

O Boletim de Conjuntura (BOCA) publica ensaios, artigos de revisão, artigos teóricos e empíricos, resenhas e vídeos relacionados às temáticas de políticas públicas.

O periódico tem como escopo a publicação de trabalhos inéditos e originais, nacionais ou internacionais que versem sobre Políticas Públicas, resultantes de pesquisas científicas e reflexões teóricas e empíricas.

Esta revista oferece acesso livre imediato ao seu conteúdo, seguindo o princípio de que disponibilizar gratuitamente o conhecimento científico ao público proporciona maior democratização mundial do conhecimento.



# **BOLETIM DE CONJUNTURA**

**BOCA**

Ano VI | Volume 17 | Nº 49 | Boa Vista | 2024

<http://www.ioles.com.br/boca>

ISSN: 2675-1488

---



## UMA ANÁLISE DO ENSINO DE CONCEITOS FUNDAMENTAIS DA MECÂNICA QUÂNTICA EM UM CURSO DE EXTENSÃO<sup>1</sup>

*Carlos Raphael Rocha<sup>2</sup>*

### Resumo

São apresentados os resultados de uma experiência em um curso de extensão sobre o ensino dos conceitos e princípios da Mecânica Quântica, em especial os de estado e de superposição linear de estados. Usamos os referenciais da aprendizagem significativa e dos campos conceituais para a elaboração de um curso introdutório sobre fundamentos de Mecânica Quântica e buscamos identificar situações-problema adequadas para a apresentação e compreensão destes conceitos. O curso possuía dezoito horas, divididas em seis encontros, e foi apresentado para um grupo heterogêneo de alunos de Licenciatura em Física (sem pré-requisitos e de diversos semestres) da Universidade do Vale do Rio dos Sinos. Os dados foram coletados por meio de questionário de conhecimentos prévios, diário de bordo, avaliação escrita e entrevistas. A metodologia e a análise foram pautadas sob os referenciais da aprendizagem significativa de Ausubel e dos campos conceituais de Vergnaud. Dentre as situações-problema utilizadas, encontramos que o experimento de dupla fenda e o experimento de Stern-Gerlach são bons exemplos de aplicação dos conceitos fundamentais da Mecânica Quântica. Destacamos ainda que os resultados indicam que uma abordagem mais conceitual da Mecânica Quântica durante a graduação pode servir de incentivo para que futuros professores lecionem tópicos de Mecânica Quântica no Ensino Médio.

**Palavras-chave:** Conceitos Fundamentais; Curso introdutório; Mecânica Quântica.

150

### Abstract

We present the results of a classroom experiment in an outreach course focused on teaching the concepts and principles of Quantum Mechanics, especially those of states and linear superposition of states. The theoretical frameworks of meaningful learning and conceptual fields were utilized to develop an introductory course on the fundamentals of Quantum Mechanics and we seek to identify suitable problem-situations for the presentation and understanding of these concepts. The course spanned eighteen hours, divided into six meetings, and was presented to a heterogeneous group of Physics Degree students (without prerequisites and from different semesters) at the University of Vale do Rio dos Sinos. Data were collected through a prior knowledge questionnaire, logbook, written assessment and interviews. The methodology and analysis were guided mainly on the references of Ausubel's significant learning and Vergnaud's conceptual fields. Among the problem-situations utilized, we found that the double-slit experiment and the Stern-Gerlach experiment are good examples of applying the fundamental concepts of Quantum Mechanics. Furthermore, the results indicate that a more conceptual approach to Quantum Mechanics during undergraduate studies can motivate future teachers to teach Quantum Mechanics topics in high school.

**Keywords:** Fundamental Concepts; Introductory Course; Quantum Mechanics.

<sup>1</sup> O presente estudo contou com financiamento da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC).

<sup>2</sup> Professor da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC). Doutor em Ensino de Física pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). E-mail: [carlos.rocha@udesc.br](mailto:carlos.rocha@udesc.br)



## INTRODUÇÃO

Apresentamos, neste artigo, uma análise pautada em problemas percebidos sobre o ensino de Física Moderna e Contemporânea (FMC) nos últimos anos, por mais que esforços tenham sido realizados para motivar professores a inserir tais tópicos no Ensino Médio (EM). No entanto, muitos dos professores em exercício e dos recém-formados em cursos de licenciatura no Brasil infelizmente não possuem conhecimentos e nem segurança para tratar dos tópicos mais fundamentais da teoria ou conduzem apenas um ensino voltado para a testagem (MOREIRA, 2021) ou porque a carga horária semanal não permite sua devida abordagem (SANTOS, 2020). A situação chega a ser alarmante se considerarmos que, já há algum tempo, países avançados introduzem conteúdos de Mecânica Quântica (MQ) em seu ensino secundário (SOLBES; SINARCAS, 2010). No Brasil, mesmo em disciplinas ligadas à área da física em cursos de formação superior, pouca ênfase é dada no conteúdo de FMC, como apontado por Souza *et al.* (2018). Por esse motivo, propomos aqui um curso de extensão para a formação de professores de física visando preencher essa lacuna na formação.

Há consenso entre os pesquisadores da área sobre a necessidade de inserção de temas de FMC no EM (SILVA; ALMEIDA, 2011), mas as propostas sobre como abordar os cursos introdutórios de MQ carecem de uma mesma convergência possível de ser encontrada em outros campos da Física (TORREGROSA *et al.*, 2016). Diversas são as abordagens que sugerem a inserção da MQ no ensino superior e alguns exemplos podem ser encontrados em Ostermann e Ricci (2005), Nogueira *et al.* (2016) e Souza *et al.* (2021). O estudo de conceitos fundamentais da MQ não recebe tanta atenção, mas podemos citar encontrar alguns materiais de referência como Montagnani (MONTAGNANI *et al.*, 2023).

Dentre as diversas áreas da FMC, a MQ recebeu alguma atenção nos últimos anos, mas ainda não tem sido satisfatoriamente explorada por professores em suas aulas. Algumas das principais dificuldades enfrentadas pelos professores de EM para o ensino de MQ são apresentadas por Fanaro, Arlego e Otero (2007): o desconhecimento de conceitos quânticos, a complexidade matemática natural da teoria, a pequena importância dada a tais tópicos na formação do professor e as propostas dos livros-texto. Segundo os autores, estas razões levam os professores de física a ignorar a necessidade de promover a atualização curricular e a resistir ao ensino de MQ nas escolas de EM. A necessidade de se abordar a FMC, em particular a MQ, no EM nos leva a promover ações no ensino superior que visem sua devida compreensão pelos futuros professores e, com isso, incentivá-los a abordar esta teoria já nos níveis mais elementares de ensino.



Com esta situação, visamos analisar neste trabalho como se dá a compreensão de conceitos fundamentais da MQ em estudantes de licenciatura em física. Consideramos, para a MQ, que o conceito de estado e o de superposição linear são basilares e sua devida compreensão em situações-problema proporciona o domínio do campo conceitual em questão e, além disso, pode acarretar em aprendizagem significativa.

Na próxima seção apresentamos os referenciais teóricos da aprendizagem significativa de David Ausubel e dos campos conceituais de Gérard Vergnaud que embasam nosso curso e a análise de dados. A metodologia de pesquisa é apresentada na seção seguinte e, logo após, a análise e discussão dos resultados. Ao final trazemos as conclusões e possíveis implicações para pesquisas futuras.

## REFERENCIAL TEÓRICO

Partimos do pressuposto de que a teoria da aprendizagem significativa e a dos campos conceituais são capazes de fornecer subsídios para uma metodologia de ensino que averigue o aprendizado de conceitos básicos de MQ por meio de situações-problema por parte dos alunos. É por isso então que a metodologia de pesquisa de nossa proposta está fundamentada em aspectos tanto da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel como da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, seja para a elaboração do curso ou para a coleta e a análise de dados.

A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel (1968, 2000) afirma que, se fosse possível isolar uma única variável como a mais relevante no processo de aprendizagem, esta seria o conhecimento prévio. É fundamental, então, que o aprendizado do aluno seja delineado por aquilo que ele já sabe, ou seja, pela sua estrutura cognitiva.

O conhecimento existente na estrutura cognitiva do aprendiz, em condições de ser usado para atribuir significados a novos conhecimentos, em um processo interativo, é chamado por Ausubel (2000) de conceito subsunçor, ou simplesmente subsunçor. Sem a existência de subsunçores adequados, não há condições para a ocorrência de aprendizagem significativa. Para que ocorra a aquisição e a negociação de significados, duas importantes condições iniciais são consideradas essenciais: (a) o material apresentado ao aprendiz deve ser potencialmente significativo, isto é, deve poder se relacionar com uma parte adequada de sua estrutura cognitiva de forma não-arbitrária e não-literal; (b) a estrutura cognitiva do aprendiz deve conter ideias relevantes (subsunçores) com as quais o novo material pode se relacionar. Essas condições, ademais, não podem ser confundidas com as interpretações simplistas de pré-requisitos e motivação (MOREIRA, 2021).



