

Diagnóstico sobre o tratamento de problemas matemáticos no Ensino Primário

Diagnóstico sobre el tratamiento de problemas matemáticos en Educación Primaria

Diagnosis on the treatment of mathematical problems in Primary Education

Juan Carlos Pérez Castillo¹

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7616-3066>

Carmen Marina Varela Ávila²

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0188-1597>

Fulgencho Caco Martins Macana³

ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-9825-2068>

RECEBIDO: Setembro, 2023 | **ACEITE:** Novembro, 2023 | **PUBLICADO:** Dezembro, 2023

Resumo

O presente artigo apresenta a principal finalidade de diagnosticar o estado actual do processo de ensino aprendizagem dos problemas matemáticos a partir de um estudo de superação pós-graduada dos docentes e gestores do nível educativo primário. Aplicou-se um estudo transversal descritivo, preditivo ao ter um carácter de prognóstico na base de um estudo diagnóstico aplicado a docentes e gestores em três jornadas de posturados em dois municípios da província do *Cienfuegos*, Cuba. Empregou-se um enfoque quali-quantitativo com predomínio do método de investigação geral, o dialético – materialista com a utilização de métodos teóricos e empíricos. Obtiveram-se como resultados factores que estão limitando o processo de ensino aprendizagem dos problemas matemáticos neste nível educativo e corrobora que a pós-graduação oferece vias para investigar, inovar e transformar as práticas educativas para alcançar uma maior qualidade na aprendizagem dos alunos em função de um desenvolvimento sustentável através do vínculo existente entre a universidade – território.

Palavras-chave: Problemas matemáticos; diagnóstico; ensino primário.

¹ Mestre, Professor Auxiliar. Universidad de Cienfuegos. Cuba. perezcastillojc@gmail.co, Telefone (+53) 51880495.

² Mestre, Professor Auxiliar. Universidad de Cienfuegos. Cuba. cmvarela@ucf.edu.cu Telefone (+53) 54166542.

³ Licenciado e Professor. Complexo Escolar nº 65 - “Nossa Senhora da Paz”. Bié. Angola. fulgencho0404@gmail.com, Telefone: (+244) 925 404 663.

Resumen

El presente artículo tiene como objetivo diagnosticar el estado actual del proceso de enseñanza aprendizaje de los problemas matemáticos, desde un estudio en la superación postgraduada de los docentes y directivos del nivel educativo primaria. Se aplicó un estudio transversal descriptivo, predictivo al tener un carácter de pronóstico, sobre la base de un estudio diagnóstico aplicado a docentes y directivos en tres jornadas de postgrado en dos municipios de la provincia de Cienfuegos, Cuba. Se empleó un enfoque cuali- cuantitativo de predominio del método de investigación general, el dialéctico – materialista, con la utilización métodos teóricos y empíricos. Se obtienen como resultados factores que están limitando el proceso de enseñanza aprendizaje de los problemas matemáticos en este nivel educativo y se corrobora que el postgrado ofrece vías para investigar, innovar y transformar las prácticas educativas para alcanzar una mayor calidad en el aprendizaje de los alumnos en función de un desarrollo sostenible a través del vínculo universidad – territorio.

Palabras claves: Problemas matemáticos; diagnóstico; educación primaria.

Summary

This article deals with a diagnosis applied to the teaching-learning process of mathematical problems at the primary educational level. A descriptive, predictive cross-sectional study was applied as it had a character of prognosis, based on a diagnostic study applied to teachers and managers in three postgraduate sessions in two municipalities of the province of Cienfuegos, Cuba. With a qualitative - quantitative approach and predominance of the general research method, the dialectical - materialist, with the use of theoretical and empirical methods. Factors that are limiting the teaching-learning process of mathematical problems at this educational level, and are corroborates that the postgraduate course offers ways to investigate, innovate and transform educational practices for the sake of a higher quality of learning based on sustainable development through the university-territory link.

Keywords: Mathematical problems; diagnosis; primary educational.

1. INTRODUÇÃO

Os homens de ciência sempre estiveram dotados de grandes conhecimentos matemáticos que foram adquiridos principalmente nas escolas a partir de diferentes programas e textos correspondentes a uma época. Esses homens de ciência foram meninos ou adolescentes que desde as primeiras idades mostram seu talento pelas ciências e em algum momento estiveram sentados em nossas salas-de-aula.

O antes exposto e por outras razões, destaca a primazia ao ensino primário, sendo a educação fundamental a base de outros níveis educativos que prepara as novas gerações para a vida. Um lugar prioritário nesse currículo ocupa a Matemática em que adquire uma maior importância para as actividades práticas posteriores, pois o papel desta na vida social aumenta em forma singularmente rápida e o progresso científico – técnico traça novas exigências à preparação dos homens do futuro para um desenvolvimento sustentável.

No processo de ensino e aprendizagem da Matemática, um aspecto que tradicionalmente foi objecto de reflexão pelos docentes, gestores e investigadores é a solução de problemas matemáticos e é de grande importância no currículo de Matemática dos níveis de educação infantil até ao superior, sendo o nível primário a chave para o desenvolvimento do raciocínio matemático o qual será utilizado para resolver múltiplos problemas da vida quotidiana.

Os problemas matemáticos influem notavelmente na formação dos alunos, desde sua influência cognitiva ao oferecer a oportunidade de aprender e aplicar os diferentes

conteúdos matemáticos que se estudam. Seu tratamento contribui no desenvolvimento do pensamento científico, criativo e lógico e favorece o trabalho educativo desde convicções, normas de conduta, sentimentos e valores ao relacionar-se com o meio, com o trabalho dos homens e suas relações sociais, o cuidado do meio ambiente e o desenvolvimento económico do país.

Desde este olhar, não há dúvidas do alto significado dos problemas matemáticos que serão utilizados ao longo de toda a vida em que se cultive o intelecto, os valores e as atitudes e que favoreçam aos modelos mentais como a aprendizagem contínua, o pensamento crítico, vislumbrar situações futuras e adotar decisões em colaboração.

