

MUHAMMAD AL-XORAZMIY
NOMIDAGI TATU FARG'ONA FILIALI
FERGANA BRANCH OF TUIT
NAMED AFTER MUHAMMAD AL-KHORAZMI

“AL-FARG‘ONIIY AVLODLARI”

ELEKTRON ILMIY JURNALI | ELECTRONIC SCIENTIFIC JOURNAL

TA'LIMDAGI ILMIY, OMMABOP VA ILMIY TADQIQOT ISHLARI



4-SON 1(4)
2023-YIL

TATU, FARG'ONA
O'ZBEKISTON



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI RAQAMLI TEXNOLOGIYALAR VAZIRLIGI

MUHAMMAD AL-XORAZMIY NOMIDAGI
TOSHKENT AXBOROT TEXNOLOGIYALARI UNIVERSITETI
FARG'ONA FILIALI

Muassis: Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Farg'ona filiali.

Chop etish tili: O'zbek, ingliz, rus. Jurnal texnika fanlariga ixtisoslashgan bo'lib, barcha shu sohadagi matematika, fizika, axborot texnologiyalari yo'nalishida maqolalar chop etib boradi.

Учредитель: Ферганский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада ал-Хоразми.

Язык издания: узбекский, английский, русский.

Журнал специализируется на технических науках и публикует статьи в области математики, физики и информационных технологий.

Founder: Fergana branch of the Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khorazmi.

Language of publication: Uzbek, English, Russian.

The magazine specializes in technical sciences and publishes articles in the field of mathematics, physics, and information technology.

2023 yil, Tom 1, №4
Vol.1, Iss.4, 2023 y

ELEKTRON ILMIY JURNALI

ELECTRONIC SCIENTIFIC JOURNAL

«Al-Farg'oniyl avlodlari» («The descendants of al-Fargani», «Potomki al-Fargani») O'zbekiston Respublikasi Prezidenti administratsiyasi huzuridagi Axborot va ommaviy kommunikatsiyalar agentligida 2022-yil 21 dekabrda 054493-son bilan ro'yxatdan o'tgan.

Jurnal OAK Rayosatining 2023-yil 30 sentabrdagi 343-sonli qarori bilan Texnika fanlari yo'nalishida milliy nashrlar ro'yxatiga kiritilgan.

Tahririyat manzili:
151100, Farg'ona sh.,
Aeroport ko'chasi 17-uy,
202A-xona
Tel: (+99899) 998-01-42
e-mail: info@al-fargoniy.uz

Qo'lyozmalar taqrizlanmaydi va qaytarilmaydi.

FARG'ONA - 2023 YIL

TAHRIR HAY'ATI

Maxkamov Baxtiyor Shuxratovich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti rektori, iqtisodiyot fanlari doktori, professor

Muxtarov Farrux Muhammadovich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi Toshkent axborot texnologiyalari universiteti Farg'ona filiali direktori, texnika fanlari doktori

Arjannikov Andrey Vasilevich,

Rossiya Federatsiyasi Sibir davlat universiteti professori, fizika-matematika fanlari doktori

Satibayev Abdugani Djunosovich,

Qirg'iziston Respublikasi, Osh texnologiyalari universiteti, fizika-matematika fanlari doktori, professor

Rasulov Akbarali Maxamatovich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Farg'ona filiali Axborot texnologiyalari kafedrasida professori, fizika-matematika fanlari doktori

Yakubov Maksadxon Sultaniyazovich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU «Axborot texnologiyalari» kafedrasida professori, t.f.d., professor, xalqaro axborotlashtirish fanlari Akademiyasi akademigi

G'ulomov Sherzod Rajaboyevich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Kiberxavfsizlik fakulteti dekani, Ph.D., dotsent

G'aniyev Abduxalil Abdujalilovich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Kiberxavfsizlik fakulteti, Axborot xavfsizligi kafedrasida t.f.n., dotsent

Zaynidinov Hakimjon Nasritdinovich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Kompyuter injiniringi fakulteti, Sun'iy intellekt kafedrasida texnika fanlari doktori, professor

