al nucleo, ma poi, con i contributi di Bohr, Heisenberg e infine, due anni fa, di Schrödinger, abbiamo rinunciato a visualizzare la traiettoria dell'elettrone, e ci limitiamo a considerare che può assumere solo un certo numero di livelli discreti di energia (figura 133). Ovviamente per fini didattici si può continuare a pensare alle "orbite" degli elettroni.

W: Mi sembra impossibile non pensare alla traiettoria degli elettroni!

H: Non è così difficile. Prendiamo gli elettroni in una buca, come abbiamo fatto per modellizzare i metalli. Per trovare la forma dei livelli ci basta il principio di indeterminazione di Heisenberg.[211]

W: Il... cosa??

H: Heisenberg, rinunciando a "visualizzare" gli elettroni, sviluppò un metodo

[211] A rigore Sherlock Holmes non poteva conoscere il principio di indeterminazione, enunciato da Heisenberg nel 1927.

matematico formale per calcolare la probabilità di emissione di un fotone da parte di un elettrone in un atomo, ma trovò anche che esiste un limite intrinseco alla precisione con cui possiamo descrivere una traiettoria: se conosciamo meglio la posizione perdiamo informazioni sulla velocità, e se conosciamo la velocità non sappiamo nulla sulla posizione. Però, e c'è un grosso però, dovrò farmi una grossa violenza!

W: E perché?

H: Dato che non possiamo basarci sull'intuizione, o sulla visualizzazione, ci tocca utilizzare la matematica, e lei sa quanto odio le formule. Ma non c'è altro modo, noi umani siamo nati in un mondo classico e la fisica quantistica è veramente al di là dalla nostra intuizione.[212] Forse è meglio smettere qui...

W: Sa benissimo che non riuscirei a dormire senza sapere come va a finire...

H: Credo che invece si metterà a dormire prima di sapere come va a finire... Comunque prendiamo una particella, di una certa massa, una certa velocità e una certa posizione. Siamo abituati a poter misurare posizione e velocità senza perturbare l'oggetto di indagine, ma questo è essenzialmente dovuto al fatto che usiamo fotoni, che quando interagiscono con il nostro oggetto di indagine, lo perturbano pochissimo. Ma con gli elettroni, per esempio, non è così, la perturbazione di un fotone basta per deviarlo, e quindi quando misuriamo la posizione non sappiamo più che velocità abbia.

W: Quindi la microfisica è inconoscibile!

H: In qualche maniera è così. Da molto tempo comunque il mio assioma è che le piccole cose sono di gran lunga le più importanti.[213]
Comunque il nostro elettrone sta in una buca di potenziale, con una certa larghezza, ma senza che si possa sapere esattamente dove. Avendo aumentato l'incertezza sulla posizione, possiamo guadagnare in precisione sulla velocità. Il prodotto tra l'incertezza sulla posizione e quella sulla velocità (moltiplicata per la massa, quindi la quantità di moto) è al minimo piccolo come una costante universale h, detta costante di Planck, che è piccolissima per le scale di lunghezza della vita di tutti i giorni, ma comparabile con le grandezze tipiche di un elettrone o di un fotone.[214]

[212] "I think I can safely say that nobody understands quantum mechanics", Feynman, R. (1995). *The Character of Physical Law,* MIT Press. Spesso citata come "Se credete di aver capito la teoria dei quanti, vuol dire che non l'avete capita".
[213] Conan Doyle, A. (1891). *Un caso di identità*, ne *Le avventure di Sherlock Holmes*.
[214] In formule $m\Delta v\Delta x = \Delta q\Delta x \geq h = 6.6 \cdot 10^{-34}$ J · s.

W: Non vedo a cosa possa servire.

H: Ma è elementare, caro Watson. Se l’elettrone è nella scatola, di larghezza L, questa sarà anche l’incertezza sulla sua posizione, per cui ci possiamo ricavare l’incertezza sulla velocità![215]

W: Aspetti, non riesco a seguirla a mente, devo fare i calcoli sul taccuino!

H: Possiamo “dividere a fette” l’asse delle velocità, e supporre che la velocità sia una quantità discreta, con una spaziatura uguale all’indeterminazione. Un elettrone in una scatola non può avere una velocità qualsiasi, ma solo un multiplo di una quantità di base.[216] E la velocità non può essere nulla!

W: E perché non zero?

H: Se l’elettrone stesse fermo, la sua posizione non sarebbe incerta. Già questo è un risultato importante: per la fisica quantistica non c’è niente che stia fermo, neppure allo zero assoluto! Ma mi lasci terminare il ragionamento. L’energia di una particella che “rotola” liberamente in una buca piatta è data dalla sua energia cinetica,[217] se assegniamo al fondo della buca una energia pari a zero. Se ora sostituiamo la velocità testé trovata nella formula per l’energia cinetica...

W: Otteniamo che anche le energie sono discrete![218]

H: Bravissimo. Ora, non pretendo che il risultato sia giusto quantitativamente, altrimenti il povero Schrödinger avrebbe sprecato tutto il tempo passato nel sanatorio di Arosa a trovare la sua famosa equazione. Ma qualitativamente va bene. Le energie crescono come n^2 e dipendono dalla larghezza della buca come $1/L^2$. Con un linguaggio immaginifico, questa formula è chiamata lo *spettro energetico* della buca (figura 134 a sinistra). Questa dipendenza da $1/L^2$ è importante. Vuol dire che se la buca è molto grande, rispetto a h, i livelli sono quasi continui: un elettrone libero (ovvero in una scatola di dimensioni infinite) può viaggiare a qualsiasi velocità, come ci aspettavamo. Con poco sforzo si potrebbe trovare la forma approssimata dello spettro di un oscillatore armonico, ovvero di una palla legata ad una molla, che è un buon modello di un elettrone intrappolato vicino ad un atomo in un non-conduttore, oppure lo spettro dell’atomo di idrogeno...

---

215 $\Delta v = h/mL$.
216 $v_n = nh/mL, n > 0$.
217 $K = \frac{1}{2}mv^2$.
218 $E_n = \frac{1}{2}n^2h^2/mL^2$.

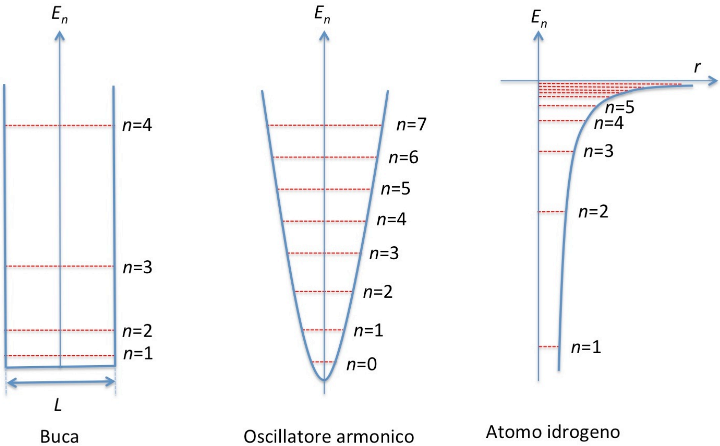


Figura 134. Spettri energetici della buca "quadrata" (pozzo), dell'oscillatore armonico e dell'atomo di idrogeno.

W: Sì, sì, facciamolo!

H: Suvvia, non sia infantile. Comunque lo spettro dell'oscillatore armonico si può ricavare così. Diversamente da un elettrone in una buca, le oscillazioni di un elettrone legato con una molla ad un atomo cambiano di ampiezza con l'energia. Se lei fa oscillare una palla attaccata alla molla, o una corda di chitarra, vedrà che tanto più energeticamente oscilla la palla tanto più larghe sono le sue oscillazioni.

W: Sì, certo.

H: Bene. Di quanto sono più larghe?

W: Beh... L'energia elastica cresce con il quadrato dell'ampiezza dell'oscillazione.[219] Viceversa, l'ampiezza delle oscillazioni cresce come la radice quadrata dell'energia!

H: Possiamo fare finta che l'ampiezza delle oscillazioni sia l'equivalente della larghezza della scatola. Se la sostituiamo al posto di L nella formula dei livelli della buca troviamo...

W: Che i livelli questa volta sono equispaziati, crescono come n (figura 134 al centro).[220]

---

219 $E(x) = \frac{1}{2}Kx^2$

220 $E_n^2 \simeq \frac{n^2h^2K}{m}$ ovvero $E_n \simeq nh\omega$, con $\omega = \sqrt{K/m}$ che è la frequenza di oscillazione

H: Ottimo! Questo risultato è veramente molto simile a quello giusto![221] Adesso faccia da solo il calcolo per l'atomo di idrogeno...

W: Ce la farò? Vediamo... L'energia potenziale di un elettrone diminuisce con l'inverso della sua distanza dal nucleo.[222] Ovviamente è negativa, se mettiamo a zero l'energia dell'elettrone lontanissimo dal nucleo.
Quindi in questo caso la larghezza della buca dipende dall'inverso dell'energia.[223] Inserendolo nella formula dei livelli trovo che questa volta i livelli dipendono da $1/n^2$ (figura 134 a destra).[224]

H: Già, a parte le costanti è il risultato giusto. Ovvero i livelli si infittiscono via via che cresce n, e per n molto grande diventano quasi continui, mentre le energie tendono a zero. Per energie positive, l'elettrone è libero, ovvero l'atomo si ionizza.

W: Ecco, ho fatto uno schema dei livelli energetici nei tre casi (figura 134). Ma a che ci serve tutto questo?

H: Serve a impedire il suicidio di altri fisici che si occupano di statistica, come hanno invece fatto il povero Boltzmann e il povero Ehrenfest! Tra le tante cose che li affliggevano c'era appunto il problema che se lo spazio e la velocità sono continue, come facevano a contare le configurazioni? Ma adesso tutto è più semplice: la natura fornisce una "scatola" naturale con il principio di indeterminazione. Ogni particella è identificata con un puntino su un foglio avente lo spazio come asse orizzontale, e la velocità nell'asse verticale. E adesso scopriamo che il foglio è quadrettato, con quadretti di area h. E un'altra cosa che ancora non abbiamo introdotto, è che le particelle elementari sono tutte uguali, non possiamo né colorarle né seguirle passo passo (a causa del principio di indeterminazione). Quindi, se scambiamo tra loro due particelle uguali, questo conta come una sola configurazione, e non come due.

W: E che conseguenze ha?

---

classica dell'oscillatore armonico.

221 $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) h\omega/2\pi$, con $n = 0,1,2$ ....

222 Per un elettrone di carica $-e$ a distanza r da un nucleo di carica pure e l'energia è $E(r) = -e^2/r$, a parte le costanti.

223 $r \simeq -\frac{e^2}{E}$.

224 $E_n \simeq -\frac{me^4}{n^2h^2}$.

H: Beh, averlo saputo avrebbe risparmiato molti mal di testa a Gibbs! Prendiamo un recipiente diviso in due scomparti, e mettiamo negli scomparti due gas diversi, diciamo uno giallo e uno viola. I gas non interagiscono tra loro, così possiamo considerare separatamente ogni atomo come se fosse in una scatola tutto solo. Se ora leviamo il separatore, che succede all'entropia?

W: Beh, la scatola diventa più grande per ogni atomo e quindi il numero di configurazioni aumenta, e quindi così fa anche l'entropia.

H: E questo è in accordo con il secondo principio della termodinamica, anche se ancora non l'abbiamo studiato, ma lo faremo presto. Infatti il mescolamento dei due gas è irreversibile e quindi l'entropia, o il disordine, aumenta. Ma che succede se nelle due scatole c'è lo stesso gas?

W: Non cambia nulla, il processo è perfettamente reversibile, basta rimettere il setto separatore, l'entropia non cambia... Ehi! Ma per il singolo atomo è come se la scatola si fosse ingrandita, quindi l'entropia dovrebbe aumentare!

H: Capisce il mal di testa di Gibbs? Ora, lui era americano e quindi pragmatico, e inserì un fattore di correzione e via. Fosse stato austriaco si sarebbe magari suicidato!

W: Ma come se ne esce?

H: Basta considerare l'identità delle particelle. In media, se una particella passa dallo scomparto di destra a quello di sinistra, un'altra farà il percorso inverso visto che i gas sono all'equilibrio. Ma se le particelle sono indistinguibili, è come se non fosse successo nulla!

W: È incredibile come la fisica quantistica, che dovrebbe agire solo a livello microscopico, possa avere delle conseguenze anche su oggetti macroscopici.

H: È uno di quei casi in cui, usando semplicemente il ragionamento, si possono stupire gli altri ai quali è sfuggito quel piccolo indizio che è alla base della deduzione.[225] E una deduzione giusta ne suggerisce invariabilmente altre.[226] Ma non si rallegri anzitempo. Non abbiamo ancora finito con questo caso, e neppure con questo indizio.

W: Cosa manca ancora?

H: Finora abbiamo detto che l'entropia è data dal logaritmo del numero di

---

[225] Conan Doyle, A. (1894). *Il caso dell'uomo deforme*, ne *Le memorie di Sherlock Holmes*.
[226] Conan Doyle, A. (1894). *Silver Blaze,* ne *Le memorie di Sherlock Holmes*.

configurazioni possibili, ma questo è fattibile solo quando l’energia delle particelle è conosciuta. Mettiamo un gas in una scatola completamente isolata, supponendo le particelle non interagenti, misuriamo le dimensioni della scatola, e, se tutte le particelle hanno la stessa energia, sapremo, secondo quanto abbiamo detto, quanto vale l’entropia. Ma che succede se le particelle interagiscono anche solo un poco? Se ogni tanto collidono cambiando la loro velocità? E se, come succede di solito, il sistema è a contatto con un bagno termico, che succede?

W: Mi sembra impossibile che si possa ricavare l’energia di ogni particella conoscendo solo l’energia totale, che è la loro somma.

H: È vero, il problema generale è impossibile. Ma si possono fare delle ipotesi. Prima di tutto, dobbiamo renderci conto che non potremo mai conoscere l’energia di ogni singola particella, ma possiamo provare a ricavare quante, probabilmente, avranno una determinata energia, quante un’altra e così via. Ovvero, possiamo ricavarci una distribuzione di probabilità.

W: Uh, che parolona!

H: Brutta, vero? Ma non vuol dire molto di più di quello che ho detto: abbiamo lo spettro energetico, ovvero i livelli, e vogliamo sapere quante particelle dobbiamo mettere sul primo livello, quante sul secondo e così via. Questa è la distribuzione di probabilità. Bene, ci possiamo domandare quale è la distribuzione di probabilità più probabile (scusi il gioco di parole), se supponiamo che non ci siano altre informazioni rilevanti da sapere a parte quelle che abbiamo, come l’energia media (la temperatura), le dimensioni della scatola, la massa delle particelle e così via.

W: Mi sembra impossibile che l’ignoranza possa influire sul comportamento di un gas o di qualsiasi altro materiale...