A solução de problemas matemáticos é uma complexa actividade que dela depende variados factores dos quais o ensino joga um papel bastante imprescindível ao constituir um procedimento de carácter estratégico, sustentado em um programa generalizado que difere de outros exercícios matemáticos em que se aplicam procedimentos algorítmicos. Ensinar a solucionar problemas implica que os alunos resolvam variados, suficientes e diferenciados problemas que não sejam exercícios rotineiros, e que fomentem o raciocínio, o intelecto no processo de busca da via de solução e a respeito se circunscreve: “Resolver um problema é como aprender a nadar, para aprender a nadar terá que meter-se na água, para aprender a resolver problemas matemáticos, terá que resolver suficientes problemas” (Polya, 1989, p. 45).

A solução de problemas matemáticos joga um papel importante à actividade do professor e à actividade dos alunos e constitui uma das situações típicas da Matemática com resultados conservadores, embora acessíveis para todos os alunos. Os problemas matemáticos não são para génios ou para uma elite, são exercícios aos quais se aplicam conhecimentos e habilidades em que todos possam aprender até que o nível de suas capacidades lhe permitam, tornando-se importante destacar as palavras de Escalona (1956) “Não há meninos que não aprendam a Matemática, a não ser professores que não sabem a ensinar” (p. 56).

É conhecido que ensinar a resolver problemas matemáticos, não é uma tarefa fácil, é um processo no que se mesclam factores pedagógicos, psicológicos, sociológicos entre outros e tradicionalmente existiram certas inconsistências com respeito a seu tratamento do ensino, ao limitar a aprendizagem dos alunos, visto no desenvolvimento de raciocínio lógico por erros na direcção do processo de ensino aprendizagem para cumprir com as aspirações do currículo, por isso obviamente, impõem-se transformações. Com o antecedente mencionado, inicia-se uma investigação com o objectivo de diagnosticar o estado actual do processo de ensino aprendizagem dos problemas matemáticos a partir de um estudo na superação pós-graduada dos docentes e gestores do nível educativo primário, e responder à pergunta: Que factores estão limitando o processo de ensino e aprendizagem dos problemas matemáticos no ensino primário?

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Os problemas matemáticos e sua solução

O conceito de problema foi evoluindo com o tempo, tendo os mesmos sido classificados e definidos segundo diferentes critérios como exercícios matemáticos construídos e desde vários pontos de vista, tanto psicológico, como sociológico e didáctico – metodológico. Estas definições têm pontos de contacto e são relativas, possuem importância conceitual e prática para a direcção do processo de assimilação de conhecimentos matemáticos e a formação de habilidades e hábitos (Wanton & Árias, 2016).

Existem diferentes classificações de exercícios matemáticos construídos e diferenciados a partir da natureza de suas ordens, da intenção a que estão dirigidos, seja para exercitar, aprofundar, sistematizar ou aplicar. Entre estas classificações, encontra-se a oferecida por (Werner, 1979) em que destaca os exercícios formais e os exercícios com textos.

Wanton e Árias (2016) defendem a ideia de que nos exercícios formais dão-se ordens directas do que se deve fazer e o conteúdo matemático aparece explícito. Por sua vez, estes exercícios, resolvem-se mediante um procedimento algorítmico e a sua principal função diz respeito a de desenvolvimento de habilidades.

Nos exercícios com textos, geralmente, a operação matemática não aparece explícita, mas sim os dados das operações, relações entre números ou quantidades expressam-se com termos ou palavras conhecidas pelos alunos. Dividem-se em exercícios com textos matemáticos ou simplesmente exercícios com textos e exercícios relacionados com a prática.

Nos exercícios com textos matemáticos o conteúdo expressa-se com termos próprios da disciplina que o aluno deve dominar para sua compreensão e resolução. Por exemplo: Qual é a soma de todos os números naturais pares compreendidos entre 997 e 1003?

Aos exercícios com textos relacionados com a prática, usualmente denominam-no problemas e diferenciam-se dos anteriores que, embora se formule mediante um texto, a natureza deste exercício não é matemática, pois relaciona-se com a prática. O conteúdo matemático quer dizer as relações entre números ou quantidades expressas com termos da linguagem comum. Por exemplo, o pai do Carlos fez uma viagem em um automóvel de 292,5 km, empregando 4,5 h. Qual foi a velocidade média com que realizou a viagem?

Os autores antes mencionados fazem alusão que do ponto de vista psicológico uma pessoa enfrenta um problema quando aceita uma tarefa, mas não sabe de antemão como realizá-la, e aceitar uma tarefa implica possuir algum critério que possa aplicar-se para determinar quando se terminou a tarefa com êxito, portanto um problema é uma situação em que se tenta alcançar um objectivo e faz-se necessário um meio para o conseguir. Seguindo este ponto de vista, (Labarrere, 1987) traça como problema: “Uma situação que produz no sujeito um certo grau de incerteza, onde há discernimento, raciocínio” (p. 87).

Do ponto de vista prático social (sociológico), opina-se que um problema é “Toda situação em que há uma colocação inicial e uma exigência que obriga a transformá-la” (Campistrous & Rizo, 1996, p. 23). Destacando que existem duas condições necessárias na solução de problemas: o sujeito que resolve está disposto a fazer a transformação (motivação) e a situação deve ser desconhecida por ele.

Com respeito ao ponto de vista didáctico – metodológico e considerando os problemas como objecto de ensino – aprendizagem da Matemática, os autores demarcam como:

Tarefa com certo grau de complexidade que deve resolver o aluno para a qual não existe, não se conhece ou é difícil de aplicar um algoritmo de solução, o que requer procurar dentro dos conhecimentos que possui os que lhe servem para encontrar a via para resolvê-lo (Albarrán, et al,2006, p. 45).