Nas situações em que não existem subsunçores adequados para a compreensão da nova informação, Ausubel (2000) sugere a utilização de organizadores prévios em substituição a tais subsunçores, para somente depois se apresentar a nova informação ao aluno. Um organizador prévio é um recurso pedagógico que deve servir de ponte entre aquilo que o aluno já sabe e aquilo que deveria saber para que possa aprender de forma significativa, além de serem apresentados em um nível de abstração, generalidade e inclusividade mais alto que o novo material a ser aprendido. Utilizamos aqui a ideia de pseudo-organizador prévio: enquanto organizadores prévios se destinam a facilitar a aprendizagem de um tópico específico, os pseudo-organizadores prévios se destinam a facilitar a aprendizagem de uma unidade (vários tópicos) (SOUZA *et al.*, 1981). Para o caso da MQ, nosso caso em particular, é interessante que os alunos tenham conhecimentos sobre vetores, ondas e superposição de ondas e de vetores que podem ser facilmente conduzidos à generalização dos espaços vetoriais e, por isso, dedicamos uma parte inicial para discussão desses conceitos no começo do curso apresentado.

A teoria de Vergnaud é uma teoria cognitivista que trata do desenvolvimento cognitivo de um indivíduo na medida em que ele atribui significado aos conceitos, em níveis crescentes de complexidade. Um conceito, contudo, não pode ser reduzido à sua definição, principalmente se o interesse é no seu ensino e na sua aprendizagem (VERGNAUD, 1993). Devemos, então, utilizar um bom número de situações nas quais os principais conceitos de uma teoria são aplicados para que os alunos possam compreendê-los. No caso da MQ, dentre muitos outros, os experimentos de dupla fenda, de polarização da luz e de Stern-Gerlach são, por exemplo, situações utilizadas para auxiliar o aluno a compreender conceitos inerentes a estados de objetos quânticos, como o de incompatibilidade de alguns observáveis. É por meio das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire significado (VERGNAUD, 1990.).

Segundo Vergnaud (1982), o conhecimento está organizado em campos conceituais que o aprendiz domina ao longo de um expressivo intervalo de tempo, através da maturidade, experiência e aprendizagem. Não será em apenas algumas aulas que um aluno conseguirá captar todo o conhecimento presente em determinado conteúdo. Dependendo do tema, um indivíduo pode levar anos para dominar um campo conceitual. Um campo conceitual pode ser visto como um conjunto de muitas situações que requerem, por sua vez, o domínio de vários conceitos, procedimentos e representações de naturezas distintas (MOREIRA, 2002). O ensino dos campos conceituais não pode ser visto como o ensino de um sistema de conceitos nem como conceitos isolados.

Considerar a MQ não-relativística como um campo conceitual é dar a ela sua devida importância. Na estruturação deste campo conceitual aparecem ramificações que podem, de fato, transcender a teoria-base. É o caso, por exemplo, da chamada segunda quantização, em que é



abandonada a restrição não-relativística e a consequente imposição da conservação do número de partículas envolvidas nos processos. Por exemplo, a Eletrodinâmica Quântica, que descreve interações entre partículas carregadas, com a mediação de fótons e a Cromodinâmica Quântica, em que são estudadas as interações fortes, são teorias desenvolvidas após a compreensão da estrutura da MQ.

## METODOLOGIA

Após resultado positivo da análise da viabilidade de uma proposta pedagógica para o ensino de conceitos fundamentais da MQ apresentada em três minicursos (ROCHA; HERSCOVITZ; MOREIRA, 2010), o curso foi ampliado de modo a contemplar novos tópicos e outras situações-problema a serem trabalhados na formação inicial de professores. A ampliação deste curso está de acordo com o referencial dos campos conceituais, pois o conhecimento não poderá ser devidamente compreendido pelos alunos em apenas algumas aulas, conforme indicado na seção anterior. Este curso ampliado faz parte do trabalho de dissertação de mestrado do autor deste artigo e teve duas aplicações. Aqui se analisa apenas a primeira aplicação apresentada como uma atividade de extensão na Universidade do Vale do Rio dos Sinos, em São Leopoldo, RS, em seis encontros presenciais aos sábados pela manhã. A carga horária do curso foi de 18 horas. Consideramos a turma heterogênea porque era constituída tanto de alunos do início do curso de Licenciatura em Física como de alunos prestes a concluí-lo, não havendo qualquer pré-requisito para sua inscrição no curso. Matricularam-se 22 alunos da universidade, mas somente 15 compareceram à primeira aula e, devido a desistências, apenas 11 realizaram a última avaliação. Destes, 10 estudantes tiveram seus dados analisados no presente estudo por terem participado de todas as etapas de coleta de dados.

Os alunos acompanharam as atividades por um material de apoio que foi desenvolvido e utilizado em todas as aulas e, ainda, visando a não-necessidade de pré-requisitos de MQ, por alunos universitários, para frequentar o curso. O material inicia com uma discussão geral sobre experimentos de dupla fenda para ondas e partículas clássicas e para elétrons (partículas quânticas), a fim de motivar os estudantes para o aprendizado dos conceitos de MQ e servindo como um pseudo-organizador prévio do conteúdo subsequente. Em sequência, são apresentados alguns tópicos que servem como “âncoras” para o aprendizado de conceitos relativos a sistemas quânticos, tais como exemplos de superposições de ondas e de superposições de vetores, com vistas à generalização a conceitos de espaços lineares. Os espaços lineares podem ser considerados como organizadores prévios para parte do conteúdo a seguir e proporcionam que o material seja potencialmente significativo.



Os conteúdos abordados no material de apoio foram: superposição linear (experimentos de dupla fenda, superposição de ondas, superposição de vetores do plano real, espaços lineares, estados quânticos e observáveis); postulados da mecânica quântica (superposição linear de estados, spin e experimento de Stern-Gerlach, medições e operadores, estados de um sistema quântico e observáveis, probabilidades de ocorrência de valores nas medidas); emaranhamento quântico; criptografia quântica (o protocolo BB84; outros protocolos de criptografia quântica, a utilização da criptografia quântica). A escolha dos tópicos se deu porque a maioria dos cursos ministrados tanto para futuros professores como para os futuros cientistas não discute seus aspectos essenciais (GRECA, 2000) e visou-se, assim, fornecer momentos para que pudessem então ser trabalhados, mesmo que de forma não muito aprofundada. Além disso, as situações-problema selecionadas para o curso são majoritariamente descritas como sistemas binários e, por isso, não necessitam de uma matemática avançada para sua explicação, além de sua simples configuração ser suficiente para demonstrar conceitos fundamentais (TÓTH; TÉL, 2023). É papel de mediação do professor, segundo a teoria dos campos conceituais, prover situações-problema frutíferas para a compreensão de conceitos, segundo o referencial dos campos conceituais (VERGNAUD, 1998).

O intuito da aplicação deste curso foi, conforme o referencial teórico, averiguar como (e quais) situações-problema podem ajudar no aprendizado significativo dos conceitos de superposição linear de estados e de estado quântico e se a utilização de temas atuais de grande repercussão como, por exemplo, o Emaranhamento Quântico e a Criptografia Quântica, pode ajudar no aprendizado da MQ. Para tentar responder estas questões, os seguintes registros foram recolhidos durante a apresentação do curso: questionário para análise de conhecimentos prévios (aplicado em três momentos distintos), eventos de sala de aula anotados em um diário de bordo, uma lista de exercícios, avaliação final escrita, individual e sem consulta, gravação de entrevistas com opiniões sobre o curso.

O questionário de avaliação de conhecimentos prévios (Anexo I) visava verificar o conhecimento inicial (eventuais subsunções) dos estudantes do curso acerca de alguns dos principais conceitos da MQ: a comprovação do comportamento ondulatório da luz pelo experimento de dupla fenda com ondas eletromagnéticas, o colapso da função de onda, os resultados do experimento de dupla fenda com elétrons, o conceito de probabilidade e da noção de spin, a superposição de estados e os valores de medidas e a equação de Schrödinger (dependente e independente do tempo). Optou-se por parcelar o questionário em três instâncias para não tornar o questionário longo e cansativo. Além disto, teve-se o cuidado de introduzir as questões ao longo das aulas sobre os assuntos correspondentes, o que poderia significar um reforço na atenção para um novo aprendizado.