H: Provi a guidare un’auto senza conoscere il codice della strada e vedrà! Ma la sua interpretazione non corrisponde al concetto che volevo esprimere. Noi inseriamo quello che sappiamo sul sistema e cerchiamo la distribuzione più probabile data questa conoscenza, o questa ignoranza se preferisce. Ottenuta questa distribuzione di “prova”, ci ricaviamo il valore aspettato di qualcosa che si possa osservare, come per esempio la pressione del gas. Controlliamo con l’esperimento: se torna, vuol dire che abbiamo inserito tutti gli elementi necessari e nessuno in più. Se non torna, o manca qualcosa o abbiamo messo qualcosa di troppo, nel qual caso è facile togliere. Di solito però il problema è che non abbiamo messo l’ingrediente giusto.

W: Mi può fare un esempio?

H: Prima mi lasci terminare l'esposizione. Se lei segue – purtroppo con più matematica di quanto sia disposto ad infliggermi – la derivazione, scoprirà che la distribuzione più probabile, quando conosce esattamente l'energia, è proprio la distribuzione che assegna la stessa probabilità ad ogni configurazione con quella energia. Ovvero: la probabilità di trovare una configurazione con una energia diversa è zero, e la probabilità di trovare una configurazione con quella energia è uguale a 1 diviso il numero di configurazioni possibili, ovvero $1/W$.

W: Non mi sembra un risultato molto difficile da ottenere. Tutte le configurazioni equivalenti hanno la stessa probabilità!

H: È un risultato banale, ma ottenuto in maniera assolutamente generica. Ora, questo è proprio il caso che considerava Boltzmann. E ricorderà che l'entropia, secondo Boltzmann, era il logaritmo del numero di configurazioni, W. Tra qualche anno, Shannon[227] darà una formula generale per ottenere l'entropia data una distribuzione di probabilità.

W: Ho il mal di testa!

H: Anch'io. Ma si dice che il genio sia infinita pazienza.[228]

W: Non se ne può fare a meno?? Mi rispieghi cos'è una distribuzione di probabilità.

H: Beh, è semplice, se il mio sistema può stare in un certo numero di stati, ma non sono tutti equivalenti, allora avrò una certa probabilità di trovarlo per primo stato, un'altra di trovarlo nel secondo stato, eccetera. Può anche pensare di prendere tantissime copie del sistema, nelle stesse condizioni (pressione, temperatura, volume, energia, numero di particelle...) e contare quante di queste copie stanno nel primo stato, quante nel secondo, e così via.

W: Per usare una parola americana, ok, ho capito.

H: Bene, a questo punto possiamo esaminare l'entropia di informazione di Shannon, che è la somma su tutti gli stati (cambiata di segno) della probabilità di trovare il sistema in quello stato per il logaritmo della probabilità stessa.[229]

W: Mi faccia verificare i casi estremi, come dice sempre lei. Supponiamo che io tiro un dado non truccato, la probabilità che esca una faccia è $1/6$. Nel caso

---

[227] Shannon, C. E. (1948). *A Mathematical Theory of Communication*. Bell System Technical Journal **27** 379–423.
[228] Conan Doyle, A. (1887). *Uno studio in rosso*.
[229] $S = -\sum_n P_n \log P_n$.

generale, se ho W casi possibili, la probabilità è $1/W$. L'entropia di Shannon è data da W termini uguali, ognuno dei quale vale $1/W$ per il logaritmo di $1/W$.[230] Quindi in totale abbiamo $S = \log(W)$. Ehi! È la formula di Boltzmann!

H: Infatti Boltzmann la ricava nel caso di un sistema chiuso e isolato, in cui tutti gli stati sono equiprobabili. Molto bene! E se il dato è truccato?

W: Prendiamo il caso in cui esca sempre il tre, per cui la probabilità di questo caso singolo è uno, e di tutti gli altri è zero.

H: Ovvero è un caso di perfetta conoscenza, ovvero di massima informazione. Quanto vale l'entropia?

W: Il calcolo non si può fare perché il logaritmo di zero vale meno infinito! Tutti gli studenti sanno che il prodotto zero per infinito è indeterminato!

H: Qui dobbiamo introdurre il concetto di limite, che è una cosa che ha turbato molto la mente umana. Ricorda il paradosso di Zenone di Achille e della tartaruga?

W: Aristotele, Fisica! La tartaruga parte per prima, e dopo un certo tempo parte Achille. Ma quando parte Achille la tartaruga è un po' più avanti, e quando Achille raggiunge quella posizione la tartaruga, per lenta che sia, si è già spostata in avanti, e così via per sempre, per cui Achille non può mai raggiungere la tartaruga, e tantomeno superarla, anche se sappiamo bene che nella realtà lo fa sicuramente.

H: Già, il fatto è che una somma di infiniti termini non sempre fa infinito. Se i termini, come in questo caso, diventano sufficientemente piccoli così che abbiamo come risultato un numero finito, che lo si può ottenere prendendo le somme "parziali" (un termine, due termini, tre termini...) e facendone il limite per il numero di termini sempre più grande. Il problema di $x \log x$ è più semplice, non c'è neppure da sommare. Se lei calcola quanto fa $x \log x$ per una x sempre più piccola, vedrà che va verso zero.

W: È sicuro?

H: Per verificarlo, basta usare le potenze di 10, così che i logaritmi sono facili! Dobbiamo solo usare le potenze negative, ovvero gli inversi. Prendiamo 1/1000. Quanto fa il suo logaritmo in base 10?

---

230 $\log\left(\frac{1}{W}\right) = -\log(W)$.

x	$\log_{10}(x)$	$x\log_{10}(x)$
$1/10$	-1	-0,1
$1/100$	-2	-0,02
$1/1000$	-3	-0,003
$1/10000$	-4	-0,0004

Figura 135. Andamento della funzione $log_{10}(x)$ e x $log_{10}(x)$.

W: Vediamo... $\log_{10}\left(\frac{1}{1000}\right) = -\log_{10}(1000) = -3$.

H: Esatto. Quindi facciamo una tabellina (figura 135).Come vede l'aumento dovuto al logaritmo è molto più piccolo della diminuzione dovuta a x. Al limite per x molto piccoli, $x\log x$ va a zero. Quindi: quanto vale l'entropia nel caso della certezza?

W: Beh, se $0\log(0) = 0$ rimane solo il termine $1\log(1)$, che vale zero anche lui perché il logaritmo di uno è nullo, quindi zero!

H: Esatto, infatti l'entropia misura in un certo senso l'ignoranza, e qui abbiamo una informazione completa!
Boltzmann fece una fatica bestiale per dimostrare che un gas va appunto nella configurazione di massima entropia o disordine. Ma noi possiamo "sfruttare" questo risultato, e ipotizzare che un sistema vada spontaneamente nello stato di massimo disordine, ovviamente compatibile con i vincoli.

W: Quali vincoli?

H: Il numero di particelle, per esempio! Oppure il volume della scatola, oppure l'energia! Questo principio ci fornisce il metodo cercato per trovare la distribuzione di probabilità all'equilibrio: dobbiamo cercare la distribuzione che massimizza l'entropia rispettando i vincoli.

W: Sembra sempre difficile.

H: Effettivamente la tecnica per trovare questo massimo non è facile, anche se l'idea di massimo vincolato non è difficile. Prenda una carta geografica, e segua una strada. Usando le curve di livello, può farsi una idea di dove la strada sale e dove scende. A un certo punto troverà il punto più alto raggiunto dalla strada, e quello è il massimo dell'altezza con il vincolo di stare sulla strada.

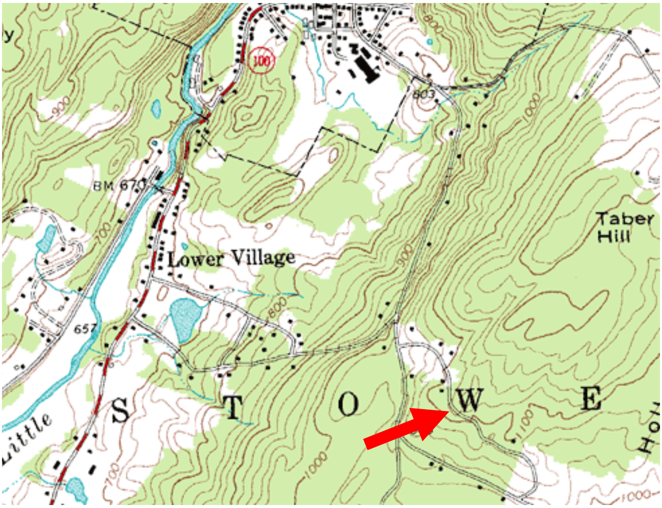


Figura 136. Mappa geografica. La freccia indica il punto più alto di una strada.[232]

Per esempio, se prende quella mappa di Stowe, nel Vermont, (figura 136) e osserva la strada che rasenta la "W" di Stowe, si renderà conto che ha un massimo a circa 1120 piedi, dove è tangente alla curva di livello.
Ma per cercare di chiudere l'argomento, le do direttamente la soluzione. Se cerco la distribuzione più probabile, per un sistema a contatto con un bagno termico a temperatura T, ottengo che la probabilità di osservare una configurazione dipende, in maniera esponenzialmente decrescente, dalla sua energia, divisa per la temperatura.[231] Questa è un'altra formula già trovata dal nostro Professore tedesco, ma con molto più lavoro. Non a caso si chiama distribuzione di Boltzmann.

W: Abbiamo trovato molte tracce della Fisica, ma non vedo come siano correlate al nostro caso!

H: Questa è stata un'indagine preparatoria. Il filo scarlatto del delitto si dipana lungo l'incolore matassa della vita; e noi abbiamo il dovere di dipanarlo, e isolarlo, e tirarlo fuori da capo a fondo.[233]

---

231 $P(x) = \frac{1}{Z}\exp\left(-\frac{E(x)}{T}\right)$, dove Z è una costante per far sì che $\sum_x P(x) = 1$.

232 Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Contour_line

233 Conan Doyle, A. (1887). *Uno studio in rosso*.

L'indizio del mulino e del fonone

H: Si ricorda dov'era diretto il Professore, quando è stato catturato?

W: Sì, a House Mill, abbiamo già trovato un indizio relativo alle maree.

H: Non è il solo elemento che collega il mulino alla Fisica! Come lei sa, i mulini sono in genere azionati da una ruota idraulica.

W: Ah, ho capito, lei vuole parlare ancora di forze e momenti...

H: No, voglio continuare a parlare di entropia!

W: Con una ruota idraulica? L'entropia è legata ai processi termici.

H: Lei ha sicuramente studiato il teorema di Carnot, sull'efficienza delle macchine termiche. Le è sembrato facile da capire?

W: Assolutamente no! Le macchine termiche, come il motore delle automobili, rimangono sempre un mistero per me.

H: E la ruota idraulica?

W: Quella mi sembra più facile da capire. Anzi, direi che non c'è nessun mistero dietro. L'acqua spinge la ruota e la fa ruotare, e la ruota aziona i meccanismi richiesti, sia per macinare il grano o altre sostanze, che per pompare acqua come nei polder in Olanda, o per azionare le macchine come qui in Inghilterra fino all'introduzione del motore a vapore, e anche dopo.

H: Beh, la ruota idraulica non è per niente banale, anche se solo alla fine del 1700 John Smeaton condusse una serie di esperimenti volti a determinare la sua efficienza. Del resto, Sadi Carnot si è probabilmente ispirato da suo padre Lazare che studiava appunto l'efficienza delle ruote idrauliche.[234]
Lei come definirebbe l'efficienza di una ruota idraulica?

W: L'efficienza è data dal rapporto tra energia in ingresso e lavoro svolto.

H: Bene, per una ruota idraulica l'energia in ingresso è l'energia dell'acqua, che può essere solo potenziale, come nel caso di una ruota alimentata con acqua quasi ferma (*breastshot*), o cinetica, come nel caso delle ruote alimentate a pelo acqua (*impact*) o alimentate da acqua che cade dall'alto con una certa velocità (*overshot*, figura 137).

---

[234] Gillispie, C.C.; Pisano, R. (2014) *Lazare and Sadi Carnot: A Scientific and Filial Relationship,* Springer-Verlag; 2 edizione. ISBN-13: 978-9401780100

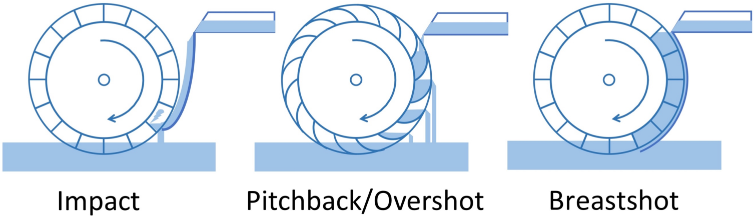


Figura 137. Diversi tipi di ruote idrauliche.

È abbastanza facile vedere che l’energia cinetica è il modo peggiore di alimentare una ruota idraulica: gran parte dell’energia viene semplicemente “dispersa” e alla fine va a finire in moti termici, quindi quando è possibile è sempre meglio preferire una ruota alimentata da acqua che resta sempre “quasi” ferma. Il primo requisito per avere la massima efficienza è quello di condurre la trasformazione con la minima velocità: una trasformazione *quasi-statica*. Carnot ovviamente portò questo concetto anche nelle trasformazioni fatte da macchine termiche.

W: Sì, ma se la ruota va lentissima, il lavoro prodotto nell’unità di tempo, ovvero la potenza, è praticamente nullo.

H: È così. Ma del resto è una conseguenza normale: una macchina sportiva, con grandi prestazioni, è intrinsecamente meno efficiente di una tranquilla, economica automobile familiare, che ci mette tanto tempo a prendere velocità. Un altro concetto che Carnot ha preso da Smeaton e da suo padre è la relazione tra massima efficienza e reversibilità. Lei sa che una ruota idraulica può essere usata come pompa?

W: Non ci ho mai pensato, ma penso che si possa usare, almeno quelle azionate da sopra che non utilizzano l’energia cinetica dell’acqua.

H: Ora, se lei accoppia una ruota idraulica usata come motore e una usata come pompa, dalla differenza tra quantità di acqua entrata nella ruota e quantità di acqua riportata alla quota più alta, ha una misura dell’efficienza della ruota stessa!

W: Certo! Una ruota con la massima efficienza è tale da riportare “in su” tutta l’acqua consumata.

H: Esatto! Una ruota massimamente efficiente è una ruota reversibile. E tutte le ruote reversibili sono ugualmente efficienti, altrimenti si potrebbe “riportare in su” più acqua di quella consumata, violando la conservazione dell’energia.

W: Ecco perché non si deve usare l'energia cinetica: una ruota usata come pompa non riuscirebbe a imprimere la stessa energia cinetica utilizzata come motore, di sicuro qualcosa andrebbe perso!

H: Cerchiamo però di definire con un po' di matematica l'efficienza. Chiamiamo il lavoro prodotto R, perché abbiamo già usato L per la larghezza della buca e W per indicare il numero di stati. Indichiamo le quantità in ingresso con una freccia a sinistra verso il basso (↙) e quelle in uscita con una freccia a destra verso l'alto (↗). L'energia in ingresso, per unità di tempo, è data dalla massa m dell'acqua che passa, per la sua altezza $h^{\swarrow}$, per l'accelerazione di gravità g, che però, essendo costante, non ci interessa. Quindi l'efficienza è $\eta = \frac{R}{mgh^{\swarrow}}$. Ovviamente, perché questa formula abbia senso dobbiamo definire l'altezza in maniera assoluta, come si fa per la temperatura. Misuriamo quindi le altezze rispetto alla quota più bassa raggiungibile, ovvero rispetto al centro della Terra. Noi sappiamo, a differenza di Carnot, che vale la conservazione dell'energia, per cui il lavoro R è dato dalla differenza tra energia in ingresso $E^{\swarrow}$ e l'energia in uscita $E^{\nearrow}$, ognuna delle quali è data dalla somma dell'energia potenziale mgh e di quella cinetica $\frac{1}{2} m\, v^2$. Abbiamo già detto che è meglio che la velocità dell'acqua sia nulla, quindi $R = mgh^{\swarrow} - mgh^{\nearrow}$. Sostituendo R nella formula di η, e semplificando otteniamo $\eta = 1 - \frac{h^{\nearrow}}{h^{\swarrow}}$. Questa è l'efficienza massima di una ruota idraulica.