A autora antes mencionada torna explícita a aplicação da definição a diferentes situações matemáticas que os alunos devem confrontar na escola, destacando os seguintes elementos: obtenção de conceitos e suas definições; a obtenção de um procedimento algorítmico; a realização de um problema como exercício de aplicação; a busca de um teorema ou uma hipótese; a demonstração de um teorema, ou a realização de um exercício de cálculo geométrico.

A partir das definições expostas, caracterizaram-se os problemas matemáticos como os exercícios que apresentam uma situação inicial e uma exigência que obriga a transformá-la e que esse passo da situação inicial à exigência é desconhecida, em que os alunos se impliquem e queiram resolver os problemas a partir dos conhecimentos que dispõem e que constituam um esforço intelectual ao possibilitar o raciocínio lógico, a criatividade em um processo de busca ou de indagação como destacam (Wanton & Arias, 2016).

Os autores acima referenciados fazem alusão de que o processo de resolução de problemas seja um processo que transcorre desde que uma pessoa enfrenta um problema até que o soluciona, ou encontra uma via para a sua solução e valora a resposta que dá ao mesmo. Resolver problemas matemáticos é uma capacidade específica que se desenvolve no indivíduo no processo de ensino – aprendizagem da Matemática, cujo desenvolvimento é mais lento que a aquisição de conhecimentos, hábitos e habilidades. Quando o sujeito se enfrenta a um problema, imediatamente a regulação psíquica começa a funcionar na unidade do afectivo e cognitivo.

Já no contexto angolano, Muongo, João e Silva (2023) pontuam que a criança entra desde muito cedo em contacto com situações que envolvem a matemática, sobretudo nas interações que ela estabelece com os pais e/ou encarregados de educação. Neste sentido, o vínculo que a criança estabelece no dia-a-dia com a matemática ajuda-lhe a perceber melhor a aplicação desta nas resoluções de problemas que, por sua vez, são entendidas, a luz de Souza (2012), citado por Muongo, João e Silva (2023), como aquelas “que envolvem actividades práticas vivenciadas pelas crianças mediante a interação com os adultos, que de certa forma vão introduzindo nelas, os conceitos matemáticos e estudo de novos conteúdos” (p. 30).

Queria e Barros (2020) destacam três seguintes pressupostos fundamentais que devem estar sempre presentes no ensino da Matemática: a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação. Estes pressupostos, contribuem no desenvolvimento de habilidades relacionadas ao raciocínio lógico-matemático, mediado pela interpretação das situações concretas. Por esta razão, pesa aos professores a responsabilidade de estarem devidamente capacitados e preparados para proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa.

São muitos os autores que têm escrito em relação às etapas para a solução dos problemas matemáticos. Donoso (2020) destaca que não é objectivo estabelecer diferenças entre os diferentes autores, a realidade indica que aprender a resolver problemas é um desafio para os alunos dos diferentes níveis educativos e que estas etapas ou processos não se cumprem com todo o rigor nas práticas educativas e que resolver um problema se converteu em última instância em resolver a operação aritmética subjacente, o que provoca entre outras causas os baixos rendimentos dos alunos na solução dos diferentes problemas matemáticos oferecidos pelo relatório da PISA (Agência de Qualidade da Educação).

A partir da década 90 do século XX em Cuba, vários autores trataram a resolução de problemas matemáticos e traçaram seu programa heurístico para facilitar aos alunos o processo de solução. A base destes programas é o exposto pelo psicólogo húngaro (Polya, 1984) o pai do enfoque centrado na resolução de problemas e que em alguns textos são tratados como etapas para a solução de problemas. Este programa constitui para os professores um instrumento de direcção e para os alunos uma forma mais fácil e abreviada para o fundamento completo de orientação do trabalho com exercícios e problemas (Wanton & Árias, 2016).

Os autores antes mencionados assumem o Programa Heurístico Geral (PHG) exposto por Werner (1979) que abrange as seguintes etapas:

1. Orientação para o problema;
2. Trabalho no problema;
3. Solução do problema;
4. Vista retrospectiva e perspectiva.

Os autores cubanos Campistrous & Rizo (1996) aprofundaram cada uma das fases salientando que possuem etapas em que se podem aplicar técnicas com perguntas com carácter de impulsos em que se busca que os alunos deixem de ser objectos de ensino e passem a ser sujeitos da sua própria aprendizagem ao interiorizar o programa de um ensino heurístico com o emprego da metacognição.

Na orientação para o problema tem-se realizado acções de asseguramento do nível de partida, de motivação, de colocação do problema e orientações para a compreensão. Ter-se-á que se assegurar que os alunos possuam os conhecimentos e as habilidades gerais e matemáticas que possibilitem a compreensão do problema exposto a partir dos quais se cria uma motivação. A motivação pode fazer-se para um grupo de problemas ou pode obter-se aproveitando as potencialidades do mesmo problema. Ao assegurar o nível de partida, deve-se ter em conta o reconhecimento dos significados práticos das operações fundamentais e dos conhecimentos matemáticos que estão presentes nos problemas.

Neste mesmo sentido, Roncha (2021) faz uma abordagem de que os docentes tenham de prever como realizar a motivação mediante uma série de acções para conseguir formar motivos positivos aos alunos, entre outras razões porque os conhecimentos matemáticos são úteis para a vida e a solução de problemas contribui no desenvolvimento intelectual, esta é uma das actividades mais inteligentes do homem.

A formação de motivos obtém-se quando o ensino da solução de problemas se estrutura adequadamente mediante actividades motivantes para os alunos como: a formulação de problemas interessantes, a colocação de problemas da história da Matemática, a colocação de problemas divertidos, os problemas sem dados numéricos, contraditórios e que reflectam as actividades dos próprios alunos e de seu contorno.