Bo'taboyev Muhammadjon To'ychiyevich,

Farg'ona politexnika instituti, Iqtisod fanlari doktori, professor

Abdullayev Abdujabbor,

Andijon mashinosozlik instituti, Iqtisod fanlari doktori, professor

Qo'ldashev Abbosjon Hakimovich,

O'zbekiston milliy universiteti huzuridagi Yarimo'tkazgichlar fizikasi va mikroelektronika ilmiy-tadqiqot instituti, texnika fanlari doktori, professor

Ergashev Sirojiddin Fayazovich,

Farg'ona politexnika instituti, elektronika va asbobsozlik kafedrasida professori, texnika fanlari doktori, professor

Qoraboyev Muhammadjon Qoraboevich,

Toshkent tibbiyot akademiyasi Farg'ona filiali fizika matematika fanlari doktori, professor, BMT ning maslahatchisi maqomidagi xalqaro axborotlashtirish akademiyasi akademigi

Polvonov Baxtiyor Zaylobiddinovich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Farg'ona filiali Ilmiy ishlar va innovatsiyalar bo'yicha direktor o'rinbosari

Zulunov Ravshanbek Mamatovich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Farg'ona filiali Dasturiy injiniring kafedrasida dotsenti, fizika-matematika fanlari nomzodi

Saliyev Nabijon,

O'zbekiston jismoniy tarbiya va sport universiteti Farg'ona filiali dotsenti

Abdullaev Temurbek Marufovich,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Axborot texnologiyalari kafedra mudiri, texnika fanlar bo'yicha falsafa doktori

Zokirov Sanjar Ikromjon o'g'li,

Muhammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Farg'ona filiali Ilmiy tadqiqotlar, innovatsiyalar va ilmiy-pedagogik kadrlar tayyorlash bo'limi boshlig'i, fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori

Jurnal quyidagi bazalarda indekslanadi:



Eslatma! Jurnal materiallari to'plamiga kiritilgan ilmiy maqolalardagi raqamlar, ma'lumotlar haqqoniyligiga va keltirilgan iqtiboslar to'g'riligiga mualliflar shaxsan javobgardirlar.