W: Mi ricorda tantissimo l'efficienza massima di una macchina termica!

H: Bravo! In effetti si può ripetere tutto il ragionamento con una macchina termica, usando al posto dell'energia E il calore Q e al posto dell'altezza h la temperatura T, ed otterremmo la formula di Carnot per l'efficienza massima di una macchina termica $\eta = 1 - \frac{T^{\nearrow}}{T^{\swarrow}}$.

W: Stupefacente! Quindi sia per una ruota idraulica che per una macchina termica non si può avere efficienza uguale ad uno, ovvero non si può convertire tutta l'energia in ingresso in lavoro!

H: No, posso aumentare l'efficienza alzando l'altezza dell'acqua in ingresso $h^{\swarrow}$ (corrispondente alla temperatura $T^{\swarrow}$) o abbassando quella di uscita $h^{\nearrow}$ (temperatura $T^{\nearrow}$), ma non posso fare altro. Per una ruota idraulica il motivo è chiaro: devo scaricare da qualche parte l'acqua, la cui massa m non può scomparire.

W: E qual è l'equivalente termico della massa dell'acqua?

H: Qui la stupirò. Facciamo finta di non sapere cos'è la massa dell'acqua e ricaviamocela da altre grandezze. Lasciando perdere g, la massa dell'acqua è semplicemente il rapporto tra energia E e quota h: $m = \frac{E}{h}$. Continui lei…

W: Beh, l'equivalente dell'energia in una macchina termica è il calore Q, e l'equivalente della quota è la temperatura T, quindi l'equivalente della massa è il rapporto $\frac{Q}{T}$. Ma questa è l'entropia termodinamica!

H: Già, proprio così. In realtà abbiamo sempre parlato di "variazioni", che si indicano con la delta maiuscola, quindi $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$. Quello che fa muovere una macchina termica è la "caduta" di entropia da una "quota" (temperatura $T^{\swarrow}$) alta ad una quota (temperatura $T^{\nearrow}$) bassa. L'entropia non si distrugge, resta uguale in una trasformazione reversibile, e aumenta in una trasformazione irreversibile. L'entropia agisce come se fosse la massa di un corpo reale.

W: Però in una macchina reale, con efficienza minore di uno, l'entropia scaricata a bassa temperatura è maggiore dell'entropia in ingresso ad alta temperatura, mentre in una ruota idraulica le due masse sono le stesse.

H: Non proprio, anche qui si vede lo zampino del Professore. Nel suo articolo del 1905[235] Einstein enuncia la famosa formula $E = mc^2$, dove c è la velocità della luce.[236] Questa formula ci dice che se un corpo ha dell'energia, allora la sua massa aumenta. L'acqua scaricata da una ruota idraulica non reversibile è più calda di quella scaricata da una ruota idraulica reversibile, perché parte dell'energia in ingresso non è stata convertita in lavoro, bensì in calore. Il fatto che si potesse convertire lavoro in calore è il cuore del famoso esperimento di Joule del 1850.[237]

W: Quindi se peso dell'acqua fredda, poi la scaldo e la ripeso trovo risultati differenti?

H: Dubito che esista una bilancia tanto sensibile! Il problema sta nel fattore c^2, che è grandissimo, e rende la variazione di massa non percepibile. Anche nella disintegrazione del radio, che è il materiale più radioattivo che esista in natura, il cambiamento di massa è difficilmente misurabile.[238]

---

235 Einstein, A. (1905). *Ist die Trägheit eines Körpers von seinem Energieinhalt abhängig?* (*Does the Inertia of a Body Depend upon its Energy Content?)* Annalen der Physik **18,** 639. http://einsteinpapers.press.princeton.edu/vol2-trans/186
236 $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.
237 https://it.wikipedia.org/wiki/Equivalente_meccanico_del_calore
238 https://en.wikipedia.org/wiki/Mass%E2%80%93energy_equivalence. Neppure nelle bombe atomiche e nei reattori nucleari c'è un'apprezzabile cambiamento di massa. La bomba di Hiroshima (Little Boy) con 64 kg di uranio 235 rilasciò 6,3 ·

W: Capisco. Mi ha fatto vedere che si può spiegare in termini meccanici il primo principio della termodinamica, che altro non è che la conservazione dell'energia, e il secondo, che corrisponde alla conservazione/produzione di entropia. Non mi dirà che esiste anche un equivalente meccanico del terzo principio?

H: Ci si può provare. Il terzo principio della termodinamica dice in pratica che non si può raggiungere lo zero assoluto (anche se ci si può avvicinare parecchio) perché diminuendo la temperatura diminuisce anche il calore specifico di tutte le sostanze. Lei si ricorda cos'è il calore specifico?

W: Sì, è quella grandezza C che ci dice quanto si scalderà una certa massa m di sostanza se le forniamo un certo quantitativo di calore. $\Delta Q = mC\Delta T$.

H: Mi sa fare degli esempi?

W: L'acqua ha un grosso calore specifico, perché per innalzare di un grado un chilogrammo di acqua devo fornire 1 chilocaloria, ovvero mille calorie, che poi, dopo l'esperimento di Joule, sono 4186 Joule. L'acciaio ha un calore specifico molto più basso, intorno a 500 J/kg · K. L'oro ce l'ha ancora più piccolo, 130 J/kg · K, il che fa sì che le donne non sentano mai freddo quando indossano un gioiello...

H: Bene, il calore specifico che lei ha citato è abbastanza costante fino a temperature vicino a 1 K (-272 °C). Poi diminuisce e va verso zero. Ora, se il calore specifico è molto piccolo, questo vuol dire che anche una piccola quantità di calore è sufficiente per innalzare di molto la temperatura, e quindi rende molto difficile arrivare a temperature molto piccole.

W: Perché il calore specifico si annulla per tutte le sostanze a basse temperature?

H: Qui ci vuole la meccanica quantistica, e, inutile citarlo, si vede di nuovo l'azione del Professore. Sa, Watson, che la sua onnipresenza mi ricorda tantissimo quella di Moriarty[239], professore di matematica ma anche gran genio criminale. Per fortuna Herr Einstein si è dedicato a tutt'altro.

W: Già, Moriarty quasi c'era riuscito a ucciderla!

10^{13} J, che convertito in massa dà appena 0,7 g.

239 Conan Doyle, A. (1893). *L'ultima avventura*; (1903). *L'avventura della casa vuota* ne *Il ritorno di Sherlock Holmes*; (1915). *La valle della paura*.

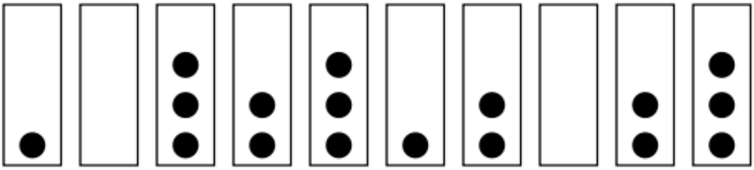


Figura 138. Palline nei barattoli.[241]

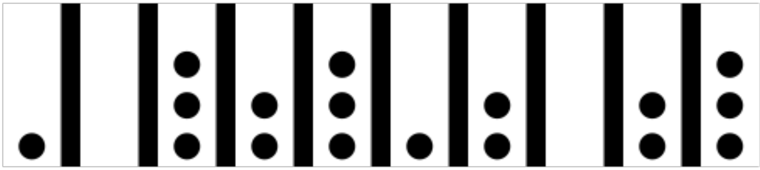


Figura 139. Palline e barrette.[241]

Figura 140. Palline e barrette su una linea.[241]

H: Beh, con questo Professore è diverso. Tra noi c'è sempre una partita intellettuale, ma molto meno rischiosa. Il modello di Einstein[240] di un solido è in fondo molto semplice, come quasi tutte le opere del Professore. Einstein approssima un solido non conduttore, in cui gli elettroni non si possono muovere, come un insieme di oscillatori armonici non accoppiati. E conosciamo già lo spettro dell'oscillatore armonico, $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega$, dove $\hbar = h/2\pi$ è semplicemente una costante. A questo punto non resta che calcolare in quanti modi, o configurazioni, si può distribuire una certa energia tra i vari oscillatori, e dato che i livelli energetici sono equispaziati, non importa conoscere la loro energia di partenza. Il problema è quello di distribuire M quanti di energia tra N oscillatori, ovvero come distribuire M palline in N barattoli. In quanti modi si può fare (figura 138)?

W: Mi sembra un problema difficile. Posso metterle tutte in un barattolo, oppure una nel primo, nessuna nel secondo...

[240] Einstein, A. (1907). *Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme*, Annalen der Physik **22**, 180–190. https://en.wikipedia.org/wiki/Einstein_solid

[241] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Einstein_solid

H: Qui si vede la genialità del Professore. Posso visualizzare la stessa disposizione marcando le separazioni tra barattoli con delle barrette (figura 139). Ovviamente avrò bisogno di $N-1$ barrette. Adesso dispongo il tutto su una linea, come una specie di codice Morse (figura 140).
A questo punto ecco la soluzione: devo solo contare in quante maniere posso scambiare tra loro palline e barrette, tenendo conto però che tutte le palline e tutte le barrette sono indistinguibili, secondo la meccanica quantistica. Faccia lei il conto, Watson.

W: Vediamo. Se fossero distinguibili, come per esempio la lista $1,2,3,4,5, \dots N$, potrei levare tutti i simboli e lasciare N caselle vuote. Avrei quindi N posti dove mettere il primo simbolo, $N-1$ dove mettere il secondo simbolo, $N-2$ dove mettere il terzo simbolo... fino all'ultimo che è obbligato dal fatto che è rimasto solo un posto vuoto. Quindi il numero di possibili permutazioni è $N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$. Ah, già, è il fattoriale di N, che si indica con un punto esclamativo, $N!$

H: Il punto esclamativo è stato proposto da Gauss, sorpreso da quanto aumentava velocemente il fattoriale con N.

W: Beh, ha ragione. $1! = 1$, $2! = 2$, $3! = 6$, $4! = 24$, $5! = 120$, ..., $10! = 3628800$... C'è da mettere punti esclamativi a iosa.

H: Ma non mi ha dato la risposta sul numero W di configurazioni.

W: Allora, abbiamo M palline e $N-1$ barrette, quindi $(M+N-1)!$ modi di disporle, ma dobbiamo dividere per tutte le possibili permutazioni delle palline, dato che sono indistinguibili, ovvero $M!$, e per tutte le possibili permutazioni delle barrette, $(N-1)!$. Quindi

$$W = \frac{(M+N-1)!}{M!\,(N-1)!}.$$

H: E l'entropia è...

W: Boltzmann!

$$S = k \log W = k \log\left(\frac{(M+N-1)!}{M!\,(N-1)!}\right).$$

Ma come si manipolano questi logaritmi?

H: Nel '700 Stirling, un altro nostro connazionale, ha mostrato che $\log(N!) \simeq N\log(N) - N$. Ovvero che $N! \simeq \left(\frac{N}{e}\right)^N$. Se lei adesso svolge i conti, trascurando 1 rispetto a N, trova

$$\frac{S}{k} = (M+N)\log(M+N) - M\log(M) - N\log(N).$$

W: Ah, e che ce ne facciamo?

H: Watson, lei mi stupisce ogni volta! Non vede che ha la soluzione sotto il naso? L'energia del sistema è $E = M\hbar\omega$, lasciando perdere il termine con $1/2$, e quindi possiamo calcolare di quanto aumentano l'entropia e l'energia quando aumenta M, ovvero quando forniamo calore al sistema.
Il conto richiede la matematica che si studia al liceo scientifico e all'università, quindi lei dovrebbe saperlo ma forse se lo sarà dimenticato.

W: Confesso di essere un po' arrugginito. Si riferisce alle derivate?

H: Sì, ma non c'è bisogno di chiamare il diavolo per nome. Basta fare qualche ragionamento. Per prima cosa scopriamo quanto vale la variazione di un prodotto, $\Delta(ab)$. Questa è data da $(\Delta a)b + a(\Delta b)$.
Resta da calcolare la variazione di $\log x$ e non saprei come derivarla in maniera semplice, per cui le do direttamente la formula: $\Delta(\log x) = \frac{\Delta x}{x}$.
A questo punto abbiamo praticamente tutto quello che ci serve:

$$\frac{\Delta S}{k} = \Delta M\log(M+N) - \Delta M\log M.$$

Raggruppando

$$\Delta S = k\Delta M\log\left(1+\frac{N}{M}\right).$$

W: Bello, e poi?

H: La variazione dell'energia $\Delta E = \hbar\omega\Delta M$, è il calore ΔQ che abbiamo fornito al sistema. Se ora usa la relazione tra entropia e calore che abbiamo trovato...

W: Intende $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$? Ah, certo posso calcolare T! Ottengo

$$\frac{1}{T} = \frac{k}{\hbar\omega}\log\left(1+\frac{N}{M}\right).$$

H: Adesso può invertire e trovare M, che poi è l'energia, in funzione di T.

W: Ah, ecco:

$$E = M\hbar\omega = \frac{N\hbar\omega}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)-1}.$$

H: Molto bene. Adesso il calore specifico C_V non è altro che la variazione dell'energia rispetto alla temperatura. Dato che sarà stanco, le do direttamente la formula finale:

$$C_V = 3Nk\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)^2 \frac{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right)-1\right)^2},$$

in cui ho inserito un fattore 3 perché nello spazio un oscillatore può oscillare in 3 direzioni.

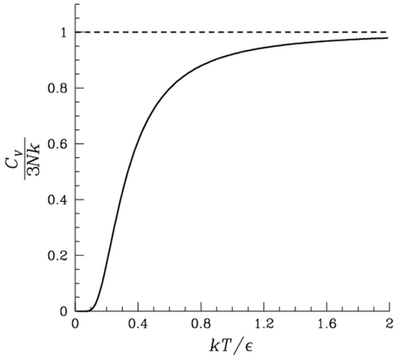


Figura 141. Andamento del calore specifico di un solido di Einstein con la temperatura.[241]

W: Una formula complicata!

H: Indubbiamente. Ma se lei disegna il suo andamento con la temperatura riscalata con l'energia $\epsilon = \hbar\omega$ (figura 141) vedrà che il calore specifico va a zero quando T va a zero, mentre ad alta temperatura va verso il valore $3Nk$, che è quello che si può ricavare senza la fisica quantistica.

W: Una bella dimostrazione di intelligenza!