Na segunda fase, relacionada com o trabalho no problema, devem-se ter em conta dois aspectos: trabalho na compreensão do problema e encontrar uma via de solução. Para o trabalho na compreensão do problema deve-se partir de uma correcta leitura do problema por parte do professor e dos alunos ao propiciar a técnica da leitura analítica e a reformulação com impulsos como: Lê o problema. Do que trata? Reproduza-o com suas palavras. O que lhe dão? O que lhe pedem? Separa o dado do buscado. Serão suficientes os dados para a solução do problema? Pode fazer um gráfico ou representação?

A respeito Wanton e Árias (2016) referem que a resolução de problemas é um processo analítico – sintético porque na separação do dado do buscado e na busca de relações entre eles está-se em presença da análise e a partir daí faz-se um plano, estabelecem-se as relações correspondentes, encontrando a via de solução, o que constitui a síntese. Este processo de análise propicia a compreensão do problema e para o efeito é crucial a leitura quantas vezes seja necessária e, logo expressar de maneira que tenha sido compreendido. É por isso que, embora alguns autores considerem a leitura analítica e a reformulação como duas técnicas difíceis de separar, podemos considerá-la como uma técnica denominada assim: Leitura analítica e reformulação.

Mediante a leitura analítica, faz-se um estudo do texto do problema, separam-se claramente suas partes e distinguem-se as relações que se dão nele, logo em um novo

processo de síntese, integram-se as partes recompostas de modo que o novo texto esteja em uma linguagem mais próxima ao que resolve o problema.

Para encontrar uma via de solução como segunda etapa desta fase, o professor pode ensinar oferecendo indicações como as seguintes:

Trata de relacionar o problema com outro conhecido cuja solução seja mais simples ou imediata. Transforma ou introduz novas incógnitas, se for necessário, aproximando-o aos dados. Transforma os dados até obter ou deduzir novos elementos mais próximos às incógnitas. Recorda a solução de exercícios análogos (Princípio de analogia);

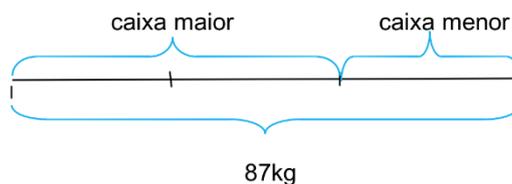
Analisa se tiveram em conta todos os dados;

Analisa casos particulares. Resolve problemas parciais. Considera sozinha uma parte das condições;

Ilustra as relações encontradas no gráfico.

Existem diferentes tipos de modelos que se podem utilizar para representar os problemas, os lineares, tabulares, conjuntistas, ramificados que ilustram o conhecimento matemático que se deve aplicar ao resolver um problema, por exemplo, neste problema: O peso de duas caixas é de 87 kg. Se a caixa mais pequena pesa a metade do que pesa a outra, quanto pesa cada caixa?

Modelo 1. Ilustra o peso de duas caixas



Fonte: Elaboração própria dos autores

A modelação é uma capacidade muito importante na solução de problemas porque a representação das relações que se dão no problema mediante esquemas gráficos ajuda à compreensão, isto é, permite aos alunos tornar visíveis os elementos que compõem o enunciado e as relações que se estabelecem entre eles, e em muitos casos, descobrir a via de solução. Modelar é reproduzir as relações fundamentais que se estabelecem no enunciado do problema, despojadas de elementos desnecessários ou termos não matemáticos que tornam difícil a compreensão.

Muitos autores consideram que encontrar a via de solução adequada é a etapa mais importante, fica em evidência o raciocínio e o restante depende de habilidades de cálculo.

Na terceira fase, solução do problema, realiza-se o plano de solução exposto, fundamenta-se a correcção de cada passo, resolvem igualdades, equações, inequações, simplificam-se, transformam-se expressões.

Na quarta fase, vista retrospectiva e perspectiva, deve-se avaliar a solução e a via em que se pode realizar as seguintes perguntas:

- É lógica a resposta? Por quê?
- É possível comprovar a solução? Faça-o.
- É possível resolver o problema por outra via?

Resolver um problema significa um procedimento estratégico para os alunos, deve ser bem ensinado desde as primeiras classes e, a respeito expõe-se:

Resolver um problema é saber o que se busca, ser capaz de representar-se e apropriar-se da situação exposta com um texto e sem texto, ser capaz de concentrar o tempo suficiente e também de desfocar-se para trocar de ponto de vista, ser capaz de guardar o traçado de seus ensaios, de organizar-se, de

planejar, de administrar a informação que se dispõe, ou seja que é necessário procurá-la ou construí-la, atrever-se a actuar, a arriscar-se, a equivocar-se, é riscar estratégia, ser capaz de validar, de provar e sobre tudo, é encontrar a via ou vias de solução (Pérez & Ramírez, 2011, p. 89).

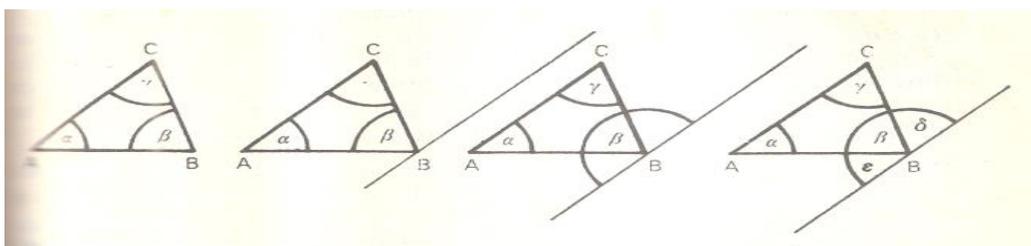
Com a definição expressa por Albarrán et al (2006) sobre os problemas matemáticos, abre-se uma nova concepção transformadora nas aulas de Matemática, a mesma deve seguir adquirindo um maior carácter de problema, quer dizer, com um enfoque de problema, em função do pensamento criado e a independência cognitiva dos estudantes através de métodos problemáticos que se apoiam na utilização de um sistema de procedimentos de busca do conhecimento da instrução heurística. Um grande descobrimento resolve um grande problema, mas na solução de todo o problema há um descobrimento. O problema que se expõe pode ser modesto, mas fica à prova a curiosidade que induz a pôr em jogo as faculdades inventivas, se resolver por próprios meios, pode-se experimentar o encanto do descobrimento e o gozo do triunfo (Polya, 1984).