Durante a última aula do curso foram realizadas a avaliação da aprendizagem dos alunos (ver quadro 1) e a entrevista individual para levantar a opinião dos mesmos sobre o curso. Ao todo, onze



alunos realizaram as atividades deste dia. A avaliação realizada no último dia do curso foi um dos meios utilizados para a análise da compreensão que os alunos obtiveram acerca dos tópicos apresentados. Esta avaliação também serviu para verificar se as situações-problema utilizadas no curso foram eficazes na aprendizagem dos primeiros princípios da MQ. A avaliação continha seis questões envolvendo conceitos e princípios trabalhados no decorrer do curso, aplicados às situações-problema apresentadas. Onze alunos participaram da avaliação, mas, para fins do projeto, o desempenho de um deles não foi considerado por não ter participado de todas as atividades do curso.

Por questões metodológicas, apresentam-se somente as respostas aos questionários dos alunos que realizaram a avaliação final do curso e que estão sendo caracterizados por um número (Aluno 1, Aluno 2, etc.). As respostas não apresentadas indicam que o aluno não respondeu à questão, que a resposta é igual a de outro aluno ou que a resposta foi considerada sem ligação com os objetivos da questão. A mesma nomenclatura foi usada para transcrever trechos das entrevistas com os alunos.

## ANÁLISE DOS DADOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

### Questionário de avaliação de concepções prévias

O conteúdo abordado no curso, em geral, não é abordado em cursos de MQ na graduação e, por isso, não houve a necessidade de se considerar a influência do conhecimento prévio de estudantes de semestres mais avançados em relação aos que estavam no início da graduação. A única preocupação foi o levantamento das concepções prévias de conceitos relacionados com a MQ e que podem ser úteis para compreensão dos fenômenos abordados no decorrer do curso. Isso porque partimos do pressuposto de que a lógica científica subjacente à Física Clássica deve ser rompida e abandonada, como indicado por Paulo e Moreira (2004) ao se tratar do ensino de MQ. A diversidade das respostas dos alunos ao questionário inicial (Quadro 1) ratifica a informação anterior de que o público do curso era bastante heterogêneo. As perguntas eram sempre realizadas no início da aula que seriam apresentados os conceitos aos alunos.





## Quadro 1 – Perguntas do questionário de avaliação de concepções prévias

Parte	Perguntas
1	1) O que você entende por: a) objeto quântico; b) estado de um sistema quântico; c) observável físico; d) compatibilidade de observáveis 2) O que vem a ser e o que revela o experimento de Young de dupla fenda com ondas eletromagnéticas? 3) Você já ouviu falar em colapso da função de onda (também conhecido como filtragem do pacote de ondas)? Você pode explicar o significado desta expressão? 4) Você conhece o experimento de dupla fenda com elétrons? Pode comentar seus resultados?
2	1) Explique com suas palavras o que vem a ser: a) probabilidade; b) spin 2) Para um sistema quântico com dois estados distintos possíveis de energia $E_1$ e $E_2$ : a) é possível encontrar o sistema em um estado que é uma soma dos referidos estados de energia? b) é possível obter-se em uma medida de energia o valor $(E_1+E_2)/2$ ?
3	1) Você diria que os estados dos objetos quânticos podem variar com o tempo? 2) Para que serve a equação de Schrödinger dependente do tempo? Para que serve a equação de Schrödinger independente do tempo? Qual a relação entre elas? 3) Conhecendo o estado de um sistema quântico em um determinado instante, é possível conhecer seu estado em um instante posterior?

Fonte: Elaboração própria.

A primeira pergunta da primeira parte visava verificar se os alunos do curso possuíam algum conhecimento prévio acerca de alguns dos principais conceitos da MQ. Os conceitos típicos da Física não podem ser considerados como subsunçores para a aprendizagem da MQ porque não são considerados como conhecimentos prévios *relevantes*. As respostas sugerem que os alunos selecionados não possuíam, à época, conhecimentos adequados de tais conceitos, apesar de alguns já terem cursado disciplinas de MQ. Muitas das respostas incluem termos de Física Clássica e vários alunos deixaram alguns dos itens sem resposta, o que sugere desconhecimento do assunto. Pelas respostas constantes do Quadro 2, depreende-se, entre outros, que o conceito de estado do sistema quântico não é familiar aos alunos do curso. Ao se adotar uma postura como a sugerida por Iramaia e Paulo (2004), consideramos que os conceitos de Física Clássica apresentados pelos estudantes não deverá ser um obstáculo pedagógico para os conceitos a serem estudados na sequência do curso.

## Quadro 2 – Respostas dos alunos à primeira questão da primeira parte do questionário inicial

Aluno	Respostas
1	a) É o objeto que não pode ser mensurado pela Física Clássica. b) É a simultaneidade de eventos. c) A Física Clássica consegue medir.
2	a) Entendo que é algo formado por um sistema complexo. b) É como ele se apresenta. c) Fenômeno físico que pode ser verificado. d) Quando há semelhança.
3	a) Entendo que seja um objeto muito pequeno, tal como as partículas subatômicas. b) Entendo que seja uma probabilidade.
4	a) Algo muito pequeno, que não se pode determinar visualmente. b) Como os objetos quânticos estão agrupados. c) Que sempre estão relacionando os acontecimentos atuais com a Física.
5	a) Objeto de dimensões mínimas, quase invisível e imperceptível a “olho nu”. Sem recursos, como instrumentos físicos, é impossível visualizá-los. b) Estado em que partículas, moléculas, átomos se encontram. c) Instrumentos utilizados para enxergar objetos quânticos. d) Quando encontro resultados semelhantes através de análises em laboratório.
6	a) Algo que pode quantizar energia.
7	a) Como não cursei as disciplinas de Quântica, acho que é a capacidade de medir as ondas de um corpo. b) São os experimentos através dos feixes de luz, por dupla fenda. d) Quase nada, ou seja, pouca coisa.
9	a) Objetos observados no mundo quântico, como fótons, elétrons, átomos... c) Objetos macroscópicos, estudados pela Física Clássica. d) Aplicação de fundamentos quânticos para objetos quânticos e fundamentos de objetos macroscópicos para objetos macroscópicos.
10	a) Estudo dos fótons e de partículas, da Mecânica das partículas. b) Estudo do estado de Schrödinger, probabilidade de encontrar as partículas, bem como os níveis de energia. c) Efeito fotoelétrico é um exemplo. Os raios espectrais.

Fonte: Elaboração própria.



Com a segunda questão, visava-se verificar o conhecimento dos alunos acerca da comprovação do caráter ondulatório das ondas eletromagnéticas pelo experimento de dupla fenda com luz. As respostas dos alunos constam da Quadro 3. Com exceção dos Alunos 3 e 9, os demais não parecem entender efetivamente o papel do experimento de Young com ondas eletromagnéticas. A resposta do Aluno 3 sugere que este aprendeu significativamente os conceitos relativos a Ótica Física e compreendeu o papel do experimento de Young na investigação da natureza ondulatória da luz. A resposta do Aluno 9 parece mostrar também certa compreensão acerca de tópicos da Ótica Física e, inclusive, de tópicos de MQ (dualidade onda-partícula). Nesta pergunta, alguns alunos indicaram possuir conhecimentos de partículas quânticas que podem ser úteis na sequência do curso e aí sim se constituir em subsunçores para a aprendizagem da MQ.

**Quadro 3 – Respostas dos alunos à segunda questão da primeira parte do questionário inicial**

Aluno	Respostas
1	Que pela fenda dupla o padrão de onda muda completamente da onda que a produziu.
3	É um experimento que visa determinar a natureza da luz. Ele revela que a luz se propaga como onda.
5	São instrumentos que funcionariam como “paredes”, que se fecham aos poucos, as ondas eletromagnéticas vão passando pela “abertura” que as duas paredes formam.
6	O experimento de Young apresenta a separação entre linhas claras e escuras de uma onda eletromagnética.
7	É um experimento em que podemos visualizar uma ponte dos fenômenos quânticos.
9	Luz é apontada a um anteparo e antes do anteparo a luz atravessa duas fendas de largura da ordem do comprimento de luz. Revela padrões de interferência e a dualidade onda-partícula.
10	Verifica-se a característica corpuscular da luz. A possibilidade de ultrapassar um obstáculo que a ondulatória impõe.

Fonte: Elaboração própria.

Nenhum dos alunos soube responder a terceira questão proposta, o que indica desconhecimento da expressão “colapso da função de onda”. Somente o Aluno 1 respondeu à questão, embora equivocadamente, e sua resposta foi a seguinte: “Sim, quando se quer medir uma partícula, ela se comporta como onda e quando se quer medir uma onda, a onda se comporta como partícula. (Quando medimos interferimos no sistema)”.