H: Sì, ma se lei studiasse fisica, scoprirebbe con suo sommo rammarico che il modello di Einstein altro non è che il primo passo. In realtà le vibrazioni degli atomi non sono tra loro indipendenti, e bisogna fare il calcolo prendendo in considerazione i "modi" di vibrazioni. Non voglio certo farlo qui, lo dico solo per ricordare che anche queste vibrazioni collettive sono quantizzate, come erano le vibrazioni dei singoli oscillatori. Questi quanti di vibrazione si chiamano "fononi", e si comportano in molti casi come se fossero delle particelle. In particolare, i fononi sono bosoni, ovvero possono stare allegramente tutti insieme.

W: Mi ha detto che questo vale solo per i solidi non conduttori. I metalli sono diversi quindi?

H: Per i metalli, che si possono considerare formati da un reticolo cristallino più una manciata di elettroni liberi, vale lo stesso risultato, solo che dobbiamo anche considerare l'influenza degli elettroni.
Ad alte temperature gran parte dell'energia va nelle vibrazioni del reticolo cristallino, ovvero viene immagazzinata dai fononi. A basse temperature però il contributo fononico va a zero, perché essendo dei bosoni possono cadere tutti nello stato di minima energia. Resta quindi il contributo degli elettroni, che essendo fermioni non possono andare tutti nello stato fondamentale, ma si impaccano più "strettamente" possibile. Però così facendo, quelli

impaccati negli strati inferiori sono "bloccati", e solo quelli dello strato più alto possono essere eccitati, ovvero possono convertire calore (energia) in temperatura (energia cinetica). Dato che sono pochi, e anche leggerini, il loro contributo al calore specifico è molto piccolo.

W: Come se fossero delle arance in una cassetta? Se scuoto la cassetta, solo le arance nello strato più alto possono saltare fuori.

H: Proprio così. Per questo ci siamo dilungati tanto sulla struttura dei livelli nelle "buche". Ora, qual è l'equivalente meccanico del minimo livello di energia?

W: Beh, più andiamo in basso e più diminuisce l'energia potenziale. Il minimo dell'energia corrisponde al centro della Terra.

H: Bene, versiamo quindi la nostra acqua, le cui molecole possiamo considerare equivalenti a delle arance, nel centro della Terra, che supponiamo di aver raggiunto scavando un pozzo lungo 6000 km. Le molecole si disporrebbero come gli elettroni in una buca, e solo quelle più superficiali potrebbero contribuire al calore specifico. Se consideriamo la faccenda in una dimensione, nel pozzo, vediamo che l'ampiezza dello strato superficiale non cambia con la quota, ma se facciamo il "mucchio" in tre dimensioni, ovvero a forma di sfera, allora si vede che il calore specifico cambia con la quota, ovvero con la distanza dal centro della Terra. L'equivalente del calore è, come abbiamo detto, l'energia potenziale, che è data dalla massa delle molecole per il loro numero per la distanza h dal centro della Terra. Il numero di quelle che si possono spostare, però, è proporzionale alla superficie della "sfera" di arance, ovvero a $4\pi h^2$ e quindi, dividendo per h, si vede che il "calore specifico" di un mucchio sferico di arance va come h, ovvero diventa nullo per h molto piccolo.

W: Bello! Finalmente ho capito cos'è l'entropia termodinamica. Ma non vedo cosa c'entra l'entropia di informazione che abbiamo esaminato prima, nell'indizio dell'elettrone e del fotone.

H: La variazione di entropia è, come abbiamo detto, la quantità di calore assorbita, ΔQ, divisa per la temperatura T. Il primo principio dice che il calore è uguale alla variazione ΔE dell'energia interna di un corpo, essenzialmente l'energia cinetica e potenziale dei vari atomi ed elettroni "liberi", più il lavoro (forza per spostamento) $R = F\Delta L$,

$$\Delta Q = \Delta E + F\Delta L,$$

dove L è la larghezza della buca. Supponiamo di "lavorare" con un gas in un contenitore, o anche con un corpo elastico, ovvero con un sistema di livelli come quelli che abbiamo già visto. L'energia del sistema è data dalla somma, sui livelli (n), di quante "palline" N_n ci sono sul livello, per l'energia E_n del livello, ovvero

$$E = \sum_n N_n E_n$$

(figura 142).

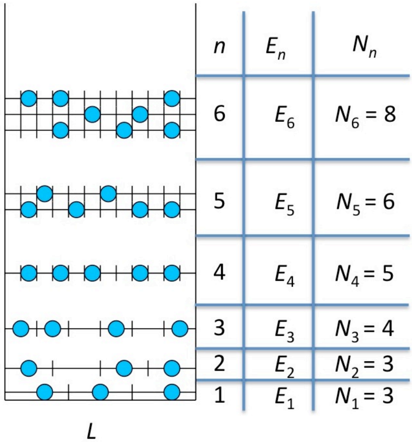


Figura 142. Popolazione ed energia di un sistema di livelli in una buca.

Forniamo adesso energia al sistema o dandogli calore, tenendo ferma la dimensione L della buca, o effettuando del lavoro sul sistema, per esempio comprimendolo, in maniera molto "dolce", senza permettere al calore di entrare o uscire.

Nel primo caso, la variazione di energia corrisponderà ad una variazione di popolazione del sistema di livelli, ovvero $E = \sum_n N_n E_n$, che varia perché variano gli N_n. Nel secondo caso, la popolazione non cambia, ma cambia l'energia dei vari livelli, che come abbiamo visto è legata alla larghezza L della buca, ovvero cambiano gli E_n (figura 143). Quindi, nel caso di variazione di energia senza ingresso o uscita di calore, la popolazione non cambia e quindi l'entropia è costante. Nel secondo caso, cambia la popolazione e quindi l'entropia. Si potrebbe anche mostrare che $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$.

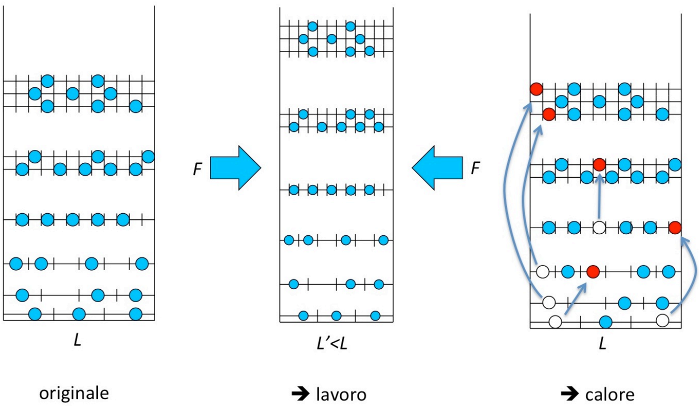


Figura 143. Calore e lavoro a livello microscopico.

W: E come?

H: Purtroppo ci vuole di nuovo un po' di matematica, di quella avanzata.

W: Mi faccia vedere lo stesso! E poi abbiamo appena ripassato le derivate!

H: Come vuole lei. In effetti abbiamo già ottenuto quasi tutto quello che ci serve. Partiamo dalla definizione di entropia di Shannon,

$$S = -\sum_n P_n \log P_n.$$

Vogliamo calcolare la variazione di S quando somministriamo un po' di energia (calore) al sistema senza che cambino i livelli E_n.
Variamo un po' i P_n. Sappiamo già come fare la variazione di un prodotto e di un logaritmo, quindi possiamo calcolare

$$\Delta S = -\sum_n \Delta(P_n \log P_n) = -\sum_n (\Delta P_n)\log(P_n) - \sum_n \Delta P_n$$

L'ultimo termine è nullo, dato che le P_n sono probabilità, e quindi $\sum_n P_n = 1$, il che vuol dire che se una probabilità aumenta, qualcun'altra diminuisce, quindi $\sum_n \Delta P_n = 0$. Adesso dobbiamo usare la distribuzione di Boltzmann

$$P_n = \frac{1}{Z}\exp\left(-\frac{E_n}{T}\right),$$

che, come ricorderà, è stata ricavata massimizzando l'entropia. Se prendiamo il suo logaritmo, abbiamo $\log(P_n) = -\frac{E_n}{T} - \log(Z)$. Inserito nella formula dell'entropia abbiamo

$$\Delta S = \frac{1}{T}\sum_n E_n \Delta P_n + \log(Z)\sum_n \Delta P_n.$$

Di nuovo l'ultimo termine si cancella, mentre la prima somma altro non è che la variazione dell'energia quando i livelli sono fissi: $\Delta E = \sum_n E_n \Delta P_n$, che è proprio il calore ΔQ assorbito, dato che non c'è lavoro. Quindi, possiamo verificare che anche per l'entropia di informazione abbiamo

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T},$$

ovvero la stessa formula che avevamo ottenuto per l'entropia termodinamica. Quindi possiamo identificare le due formulazioni dell'entropia.
Abbiamo sudato, ma alla fine siamo riusciti a ricavare un bel po' di deduzioni, le vuole riassumere lei?

W: Spero di ricordarmele tutte. L’entropia è la “sostanza” che fa muovere una macchina termica, ma che, se questa non è reversibile, viene anche “prodotta” dalla macchina stessa, con il risultato che la macchina non reversibile scarica più entropia di quanta ne prende in ingresso. Inoltre l’entropia è una misura del disordine, e abbiamo imparato a calcolarla con la formula di Shannon quando conosciamo la distribuzione di probabilità. Infine, per un sistema chiuso e isolato, l’entropia è data dal logaritmo del numero di configurazioni permesse al sistema.

H: Benissimo. Potrebbe anche iscriversi a fisica, non è che si faccia molto altro rispetto a quello che abbiamo ricavato qui.

W: Lei scherza...

H: Un po’ sì, ci sono aspetti della fisica più difficili (ma non molto) dal punto di vista della matematica, ma l’importante è far sì che la matematica non offuschi, ma bensì aiuti, la visione del problema. Diffidi sempre da quelli che vanno avanti solo per mezzo della forza bruta dei calcoli!

L'indizio del caffè e della borraccia

W: Che peccato! Il Professore aveva preparato la panna per mescolarla con il caffè, ma ormai è tutto freddo.

H: Questo mi fa venire in mente un problema che può avere delle applicazioni pratiche. Supponiamo che lei voglia appunto sorbirsi un caffè con panna (quella liquida, non quella montata), e ha quindi di fronte a sé la chicchera con il caffè caldo e il contenitore con la panna a temperatura ambiente. In quel momento però la chiamano al telefono, e lei quindi sa che per qualche minuto sarà occupato. Conviene versare subito la panna nel caffè, o aspettare la fine della telefonata? Ovviamente l'obiettivo è quello di avere il caffè con panna più caldo possibile.

W: Direi, così a prima vista, che è uguale.

H: Lei "spara" le sue conclusioni senza pensarci sopra. Faccia i calcoli!

W: Beh, ci sono almeno tre modalità per la trasmissione del calore: la conduzione, la convenzione e l'irraggiamento.

H: La prego, cerchi di usare un modello atomico. Mi riesce più facile immaginarmi gli atomi che fare i conti con un mezzo continuo.

W: Posso usare il modello "palle e molle". Approssimiamo gli atomi come delle palle, tenute nelle loro posizioni da delle molle che collegano atomo ad atomo. In realtà le forze intermolecolari non sono certo armoniche (lineari), ma si può dimostrare facilmente che tutti i sistemi di forze, per piccole oscillazioni rispetto alla posizione di equilibrio, sono armonici.

H: Certo! La posizione di equilibrio corrisponde a forza totale nulla, e per piccoli spostamenti la forza crescerà proporzionalmente a questo, dando appunto origine ad un oscillatore armonico!

W: Bene, adesso, se in questa rete di palle e molle comincio a fare oscillare la prima, pian piano il movimento si comunicherà alle altre. Questa è la modalità di trasmissione dell'energia per conduzione che segue la legge di Fourier, ovvero, in condizioni stazionarie, il flusso di energia (calore) è proporzionale alla differenza di temperatura.[242]

---

[242] Legge di Fourier della conduzione del calore: $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{\lambda(T - T_a)S}{L}$, dove $\Delta Q / \Delta t$ è il flusso di calore (energia che passa nell'unità di tempo), S è l'area attraverso cui passa il flusso, L lo spessore da attraversare, T_a la temperatura ambiente e λ la conducibilità termica.

H: Giusto! Quindi prendiamo le nostre precauzioni: isoliamo la tazzina usando un tovagliolo. Procediamo.

W: La seconda modalità è la convezione, e avviene nei fluidi. Semplicemente un fluido più caldo si espande, secondo la legge dei gas perfetti, e quindi l'aria sopra la nostra tazzina da caffè è meno densa, ovvero più leggera, di quella ancora soprastante. Per piccolissime differenze, la configurazione è ancora stabile e la trasmissione del calore avviene per conduzione attraverso gli strati di gas, ma superata una certa soglia di differenza di temperatura, che non è molto grande, l'instabilità porta ad una rotazione, e si stabilisce una cella di convezione.

H: Immagino che questo fenomeno si verifichi anche nell'atmosfera!

W: Sì, certo. L'aria è praticamente trasparente rispetto alla radiazione solare, quindi questa scalda il suolo ed è questo che poi scalda l'aria. A questo punto abbiamo la situazione di aria calda in basso e aria fredda in alto. Ad un certo punto si stabiliscono delle celle di convezione a forma di cilindro, per cui ci sono dei punti in cui l'aria calda sale, e la pressione è leggermente maggiore di quella media, detti appunto aree di alta pressione, e zone di bassa pressione in cui l'aria fredda scende. Ovviamente in quest'ultimo caso la collisione tra aria fredda e aria calda e umida porta alla formazione di nubi e pioggia, e così si può usare il barometro per prevedere il tempo. Ricordo che durante la traversata...

H: Non si perda con i ricordi della guerra in Afghanistan! Continui! Perché si parla di aree cicloniche e anticicloniche legate all'alta e bassa pressione?

W: Beh, prima di tutto c'è da dire che la geometria di celle cilindriche non è compatibile con la geometria sferica della Terra, quindi non si riesce a trovare una conformazione stabile. Le celle si rompono e si riformano, creando dei canali "puntiformi" di salita e discesa invece di fronti lineari. E poi c'è la sua forza di Coriolis che agisce: le masse d'aria che vanno verso il punto di discesa, nell'emisfero nord, tendono a essere deviate in senso orario, formando un ciclone. Viceversa i flussi che si allontanano dal punto di risalita formano un anticiclone che ruota in senso antiorario, sempre nell'emisfero nord. Al sud, le cose sono opposte.

H: Secondo me ha a che fare anche con il riscaldamento casalingo, e la disposizione dei termosifoni.

W: A proposito, non ho mai capito perché i termosifoni vengono piazzati di preferenza sotto le finestre! La finestra è sicuramente il luogo più freddo della stanza, e se ci metto il termosifone sotto butto via tanto calore! Non sarebbe meglio metterlo nell'angolo opposto della stanza?

H: Dal punto di vista energetico sì, ma da quello del comfort no, proprio per quello che si stava dicendo. Se lei mettesse il termosifone come suggerisce, si stabilirebbe una cella di convenzione nella stanza per cui l'aria, scaldata dal termosifone, salirebbe (tra l'altro lasciando con il tempo una bruttissima colonna di polvere sulla parete), per scendere poi in corrispondenza della finestra, chiudendo infine la cella passando vicino al pavimento. In conclusione, un soffio d'aria gelida ai piedi e tutto il calore che sta sul soffitto! Viceversa, mettendolo sotto la finestra, abbiamo una colonna d'aria calda che sale dal termosifone, che si scontra con una colonna d'aria fredda che scende dalla finestra, dando una mescolanza intermedia senza flussi di aria.