A respeito Álvarez de Zayas (1999) destaca que os métodos problemáticos permitem educar o pensamento criador e a independência cognitiva nos estudantes, aproxima o ensino à investigação científica e à inovação em que se utiliza problemas reais como vínculo para promover a aprendizagem e precisa de uma taxonomia destes métodos entre os que se destacam: a exposição problemática, a busca parcial e o método inquiridor.

Seguindo esta mesma linha Pérez e Hernández (2017) expõe que no ensino primário os métodos problemáticos devem estar presentes para propiciar das primeiras classes o enfoque inquiridor, inovador com uma participação activa dos alunos e um professor como mediador do processo de ensino aprendizagem a partir de desenvolvimento da experiência criadora e das actividades cognitivas dos alunos.

O método de exposição problemática permite que o professor familiarize os alunos com a lógica contraditória na busca de solução de um problema e se vai relevando o fundamental do conhecimento que ministra não de forma acabada, quer dizer, dialogando com os alunos para que eles obtenham o novo conhecimento a partir dos que já possui. Neste método, pode-se estabelecer uma combinação entre os métodos explicativo e o problemático. Por exemplo, ao introduzir o teorema sobre a soma das amplitudes dos ângulos interiores de um triângulo, pode-se apresentar que os alunos tracem diferentes tipos de triângulos, que meçam seus ângulos e que somem suas amplitudes. Se estabelece uma contradição: diferentes triângulos e a soma é igual. Como justificar essa relação? Então o professor vai guiando os alunos a partir dos conhecimentos que possui com a ajuda da observação, sendo que uma das variantes que pudesse empregar seria o (Modelo 1), que se traça uma recta paralela ao lado AC do triângulo e que passe por o ponto B e transportamos ou superpomos as amplitudes dos ângulos interiores alternos formando um ângulo raso que nos oferece a conjectura que a soma das amplitudes dos ângulos interiores de um triângulo é igual a 180° .

Modelo 1. Ilustra a demonstração do teorema



Fonte: Livro de Didáctica da Matemática para a Licenciatura em Educação Primária. Editora: Povo e Educação, 2016

A busca parcial muito vinculada ao método heurístico adota distintas formas de conversação entre elas a conversação socrática, a conversação heurística e a discussão onde o processo de ensino se realiza mediante um intercâmbio de perguntas e respostas entre o professor e os alunos, ou entre alunos para obter o novo conhecimento a partir dos que já possui, ou seja, a partir do conhecido e levar pela via do raciocínio a que os alunos adquiram novos conhecimentos, por si mesmos, como: fundamentar, definir, explicar relações, formular proposições, encontrar um procedimento.

Em tal sentido neste método, a discussão constitui a forma superior de conversação em que se envolve a totalidade dos alunos e se utiliza com muita frequência para a busca comum de vias de solução, análise de problemas, valoração e avaliação de soluções oferecidas. A respeito Polya (1984) destaca: "... não revelem de repente toda a solução, deixar que os estudantes façam hipóteses, deixá-los descobrir por si mesmos sempre que for possível ..." (p.34).

A modo de exemplo: Se os alunos dominarem a adição de números naturais ($345 + 145$) e apresenta - lhe a seguinte situação, agora com números decimais $3,45 + 1,45$ e através de perguntas, recordando o procedimento com números naturais e estabelecendo perguntas, obtém-se o procedimento da adição de números decimais, empregando o princípio heurístico de analogia.

Ao precisar sobre o método inquiridor, Pérez e Hernández (2017) vinculam-no ao trabalho independente e fazem alusão de que os alunos resolvam problemas novos para eles, embora tenham sido resolvidos pela ciência, podem ser tarefas que resolvam na mesma aula, ou como tarefa para casa ou utilizando mais tempo. Entre os procedimentos que se devem empregar, encontram-se a busca de informação, o trabalho independente e o trabalho cooperativo e podem-se considerar actividades inquiridoras à busca de diferentes vias de solução de problemas matemáticos, procurar hipóteses para determinados problemas e a elaboração de exercícios com dados reais.

Todo o antes exposto, faz-nos reflectir sobre a aula de Matemática no nível educativo primário, a que deve transformar-se para uma aula através de problemas que estimule o desenvolvimento do pensamento dos alunos com actividades significativas em que os alunos estejam dotados de estratégias para encontrar as vias de solução com a aplicação de métodos produtivos e problemáticos e que propicie uma aprendizagem para resolver os múltiplos problemas da vida e para toda a vida.

3. METODOLOGIA

A génese da investigação realizou-se a partir da docência de pós-graduação sobre a base de um estudo transversal descritivo, preditivo ao ter um carácter prognóstico sobre a base de um diagnóstico aplicado a docentes e gestes do nível educativo primário em três jornadas de pós-graduação em dois municípios da província do *Cienfuegos*, na República de Cuba. Com um enfoque qual – quantitativo e predomínio do método de investigação geral, o dialético – materialista, e como métodos teóricos, a sistematização, o sistémico estrutural e empíricos, a análise documental, o questionário, as provas pedagógicas e a observação.

A amostra é de 75 cursistas de 3 grupos com 25 docentes, todos Licenciados e deles 20 mestres que representa 26,6%, 30 são gestores, entre eles, directores e coordenadores de classes que representam 40%. Verifica-se uma significativa heterogeneidade nos anos de experiências dos cursistas, desde 5 até aos 32 anos, aspecto que favoreceu o intercâmbio de saberes. Constituíram fontes de informação os alunos do nível educativo primário de determinados docentes que formam parte da matrícula, deve destacar-se que

os cursos ministraram-se nas próprias instituições educativas de escolas de altas matrículas de alunos e com alta quantidade de docentes o que permite um nível de transformação nas instituições.