MUNDARIJA | ОГЛАВЛЕНИЕ | TABLE OF CONTENTS

Muxtarov Farrux Muhammadovich, TARMOQ TRAFIGI ANOMALIYALARINI IDENTIFIKATSIYA QILISHNING STATIK USULI	4-7
Daliyev Baxtiyor Sirojiddinovich, Abelning umumlashgan integral tenglamasini yechish uchun Sobolev fazosida optimal kvadratur formulalar	8-14
Umarov Shuxratjon Azizjonovich, KRIPTOBARDOSHLI KRIPTOGRAFIK TIZIMLAR VA ULARNING KLASSIFIKATSIYASI	15-21
Zulunov Ravshanbek Mamatovich, PYTHONDA NEYRON TARMOQNI QURISH VA BASHORAT QILISH	22-26
Djalilov Mamatisa Latibdjanovich, IKKI QATLAMLI NOELASTIK PLASTINKANING KO'NDALANG TEBRANISHI UMUMIY TENGLAMASINI TAHLIL QILISH	27-30
Erkin Uljaev, Azizjon Abdulkhamidov, Utkirjon Ubaydullayev, A Convolutional Neural Network For Classification Cotton Boll Opening Degree	31-36
Seytov Aybek Jumabayevich, Xusanov Azimjon Mamadaliyevich, Magistral kanallarda suv resurslarini boshqarish jarayonlarini modellashtirish algoritmini ishlab chiqish	37-43
Abdullayev Temurbek Marufjonovich, Algorithm of functioning of intellectual information-measuring system	44-49
Odinakhon Sadikovna Rayimjanova, Usmonali Umarovich Iskandarov, Reaserch of highly sensitive deformation semiconductor sensors based on AFV	50-53
S.S.Radjabov, G.R.Mirzayeva, A.O.Tillavoldiyev, J.A.Allayorov, BARG TASVIRI BO'YICHA MADANIY O'SIMLIK LARNING FITOSANITAR HOLATINI ANIQLASH ALGORITMLARI	54-59
Эргашев Отабек Мирзапулатович, Интеллектуальный оптоэлектронный прибор для учета и контроля расходом воды в открытых каналах	60-65
Xomidov Xushnudbek Rapiqjon o'g'li, Nurmatov Sardorbek Xasanboy o'g'li, Yo'ldashev Bilol Iqboljon o'g'li, O'lmasov Farrux Yorqinjon o'g'li, Konus setkali chang tozalovchi qurilma uchun chang namunalarning dispers tarkibi tahlili	66-69
Akhundjanov Umidjon Yunus ugli, VERIFICATION OF STATIC SIGNATURE USING CONVOLUTIONAL NEURAL NETWORK	70-74
Лазарева Марина Викторовна, Горовик Александр Альфредович, Цифровизация и цифровой менеджмент в современном управлении	75-81
D.X.Tojimatov, KIBERTAHDIDLARNI OLDINI OLIHDA KIBERRAZVEDKA AMALIYOTI VA UNING USTUVOR VAZIFALARI	82-85
Muxtarov Farrux Muhammadovich, Rasulov Akbarali Maxamatovich, Ibroximov Nodirbek Ikromjonovich, Kompyuter eksperimenti orqali kam atomli mis klasterlarining geometrik tuzilishini o'rganish	86-89
Umurzakova Dilnoza Maxamadjanovna, BOSHQARISH QONUNLARINI ADAPTATSIYALASH ALGORITMLARINI ISHLAB CHIQLASH	90-94
Muxamedieva Dildora Kabilovna, Muxtarov Farrux Muhammadovich, Sotvoldiev Dilshodbek Marifjonovich, JAMOAT TRANSPORTI MARSHRUTLARINI QURISH INTELLEKTUAL ALGORITMLARI	95-103
Нурдинова Разияхон Абдихаликовна, Перспективы применения элементов с аномальными фотовольтаическими напряжениями	104-108
Bozarov Baxromjon Pخomovich, UCH O'LCHOVLI FAZODAGI SFERADAANIQLANGAN FUNKSIYALARNI TAQRIBIY INTEGRALLASH UCHUN OPTIMAL KUBATUR FORMULALAR	109-113
Улжаев Эркин, Худойбердиев Элёр Фахриддин угли, Нарзуллаев Шохрух Нурали угли, РАЗРАБОТКА КОНСТРУКЦИИ И ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ СХЕМЫ ПОЛУЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ЁМКОСТНОГО ПОТОЧНОГО ВЛАГОМЕРА	114-122
Mamirov Uktam Farkhodovich, Buronov Bunyod Mamurjon ugli, ALGORITHMS FOR FORMATION OF CONTROL EFFECTS IN CONDITIONS OF UNOBSERVABLE DISTURBANCES	123-127
Sharibayev Nosirjon Yusubjanovich, Jabborov Anvar Mansurjonovich, YURAK-QON TOMIR KASALLIKLARI DIAGNOSTIKASI UCHUN TEXNOLOGIYALAR, ALGORITMLAR VA VOSITALAR	128-136
Marina Lazareva, Estimating development time and complexity of programs	137-141
Asrayev Muhammadmullo, ONLINE HANDWRITING RECOGNITION	142-146
Norinov Muhammadyunus Usibjonovich, SPEKTR ZONALI TASVIRLARGA INTELLEKTUAL ISHLOV BERISH USULLARI TAHLILI	147-152
Xudoynazarov Umidjon Umarjon o'g'li, PARAMETRLI ALGEBRAGA ASOSLANGAN EL-GAMAL SHIFRLASH ALGORITMLARINI GOMOMORFIK XUSUSIYATINI TADQIQ ETISH	153-157
D.M.Okhunov, M.Okhunov, THE ERA OF THE DIGITAL ECONOMY IS AN ERA OF NEW OPPORTUNITIES AND PROSPECTS FOR BUSINESS DEVELOPMENT BASED ON CROWDSOURCING TECHNOLOGIES	158-165