W: Certo! Non ci avevo mai pensato. Ma penso che abbia influito sulla scelta anche il fatto che sotto la finestra c'è un vano pronto che non sarebbe altrimenti utilizzato, e che poi si possa coprire l'antiestetico termosifone con la tenda.

H: Questo è ovviamente il sistema per buttare via i soldi del riscaldamento! La tenda può coprire la finestra, ma bisogna che lasci libero il termosifone! Ma torniamo al nostro caffè.

W: Newton stesso ha studiato la convezione, e ha trovato che, per piccole differenze di temperatura, il flusso di calore segue una legge lineare, con un coefficiente moltiplicativo che dipende dalla forma della superficie, dal tipo di convezione (se forzata o naturale), dal tipo di flusso convettivo (se laminare o turbolento), oltre che dal tipo di fluido... Ovvero un coefficiente difficilissimo da stabilire teoricamente. Comunque è un'altra legge lineare![243]

H: Ma noi neutralizziamo anche la convezione mettendo il piattino sopra la tazza di caffè! Comunque non si tratta altro che della classica approssimazione lineare vicino allo stato di equilibrio, come il nostro oscillatore armonico. Per studiare veramente il problema occorre modellizzare il flusso, ovvero servono le equazioni di Navier-Stokes. Dubito che qualcuno lo possa fare a mano tranne che per geometrie molto semplici e flussi quasi laminari.[244] Che resta?

---

243 Legge di Newton della convezione: $\frac{\Delta Q}{\Delta T} = h_c S(T - T_a)$, dove h_c è il coefficiente convettivo.

244 Nel 1963 Edward Lorenz, studiando al computer un modello semplificato di una cella convettiva scoprì il caos deterministico. https://it.wikipedia.org/wiki/Edward_Norton_Lorenz

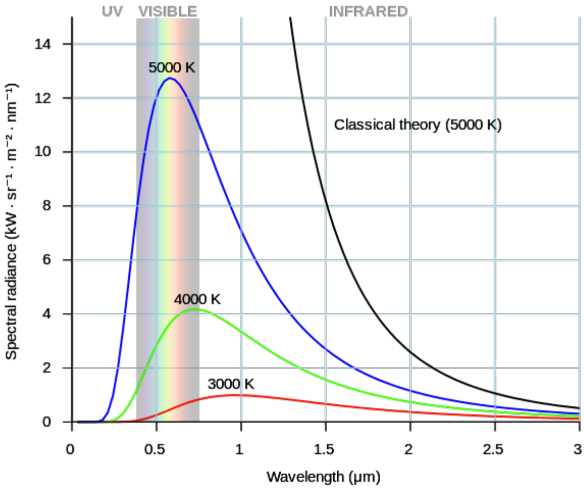


Figura 144. Intensità di emissione del corpo nero in funzione della lunghezza d'onda per varie temperature (assolute). Viene riportata anche la curva secondo l'elettromagnetismo classico e la "finestra" del visibile.[245]

W: L'irraggiamento! Ovvero la trasmissione del calore attraverso i fotoni che vengono emessi (o assorbiti) dai corpi. Si tratta degli stessi fotoni della luce e di tutte le interazioni elettromagnetiche, solo che alle temperature di un caffè, qualche centinaio di gradi kelvin, si tratta di radiazione infrarossa per noi invisibile (ma la possiamo sentire con i recettori del calore). Un corpo nero irraggia un po' tutte le frequenze, ma lo spettro ha un picco per una frequenza che corrisponde a una certa temperatura (Figura 144).
La formula che lega la temperatura T e la frequenza ν corrispondente al massimo di emissione è

$$h\nu = \alpha k T,$$

dove $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J · s è la costante di Planck, $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$J · K^{-1} è la costante di Boltzmann, e $\alpha \simeq 2{,}82$ è una costante che è data dalla forma della curva dello spettro. Ovviamente le frequenze si misurano in hertz, ovvero in s^{-1}, e la temperatura assoluta in gradi kelvin.

H: Mi trovo più a mio agio con le lunghezze d'onda.

W: Presto fatto. In un periodo T (da non confondere con la temperatura) la luce percorre uno spazio pari alla lunghezza d'onda λ, e dato che viaggia alla velocità della luce $c = 3 \cdot 10^9$ m/s, e che la frequenza è l'inverso del periodo si ha $\lambda = cT = c/\nu$, ovvero $\nu = c/\lambda$.

245 Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Black-body_radiation

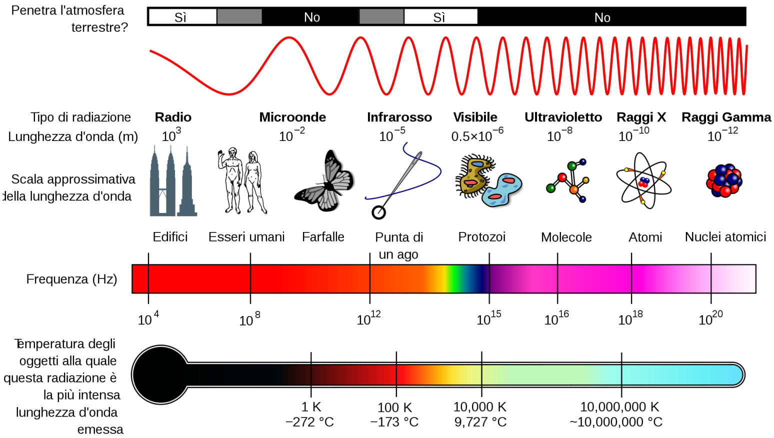


Figura 145. Spettro elettromagnetico.[246]

Nella figura 145 abbiamo la relazione tra frequenze e lunghezze d'onda in relazione alla temperatura di un corpo nero.

H: A proposito, non le sembra che sia molto appropriato che i nostri occhi siano sensibili proprio a quella parte dello spettro elettromagnetico che non viene assorbito dall'atmosfera?

W: L'ho sempre considerata una prova di disegno intelligente. Certo, il progettista avrebbe potuto anche usare la "finestra" dell'atmosfera sulle onde radio!

H: Direi piuttosto che è una prova dell'evoluzione. A che sarebbe servito un occhio sensibile ai raggi X, se poi nel mondo non ci sono sorgenti di raggi X? Ovviamente la selezione ha fatto sì che si sviluppassero sensori (coni e bastoncelli) sensibili alle frequenze che servono. Teniamo conto che la risoluzione di un rivelatore (l'occhio) dipende dalla lunghezza d'onda della radiazione usata. Se per esempio avessimo sfruttato le onde radio, avremmo a malapena distinto i grattacieli! Le mie api sono sensibili anche all'ultravioletto mentre non sono sensibili al rosso.

W: Quindi non vedono i fiori rossi? E come fanno ad impollinarli?

H: Le api, così come le mosche e i coleotteri non vanno sui fiori rossi, che sono di dominio esclusivo delle farfalle. Le api comunque vedono anche la direzione della polarizzazione della luce, e con questo "senso" sono capaci di

[246] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Spettro_elettromagnetico

orientarsi anche se il sole non è visibile.

W: E come mai?

H: La luce del sole non è polarizzata, ma può diventare tale al suo ingresso nell'atmosfera, perché in tutte i fenomeni di rifrazione, la polarizzazione parallela alla superficie di separazione dei due mezzi tende a riflettersi, mentre l'altra tende a passare (Figura 146).

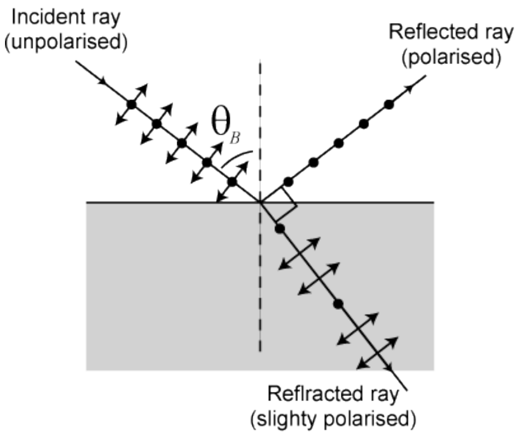


Figura 146. Polarizzazione e rifrazione.[247]

W: E perché?

H: Immagini l'aria (o l'acqua o qualsiasi altro mezzo) come composta da dipoli oscillanti, che vengono forzati ad oscillare dalla radiazione incidente. L'oscillazione avviene sempre in un piano perpendicolare alla direzione di propagazione. Se la direzione riflessa è parecchio angolata rispetto a quella incidente, i dipoli che oscillano possono emettere nella direzione dell'onda riflessa (se polarizzati parallelamente al piano) ma oscillano molto poco nella direzione perpendicolare. Di conseguenza, anche l'onda trasmessa è parzialmente polarizzata, nel piano che contiene l'osservatore e il Sole.
Consideri poi l'onda diffusa dalle molecole di aria, che danno al cielo il suo colore azzurro. Anche in questo caso, "vediamo" meglio i dipoli che oscillano perpendicolarmente a noi, mentre quelli che oscillano nella direzione che "punta" verso di noi non emettono molta intensità. Quindi anche dal resto del cielo arriva sulla Terra luce polarizzata, tanto più polarizzata quanto più la direzione è perpendicolare al Sole. In questa maniera le api riescono a stabilire la direzione del Sole anche nelle giornate nuvolose, e a comunicarlo alle compagne "danzando", indicando proprio nella danza la direzione rispetto al Sole e la distanza.[248]

[247] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Angolo_di_Brewster
[248] Evangelista, C., Kraft, P., Dacke, M., Labhart, T., Srinivasan, N.V. (2014). *Honeybee navigation: critically examining the role of the polarization comp*ass, Phyl. Trans. R. Soc. B 369, 20130037. http://dx.doi.org/10.1098/rstb.2013.0037. http://www.repubblica.it/scienze/2014/01/10/news/api_usano_luce_polarizzata_e_danza_per_navigare-75560069/

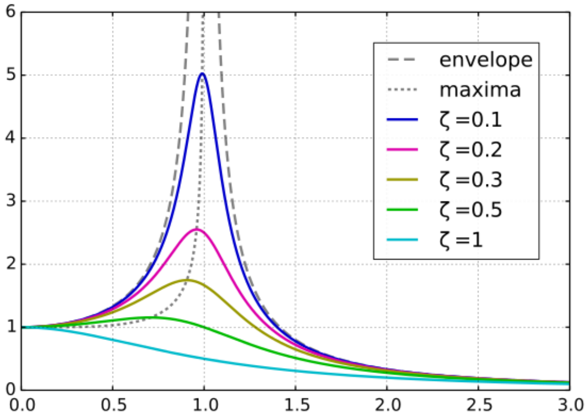


Figura 147. Ampiezza delle oscillazioni di un oscillatore armonico in funzione del rapporto tra frequenza forzante e frequenza di risonanza per vari valori dello smorzamento (ζ).[249]

W: E perché il cielo è blu?

H: L'analisi, dovuta al nostro compatriota, John William Strutt Rayleigh, morto da non molto (1919), analizza il comportamento di un oscillatore elastico forzato dalla radiazione incidente, in maniera molto simile a quello che lei potrebbe fare a mano facendo oscillare un pesetto attaccato ad un elastico o ad una molla, o anche un semplice pendolo. Faccia l'esperimento variando la frequenza delle oscillazioni del suo polso, il che corrisponde a variare la frequenza della radiazione incidente. Ovviamente dovremmo introdurre anche uno smorzamento, nella nostra molecola dato proprio dalla radiazione emessa, che a tutti gli effetti è un'energia dissipata. Lei avrà studiato l'oscillatore forzato e smorzato, no?

W: Certamente, ma solo dal punto di vista matematico. È vero! Se calibro bene la frequenza delle oscillazioni, posso far fare al mio oscillatore delle oscillazioni grandissime (Figura 147)![250]

H: Questo modello si applica a tantissimi casi, anche nella progettazione di strutture architettoniche come ponti o edifici. In questi casi è importante evitare che la frequenza di risonanza sia vicino a possibili frequenze forzanti

---

[249] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Harmonic_oscillator

[250] La formula dell'ampiezza p di risposta del nostro oscillatore o dipolo è $p = \frac{A\nu_0^2}{\sqrt{(\nu_0^2-\nu^2)^2+\zeta^2\nu^2}}$, dove ν indica la frequenza della forzante, ν_0 la frequenza di risonanza, A è l'ampiezza del campo forzante e ζ lo smorzamento.

che potrebbero essere originate dal vento[251] o dalle persone.[252]
Se ora lei cerca di forzare delle oscillazioni con una frequenza molto maggiore della frequenza di risonanza, vedrà che praticamente il pesetto non si muove. Nel caso elettromagnetico, questo vuol dire che la molecola o l'atomo sta fermo, e vibrano solo (eventualmente) i suoi elettroni più esterni.

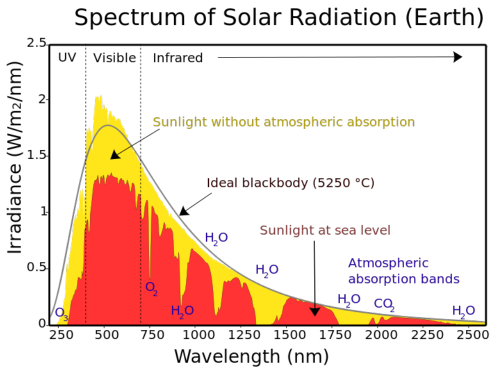


Figura 148. Spettro solare confrontato con quello di un corpo nero a 5523 K.[253]

Se invece cerca di forzare delle vibrazioni con frequenza molto più bassa di quella di risonanza, vedrà che il pesetto segue docilmente la sua sollecitazione. Da qui si ricava, con qualche passaggio matematico che le evito, che ogni molecola diffonderà in una certa direzione rispetto alla radiazione incidente una intensità data che diminuisce rapidamente con l'aumentare della lunghezza d'onda,[254] ma ovviamente dobbiamo tenere in considerazione la forma dello spettro solare, che è abbastanza simile a quello di un corpo nero a 5523 K (Figura 148).

W: Certo, paragonare un corpo nero al Sole...

H: Beh, il termine corpo nero vuole solo dire che quello che emette non dipende dalla radiazione incidente, perché non c'è riflessione, ma tutto quello che arriva viene prima assorbito (da qui il termine "nero") e poi riemesso. Per determinare la forma dello spettro c'è voluta la meccanica quantistica,

---

[251] Il 7 novembre 1940 il ponte di Tacoma crollò a causa della risonanza indotta dal vento. Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Ponte_di_Tacoma
[252] All'apertura del Millennium Bridge, il 10 agosto 2000, si verificò proprio un effetto di risonanza con il pubblico che lo attraversava e il ponte fu chiuso subito per modifiche. https://it.wikipedia.org/wiki/Millennium_Bridge
[253] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Sunlight
[254] $I = I_0 \frac{8\pi^4\alpha^4}{\lambda^4 R^2}(1+\cos^2\theta)$, dove θ è l'angolo tra radiazione incidente e direzione di diffusione, I_0 è l'intensità incidente, R è la distanza, λ la lunghezza d'onda della radiazione e α la polarizzabilità della molecola, ovvero quanto è facile "spostare" i suoi elettroni o farla vibrare. La frequenza ν è legata alla lunghezza d'onda da $\lambda = c/\nu$, c = velocità di propagazione.

anzi, Planck dovette "inventare" la quantizzazione dell'energia (anche se in realtà non si rese bene conto di averlo fatto) proprio per ottenere lo spettro del corpo nero. Ora, se lei combinasse la formula di Rayleigh, che tende a privilegiare le alte frequenze, ovvero le lunghezze d'onda piccole, con lo spettro solare, che decresce alle frequenze alte, troverebbe un picco sul viola! Quindi in realtà il cielo è di questo colore!