As respostas à última questão da primeira parte do questionário sugerem que os alunos não conhecem os resultados do experimento de dupla fenda com elétrons. De fato, a maioria dos alunos afirmou desconhecer tal experimento e seus resultados e outros forneceram respostas vagas e pouco conclusivas (Quadro 4).

**Quadro 4 – Respostas dos alunos à quarta questão da primeira parte do questionário inicial**

Aluno	Respostas
3	Sim. O resultado é comparável ao que acontece com a luz.
5	São utilizadas duas “lâminas” que funcionam como “paredes”, estas vão se fechando e os elétrons passando pela fenda das paredes. Obs.: vi este processo em um simulador (programa encontrado na internet).
6	Lembro apenas da configuração do experimento, mas não me recordo dos objetivos ou resultados do mesmo. Observação do comportamento da luz.

Fonte: Elaboração própria.



A primeira pergunta da segunda parte do questionário buscava inferir o conhecimento dos alunos acerca do conceito de probabilidade e da noção de spin. A análise das respostas sugere que os alunos possuem uma boa noção intuitiva do conceito de probabilidade. O conceito de spin também aparenta ter algum conhecimento entre os alunos, porém alguns relacionam este conceito mais com a química do que com a física. As respostas podem ser encontradas na Quadro 5. Dentre os respondentes, destacamos o Aluno 10, que respondeu razoavelmente esta questão, contudo não deixou claro se entendeu que era momento intrínseco.

**Quadro 5 - Respostas dos alunos à primeira questão da segunda parte do questionário inicial**

Aluno	Respostas
1	b) São as flecinhas que o professor mostrou em Química (mas eu acho que é rotação ou translação dos elétrons).
2	a) É a possibilidade de um evento ocorrer. b) Relaciona-se à rotação do elétron.
3	a) São as chances que temos de prever corretamente algo que ainda está para acontecer. b) É o momento angular do elétron em torno do núcleo atômico.
4	a) É a quantidade de algo que pode acontecer. b) É a rotação do elétron.
6	a) Possibilidade de ocorrer determinado evento em um tempo e/ou local. b) Momento angular – sentido que o elétron pode ter.
7	a) Probabilidade de um modo geral é a quantidade de certeza em relação a uma certa pesquisa, por exemplo, a probabilidade é de 1 para 5. b) Refere-se às camadas eletrônicas de um átomo.
9	a) A chance percentual de algo ser ou não ser, de estar ou não estar. b) Órbita onde se encontra o elétron.
10	b) É o momento angular associado a uma partícula quântica.

Fonte: Elaboração própria.

A segunda questão da segunda parte pretendia verificar conhecimentos prévios acerca da superposição de estados e dos valores de medida e foi respondida de forma bastante sucinta pelos alunos. A ausência de justificativas pode indicar falta de segurança dos alunos em suas respostas ou que responderam às perguntas de forma “burocrática”. Apesar de justificarem suas respostas, o Aluno 7 e o Aluno 10 aparentam ter falta de conhecimento do tema abordado nesta questão. As respostas de alguns dos alunos para a segunda questão constam da Quadro 6.

**Quadro 6 - Respostas dos alunos à segunda questão da segunda parte do questionário inicial**

Aluno	Respostas
1	a) Sim b) Sim.
2	a) Acho que não b) Acho que sim.
3	a) Sim b) Sim.
4	a) Sim b) Não.
6	a) Possivelmente.
7	a) Acredito que sim, pois os dois podem estar relacionados entre si. b) Podemos obter.
8	a) Não. b) Sim, quando $E_1$ e $E_2$ têm cargas iguais. Porém, nesse exemplo, $E_1$ e $E_2$ são dois estados distintos, não podendo gerar o valor $(E_1+E_2)/2$ .
9	a) Sim. b) Não.
10	a) Sim. $ \Psi\rangle =  \Psi_1\rangle +  \Psi_2\rangle$ . b) Não é possível fazer a média aritmética das energias.

Fonte: Elaboração própria.



A primeira pergunta da terceira parte do questionário visa verificar conhecimentos dos alunos sobre a evolução temporal dos estados quânticos. Devido à falta de justificativas, as respostas dos alunos parecem indicar que eles não possuem segurança ao tratar da evolução temporal dos estados quânticos. O Aluno 5 e o Aluno 6 manifestam não possuir certeza sobre o tema em questão, enquanto o Aluno 3 declara estar seguro, mesmo sem justificar sua opção. Analisando a resposta do Aluno 7, vê-se que ele demonstra não possuir conhecimentos sobre a evolução temporal dos estados quânticos. Excetuando-se este aluno, todos os demais responderam afirmativamente. As respostas dos alunos a esta questão constam da Quadro 7.

## Quadro 7 – Respostas dos alunos à primeira questão da terceira parte do questionário inicial

Aluno	Respostas
1	É relativo, mas vendo do meu mundo sim.
2	Sim.
3	Com certeza.
4	Sim.
5	Acredito que sim, havendo uma mudança de estados, ou melhor, por exemplo, a superposição de estados, que resulta uma mudança de estado.
6	Acredito que sim.
7	Acho que seria quase impossível.
8	Sim, pois ocorrem mudanças devido à intensa vibração.
9	Sim.
10	Sim, se forem dependentes do tempo.

Fonte: Elaboração própria.

Quanto à segunda questão da terceira parte, somente o Aluno 10 não respondeu. A questão buscava averiguar conhecimentos prévios sobre a equação de Schrödinger (dependente e independente do tempo). Viu-se que os alunos não demonstram conhecimento sobre o papel da equação de Schrödinger na evolução temporal dos estados quânticos. O Aluno 7, apesar de muito conciso, foi o que chegou mais perto de uma resposta razoável a esta questão. As respostas dos alunos se encontram na Quadro 8.

## Quadro 8 – Respostas dos alunos à segunda questão da terceira parte do questionário inicial

Aluno	Respostas
1	Ela determina a probabilidade de acontecer um dado evento com base na função de onda.
3	A primeira trata da parte espacial e a segunda da parte temporal de uma partícula em movimento. Unindo essas duas equações conseguimos determinar o estado de uma partícula. Portanto, elas são complementares.
4	Calcular a ddp de um sistema, em um determinado intervalo de tempo. Calcular a energia de um sistema, sem a variável tempo.
5	A equação dependente do tempo serve para detectarmos o estado em que um "corpo" se encontra, em determinado período, o que acontece com esse "corpo", se muda de estado ou não. A equação independente do tempo, do mesmo modo que a equação dependente, pretende determinar o estado de um "corpo", mas o estado permanente desse "corpo".
7	Para calcular a energia e conhecer o estado de um sistema quântico.
9	Fornecer informações sobre o objeto quântico em três dimensões. Fornece informações sobre o objeto quântico que se move linearmente ao longo de um eixo. Uma é para duas dimensões e a outra e para três ou mais.

Fonte: Elaboração própria.

A terceira questão da terceira parte tinha o intuito de verificar se os alunos mesclariam o postulado da evolução temporal com o do colapso do vetor de estado. Verificou-se que, de fato, isto ocorre, exceção talvez para o Aluno 7, embora não tenha especificado referir-se à equação de Schrödinger dependente do tempo. A Quadro 9 apresenta as respostas dos alunos a esta questão.



## Quadro 9 – Respostas dos alunos à terceira questão da terceira parte do questionário inicial

Aluno	Respostas
1	Sim, apenas se for medido novamente.
2	Sim.
4	Sim, se este instante for próximo.
5	Provavelmente teremos mais de uma alternativa para caracterizarmos o estado desse corpo, mas só teremos certeza quando visualizarmos a “situação final do corpo ou em qual estado ele se encontra em determinado instante.
6	Acredito que não.
7	Sim, através da equação de Schrödinger.
8	Não é possível conhecer o estado de um sistema quântico posterior a medida, pois ele volta a ter as mesmas probabilidades em relação aos anteriores da medida.
9	Sim, mas para isso é preciso fazer uma nova medição. Sem fazer uma nova medição, não.

Fonte: Elaboração própria.

Embora alguns dos alunos tenham cursado disciplinas que abordam conteúdos de MQ, vê-se que, de um modo geral, eles não estão seguros a respeito ou não possuem conhecimentos prévios relevantes (subsunçores) sobre os tópicos de MQ a serem desenvolvidos no curso. Como vários conceitos de Física Clássica não são adequados para o aprendizado de MQ, temos que a ausência deste tipo de conhecimento prévio pode ser considerada como desejável. Os subsunçores, neste caso, podem ser construídos em um processo de formação de conceitos por meio da utilização de organizadores prévios (ou pseudo-organizador prévio). Podemos considerar que a superposição de vetores no plano e a de ondas podem ser subsunçores para a aprendizagem significativa do conceito de superposição linear de estados, visto que o ferramental matemático é o mesmo para todas essas situações.