Os métodos aplicados no processo de investigação foram dirigidos a constatar aspectos sobre o tratamento didáctico dos problemas matemáticos, entre eles o entendimento que têm os docentes em relação a esta tipologia de exercício, aspecto que influi na direcção do processo de ensino aprendizagem, assim como o programa generalizado para a solução dos problemas e o nível de aprendizagem dos alunos de docentes que cursam a pós-graduação.

Utilizar adequadamente a Didáctica da Educação Pós-graduada constituiu outro dos recursos empregados para dar respostas aos problemas da prática profissional e investigadora, como centro de transformação de um processo de mudança, de recombinação que implicasse uma transformação individual e grupal em si mesmo dos cursistas, que possibilite uma mudança de atitude sobre a base da tríade: prática – teoria – prática.

Para dar resposta ao objectivo de diagnosticar o estado actual do processo de ensino aprendizagem dos problemas matemáticos a partir da superação pós-graduada e determinar os factores que estão limitando este processo no nível educativo primário, concebeu-se o aprofundamento e ampliação dos conhecimentos existentes dos participantes com respeito a resultados de investigações para o aperfeiçoamento teórico, metodológico e prático desde novos conceitos que revolucionam as práticas educativas.

Os novos conceitos se vão construindo de forma dialogada sobre a base da reflexão, análise crítica da prática, perguntas inteligentes e que permita problematizar os dados que a assimetria entre cursistas e professores é reduzida pela experiência, pela tomada de decisões, por graus de igualdade de *status* e das condições em que os actores participam.

Uma das variantes para o tratamento dos conteúdos tratados no curso realizou-se com a ajuda de um questionário que possibilitou a reflexão e discussão colectiva sobre os conhecimentos referentes aos problemas matemáticos com diferentes enunciados que reflectem diferentes modos de pensar que completam o questionário lendo com atenção os enunciados e indicando o grau de acordo com cada um deles, mediante um valor numérico: 1: totalmente de desacordo; 2: em desacordo; 3: neutro (nem de acordo nem em desacordo); 4: de acordo; 5: totalmente de acordo) Por exemplos: Considera o seguinte exercício como um problema?

a) Qual é o sétimo termo da sequência? 2, 3, 5, 8, 12, ____, ____ (1 2 3 4 5)

b) Roberto tem 24 selos sobre o meio ambiente e Juan tem 30. Juan dá de presente 10 ao Roberto. Quantos selos têm agora Roberto? (1 2 3 4 5)

A análise documental como método adquire uma maior conotação ao ser aplicado pelos próprios cursistas nos seus documentos de planificação do processo de ensino aprendizagem (plano de aula) através de uma análise reflexiva da sua prática ao propiciar espaço de transformações e de inovação.

Ao realizar o curso de pós-graduação em instituições educativas do nível educativo primário, a observação, as provas pedagógicas como métodos conseguem um maior sentido em que se relaciona a superação com a investigação no contexto escola, no laboratório de transformação do processo de ensino aprendizagem e com possibilidades de outras formas de trabalho metodológico.

Aplicou-se uma triangulação metodológica como a combinação de diferentes métodos com o objectivo de obter uma imagem mais adequada e completa do objecto de estudo da investigação seguindo o modelo de (Kelle & Bernhard, 2019).

4. RESULTADO E DISCUSSÃO

Como ponto de partida da investigação, constatou-se o domínio que possuem os cursistas sobre o conceito de problemas matemáticos através de um questionário em que se apresentaram 5 exercícios matemáticos para que determinassem se constituíam problemas. O exercício A, um exercício formal onde devem aplicar um algoritmo que não constitui um problema; o exercício B formal, sem texto com uma via desconhecida e devem aplicar conhecimentos com caracteres de problema; o exercício C constitui um exercício com um texto rotineiro e aplicam um algoritmo para sua solução, muito baixa actividade intelectual, não constitui um problema; o exercício D é um exercício com um texto, têm que encontrar uma via de solução e constitui um problema; e o exercício E é um exercício de um cálculo geométrico com várias vias de solução e constitui um problema. O gráfico 1 mostra as valorações realizadas pelos cursistas.

Gráfico 1. Valorações em relação ao conceito de problemas matemáticos



Fonte: Elaboração própria dos autores

Evidencia-se que os cursistas apresentam uma limitada concepção do que é um problema, concebem-no como o exercício que apresenta um texto da vida quotidiana similares ao C e ao D, enquanto há outros exercícios como o B e o E em que se desdobra uma maior actividade intelectual, pois têm que procurar uma via de solução e não o valoram como um problema. Comprova-se uma ideia tradicionalista, restringida do conceito de problemas matemáticos a qual foi superada a partir de novas definições e introduz-se um exercício formal ou um exercício com texto, pode ter carácter de problema e que um exercício com texto com um enunciado determinado da vida pode ou não pode ser um problema. Estes exercícios têm um carácter relativo e depende da actividade intelectual que realizam os alunos, embora tenha claridade do conceito de problemas matemáticos, influi notavelmente na direcção do processo de ensino aprendizagem da Matemática.

Os níveis de sistematicidades que se devem trabalhar os problemas verificaram-se a partir da análise documental do planeamento dos cursistas (plano de aula). A modo de exemplo, mostra-se os tipos de exercícios que um professor planeia durante uma semana de trabalho (Gráfico 2).