W: E perché invece lo vediamo azzurro?

H: Perché dobbiamo anche "filtrare" il risultato con la sensibilità del nostro occhio, che è massima per il blu. Ma le mie api sono molto più sensibili al viola e, come detto, all'ultravioletto, e in effetti i fiori presentano spesso "strisce di atterraggio" per le api nell'ultravioletto, che sono per noi invisibili, ma se lei indossa un paio di occhiali viola da saldatore, in una giornata molto luminosa, vedrà qualcuna di queste strisce sui fiori come i gigli. Sempre a riguardo del cielo, lei avrà notato che il cielo è molto più scuro allo zenit, sopra la sua testa, che all'orizzonte.

W: A dire la verità non me ne ero reso mai conto finché non ho preso delle lezioni di pittura. Sa, dato che sono in pensione avevo pensato di passare le belle giornate ritraendo dei romantici paesaggi. In una delle prime lezioni ci dissero appunto che in un quadro il cielo deve sempre diventare più scuro verso l'alto. Ma perché?

H: È un semplice effetto geometrico. L'aria diffonde uniformemente la radiazione solare, ma dato che la Terra ha la forma di una sfera, c'è molta meno atmosfera sopra la sua testa che orizzontalmente.

W: Banale! Certo, una volta che me lo ha spiegato. E capisco che il fatto che il Sole sia rosso al tramonto e giallo normalmente sia sempre dovuto alla diffusione Rayleigh.

H: Certo! La diffusione fa apparire il cielo blu, ma contemporaneamente "toglie" le componenti blu dalla radiazione solare diretta. Quando il Sole è al tramonto o all'alba, l'atmosfera da attraversare è più spessa e quindi molte più componenti blu vengono tolte. A questo c'è da aggiungere la polvere o l'inquinamento atmosferico, che di solito sta più in basso. Nei giorni di massimo inquinamento atmosferico ci sono i tramonti più rossi, sempre se si riesce a vedere il Sole. Ricorderà che dopo l'esplosione del vulcano Krakatoa, nell'isola di Rakata, in Indonesia, il 27 agosto 1883, ci furono per vari anni dei tramonti spettacolari a causa della massa di polvere sparata nell'atmosfera (Figura 149)!
Ma torniamo all'irraggiamento termico.

Figura 149. Un acquerello di William Ascroft dell'inverno 1883/4 documentante l'estremo color rosso dei tramonti londinesi dell'epoca.[255]

W: Come stavo dicendo prima che lei mi distraesse, l'irraggiamento è quella modalità di trasmissione del calore tramite fotoni, l'unica che può avvenire anche nel vuoto ed in effetti è la modalità con cui il Sole ci scalda. Come i fotoni luminosi, anche i fotoni infrarossi possono essere riflessi da degli specchi, o concentrati con degli specchi convessi.[256]

H: Questo mi fa venire in mente un problema nel problema. Lei sa che uno specchio parabolico concentra un flusso parallelo in un fuoco, no?

W: Certo, i telescopi rifrattori funzionano così (figura 150). Newton stesso se ne costruì uno per osservare il cielo, perché i suoi studi su prismi avevano mostrato che le lenti avrebbero inevitabilmente sofferto di una dispersione dei colori, detta aberrazione cromatica.[257]

H: Prenda quindi due specchi parabolici e li punti uno verso l'altro. Se accende una candela e la mette nel fuoco di uno specchio, che succederà nel fuoco dell'altro?

W: Si concentreranno i fotoni emessi dalla prima candela che vanno verso il primo specchio. Supponendo che questo "copra" metà emisfero, si dovrebbe avere una temperatura corrispondente a metà di quella della prima candela, probabilmente sufficiente ad accendere un foglio di carta.

---

[255] Immagine da http://publicdomainreview.org/2012/05/28/the-krakatoa-sun sets/

[256] Le antenne paraboliche per la TV sono formate da uno specchio parabolico che converge le microonde verso il ricevitore.

[257] Solo più tardi, quando divennero disponibili vetri con proprietà rifrattive diverse, divenne possibile costruire lenti acromatiche.

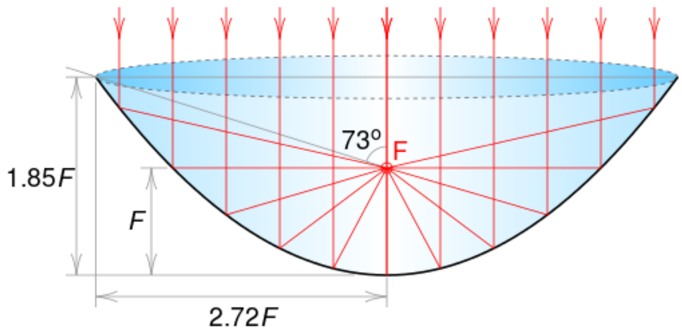


Figura 150. Specchio parabolico.[258]

H: E se ora mette un cubetto di ghiaccio nel fuoco del primo specchio, ed un termometro nel fuoco del secondo, che temperatura troverà?

W: Non dovrebbe cambiare rispetto alla temperatura ambiente! Il ghiaccio è freddo, quindi emette pochi fotoni e quindi nel secondo fuoco non arriva nulla!

H: Eh! Eh! Ma anche il termometro ha una sua temperatura ed irraggia! La sua temperatura, come quella di qualsiasi corpo, dipende dal bilancio tra ingresso ed uscita. Quindi...

W: Non mi dica che misura la temperatura del blocco di ghiaccio!

H: Come per la candela, dipende quanta parte della radiazione, questa volta emessa dal termometro, viene “catturata” dal blocco di ghiaccio, ma certo la temperatura misurata dovrebbe scendere rispetto a quella ambiente.

W: Questa poi! Come se il blocco irraggiasse freddo!

H: Sì, ma torniamo al nostro caffè.

W: Beh, la legge di Stefan-Boltzmann dell’irraggiamento dice che la potenza emessa per unità di superficie da un corpo nero è proporzionale alla quarta potenza della temperatura.[259]

H: Quindi?

W: Beh, il nostro caffè emetterà alla sua temperatura e assorbirà alla temperatura ambiente, e quindi all’inizio si raffredderà velocemente e poi sempre più lentamente. L’andamento dipende dalla differenza della quarta potenza

[258] Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Parabolic_reflector
[259] Potenza emessa per unità di superficie: $q = \sigma T^4$.

della temperatura, ma per piccole differenze possiamo prendere la sua approssimazione lineare.

H: In conclusione?

W: Otteniamo un'equazione che lega l'andamento temporale della differenza di temperatura alla differenza di temperatura stessa.[261]

H: Sembra una cosa autoreferenziale.

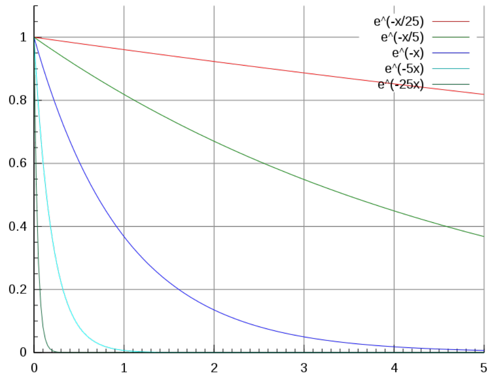


Figura 151. Alcuni decadimenti esponenziali, con differenti tempi caratteristici.[260]

W: È una situazione molto comune, quando un effetto è causa di sé stesso. E infatti la soluzione di questa equazione è una legge esponenziale![262] La legge esponenziale all'inizio scende rapidamente e poi sempre più lentamente (Figura 151).
H: Watson non mi faccia innervosire. Ce l'ha la soluzione o no?

W: Ecco, ecco! Se lascio il caffè solo, questo si raffredderà rapidamente, e poi ancora di più quando mescolo la panna, mentre se la mescolo subito il caffelatte diventerà subito più freddo, ma poi si raffredderà lentamente. Non è facile capire se c'è una differenza.

H: Per questo bisogna fare i calcoli! Provi a vedere che succede in un caso semplice.

W: Bisogna tenere conto di cosa succede quando si mescolano caffè e panna. Supponiamo che la capacità termica della panna sia simile a quella dell'acqua e quindi del caffè...[263]

---

260 Immagine da https://en.wikipedia.org/wiki/Exponential_decay

261 $\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\eta(T - T_a)$.

262 $T(t) = T_0 - (T_0 - T_a) \cdot (1 - \exp(-\eta t))$, in cui T_0 è la temperatura iniziale e T_a quella ambiente. La costante $\eta = 1/\tau$ si può interpretare come l'inverso del tempo caratteristico τ in cui la differenza di temperatura si è ridotta ad $1/3$ (in realtà $1/e = 1/2{,}7$) di quella iniziale.

263 $T_f = \frac{m_c T_c + m_p T_p}{m_c + m_p}$, dove m_c è la massa del caffè, m_p quella della panna, T_c la temperatura iniziale del caffè, T_p quella della panna e T_f la temperatura finale.

H: Prenda anche per semplicità la stessa massa di panna e caffè.[264]

W: In questo caso l'effetto del mescolamento è semplice! La temperatura finale è intermedia tra quelle iniziali.[266] Se adesso esaminiamo i vari casi[267] risulta... che è lo stesso mescolare prima o dopo il caffè con la panna! Come dicevo io! E non credo che questo dipenda dalla capacità termica o dalla massa delle varie sostanze!

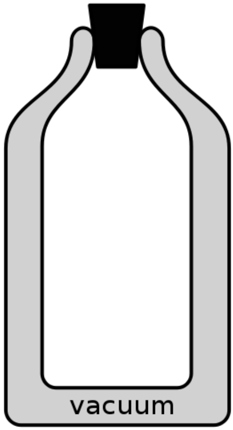


Figura 152. Sezione di un vaso Dewar.[265]

H: Per un momento sono rimasto sconcertato, ma è una cosa più che naturale! Mi ha tradito la memoria, altrimenti avrei dovuto prevederlo.[268] La ragione di tutto questo è che abbiamo usato una legge lineare per il raffreddamento. Se lei usasse la legge di Stefan-Boltzmann completa, vedrebbe che è meglio raffreddare subito il caffè, perché la dipendenza dell'irraggiamento dalla quarta potenza della temperatura rende le perdite ad alta temperatura molto più importanti di quelle a bassa temperatura. Ovviamente, il tutto migliora quanto più grande è l'isolamento. L'ideale sarebbe avere delle tazzine costruite come dei vasi Dewar, o thermos (Figura 152).

W: E come sono fatte?

H: Si tratta di un contenitore in vetro sottile, foggiato come un vaso a doppia parete. L'interno viene argentato e quindi viene fatto il vuoto. In questa maniera tutte e tre le forme di trasmissione sono ostacolate: la conduzione per-

[264] $m_c = m_p$.
[265] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Vaso_di_Dewar
[266] $T_f = \left(T_c + T_p\right)/2$.
[267] La temperatura della panna è quella ambiente T_0, e quella del caffè è $T_0 + A$, con $A = 80$ gradi, per esempio. Dobbiamo considerare i vari procedimenti nei due casi (1) mescoliamo panna e caffè all'inizio e (2) li mescoliamo alla fine.
1a: Mescoliamo caffè e panna. La loro temperatura finale T_{1a} sarà $T_a + A/2$.
1b: Lasciamo raffreddare il tutto per un tempo t tale che $\exp(-\eta t) = 1/2$, per semplicità. Quindi $T_{1b} = T_a + A/4$.
2a: Lasciamo raffreddare il caffè. La sua temperatura dopo il tempo t sarà $T_{2a} = T_a + A/2$.
2b: Mescoliamo la panna. La loro temperatura finale sarà $T_{2b} = T_a + A/4$.
[268] Conan Doyle, A. (1890). *Il segno dei quattro.*

ché il vetro è sottile (questo inoltre fa sì che la sua capacità termica sia piccola). La convenzione perché all'interno c'è il vuoto, e l'irraggiamento a causa dell'argentatura a specchio delle pareti. Un'altra delle piccole idee di cui noi britannici possiamo andare fieri, inventato nel 1892 da James Dewar.

Figura 153. Borraccia militare dell'esercito italiano.

W: A proposito di caldo e freddo. Le nostre truppe hanno in dotazione, dopo la terza guerra Anglo-Afgana del 1919, una borraccia di alluminio, ricoperta da un panno, come quella che vedo lì in un angolo (Figura 153). Questo mi fa tornare in mente che un paio di anni fa incontrai per strada un commilitone. Siamo ovviamente andati a prendere un tè insieme. Dopo aver rievocato le vecchie avventure, cominciammo a discutere di aspetti tecnici legati alla vita militare. Sa, lui aveva lavorato nel genio e si è sempre interessato a queste cose pratiche. Una buona parte della discussione è stata dedicata alla pratica di bagnare il panno per raffrescare l'acqua contenuta nella borraccia.

H: Certo, il calore latente di evaporazione dell'acqua,[269] aiuta molto ad abbassare la temperatura. È lo stesso meccanismo della sudorazione, che ci permette di tenere costante la nostra temperatura anche in posti molto caldi. Senza questo ausilio non potremmo sopravvivere quando la temperatura esterna supera i 37 gradi.

W: Ma perché il sudore è salato? Come medico militare mi sono dovuto occupare dei soldati che sudando perdevano troppi sali, anche se ho constatato che dopo un periodo di acclimatazione al clima tropicale il sudore diventa meno salato. Forse il sale aiuta a ridurre la temperatura?

H: Argomento interessante. Possiamo fare un esperimento, mettendo la stessa quantità di acqua in due bicchieri identici, e aggiungendo del sale in uno dei due. Ebbene, qualche giorno dopo troveremo meno acqua in quello con il sale!

[269] 2272 kJ/kg.

W: Quindi l'acqua salata evapora più rapidamente!

H: No, in realtà il sale (cloruro di sodio) diminuisce la tensione di vapore. Abbiamo già stabilito che c'è bisogno di energia per sciogliere il sale, ma che questa è più che compensata dall'aumento di entropia, e infatti il sale si scioglie spontaneamente nell'acqua, ed esaminando la pressione osmotica nelle cellule delle piante abbiamo visto che una soluzione concentrata tende a richiamare acqua. E infatti il sale tende a ammollarsi, assorbendo l'umidità dell'aria, e per produrre il sale marino si deve far evaporare l'acqua nelle saline, e ci vuole tantissimo tempo.

W: E allora?