## Relatos de sala de aula

O minicurso foi iniciado abordando-se a questão dos estados emaranhados de fótons separados espacialmente por 144 km (URSIN *et al.*, 2007) e, pela reação dos alunos, pareceu que a “estranheza” deste evento provocou a condição de pré-disposição para o aprendizado do assunto, conforme previsto para a ocorrência da aprendizagem significativa.

Durante a discussão do experimento de dupla fenda com partículas quânticas (elétrons, neste caso), constatou-se que os alunos responderam corretamente sobre o que deveria ser visualizado no segundo anteparo do experimento, mas não sabiam explicar adequadamente o porquê do ocorrido. Alguns se detinham a comentar que havia uma onda associada ao movimento do elétron. No entanto, utilizando-se de sofismas, podia-se fazer com que alguns alunos mudassem rapidamente de opinião e passassem a achar que o padrão deveria ser o mesmo observado para partículas clássicas. Isso revela que os alunos ainda não tinham confiança em suas respostas e nem conhecimentos de MQ devidamente diferenciados e estáveis em sua estrutura cognitiva, o que consideramos desejável neste primeiro momento.



Para o caso deste mesmo experimento com um elétron sendo emitido e detectado por vez, facilmente se conduziu os alunos a perceberem que o padrão não seria o mesmo das partículas clássicas. Muitos ficaram espantados com a ocorrência do padrão de interferência mesmo com um único elétron sendo lançado de cada vez, revelando desconhecimento de vários fenômenos quânticos e de conceitos basilares da Mecânica Quântica.

Com relação à ligação entre a superposição de ondas e o experimento de dupla fenda, os alunos conseguiram fazer uma conexão aceitável propondo a simples ideia de que em ambos há superposição. Quanto aos vetores do plano e às ondas, eles mostraram fazer facilmente a ligação entre a superposição de uns e outras. Destaca-se, novamente, que se considera, neste trabalho, a superposição linear e o estado de sistema físico como conceitos fundamentais e como subsunçores para a compreensão da MQ e, portanto, acreditamos que houve a criação destes subsunçores na estrutura cognitiva dos alunos, mesmo que em um estágio inicial neste momento.

Ao se solicitar que descrevessem o estado de um objeto clássico, muitos começaram respondendo com termos comuns ao conceito de estado de agregação da matéria (sólido, líquido e gasoso). Percebeu-se que este é um dos problemas ao iniciar o estudo do conceito de estado de um sistema quântico: alguns conceitos clássicos estão muito enraizados na estrutura cognitiva e não propiciam outros enfoques no trato dos conceitos quânticos, podendo funcionar como obstáculos pedagógicos à aprendizagem significativa.

Algumas dúvidas levantadas pelos alunos têm grande relação com as perguntas feitas no questionário aplicado no início desta aula. Como o questionário versava sobre os conceitos de probabilidade, spin, decomposição espectral e possíveis valores de medida de um estado de sistema físico, acreditamos que o questionário possa ter criado a condição de pré-disposição para a aprendizagem dos conceitos apresentados nesta aula. Esta pré-disposição é importante e desejável em um processo educacional que visa a aprendizagem significativa.

Ao se fazer, ainda nesta aula, uma recapitulação dos três primeiros postulados, notou-se que os alunos não conseguiam ver a ligação entre eles. Isso pode ser um indício de que, até este momento, os alunos não compreenderem bem o que foi apresentado e que essa aprendizagem caminha no sentido de uma aprendizagem mecânica. Contudo, é possível fazer a transição desta aprendizagem mecânica para uma aprendizagem significativa, dado que elas não são dicotômicas e se encontram em um continuum (AUSUBEL *et al.*, 1980). Houve também queixas sobre a “grande” quantidade de postulados que lhes estava sendo apresentada, o que nos leva a crer que os alunos possuem uma tendência a decorar os postulados de forma mecânica e não os compreender de modo significativo.



Outro problema que apareceu nesta aula foi a dificuldade dos alunos em escrever estados normalizados (a 1). Quando se pediu para que construíssem (matematicamente) estados de um elétron com componentes não nulas de projeção de spin em uma dada direção,  $|+\hbar/2\rangle$  e  $|-\hbar/2\rangle$ , apareceram muitos estados criados sem preocupação com as condições de normalização. A falta do uso das representações adequadas também fornece indícios de uma não apropriação completa dos conceitos. Segundo a Teoria dos Campos Conceituais, as representações são parte integrante dos conceitos e seu domínio é imprescindível para a devida compreensão do conceito e, conseqüente, do campo conceitual.

No caso da criptografia quântica, assunto da quarta aula, viu-se que os alunos dificilmente relacionam o computador quântico com o desvendamento de chaves criptográficas. Assim, sugerimos que a computação quântica deva ser apresentada junto à criptografia quântica para que constitua uma abordagem com maior potencial de significatividade para o aprendizado dos primeiros conceitos da MQ.

Na quinta aula foi feita a apresentação da evolução temporal dos estados quânticos. Um fato frustrante ocorrido nesta aula, embora compreensível, foi o de que um aluno que cursava o primeiro semestre do curso de física relatou, ao final da aula, que não entendeu absolutamente “nada” do assunto. Por ser um aluno do primeiro semestre e não possuir conhecimentos matemáticos adequados para dominar este assunto, sua aflição pode ser entendida. Apesar de o curso não exigir pré-requisitos, crê-se que um mínimo de conhecimentos matemáticos sobre cálculo diferencial (regras de derivação, no caso) seja necessário para o estudo da equação de Schrödinger. Como o conhecimento prévio é a variável isolada mais importante para a aprendizagem significativa, se o aprendiz não dispuser dos subsunçores, o material de ensino jamais será potencialmente significativo.

## Avaliação final escrita

A avaliação escrita foi realizada pelos alunos no último dia do curso e o enunciado das questões, as respostas dos alunos e a respectiva discussão são apresentados a seguir. A primeira pergunta tinha o objetivo de avaliar a compreensão e aplicação pelos alunos do conceito de superposição linear de estados de sistemas quânticos e foi enunciada da seguinte forma:

O que significa, no seu entender, a superposição linear de estados de sistemas quânticos? Use suas próprias palavras. Dê exemplos.

Dois alunos (2 e 10) não responderam a primeira questão. Dentre os demais, apenas três a responderam de um modo considerado satisfatório. O Aluno 3 respondeu: “A superposição linear de



estados é uma característica dos sistemas quânticos. Significa dizer que, antes de efetuarmos a medida, o objeto quântico pode assumir qualquer um dos estados possíveis. Exemplo disso é o experimento de dupla fenda, pois antes de efetuarmos a medida não sabemos por qual das fendas o elétron passou. Dizemos então que este elétron está em uma superposição linear de estados, ou seja, há a probabilidade tanto de passar por uma fenda quanto pela outra”. Esta resposta indica bom uso dos conceitos na situação-problema, o que nos leva a crer que este experimento pode ser uma boa situação-problema para a aprendizagem de conceitos fundamentais da MQ. Alguns dos alunos responderam esta questão de forma vaga, sem explicitar o que queriam dizer, sendo difícil a análise do aprendizado dos tópicos constantes do objetivo desta questão. Ainda assim, algumas respostas atribuíram à superposição de estados a probabilidade de obtenção de um resultado de medida, relacionando este resultado com o instante de medida. Vê-se, então, que o novo conhecimento apresentado aos alunos não foi bem compreendido em uma primeira apresentação, pelo menos não a ponto de permitir externalizar a devida conceitualização. A ideia de medida em um instante de tempo, de posição de um elétron (no anteparo em um experimento de dupla fenda ou no átomo de hidrogênio), entre outros pensamentos nitidamente clássicos ainda sobressai aos conceitos da MQ. Já se pode afirmar, ao analisar somente esta questão, que os alunos necessitam de um tempo maior de exposição aos conceitos de MQ para que haja um aprendizado efetivo de tais conceitos, tanto para promoção da aprendizagem significativa como do domínio do campo conceitual da MQ. Seria muita pretensão acreditar que haveria domínio do campo conceitual e total compreensão dos conceitos apresentados em um curso de dezoito horas.

A avaliação do aprendizado dos postulados que tratam dos resultados possíveis de medidas, das probabilidades de obtenção destes valores e do colapso do vetor de estado era o foco da segunda questão, apresentada assim aos alunos:

O estado do elétron de um átomo de hidrogênio é  $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}}(\sqrt{2}|E_1\rangle + \sqrt{3}|E_2\rangle)$ , com  $E_1 \neq E_2$ , em que  $E_1$  e  $E_2$  são valores de energia tais que  $\hat{H}|E_1\rangle = E_1|E_1\rangle$  e  $\hat{H}|E_2\rangle = E_2|E_2\rangle$ .