MUNDARIJA | ОГЛАВЛЕНИЕ | TABLE OF CONTENTS

Солиев Бахромжон Набиджонович, Путеводитель по построению веб-API на Django - Шаг за шагом с Django REST framework — от моделей до проверки работоспособности	166-171
Sevinov Jasur Usmonovich, Boborayimov Okhunjon Khushmurod ogli, ALGORITHMS FOR SYNTHESIS OF ADAPTIVE CONTROL SYSTEMS WITH IMPLICIT REFERENCE MODELS BASED ON THE SPEED GRADIENT METHOD	172-176
Mamatov Narzullo Solidjonovich, Jalelova Malika Moyatdin qizi, Tojiboyeva Shaxzoda Xoldorjon qizi, Samijonov Boymirzo Narzullo o'g'li, SUN'IY YO'LDOSHDAN OLINGAN TASVIRDAGI DALA MAYDONI CHEGARALARINI ANIQLASH USULLARI	177-181
Обухов Вадим Анатольевич, Криптография на основе эллиптических кривых (ECC)	182-188
Turdimatov Mamirjon Mirzayevich, Sadirova Xursanoy Xusanboy qizi, AXBOROTNI HIMOYALASHDA CHETLAB O'TISHNING MUMKIN BO'LGAN EHTIMOLLIK XOLATINI BAHOLASH USULLARI	189-193
Musayev Xurshid Sharifjonovich, TRIKOTAJ MAHSULOTLARIDA NUQSONLI TO'QIMALARNING ANIQLASHNING MATEMATIK MODELI VA UNING ALGORITMLARI	194-196
Kodirov Ahkhmadkhon, Umarov Abdumukhtar, Rozaliyev Abdumalikjon, ANALYSIS OF FACIAL RECOGNITION ALGORITHMS IN THE PYTHON PROGRAMMING LANGUAGE	197-205
Suyumov Jorabek Yunusalievich, METHODOLOGICAL PROBLEMS OF QUALIMETRY IN CONDUCT OF PEDAGOGICAL EXPERIMENT-EXAMINATION	206-211
Хаджаев Саидакбар Исмоил угли, АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ ЗАЩИТЫ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ МАЛОГО И СРЕДНЕГО БИЗНЕСА ОТ КИБЕРАТАК	212-217
M.M.Khalilov, Effect of Heat Treatment on the Photosensitivity of Polycrystalline PbTe Films AND PbS	218-221
Тажибаев Илхом Бахтиёрвич, ПОЛНОСТЬЮ ВОЛОКОННЫЙ СЕНСОР, ОСНОВАННЫЙ НА КОНСТРУКЦИИ ИЗ МАЛОМОДОВОГО ВОЛОКОННОГО СМЕЩЕНИЯ С КАСКАДНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ ВОЛОКОННОЙ РЕШЕТКИ С БОЛЬШИМ ИНТЕРВАЛОМ, ИСПОЛЬЗУЕТСЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИСКРИВЛЕНИЯ И ПРОВЕДЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ	222-225
Sharibaev Nosir Yusubjanovich, Djuraev Sherzod Sobirjanovich, To'xtasinov Davronbek Xoshimjon o'g'li, PRIORITIES IN DETERMINING ELECTRIC MOTOR VIBRATION WITH ADXL345 ACCELEROMETER SENSOR	226-230
Mukhammadjonov A.G., ANALYSIS OF AUTOMATION THROUGH SENSORS OF HEAT AND HUMIDITY OF DIFFERENT DIRECTIONS	231-236
Эрматова Зарина Кахрамоновна, АКТУАЛЬНОСТЬ ПРЕПОДАВАНИЯ ЯЗЫКА ПРОГРАММИРОВАНИЯ C++ В ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЯХ	237-241
Saparbaev Rakhmon, ANALOG TO DIGITAL CONVERSION PROCESS BY MATLAB SIMULINK	242-245
Садикова М.А., Авазова Н.К., САМООБУЧЕНИЕ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА, БАЗОВЫЕ ПРИНЦИПЫ РАБОТЫ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА НА ПРОСТОМ ПРИМЕРЕ	246-250
Abduhafizov Tohirjon Ubaydullo o'g'li, Abdurasulova Dilnoza Botirali kizi, DEVELOPMENT OF ALGORITHMS IN THE ANALYSIS OF DEMAND AND SUPPLY PROCESSES IN ECONOMIC SYSTEMS	251-256
Kayumov Ahror Muminjonovich, CREATING MATHEMATICAL MODELS TO IDENTIFY DEFECTS IN TEXTILE MACHINERY FABRIC	257-261
Mirzakarimov Baxtiyor Abdusalomovich, Xayitov Azizjon Mo'minjon o'g'li, BIOMETRIC METHODS SECURE COMPUTER DATA FROM UNAUTHORIZED ACCESS	262-266
Soliyev B., Odilov A., Abdurasulova Sh., Leveraging Python for Enhanced Excel Functionality: A Practical Exploration	267-271
Жураев Нурмахамад Маматович, Системы Электроснабжения Оборудования Предприятий Связи: Надежность и Эффективность	272-276
Rasulova Feruzaxon Xoshimjon qizi, Isroilov Sharobiddin Mahammadyusufovich, OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA MUTAXASSISILIK FANLARINI O'QITISHDA MULTIMEDIALI MOBIL ILOVADANDAN FOYDALANISHNING STATISTIK TAHLILI	277-280
Muxtarov Farrux Muxammadovich, Toshpulatov Sherali Muxamadaliyevich, SUN'IY INTELLEKT YORDAMIDA IJTIMOYIY TARMOQ MONITORINGI TIZIMINI YARATISH, AFZALLIKLARI VA MUHIM JIXATLARI	281-285
Sadikova Munira Alisherovna, APPLICATION OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE DEVICES IN MANUFACTURING	286-290
Mamatov Narzullo Solidjonovich, Ibroximov Sanjar Rustam o'g'li, Fayziyev Voxid Orzumurod o'g'li, Samijonov Abdurashid Narzullo o'g'li, SUN'IY INTELLEKT VOSITALARINI TA'LIMNI NAZORAT QILISH VA BAHOLASHDA QO'LLASH	291-297