H: Credo che nel nostro esperimento quello che cambia è il fatto che sulle pareti del bicchiere con acqua salata si forma un velo di sale, che, appunto, richiama acqua dalla soluzione e aumenta la superficie evaporante. Forse questo effetto si verifica anche sulla nostra pelle, quando sudiamo. Io però credo che la ragione principale della presenza del sale nel sudore sia che questo è secreto delle nostre cellule e quindi in prima approssimazione contiene la stessa percentuale di soluti del sangue.

W: Sì, mi sembra giusto, anche se l'acclimatazione dimostra che le ghiandole sudoripare, come i reni, hanno la capacità di regolare almeno parzialmente il livello di sale nel liquido secreto. In effetti ricordo dai miei studi di medicina che le cellule sudoripare sono composte da due parti: nella prima parte, la porzione glomerulare, la concentrazione di sale è più alta, ma questo elettrolita è poi in parte riassorbito nel dotto escretore.
Ma mi faccia tornare al problema del mio commilitone. La diatriba era se conveniva esporre al sole la borraccia bagnata o invece tenerla all'ombra...

H: Uhmm... La domanda è se l'aumento di evaporazione dovuto all'aumento di temperatura della borraccia riesce a portare la borraccia ad una temperatura inferiore di quella di partenza? Vede subito che, formulata in termini fisici, la discussione non ha senso! L'aumento di evaporazione è una conseguenza dell'aumento di temperatura, che è proprio quello che si vuole evitare!

W: Lei è un osservatore molto acuto!

H: È il mio mestiere![270]

[270] Conan Doyle, A. (1917). *L'avventura della scatola di cartone*, ne *L'ultimo saluto di Sherlock Holmes*.

L’indizio della luce e dell’ombra

W: Guardi Holmes! Il cielo si è rischiarato ed è uscito il sole!

H: Perfetto! Proprio quello che ci voleva per completare la nostra indagine. Chiuda le tende, e facciamo in maniera che entri solo un piccolo raggio di sole.

W: Ecco fatto! Che cosa dobbiamo esplorare?

H: Abbiamo studiato molti aspetti legati alla meccanica e alla temperatura, ma poco sulla luce, elettricità e magnetismo.

W: Ma sono argomenti molto diversi tra loro!

H: Sono tutti fenomeni elettromagnetici. Abbiamo già parlato di luce e di fotoni, adesso diamo uno sguardo ai fenomeni più propriamente ottici, sfruttando questo raggio di sole.[271] Cominciamo studiando un problema piccolo, ma interessante. Prenda quei cartoncini e con un trincetto pratichi dei piccoli fori, uno quadrato, uno triangolare, uno a forma di stella. Dopodiché li metta sulla traiettoria del raggio di sole in modo da proiettare l’immagine sulla parete. Che cosa si aspetta di vedere?

W: Certamente l’immagine del foro! Non sono così piccoli da causare diffrazione! Ecco qui... Ehi! L’immagine proiettata è sempre circolare! Perché?

H: Vediamo se ci arriva da solo! Chiuda per bene le tende in modo da fare il buio, ed accenda quella lampadina elettrica dalla forma strana! Adesso che cosa vede come immagine sulla parete?

W: La lampadina a testa in giù! Ma questo è veramente misterioso!

H: Non tanto. Quella che vede non è altro che l’immagine della sorgente luminosa, e il suo cartoncino non è altro che una camera oscura senza pareti! Certo, più piccolo fa il foro e tanto più nitida sarà l’immagine, ma anche meno luminosa. Come abbiamo già detto, nel 1919 Sir Eddington è riuscito a confermare la teoria della relatività generale del Professore osservando la deviazione della luce delle stelle durante una eclisse di Sole.

W: Sì, ne hanno parlato tutti i giornali! “Luci distorte nel cielo!”.

H: Lei ha mai assistito ad una eclisse?

W: Certo! Più di una! Uno spettacolo magnifico!

[271] Al giorno d’oggi si può usare un raggio laser.

Figura 154. Zone di ombra e luce proiettata dal fogliame durante una eclissi.[272]

Figura 155. Corona del santo.[273]

H: Ha mica dato un'occhiata alle ombre sotto agli alberi durante un'eclissi?

W: Sì, e mi è sembrato che tutto il mondo diventasse improvvisamente spigoloso, ma non ho capito bene perché (figura 154)!

H: Prima di tutto, dato che durante una eclissi la zona di emissione di luce si riduce, le ombre diventano molto più nette di quanto lo sono normalmente. E poi, per l'effetto camera oscura, tutte i "cerchi luminosi", che normalmente si osservano nell'ombra di un albero, diventano delle mezzelune.

W: Non mi dirà che i cerchi sotto gli alberi sono delle immagini del Sole!

H: Proprio così! Del resto, non penserà mica che tutti i pertugi tra le foglie abbiano forma circolare. Anzi, probabilmente nessuno di loro ha questa forma, eppure le zone di luce nell'ombra sono sempre a forma di cerchio!

W: Diavolo di una Fisica!

H: C'è un altro effetto simpatico, che può vedere se al tramonto va su un prato ben tagliato. Dia le spalle al sole e osservi la sua ombra che sarà molto allungata. Intorno alla testa vedrà una aureola luminosa, detta "corona del santo" o "luce sacra" dalla parola tedesca *Heiligenschein* (figura 155).

W: Ma è una immagine reale o una qualche forma di allucinazione?

H: No, è reale, la si può anche fotografare, ma ognuno può vedere solo la propria! Non si può vedere la corona del santo del vicino!

---

272 Immagine da http://astroaula.net/recursos-didacticos/unidades-didacticas/fenomenos-atmosfericos/

273 Immagine da http://astroaula.net/recursos-didacticos/unidades-didacticas/fenomenos-atmosfericos/

W: Ma questo è incredibile! E si vede solo sui prati?

H: Anche dagli aeroplani, sorvolando dei boschi. È dovuto al fatto che le foglie di erba o gli alberi mascherano la propria ombra, nella direzione che dal sole passa per gli occhi dell'osservatore (figura 156).

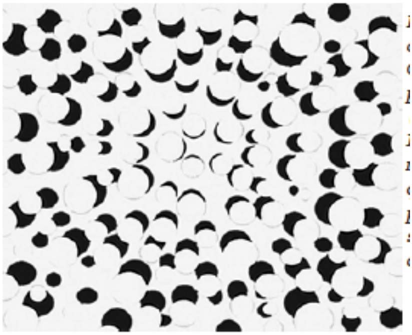


Figura 156. Effetto di occultazione dell'ombra. Ogni disco bianco maschera in parte la propria ombra, di più quelli al centro.[274]

W: Ah, ho capito, quindi intorno alla testa, o meglio, intorno agli occhi si vede meno l'ombra delle foglie d'erba e quindi la zona è più luminosa! Bello! Non vedo l'ora di andare su un prato, ma dovrò aspettare la fine dell'inverno.

H: Guardi Watson! Il raggio di sole sta illuminando il lampadario di cristallo e tutta la stanza si è riempita di puntini colorati! È l'effetto della dispersione già studiato da Newton, che dipende dalla variazione dell'indice di rifrazione con la lunghezza d'onda. Normalmente, più è grande l'indice di rifrazione più aumenta la dispersione. Il cristallo (vetro Flint, vetro al piombo) è stato scelto proprio per il suo alto indice di rifrazione, circa 2. Certo, il diamante è meglio, con un indice di rifrazione di 2,4 svolge proprio il suo compito di far rifulgere di colori tutte le sue sfaccettature.

W: È il più alto che c'è?

H: No! Ma è il più alto tra le sostanze trasparenti! Per esempio l'acciaio ha un indice di rifrazione di 2,5, ma ovviamente non nel visibile...

W: Peccato che le donne non siano in genere così appassionate di fisica! Potevo cavarmela regalando a mia moglie, quando le ho fatto la proposta, un anello di acciaio e invece m'è toccato comprare un brillante…

H: L'interferenza, che poi è alla base della dispersione, è alla radice di molti degli effetti più iridescenti che ci siano. Le ali delle farfalle devono i loro colori a questo effetto. Così come un film di olio o il sapone su una bolla di sapone generano quelle fantastiche strisce colorate.

W: A dire la verità non ho mai capito bene come funzionino!

[274] Immagine da http://astroaula.net/recursos-didacticos/unidades-didacticas/fenomenos-atmosfericos/

H: Il principio è semplice: un raggio luminoso viene riflesso da due lamine vicine, la superficie superiore e inferiore di uno straterello di olio su acqua, per esempio. Lo straterello è spesso una sola molecola, quindi la separazione tra le due sorgenti è dell'ordine della lunghezza d'onda della radiazione incidente. In un certo punto, che può essere il suo occhio, arrivano queste due onde, che si sommano o si sottraggono, a seconda della loro differenza di fase e della direzione. Dato che i colori hanno lunghezze d'onda differenti, quando per un colore c'è interferenza costruttiva, per un altro c'è quella distruttiva. Visto che le variazioni avvengono su distanze paragonabili alla lunghezza d'onda, basta un piccolo spostamento della testa o una increspatura dell'acqua per cambiare lo spettacolo! Ecco il perché dell'iridescenza (figura 157)![276]

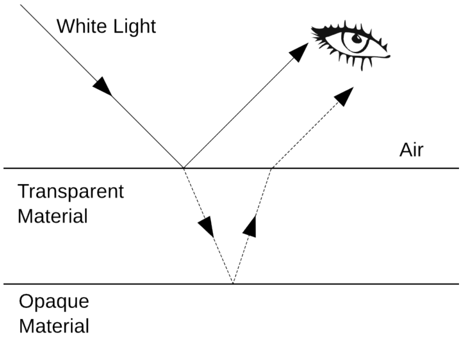


Figura 157. Interferenza di due fasci riflessi.[275]

W: Mi è venuto in mente quell'esperimento banale che consiste nell'elettrizzare un pezzo di vetro o plastica strofinandolo con un pezzo di lana, per poi attrarre pezzetti di carta. Ricordo che ci giocavamo sempre a scuola.

H: Nulla è insignificante per una mente superiore.[277] È sicuro che sia un esperimento così banale?

W: Beh, sì. Strofinando, uno dei due materiali strappa elettroni all'altro e quindi uno si carica negativamente e l'altro positivamente. Avvicinando uno dei questi materiali carichi ad un materiale neutro come la carta si ha la sua polarizzazione e quindi viene attratta. Semplice!

H: Mi descriva un po' in dettaglio quello che sta avvenendo...

W: Dunque: il corpo carico genera un campo elettrico, giusto?

H: Sì.

---

[275] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Iridescenza

[276] Oggi uno degli oggetti più iridescenti a disposizione è un compact disc. In questo caso l'iridescenza è data dalla diffrazione a causa dei "buchetti" che codificano la musica, che hanno dimensioni confrontabili con la lunghezza d'onda della luce visibile.

[277] Conan Doyle, A. (1887). *Uno studio in rosso.*

W: Tutti i materiali sono formati da un ugual numero di cariche positive, nel nucleo, e di cariche negative, gli elettroni. Il "centro" delle cariche positive e negative coincide.

H: Questo non è vero! Abbiamo già visto che per le sostanze polari come l'acqua non è così!

W: Vero! Prendiamo allora solo le sostanze non polari. Sottoposte ad un campo elettrico, le cariche negative si sposteranno un po' nella direzione del campo, e quelle negative un po' nella direzione opposta. Come risultato abbiamo un dipolo elettrico, nella direzione del campo.

H: E quanto vale l'energia di un dipolo elettrico?

W: È data dal prodotto scalare del campo elettrico per il dipolo.

H: Il che vuol dire semplicemente che il dipolo si allinea con il campo elettrico, sia i dipoli indotti in questa maniera che i dipoli permanenti come quelli dell'acqua. Ma perché c'è una forza attraente su un dipolo?

W: Beh, il campo elettrico attrae la carica positiva... ma repelle quella negativa... le cariche sono uguali... Accidenti! Non so perché il campo elettrico attragga i pezzettini di carta!

H: Perché lei trascura sempre i particolari! Tutto quello che ha detto è vero, ma la carica negativa e positiva non sono del tutto simmetriche! È vero che hanno lo stesso valore, ma non sono nella stessa posizione! La carica positiva è più vicina all'origine del campo di quella negativa, visto che il dipolo si è orientato come il campo. Quindi se il campo non è omogeneo...

W: Aha! Ho capito! Il campo generato dalla mia bacchettina non è omogeneo, diminuisce come l'inverso della distanza, se usassi una carica puntiforme diminuirebbe come l'inverso della distanza al quadrato. Quindi la carica positiva è un po' di più attratta di quanto è repulsa quella negativa! Ecco perché l'effetto è così piccolo e si manifesta solo molto vicino alla sorgente! Mai trascurare un indizio, per banale che sembri.

H: Nulla è piccolo per una grande mente![278] Watson, lei ha mai giocato con una calamita?

W: Certo! Mio padre ne aveva una che usava per raccogliere, senza chinarsi, i chiodi caduti per terra. La usava anche per ripescare gli oggetti metallici

---

[278] Conan Doyle, A. (1887). *Uno studio in rosso*. Capitolo terzo, *Il mistero di Lauriston Garden*.

che cadevano nel pozzo. Peccato che le calamite non attirino anche l'oro, altrimenti si potrebbe andare in giro per i mari a recuperare i metalli preziosi.

H: Purtuttavia la calamita interagisce con l'oro!

W: Ma no! Non lo attrae! L'oro non è un metallo magnetico.

H: Infatti! Non ho detto questo. L'oro è, come tutte le sostanze, diamagnetico.

W: Ovvero?

H: Il modello più semplice da usare è quello di Langevin, che approssima il moto dell'elettrone intorno al nucleo come se fosse una piccola spira percorsa da corrente. Questa piccola spira si comporta come un magnetino. Quando la spira è immersa in un campo magnetico, c'è una forza che tende ad allineare la spira con il campo magnetico esterno.

W: E quindi si allinea?

H: No, fa come la trottola o la ruota di bicicletta: l'elettrone sta girando, ed ha quindi un certo momento angolare, di regola non diretto come il campo magnetico, anche per un motivo legato al principio di indeterminazione di Heisenberg: se si allineasse avremmo la conoscenza completa di angolo e momento angolare, il che è vietato in meccanica quantistica come è vietato conoscere contemporaneamente posizione e velocità.

W: Ma chi le ha fatte queste regole?

H: Quando dico "vietato" vuole dire che c'è una legge fisica che lo esclude, come per esempio "proibisce" ai gravi di cadere con accelerazioni diverse da g. Il principio di indeterminazione si può ottenere da altri postulati, ma alla fine bisogna accettare che a livello microscopico le leggi sono diverse da quelle del mondo che conosciamo. Il risultato per l'elettrone è simile a quello della ruota di bicicletta: il momento angolare e quindi il momento magnetico precedono intorno al campo esterno. Lo stesso accade, anche se con modalità diverse, per il momento magnetico del nucleo e degli elettroni. Per gli elettroni nei metalli, che sono liberi, sono le loro traiettorie a curvare. Ma comunque possiamo dire che il campo magnetico interagisce sia con il momento magnetico intrinseco degli elettroni e del nucleo, sia con quello "orbitale", dato dalle traiettorie degli elettroni.
Ora, nel caso di un momento magnetico permanente, come quello intrinseco degli elettroni, quello intrinseco del nucleo, e quello orbitale dato da elettroni spaiati, c'è una tendenza ad allinearsi con il campo esterno, in maniera simile alla polarizzazione per orientamento che abbiamo visto per il campo

elettrico. Questo effetto si chiama paramagnetismo, e vale per tutti i materiali che hanno degli elettroni spaiati. Infatti gli orbitali completi hanno tanti elettroni con spin "su" quanti con spin "giù", tanti che "ruotano" in un senso quanti "ruotano" nell'altro senso. Ma per esempio la molecola di ossigeno dell'aria è paramagnetica, così come il calcio, il sodio (che ha un elettrone spaiato in più) e alcuni metalli come l'alluminio. Anche il ferro è paramagnetico ad alta temperatura. Il diamagnetismo riguarda invece il momento magnetico delle "spire" costituite dagli orbitali elettronici. Cosa succede se lei fa passare un magnete in una spira?