- Qual a probabilidade de, em uma medida de energia, se encontrar o valor  $\frac{2E_1+3E_2}{5}$ ?
- Qual a probabilidade de, em uma medida de energia, se encontrar o elétron no estado  $|E_1\rangle$ ?
- Imediatamente após uma medida com resultado  $E_1$  para a energia, qual a probabilidade de se encontrar o elétron, em uma segunda medida então, no estado  $|E_2\rangle$ ?
- Que valores podem ser obtidos para a energia do elétron deste átomo?

Quatro alunos (3, 4, 8 e 9) acertaram os quatro itens da segunda questão da avaliação. Nota-se que o papel dos coeficientes (amplitudes na superposição de estados) na determinação das probabilidades de obtenção de valores de medida foi devidamente incorporado à estrutura cognitiva de





cada um destes alunos. Além disso, salientamos que a compreensão da notação de Dirac (representação) faz parte do domínio dos conceitos estudados e a forma como apresentamos a representação de um estado de um sistema quântico pareceu ser boa para a compreensão dos conceitos. Quanto aos outros participantes do curso, o Aluno 1 não respondeu a questão e os demais apresentaram grande dificuldade em visualizar os valores possíveis de medida de uma grandeza física em um estado do sistema quântico, bem como ignoraram o que é afirmado no enunciado sobre o colapso do vetor de estado.

Com o mesmo objetivo da segunda questão, na terceira questão apenas se alterou a situação-problema para analisar em qual delas os alunos parecem melhor compreender a aplicação destes princípios. Eis o enunciado:

Um objeto quântico está em um estado  $|\Phi\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} c_{\alpha} |x_{\alpha}\rangle dx$ , em que  $|x_{\alpha}\rangle$  são os autoestados do operador de posição (caso unidimensional).

- Quais os possíveis valores para a medida da posição deste objeto?
- Se os coeficientes  $c_{\alpha}$  forem todos iguais, qual a probabilidade de se obter um valor negativo para  $x_{\alpha}$  na medida da posição deste objeto quântico?

Somente o Aluno 9 respondeu corretamente os dois itens da terceira questão da avaliação, enquanto quatro (1, 2, 6 e 10) não a responderam. Dos demais, dois (5 e 7) não acertaram os itens, outros dois (3 e 4) acertaram somente o primeiro e o Aluno 8 acertou somente o segundo. Este resultado parece indicar que a apresentação de um estado como combinação de autoestados do operador posição não constitui uma situação-problema suficientemente simples (clara) para a aplicação dos primeiros princípios da MQ. A ausência frequente de justificativas nas respostas pode indicar que os alunos responderam as questões sem pensar nos conceitos que abordavam ou, eventualmente, um vício de atitude frente a questões que lhes são apresentadas. Não sugerimos tal situação-problema para a compreensão dos conceitos de MQ, tal como abordada em nosso curso, a menos que ocorra uma ênfase maior nela para que a aprendizagem possa ser proporcionada.

A intenção da quarta questão da avaliação escrita era verificar se os alunos sabiam o papel do número de medidas realizadas para obtenção de informação sobre o estado de um sistema quântico e o enunciado apresentado foi o seguinte:

Considere dois elétrons que foram igualmente preparados para a realização do experimento de Stern-Gerlach. Na primeira medida, foi obtido o valor  $+\hbar/2$  tanto para a projeção do spin na direção do campo magnético do primeiro elétron como para a do segundo elétron. Podemos concluir que estes elétrons estavam, cada um, no estado  $|\varphi\rangle = |+\hbar/2\rangle$ ? Justifique.



Cinco alunos (3, 4, 6, 7 e 8) responderam corretamente a quarta questão da avaliação, dois alunos não responderam (1 e 10) e os demais não responderam de forma correta. As justificativas apresentadas pelos alunos em suas respostas indicam que o experimento de Stern-Gerlach, além de simples, é uma ótima situação-problema para verificar o papel do número de medidas realizadas na obtenção de informação sobre o estado de um sistema quântico. Se, em um curso de dezoito horas, metade dos alunos mostrou compreender bem este princípio, provavelmente a utilização do experimento de Stern-Gerlach como situação-problema em cursos de maior duração surta efeitos ainda melhores (ROCHA *et al.*, 2014).

A quinta questão visava analisar se os alunos conseguem entender as informações sobre a evolução temporal de um estado quântico, dado determinado estado, e teve o seguinte enunciado:

Um elétron livre encontra-se no estado descrito espacialmente pela função  $\varphi(x, t) = A \exp[i(kx - \omega t)]$ . Determine a razão entre  $|\varphi(x, t)|^2$  e  $|\varphi(x, 0)|^2$ . O que significa este resultado, face à equação de Schrödinger dependente do tempo?

Os alunos 9 e 10 apresentaram corretamente a razão entre  $|\varphi(x, t)|^2$  e  $|\varphi(x, 0)|^2$  na quinta questão da avaliação, mas não souberam explicar o que isto significava. Os demais alunos não acertaram a questão ou a deixaram em branco. Mesmo a equação de Schrödinger independente do tempo sendo bastante utilizada em cursos de graduação, vê-se que inclusive alunos dos últimos semestres têm dificuldade para interpretá-la, pois o que esta questão trouxe como resultado foi somente um exercício matemático, sem que os alunos tirassem conclusões. Não consideramos, portanto, que esta situação-problema foi proveitosa em nossa aplicação para promoção da aprendizagem significativa de conceitos fundamentais da MQ. A evolução temporal dos estados quânticos é um assunto que merece um cuidado maior em próximas etapas da pesquisa, sendo esse um tópico tradicionalmente abordado em cursos de graduação.

Analisar o conhecimento dos alunos acerca da aplicação do princípio de superposição de estados quânticos nos estados emaranhados era o objetivo da sexta e última questão da avaliação escrita. Seu enunciado está apresentado a seguir:

Quais dos estados abaixo você diria que são estados emaranhados? Por quê? (Esperamos que a notação seja evidente. Se não estiver, pergunte.)

- a)  $|\chi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|0\rangle_1|1\rangle_2 + \sqrt{2}|1\rangle_1|0\rangle_2)$ ;      b)  $|\chi_3\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|0\rangle_1 + \sqrt{2}|1\rangle_1)$ ;  
c)  $|\chi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|0\rangle_1|0\rangle_2 + \sqrt{2}|0\rangle_1|1\rangle_2)$ ;      d)  $|\chi_4\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|1\rangle_1|1\rangle_2 + \sqrt{2}|0\rangle_1|0\rangle_2)$ .



A última questão da avaliação foi respondida de forma correta, para os quatro estados apresentados, pelos alunos 2, 4 e 5. Outros três alunos responderam alguns dos itens de modo correto. Dos demais, dois não haviam participado da aula sobre emaranhamento quântico e não responderam esta questão e os outros dois não souberam responder satisfatoriamente. As justificativas dos alunos nos levam a supor que o emaranhamento de estados quânticos é uma situação-problema eficaz de aplicação do princípio de superposição linear, mesmo que os alunos não o percebam, e assim conduzir a uma aprendizagem significativa, mesmo que em um estágio preliminar. A resposta do Aluno 5 mostra bem isto: “As letras a e d estão certas, [...] pois quando o objeto quântico 1 se encontra em um determinado estado, o objeto quântico 2 se encontra no mesmo estado (item d) [...]. Os estados emaranhados se caracterizam por apresentarem dois objetos quânticos, por exemplo, separados por uma determinada distância, mas que ainda compõem o mesmo sistema”.

## Entrevistas individuais

Os dados das entrevistas realizadas no último dia do curso foram obtidos por meio de uma conversa informal, com os conceitos de MQ surgindo naturalmente na conversa com os alunos. Em nenhum momento se propôs realizar esta atividade como uma forma de avaliação oral.

Ao perguntar aos alunos sua opinião geral acerca dos tópicos apresentados, foi unânime a opinião favorável ao curso. Os alunos julgaram o conteúdo bastante interessante, apesar de muitos considerarem alguns tópicos difíceis, não propriamente pela MQ em si, mas sim pelo acúmulo de disciplinas da graduação com estudos simultâneos aos do curso. Convém lembrar que este curso poderia preencher horas de atividade extracurriculares, mas não se tratava de uma disciplina obrigatória do currículo destes alunos. Com isso, acreditamos que o simples fato do interesse no curso já é um indicativo da pré-disposição para a aprendizagem e, conseqüentemente, levar a uma aprendizagem significativa.