Gráfico 2. Resultados de um estudo sobre os tipos de exercícios em planos de aulas

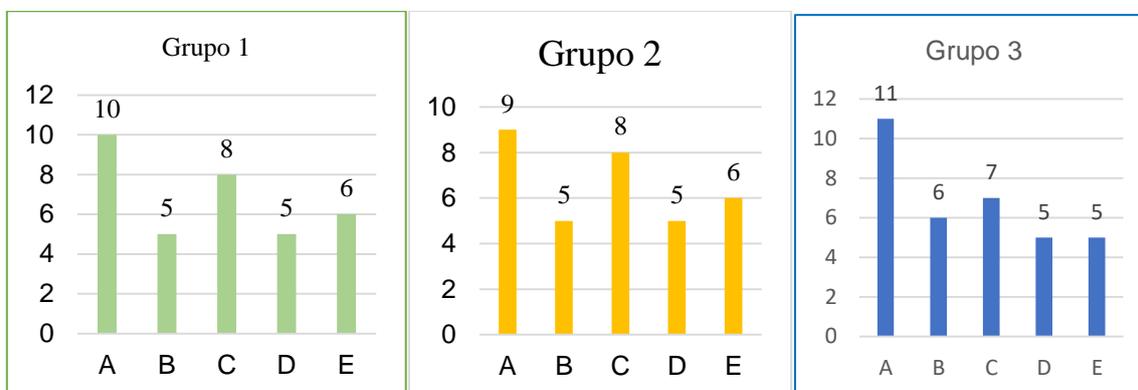


Fonte: Elaboração própria dos autores

Constata-se o predomínio de exercícios algorítmicos de calcular, de resolver, com uma ordem imediata para executar os que representam 41,6% do resto de outros tipos de exercícios. Os exercícios diferenciados estão dirigidos para os alunos com problemas de aprendizagens e com esta mesma intenção de calcular que os antes mencionados apresentam problemas que se convertem em rotineiros, modifica-se o texto com uma mesma finalidade matemática ao preponderar o carácter reprodutivo do exercício.

Nas três escolas sedes do curso de pós-graduação aplicou-se uma prova pedagógica a alunos da sexta classe (Gráfico 3), cujos professores frequentam o curso e tomou-se como fonte de informação 60 alunos de cada uma das escolas, formaram-se 5 grupos de 12 alunos às que se aplica uma comprovação com os diferentes tipos de exercícios similares aos utilizados para constatar o conceito de problemas aplicados aos cursistas (A, B, C, D e E) que aparecem no gráfico.

Gráfico 3. Resultados da prova pedagógica a alunos de sexta classe



Fonte: Elaboração própria dos autores

Não constitui objecto de análise comparar os três grupos em que se aplicou a prova pedagógica, corrobora-se que os melhores resultados encontram-se na série A, que consistiu na solução de um exercício formal com uma ordem directa, na série C em que os alunos resolvem um exercício com um texto rotineiro não se evidenciam dificuldades, nas séries B, D e E os resultados acham-se de 50% e inferiores, tendo relação com os outros instrumentos aplicados.

Nas sessões de trabalho durante o curso, observa-se a utilização do programa heurístico como um meio de ensino para a direcção do processo de ensino aprendizagem dos problemas matemáticos, concebe-se como uma série de passos com carácter algorítmico,

sendo este um programa heurístico para que se acostume como uma estratégia de trabalho para uma diversidade de exercícios e os cursistas reconhecem que seus alunos não obtêm sua aplicação de forma independente.

Ao analisar os diferentes métodos aplicados, corrobora-se os aspectos recorrentes que limitam o desempenho de docentes e dos alunos no tratamento dos problemas matemáticos, sendo este conteúdo chave para os outros níveis educativos e para enfrentar múltiplos problemas da vida quotidiana. Entre os factores que estão limitando o processo de ensino aprendizagem dos problemas matemáticos no nível educativo primário encontram-se:

- A concepção estática e tradicionalista do conceito de problemas matemáticos como um exercício com um texto, com uma exigência explícita em forma de pergunta sem ter presente seu grau de complexidade que precisa encontrar uma via de solução por parte dos alunos, não significa um procedimento algorítmico.
- A falta de uma concepção actualizada pelo que é um problema matemático que influi notavelmente em seu emprego por parte dos docentes na direcção do processo de ensino aprendizagem em que é recorrente encontrar exercícios directos de calcular, resolver, achar entre outros, em que se aplica um algoritmo com ênfase na habilidade de calcular e limita-se o raciocínio com outros tipos de exercícios.
- Corrobora-se dificuldades de aprendizagens dos alunos na habilidade de raciocinar problemas matemáticos, sendo esta o encargo fundamental da disciplina Matemática no nível primário.
- Concebem-se os problemas matemáticos no processo de ensino aprendizagem como um exercício rotineiro, atribuem-se mais exercícios que problemas com marcada repetição sem a utilização de métodos produtivos e com excesso de dependência do professor.

5. CONCLUSÕES

A utilização de cursos de pós-graduação constituiu uma via para diagnosticar os factores que estão limitando o processo de ensino aprendizagem dos problemas matemáticos no nível educativo primário, e oferece vias para inovar, transformar as práticas educativas com o fim de uma maior qualidade na aprendizagem em função de um desenvolvimento sustentável.

Os factores que estão limitando o processo de ensino aprendizagem dos problemas matemáticos no nível educativo primário estão dados por incongruências no nível de actualização dos docentes, pouca sistematicidade neste conteúdo nas aulas e o emprego de métodos que dinamizem o processo em função de uma maior qualidade da aprendizagem dos alunos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Álvarez de Zayas, C. (1999) *La escuela en la vida*. Colección educación y desarrollo, Ed. Pueblo y Educación. La Habana. Cuba.

Albarrán, J. (2006) *Didáctica de la Matemática en la Escuela Primaria*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, Cuba.