UCH O'LCHOVLI FAZODAGI SFERADA ANIQLANGAN FUNKSIYALARNI TAQRIBIY INTEGRALLASH UCHUN OPTIMAL KUBATUR FORMULALAR

Bozarov Baxromjon Ixomovich,

fizika-matematika fanlari bo'yicha falsafa doktori,
Muxammad al-Xorazmiy nomidagi TATU Farg'ona filiali
b.bozarov@mail.ru

Annotatsiya: Sfera ustida aniqlangan funksiyalarni optimal kubatur formulalar va trigonometrik vaznli optimal kvadratur formulalar yordamida integrallarni taqribiy hisoblashning samarali usullarini ishlab chiqish, funksiyalarning turli sinflarida trigonometrik vaznli integrallarni taqribiy hisoblashning yangi algoritmlarini yaratish hamda ularning xatoliklarini baholash ushbu ishning maqsadidir.

Kalit so'zlar: kubatur formulalar, kvadratur formulalar, xatolik funksionali, xatolik funksionali normasi, optimal koeffitsiyentlar

Kirish.

Ushbu ishda

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} f(\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta) |J| d\theta d\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi$$

tenglikning o'ng qismi bo'lgan

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta F(\theta, \phi) d\theta d\phi \quad (1)$$

integraldagi $F(\theta, \phi)$ funksiyaning berilishi bilan bu integral ostidagi ifoda θ va ϕ o'zgaruvchilarga nisbatan davriy yoki davriy emas deb qarash mumkin [1,2,3].

Bizga ma'lumki, (1) ifodani quyidagi taribda hisoblanadi

$$I_1(\phi) = \int_0^{\pi} \sin(\theta) F(\theta, \phi) d\theta \quad (2)$$

va

$$I = \int_0^{2\pi} I_1(\phi) d\phi \quad (3)$$

Umumiy ma'noda θ va ϕ o'zgaruvchilar bo'yicha integral ostidagi funksiyaning davriy yoki davriy emasligiga nisbatan quyidagi hollarda kubatur formulalarni qurish mumkin.

1) Berilgan (1) integral ostidagi ifoda ikkala o'zgaruvchi bo'yicha ham davriy bo'lsin.

2) Bu (1) integral ostidagi ifoda θ o'zgaruvchi bo'yicha davriy emas, ikkinchi ϕ o'zgaruvchiga nisbatan davriy bo'lsin.