O Aluno 2 afirmou achar o curso interessante por apresentar uma abordagem diferente (simples, fácil de compreender) em relação a disciplinas de MQ dos cursos de graduação e que, por isso, ele se sentiu estimulado para o aprendizado em questão. O Aluno 10, que à época lecionava em um colégio de Ensino Médio, também afirmou ter gostado do curso, principalmente pelas implicações dos princípios, tais como a Criptografia Quântica e o Emaranhamento Quântico. Disse ainda que isto possibilita exemplificar a seus alunos em que situações estão sendo aplicados os conceitos da MQ.

Foi possível ver, também, que alguns alunos que inclusive não responderam corretamente os questionários conseguiram expressar suas ideias melhor em um diálogo do que na avaliação formal. O



Aluno 1, por exemplo, não respondeu quatro das seis questões da avaliação final, mas mostrou bons conhecimentos do conteúdo durante a entrevista, conforme se pode observar nos trechos a seguir. Isso mostra que a diversidade de avaliação pode ajudar o professor a verificar a aprendizagem do aluno, mesmo que as situações-problema não pareçam ter sido boas em um tipo de avaliação.

(sobre superposição de estados) Demorei até pra entender, durante o curso, a superposição de estados. Achei muito interessante quando você pediu pra eu fazer uma analogia com a luz. Isso me ajudou bastante. Então, agora ficou uma coisa mais palpável mesmo, uma coisa mais real, embora ainda por definição ela seja probabilidade. Mas ela ficou mais real pra mim.

(sobre emaranhamento quântico) Eu até já tinha ouvido falar antes, agora entender essa ligação entre duas partículas... eu fiquei muito tempo pensando nisso: 'Como essa ligação é feita?'. Porque ela não depende da distância, pode estar em outra galáxia que estarão emaranhadas e há uma simultaneidade...

(sobre o papel da medida) Quando a gente observa, vai interferir na medida. Quando se observa, quebra-se a função de onda. Isso também, pra mim, já ficou claro.

(sobre operadores) O operador é a medida.

A externalização do conhecimento é fundamental para verificar o domínio de um campo conceitual e diversas metodologias podem ser usadas para esse fim. Mesmo que as definições apresentadas por este aluno não sejam as cientificamente aceitas, pode-se afirmar que um bom passo foi dado nessa direção, iniciando o processo de transformação dos conceitos e teoremas-em-ação em conceitos e teoremas científicos, tal como previsto na Teoria dos Campos Conceituais. Próximos contatos com esse conteúdo podem promover a incorporação e retenção do novo conhecimento à estrutura cognitiva de forma significativa.

A seguir, apresentamos alguns trechos das entrevistas com os demais alunos que contêm algumas respostas espontâneas acerca dos princípios fundamentais da MQ.

(sobre superposição linear de estados) A gente tem duas opções possíveis para um mesmo estado. (Aluno 5)

(sobre estado de um sistema quântico) Todas as informações físicas do sistema estão no estado. (Aluno 3)

É o conjunto de grandezas físicas que podem ser determinadas em um elemento quântico. (Aluno 6)

(sobre operadores) São os operadores que dão os autovalores. (Aluno 5)

Os operadores servem pra fazer as medições, pra retirar as informações dos estados quânticos. [...] O operador é própria medição. Uma medição é uma operação. (Aluno 9)

(sobre autovalores) São os únicos valores para a medida. (Aluno 5)

(sobre colapso do vetor de estado) Faz-se uma medida e altera o padrão original do sistema. (Aluno 6)

Como objetos quânticos são microscópicos, não se consegue fazer medições sem interagir. (Aluno 9)



(sobre compatibilidade de observáveis) Deve-se realizar uma medida de cada vez, não podendo ser realizadas duas medidas ao mesmo tempo. (Aluno 6)

(sobre a não formação da figura de interferência ao se verificar por qual fenda o elétron passa) Porque a medida causa um colapso. Vai alterar o estado. (Aluno 2)

(sobre emaranhamento quântico) É uma condição, uma situação, uma relação que existe entre dois objetos quânticos e que tem uma dependência entre eles. Sabendo o estado de uma, imediatamente se consegue saber o estado da outra. Uma coisa importante também é que isso independe da distância entre as duas partículas. (Aluno 3)

(sobre um fóton passando por dois polarizadores iguais em sequência) Se não passar por um, então com certeza não vai passar por outro e se passar por um, vai passar pelo outro. (Aluno 7)

(sobre autovalor de um elétron em superposição de autoestados de spin) A média é zero, mas só se obtém  $+\hbar/2$  ou  $-\hbar/2$ . (Aluno 9)

(sobre a equação de Schrödinger independente do tempo) Não é pra determinar os valores de energia? (Aluno 9)

Mesmo não estando totalmente corretas, estas afirmações indicam que a maioria dos alunos conseguiu tirar algum proveito dos tópicos apresentados no decorrer do curso. Longe de ser um domínio efetivo do campo conceitual e de uma aprendizagem significativa, reiteramos que esse primeiro contato não afastou os alunos da MQ e que, por isso, ainda há pré-disposição para a aprendizagem e novos contatos com a teoria poderão propiciar uma aprendizagem significativa e o progressivo domínio do campo conceitual.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apresentados e discutidos acima podem indicar que o aproveitamento dos alunos no curso foi, no mínimo, satisfatório. Alguns pontos mencionados merecem ser revisados para melhor utilização em outros cursos e novas situações-problema devem ser sugeridas para que alguns dos princípios da MQ, tais como a superposição linear de estados e o colapso do vetor de estado, sejam mais bem compreendidos pelos alunos, mesmo que inicialmente de modo superficial. Como apontamos, a aprendizagem significativa é progressiva e seria muita pretensão afirmar, neste momento, que ocorreu uma aprendizagem significativa do conteúdo abordado no curso, bem como o domínio do campo conceitual da MQ, mas se vê que o encaminhamento realizado é o desejado.

A abordagem e os exemplos utilizados ao longo do curso certamente contribuíram para minimizar dificuldades no aprendizado de vários conceitos. O conceito de estado físico revelou algumas dificuldades e, contudo, não se tornou grande obstáculo para o aprendizado inicial dos demais conceitos quânticos. Entendemos que a não utilização de conceitos clássicos para interpretação dos fenômenos da



MQ ocasionou melhores condições para o aprendizado dos conceitos quânticos em todos os cursos apresentados.

Uma dificuldade revelada na compreensão do conceito de estado de um sistema quântico foi a dependência no fator tempo. Nas diversas ocasiões em que se solicitou um exemplo de estado de sistema quântico, praticamente nenhum aluno se lembrou de definir em que instante de tempo se encontrava o estado descrito, o que indica falta de domínio total dos conceitos e suas componentes: situações, invariantes operatórios e representações. Consequentemente, isto também dificultou a compreensão da evolução temporal do estado de um sistema quântico. Este conceito deve ser enfatizado em futuras apresentações do curso.

A relação entre vetores de estado e vetores geométricos deve receber, também, a devida importância, pois muitos alunos desejavam saber como obter o módulo, a direção e o sentido de um vetor de estado. Há uma analogia entre as estruturas matemáticas e não um paralelo entre os sistemas quânticos e, conforme Paulo e Moreira (2004), para a introdução de tópicos de FMC deve haver uma ruptura com a lógica científica subjacente à Física Clássica. A abordagem utilizada em nosso trabalho enfatizou a importância do conceito de superposição linear de estados desde o início, em todas as etapas da pesquisa e em todas as instâncias do curso. Ao considerar a superposição linear como o postulado zero da MQ, busca-se colocar este conceito na raiz dos postulados e dar-lhe a devida ênfase, tanto em sua própria definição como na dos demais conceitos e para o seu ensino.

A curta duração do curso não propicia condições para o domínio do campo conceitual da MQ, mas os resultados obtidos indicam que o aprendizado inicial destes conceitos pode servir como subsunção para uma aprendizagem significativa em cursos subsequentes de MQ com maior nível de aprofundamento. Houve sim um início no aprendizado da MQ e o curso pareceu criar a condição de pré-disposição necessária para a ocorrência da aprendizagem significativa nos alunos.

Praticamente todas as situações-problema utilizadas contribuíram positivamente na compreensão de conceitos. Destacam-se as formulações do experimento de dupla fenda e do experimento de Stern-Gerlach como as que mais chamaram a atenção dos alunos. Por isto, estes experimentos foram utilizados em diversos momentos ao longo do curso. Tais experimentos se constituem, também, em bons exemplos de aplicação dos conceitos de superposição linear de estados, de estado de um sistema quântico, de colapso do vetor de estado, de possíveis valores de medida e de probabilidades de obtenção dos valores de medida e efetivamente facilitaram a compreensão de muitos destes conceitos.