- Campistrous, L. & Rizo, C. (1996). *Aprender a resolver problemas aritméticos*. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, Cuba
- Donoso, E. (2020) *La interacción pedagógica en las clases de resolución de problemas matemáticos*. <http://www.Scielo.Edu.uy>Scielo>
- Escalona, D (1956). *La enseñanza de la Aritmética en Cuba*. Editorial Progreso. Cuba.
- Kelle, U., & Bernhard, R., (2019). *How to use mixed-methods and triangulation designs: An introduction to history education*, *History Education Research Journal*, 16(1),5-23 <https://doi.org/https://doi.org/10.18546/HERJ.16.1.02>
- Labarrere, A. (1987) *Base psicopedagógica de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. Editorial, Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, Cuba.
- Muongo, A., João, B. & Da Silva, P. (2023). *O uso dos jogos didáticos de construção de objectos cujo número é dado, na aprendizagem dos números na Educação Pré-Escolar*. *RECIPEB*, 1(3),22–38. <https://doi.org/10.5281/zenodo.8147905>
- Polya, G. (1989) *Como plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas, México
- Pérez, K. & Hernández, J.E. (2017) *La elaboración de preguntas en la enseñanza de la comprensión de problemas matemáticos*. *Investigación en Matemática...*2017-
<http://www.Scielo.org.mx>
- Pérez, Y. & Ramírez, R. (2011). *De enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentación teórica y metodológica*. *Revista de investigación*. Volumen 35. No 73. Caracas. <http://www.Ve.Scielo.Org.Scielo>
- Queria, M. B. & Barros, J. M. M. (2020). *Didáctica da Matemática: Teoria e Aplicações*. Edições ECO7: Angola
- Roncha, A. (2021). *Resolución de problemas matemáticos en alumnado con y sin superdotación intelectual*. *Revista de Psicología*. Vol.39. No 2 Lima. <http://www.pe.Scielo.Org.pe>Scielo>
- Wanton F., & Arias I, (2016). *Didáctica de la Matemática para la Licenciatura en Educación Primaria*. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, Cuba”
- Werner, J. (1979) *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática* 1, Ed, pueblo y Educación. Ciudad de La Habana, Cuba.

7. APÊNDICES

APÊNDICE 1. Questionário aplicado aos cursistas durante o curso de pós-graduação.

Objectivo: Obter informação do nível actual de conhecimentos que possuem os cursistas sobre o tratamento dos problemas matemáticos no nível educativo primária.

Estimados cursistas, estamos realizando uma actividade inquiridora sobre o tratamento dos problemas matemáticos. Necessitamos sua valiosa colaboração ao dar respostas às perguntas deste questionário. Antecipadamente, muito obrigado.

1- Considera em cada caso aos seguintes exercícios matemático como problema? Indicando com um círculo em cada caso seu grau de acordo ou desacordo, mediante um valor numérico: 1: totalmente de desacordo; 2: em desacordo; 3: neutro (nem de acordo nem em desacordo); 4: de acordo; 5: totalmente de acordo)

A) Calcula $3,25 + 3,45$ B) $53,7 - 6,34$ (1, 2, 3, 4, 5)

B) Qual é o sétimo termo da sequência? 2, 3, 5, 8, 12, ____, ____ (1, 2, 3, 4, 5)

C) Roberto tem 24 selos sobre o meio ambiente e Juan tem 30. Juan dá de presente 10 ao Roberto. Quantos selos têm agora Roberto? (1, 2, 3, 4, 5)

D) Dos 30 alunos de um sala-de-aula, 24 usam óculos e 18 relógios. Quantos usam ambas as coisas se todos usarem ao menos um deles? (1, 2, 3, 4, 5)

E) Calcula a amplitude do terceiro ângulo interior de um triângulo (α, β, γ) se os outros ângulos interiores medirem: (1, 2, 3, 4, 5)

a) $\alpha = 35^\circ; \beta = 50^\circ; \gamma = x$

b) $\alpha = x; \beta = 50^\circ; \gamma = 50^\circ$

Classifique cada triângulo segundo a amplitude de seus ângulos e a longitude de seus lados

APÊNDICE 2. Guia de observação de planos de aula para analisar o nível de sistematicidade dos problemas matemáticos durante uma semana de trabalho.

Objectivo: Determinar o nível de sistematização dos problemas matemáticos nas aulas de matemática durante uma semana de trabalho

Estimado cursistas, estamos realizando uma actividade inquiridora sobre o tratamento dos problemas matemáticos. Necessitamos sua valiosa colaboração ao dar respostas às perguntas deste questionário. Antecipadamente, muito obrigado.

1- Utilize seu plano de aula ou o de outro docente de sua escola e determine a quantidade e tipos de exercícios durante uma semana de trabalho. Encha a seguinte tabela.

Tipos de exercícios	Quantidade durante uma semana
Exercícios de calcular, resolver, achar	
Exercícios com um nível de aplicação	
Problemas rotineiros	
Exercícios diferenciados	
Exercícios criativos	
Total de exercícios	

APÊNDICE 3. Exemplo de uma prova pedagógica aplicada aos alunos de 6.^a Classe

Objectivo: Determinar o nível de aprendizagem dos alunos nos problemas matemáticos com respeito a outros exercícios matemáticos.

1-Calcula $3,25 + 3,45$ B) $53,7 - 6$ C) $34,88 : 0,4$

2-Que número lhe corresponde ao 3

9 = 90

8 = 72

7 = 56

$$6 = 42$$

$$5 = 30$$

$$3 = ?$$

3- Em uma escola há 536 alunos e cada aluno deve receber 8 cadernetas. Quantas cadernetas se necessitam em total?

4- Dos 30 alunos de um sala-de-aula, 24 usam óculos e 18 relógios. Quantos usam ambas as coisas se todos usarem ao menos um deles?

5- Calcula a amplitude do terceiro ângulo interior de um triângulo (α, β, γ) se os outros ângulos interiores medirem:

a) $\alpha = 35^\circ; \beta = 50^\circ; \gamma = x$

b) $\alpha = x; \beta = 50^\circ; \gamma = 50^\circ$

Classifique cada triângulo segundo a amplitude de seus ângulos e a longitude de seus lados