W: Dunque... La variazione di campo magnetico induce una corrente nella spira, che tende ad opporsi alla variazione stessa!

H: Bravo! Si può vedere questo effetto con un galvanometro, che è uno strumento che misura piccole correnti. Quando lei avvicina la calamita, nella spira appare una corrente indotta. Le dinamo si basano esattamente su questo principio. Ma per il principio di conservazione dell'energia, questa corrente, che fa lavoro nel caso delle dinamo, deve essere generata facendo lavoro con il magnete, ovvero vincendo una forza di repulsione.

W: Ecco perché quando attacco la dinamo faccio molta più fatica in bici!

H: Già! Se lei avesse a disposizione una calamita molto forte,[279] potrebbe fare il seguente esperimento: prenda un pezzo di tubo di rame, che, come può facilmente verificare, non è magnetico. Lo tenga verticalmente e infili dentro una sferetta di ferro, un po' più piccola del diametro interno del tubo. Vedrà che dopo pochissimo la sfera uscirà dalla parte inferiore del tubo, seguendo l'usuale legge di caduta dei gravi. Adesso infili il suo magnete, meglio se anche lui in forma di sfera, dentro il tubo. Incredibilmente, il magnete impiegherà parecchi secondi ad uscire dalla parte inferiore del tubo. Se lei lo guarda dall'alto, lo vedrà quasi "galleggiare" in aria.

W: Ma è incredibile! E perché?

H: Perché il tubo di rame, che è un buon conduttore, si comporta come se fosse fatto da tante spire. Il magnete, cadendo, tende a far aumentare il flusso del campo magnetico in queste spire. Per reazione, si origina una corrente che genera un campo magnetico opposto che frena la caduta. La corrente si converte in calore, dato che il rame non è un conduttore perfetto, e questo

[279] Occorre un magnete al neodimio. Una maniera per procurarsene uno, ma con una forma non adatta a questo esperimento, è quella di smontare un hard disk per computer. Dentro ci sono due magneti molto forti usati per spostare le testine a seguito di una corrente che passa in un avvolgimento.

permette la caduta del magnete. Se lei avesse a disposizione un superconduttore,[280] vedrebbe che la calamita resterebbe ferma, sospesa in aria, dato che nei superconduttori la corrente non si dissipa e quindi la calamita non può cadere perché non "sa" come dissipare la sua energia potenziale!

W: Ma è bellissimo! E tutto ciò non ha delle applicazioni industriali?

H: Per ora no, ma sono sicuro che in futuro esisteranno treni magnetici che leviteranno sopra le rotaie grazie al diamagnetismo![281]

W: E le rotaie saranno d'oro?

H: No, l'oro è sì diamagnetico, ma l'effetto è veramente molto piccolo. Può verificarlo sperimentalmente. Invece dell'oro conviene usare l'acqua che pure è abbastanza diamagnetica, ma meno cara. Prenda una provetta piena d'acqua, e la sospenda in orizzontale con un filo sottile. Le lasci trovare l'equilibrio. A questo punto, avvicinando un magnete molto forte, vedrà che l'acqua tende ad allontanarsi, facendo ruotare la provetta. Come ho detto, tutti i materiali sono diamagnetici, ma l'effetto è in genere mascherato dal paramagnetismo e ancor più dal ferromagnetismo.

W: A proposito, mi ha detto come funziona il paramagnetismo ma non il ferromagnetismo. Immagino che i ferromagneti siano semplicemente dei materiali i cui atomi abbiano un momento magnetico permanente, così che si allineano tutti quanti e generano un campo esterno, no?

H: Eh, no. Questi sono i paramagneti! Prendiamo per semplicità il caso in cui i magnetini possano stare solo "su" e "giù" rispetto ad una direzione assegnata, è quello che si dice il modello di Ising. La configurazione di minima energia di questo modello è la configurazione in cui i magnetini stanno alternativamente su e giù, con campo risultante nullo.

W: E allora?

H: L'origine del ferromagnetismo è quantistica. Abbiamo già detto che per gli elettroni, come per tutti i fermioni, esiste un "divieto": non ci possono essere due elettroni nello stesso stato, ovvero: nella stessa posizione (orbitale) e con lo stesso spin. Questo "divieto" si può anche vedere come una forza repulsiva, detta "interazione di scambio": due elettroni con lo stesso spin cercano di avere una distribuzione di probabilità (o di seguire una traiettoria) in modo da avere la minima sovrapposizione tra loro. Questa interazione è

[280] Scoperto nel 1911 da Heike Kamerlingh Onnes.
[281] https://it.wikipedia.org/wiki/Treno_a_levitazione_magnetica

all'origine del fatto che gli elettroni negli atomi occupino orbitali diversi, e quindi è all'origine di tutta la chimica e dell'impenetrabilità della materia.[282] Ora, può succedere che in una molecola gli elettroni preferiscano stare su due orbitali diversi, con spin allineati, invece che sullo stesso orbitale con spin opposti, perché l'interazione di scambio permette di "vincere" il vantaggio energetico dell'accoppiamento magnetico degli spin. Questo è quello che succede nell'ossigeno che è fortemente paramagnetico. Nel ferro e nei materiali ferromagnetici questo avviene su grande scala, con tanti elettroni che pur di stare "lontani" preferiscono saltare su livelli diversi, e avere gli spin paralleli. Questo porta a grandi (a livello atomico) zone con la stessa magnetizzazione, detti domini di Weiss.[283] Normalmente questi domini sono disordinati, ma possono venire ordinati da un campo magnetico, portando ad un magnete permanente (figura 158).

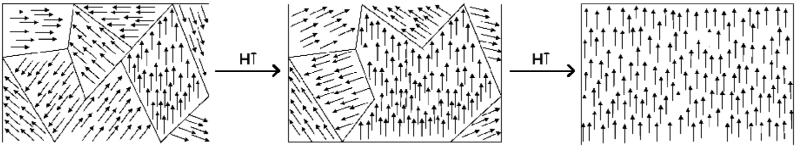


Figura 158. Orientazione e incremento delle dimensioni dei domini magnetici in conseguenza dell'applicazione di un campo magnetico esterno.[284]

[282] Nonostante la credenza popolare, le doppie frecce della macchina non convertono i fermioni in bosoni, né riducono la repulsione elettrica tra elettroni, per cui l'automobile parcheggiata in seconda fila o nel parcheggio riservato continua a rompere le scatole.
[283] La teoria di Weiss è del 1906.
[284] Immagine da https://it.wikipedia.org/wiki/Dominio_magnetico

Epilogo

Si sente bussare alla porta.

W: Chi sarà?

H: Non ci vuole una mente superiore per dedurre che si tratta di Lestrade che viene a vedere se abbiamo risolto il mistero e scoperto dove si nasconde la Fisica, così che lui potrà farsi bello con il nostro lavoro. Watson, le dispiace andare ad aprire? Mi sento un po' anchilosato dopo tutto questo tempo passato a chiacchierare su queste poltroncine.

W (aprendo la porta): È Lestrade con due poliziotti.

Entra Lestrade seguito da un poliziotto di taglia più che robusta e uno piccolino con evidenti tratti cinesi.

L: Allora, Holmes, è arrivato a qualcosa con il suo metodo?

H: Caro Lestrade, stavo proprio aspettando lei per concludere questo caso. Penso che tutto sia chiaro, vero Watson?

W: A dire la verità, non ci ho capito molto. Abbiamo concluso che la Fisica sta dietro a tutto quello che ci circonda, ma non saprei proprio dove sia in questo momento. Del resto, Lestrade ha detto che subito prima che lui entrasse, lei era qui e che non è uscita, quindi dovrebbe essere qui anche ora!

H: Lei non applica il mio principio! Quante volte le ho detto che, eliminato l'impossibile, ciò che resta, per improbabile che sia, deve essere la verità?[285] Sappiamo che non è uscita né dalla porta, né dalla finestra, né dal camino. Sappiamo anche che non poteva essersi nascosta nella stanza perché non c'è posto dove avrebbe potuto nascondersi. Allora, dov'è?[286]

W: Ci rinuncio!

H: È elementare, caro Watson.[287] Questo uomo qui davanti a noi non è l'ispettore Lestrade, ma bensì la Fisica camuffata!

Lestrade si leva la maschera, liberando una massa di capelli bruni, e si toglie l'impermeabile rivelando una splendida donna.

---

[285] Conan Doyle, A. (1890). *Il segno dei quattro*.
[286] Adattato da: Conan Doyle, A. (1887). *Uno studio in rosso*.
[287] Gillette, W. & Conan Doyle, A. (1899). *Sherlock Holmes* (dramma teatrale). Vedere anche https://it.wikipedia.org/wiki/Sherlock_Holmes#.22Elementare.2C_Watson.21.22_e_l.27immagine_popolare

L-X: È vero, Mi ha scoperto! Come ha fatto a sospettarlo?

H: Semplice deduzione. Lei ha lasciato troppe tracce! E poi, liberare subito il Professore... era chiaro che gli era legato in maniera particolare! Insomma, ho fatto lavorare la materia grigia... E poi aveva dimenticato di cambiarsi le scarpe. Si è mai visto un ispettore di polizia con il tacco 12?

Figura 159. Stanislao Moulinsky.[288]

W: Holmes, lei è semplicemente geniale!

X: Sì, ma non è finita! Con tutta la sua furbizia, anche lei ha fatto un errore, caro sapientone! Questo non è il suo assistente Watson, bensì l'ispettore Nic Carter! I baffi di Carter e di Watson sono diversi! Senza contare la statura. E poi la sua conoscenza di fisica era troppo lacunosa per non essere stata appresa a memoria! E questi due non sono poliziotti, bensì Patsy e Ten, i due assistenti di Nic Carter!

W-Nic Carter: È vero! Mi sono camuffato da Watson per sventare il più grande impostore del mondo! Da quando in qua Sherlock Holmes sa qualcosa di fisica? Ed ecco perché non ha notato che io non sono Watson! In effetti, questo non è il famoso investigatore inglese, bensì Stanislao Moulinsky, alias professor Moriarty, in uno dei suoi più riusciti travestimenti!

Holmes si toglie la maschera, rivelando il muscoloso e peloso Stanislao Moulinsky (figura 159).

Stanislao: Ebbene sì, maledetto Carter! Hai vinto anche stavolta!

Ten: Dice il saggio: tutto è bene quel che finisce bene...

Patsy: E l'ultimo chiuda la porta (figura 160)!

288 Immagine da http://www.comune.modena.it/cultura/bonvi-parken/cartella-stampa/archivio-immagini/stanislao-moulinsky/view

Figura 160. Nic Carter e i suoi assistenti.[289]

[289] Bonvi & De Maria, G. (1972). *Gulp! Fumetti in TV*. Immagine da http://gsimonetti.blogspot.it/2012_10_01_archive

Approfondimenti

- Aslamazov, L.G., Varlamov, A.A. (1996). *Fisica che meraviglia,* La Goliardica Pavese. ISBN: 978-8878302341
- Frova, A. (2001). *La fisica sotto il naso. 44 pezzi facili,* BUR. ISBN: 978-8817127202
- Frova, A. (2004) *Luce colore visione. Perché si vede ciò che si vede,* BUR (2004) ISBN: 88-17-86496-X
- Segrè, G., Cannillo, T. (Traduttore) (2005). *A qualcuno piace freddo. Temperatura, vita. materia*, Bollati Boringhieri. ISBN: 978-8833915852
- Walker, J., Doplicher, L. (Traduttore), Civalleri, L. (Traduttore) (2008). *Il luna park della fisica*, Zanichelli. ISBN: 978-8808166968.
- Frova, A. (2010). *La scienza di tutti i giorni*, BUR. ISBN: 978-8817044424
- Castellani, T. (2012). *Risolvere i problemi difficili. Sudoku, commessi viaggiatori e altre storie*, Zanichelli. ISBN: 978-8808173867
- Baldassarri, A. (2012). *Temperatura, energia, entropia,* Ediesse. ISBN: 978-8823016774
- Frova, A. (2013). *Perché accade ciò che accade*, BUR. ISBN: 978-8817107976
- Ricci, E. (2013). *La fisica in casa*, Giunti. ISBN: 978-8809788015
- Ricci, E., Ghignone, L. (Illustratore) (2013) *La fisica fuori casa. Un fantastico viaggio alla scoperta delle leggi della natura*, Giunti. ISBN: 978-8809771420
- Castellani, T. (Autore), Modugno, S. (Illustratore) (2013). *Equilibrio. Storia curiosa di un concetto fisico*, Dedalo. ISBN: 978-8822068422
- Hermans, J., Paoletti, A. (Traduttore) (2013). *La fisica di tutti i giorni*, SIF Edizioni Scientifiche. ISBN: 978-8874380824

Ringraziamenti

Devo ringraziare in primo luogo la mia amica (tranne quando brontola) e preziosa collaboratrice Giovanna. Poi i tanti colleghi che mi hanno incoraggiato o comunque sopportato in questo periodo: Tommaso, Rosa, Lapo, Duccio, Francesca, Gianluca, Giulia, Stefano, Roberto. Un grazie particolare va a Lorenzo e Ruggero, che – unici – hanno letto il libro trovando un bel po' di quegli errori che avevo inserito apposta…

Ringrazio altresì le mie donne, Silvia, Elena e Margherita, che hanno cercato in tutte le maniere di dissuadermi, ostacolarmi o comunque ignorarmi. Le sfide fortificano! Facile, eh!, scrivere *Guerra e Pace* con una moglie come quella di Tolstoj che ti ricopia il tomo a mano sette volte, tutto per risparmiare sulla carta carbone… Almeno ne avesse approfittato per tagliare via la battaglia di Borodino.

Devo però ammettere che la mia strategia in questo periodo è stata quella di dire: "non posso portare fuori la spazzatura perché sto scrivendo un libro...". Capisco che non sia molto popolare in casa. Ovviamente scherzo, eh? Domani stendo io i panni!

Ringrazio l'editore Stefano che mi ha dato tanti suggerimenti sulla formattazione del testo, oltre a rileggere attentamente il tutto più volte.

E soprattutto grazie a Sir Arthur Conan Doyle per aver creato e poi portato avanti, obtorto collo, i personaggi di Sherlock Holmes e del Dr. Watson!

Sir Arthur Conan Doyle.[290]

[290] Immagine da https://it.wikiquote.org/wiki/Arthur_Conan_Doyle

Indice analitico