Certamente, a utilização de temas atuais influencia positivamente no interesse dos alunos e, em consequência, na compreensão de conceitos relacionados à MQ. Devido à divulgação por meios de comunicação e também pelos seus intrigantes resultados, tais temas parecem catalisar o interesse dos



alunos e criar uma condição de pré-disposição para a aprendizagem, essencial para a ocorrência da aprendizagem significativa. Adicionalmente, a simplicidade do conceito de emaranhamento quântico, em contraposição às suas consequências, facilita o aprendizado do conceito de superposição linear de estados quânticos, do qual decorre. Acreditamos, ainda, que a Criptografia Quântica influencie positivamente no aprendizado do conceito de superposição linear de estados devido à grande quantidade de aplicações no cotidiano e em aspectos da tecnologia que atingem fortemente os jovens. Sugerimos, ademais, que a Criptografia Quântica seja tratada concomitante à Computação Quântica, visto a grande relação entre os dois temas.

Este estudo deve ser complementado com uma aplicação em uma turma com todos os alunos supostamente em mesmo nível (mesmo semestre de um curso universitário). Com os pré-requisitos comuns nessas disciplinas, pretendemos analisar se o conhecimento prévio oriundo de outras disciplinas cursadas pelos alunos ao longo da graduação influencia no aprendizado dos conceitos mais fundamentais da MQ. Essa nova aplicação também permitirá verificar se fatores inerentes ao curso apresentado podem ser suprimidos, tais como a heterogeneidade da turma e o comprometimento dos alunos, além de verificar outras dificuldades no aprendizado da MQ e, igualmente, corroborar as conclusões encontradas.

As dificuldades observadas neste estudo podem ser suplantadas se comparadas com os resultados encontrados. A experiência mostra que a busca por respostas a questões sobre o ensino de FMC pode conduzir a resultados nem sempre estimulantes, pois é uma atividade difícil e nem sempre apresenta resultados de aprendizagem desejados. No entanto, isto deve justamente nos indicar a necessidade de diferentes formas de abordagem de tais conteúdos de modo a propiciar o conhecimento deste campo aos alunos. Mesmo com essas dificuldades listadas, Solbes e Sinarcas (2010) apontam ainda que uma das grandes dificuldades que os alunos têm na aprendizagem da MQ é de natureza ontológica: os alunos não são capazes de compreender que elétrons, fótons, etc., não são ondas e nem partículas clássicas, mas sim objetos novos com um comportamento novo (o comportamento quântico). Isto mostra um amplo horizonte para a análise da introdução de conceitos de MQ em diversos níveis de ensino. O conteúdo apresentado neste curso pode parecer de um nível mais elevado do que o usualmente ministrado em cursos de FMC, mas não devemos menosprezar a capacidade de aprendizagem de nossos alunos. Faz-se, sim, necessária a introdução de tópicos diferenciados nos diversos níveis de ensino, seja por meio de educação formal ou em espaços não-formais de ensino.



## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Acquisition and retention of knowledge: a cognitive view**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2000.

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology: a cognitive view**. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1968.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

FANARO, M. A.; ARLEGO, M.; OTERO, M. R. “El método de caminos múltiples de Feynman como referencia para introducir los conceptos fundamentales de la mecánica cuántica en la escuela secundaria”. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, vol. 24, n. 2, 2007.

GRECA, I. M. “¿Es posible hacer comprensible la mecánica cuántica?” **Revista de Enseñanza de la Física**, vol. 13, n. 2, 2000.

MONTAGNANI, S. *et al.* “An experiential program on the foundations of quantum mechanics for final-year high-school students”. **Physics Education**, vol. 58, n. 3, 2023.

MOREIRA, M. A. “A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área”. **Investigações em Ensino de Ciências**, vol. 7, n. 1, 2002.

MOREIRA, M. A. “Aprendizagem significativa em ciências: condições de ocorrência vão muito além de pré-requisitos e motivação”. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**, vol. 11, n. 2, 2021.

NOGUEIRA, R. A.; SOUZA, P. F. L.; OLIVEIRA, R. F. A. A. “Transdisciplinaridade e a física moderna e contemporânea: relatos de experiências didáticas”. **Revista Inter-Legere**, vol. 1, n. 16, 2016.

OSTERMANN, F.; RICCI, T. S. F. “Conceitos de Física quântica na formação de professores: relato de uma experiência didática centrada no uso de experimentos virtuais”. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, vol. 22, n. 1, 2005.

PAULO, I. J. C.; MOREIRA, M. A. “Abordando conceitos fundamentais da mecânica quântica no nível médio”. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, vol. 4, n. 2, 2004.

ROCHA, C. R. *et al.* “The Stern-Gerlach experiment as a problem-situation to the learning of concepts and principles of quantum mechanics in secondary school”. **Latin-American Journal of Physics Education**, vol. 8, n. 4, 2014.

ROCHA, C. R.; HERSCOVITZ, V. E.; MOREIRA, M. A. “Introdução à Mecânica Quântica: uma proposta de minicurso para o ensino de conceitos e postulados fundamentais”. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, vol. 3, n. 1, 2010.

SANTOS, V. P. “Componentes curriculares e a física no ensino médio das escolas públicas”. **Boletim de Conjuntura (BOCA)**, vol. 2, n. 5, 2020.

SILVA, A. C.; ALMEIDA, M. J. P. M. “Física quântica no ensino médio: o que dizem as pesquisas”. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, vol. 26, n. 3, 2011.





SOLBES, J.; SINARCAS, V. “Una propuesta para la enseñanza aprendizaje de la física cuántica basada en la investigación en didáctica de las ciencias”. **Revista de Enseñanza de la Física**, vol. 23, n. 1, 2010.

SOUZA, A. P. G. *et al.* “A física moderna e contemporânea na formação de engenheiros: a análise das estruturas curriculares de duas instituições”. **Ensino de Ciências e Tecnologia em Revista**, vol. 8, n. 3, 2018.

SOUZA, C. M. S. G. *et al.* “Pseudo-organizadores prévios como elementos facilitadores da aprendizagem em física”. **Revista Brasileira de Física**, vol. 11, n. 1, 1981.

SOUZA, R. S. *et al.* “Ensino de Mecânica Quântica na licenciatura em Física por meio da História e Filosofia da Ciência”. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, vol. 38, n. 2, 2021.

TORREGROSA, J. M. *et al.* “La enseñanza problematizada de la física cuántica en el nivel introductorio. Una propuesta fundamentada”. **Revista de Enseñanza de la Física**, vol. 28, n. 2, 2016.

TÓTH, K.; TÉL, T. “Quantum uncertainty: what to teach?” **Physics Education**, vol. 58, n. 2, 2023.

URSIN, R. *et al.* “Entanglement based quantum communication over 144 km”. **Nature Physics**, vol. 3, n. 7, 2007.

VERGNAUD, G. “A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems”. In: CARPENTER, T. *et al.* **Addition and subtraction: A cognitive perspective**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum, 1982.

VERGNAUD, G. “A comprehensive theory of representation for mathematics education”. **Journal of Mathematical Behavior**, vol. 17, n. 2, 1998.

VERGNAUD, G. “La théorie des champs conceptuels”. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, vol. 10, n. 2, 1990.

VERGNAUD, G. “Teoria dos campos conceituais”. **Anais do Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro: UFRJ, 1993.



## **BOLETIM DE CONJUNTURA (BOCA)**

Ano VI | Volume 17 | Nº 49 | Boa Vista | 2024

<http://www.ioles.com.br/boca>

### **Editor chefe:**

Elói Martins Senhoras

### **Conselho Editorial**

Antonio Ozai da Silva, Universidade Estadual de Maringá

Vitor Stuart Gabriel de Pieri, Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Charles Pennaforte, Universidade Federal de Pelotas

Elói Martins Senhoras, Universidade Federal de Roraima

Julio Burdman, Universidad de Buenos Aires, Argentina

Patrícia Nasser de Carvalho, Universidade Federal de Minas Gerais

### **Conselho Científico**

Claudete de Castro Silva Vitte, Universidade Estadual de Campinas

Fabiano de Araújo Moreira, Universidade de São Paulo

Flávia Carolina de Resende Fagundes, Universidade Feevale

Hudson do Vale de Oliveira, Instituto Federal de Roraima

Laodicéia Amorim Weersma, Universidade de Fortaleza

Marcos Antônio Fávaro Martins, Universidade Paulista

Marcos Leandro Mondardo, Universidade Federal da Grande Dourados

Reinaldo Miranda de Sá Teles, Universidade de São Paulo

Rozane Pereira Ignácio, Universidade Estadual de Roraima