Biz bu ishda uch o'lchovli fazodagi sferada aniqlangan funksiyalarning integralini taqribiy hisoblash bilan shug'illanamiz. Bu xolatlar uchun tayin $F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi$ olib qurilgan kubatur formulalar yordamida sonli natijalarni hisoblaymiz.

Optimal kubatur formula qurish.

Dastlab uch o'lchovli fazodagi sferada aniqlangan $F(\theta, \phi)$ funksiyani berilishi bilan (1) integral ostidagi ifoda xar ikki o'zgaruvchilari bo'yicha ham davriy deb qaraylik.

1) Demak, (1) integral ostidagi ifoda θ va ϕ o'zgaruvchilar bo'yicha davriy funksiya bo'lsin, bunda θ o'zgaruvchi bo'yicha [4,5] ishlarida keltirilgan davriy funksiyalar uchun $p(x)$ vaznli optimal kvadratur formuladan foydalanish mumkin

$$\int_0^1 p(x) f(x) dx \cong \sum_{\beta=1}^N C[\beta] f[\beta] \quad (4)$$

Berilgan (2) integralni hisoblash talab etiladi.

Davriy funksiyalar fazosida $p(x) = \sin(x)$ vaznli bo'lganda (4) optimal kvadratur formula bilan hisoblash uchun (2) integral chegaralarini $\theta = \pi x$ almashtirish bilan $F(\theta, \phi) = f(\pi x)$ belgilash bajaramiz. Bu almashtirishdan so'ng quyidagi integralni hisoblashga kelamiz

$$\int_0^1 \sin(\pi x) f(\pi x) dx \cong \sum_{\beta=1}^N C[\beta] f(\pi[\beta]) \quad (5)$$

Bu (5) davriy funksiyalar fazosidagi optimal kvadratur formula uchun quyidagi tasdiq o'rinli [4].



Teorema 1. (X.M.Shadimetov [4]) *Sobolevning*

$L_2^{(m)}(0, \pi]$ davriy funksiyalar fazosida (5) vaznli optimal kvadratur formulaning koeffitsientlari quyidagicha

$$C[\beta] = h \left(\frac{2(1 - \cos(\pi h))}{\pi^2 h^2} \right)^m \frac{(2m-1)! \sin(\pi h \beta)}{2 \sum_{k=0}^{m-1} a_k \cos(h(m-1-k)) + a_{m-1}}, \quad \beta = 1, \dots, N \quad (6)$$

bu yerda

$$a_k = \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{2m}{j} (k+1-j)^{2m-1}$$

a_{m-1} esa $E_{2m-2}(x)$ Eyley-Frobenius

ko'phadning $(m-1)$ -tartibli hadining koeffitsienti.

Teorema 1 dan uch o'lchovli fazoda aniqlangan funksiyalarni (5) integralini hisoblash uchun $m=1$ bo'lganda (6) koeffitsientlar uchun quyidagi tasdiq o'rinli

Teorema 2. *Sobolevning* $L_2^{(1)}(0, \pi]$ davriy funksiyalar fazosida (5) vaznli optimal kvadratur formulaning koeffitsientlari quyidagicha

$$C[\beta] = \frac{2(1 - \cos(\pi h_1))}{\pi^2 h_1} \sin(\pi h_1 \beta), \quad \beta = 1, 2, \dots, N_1 \quad (7)$$

bu yerda $h_1 = \frac{1}{N_1}$, N_1 - biror natural son.

Keyin, ikkinchi ϕ o'zgaruvchi bo'yicha (3) integralni umumlashgan to'g'ri to'rtburchaklar formulasidan foydalanib taqribiy hisoblash mumkin

$$\int_a^b g(x) dx \cong \sum_{\beta=1}^{N_2} h_2 g(a + h_2 \beta) \quad (8)$$

bu yerda $h_2 = \frac{b-a}{N_2}$, N_2 - biror natural son.

Demak, (8) dan foydalangan holda (3) integralni ushbu

$$I = \int_0^{2\pi} I_1(\phi) d\phi \cong \sum_{\beta=1}^{N_2} h_2 I_1([\beta]) \quad (9)$$

ko'rinishda ifodalash mumkin, bu yerda

$$h_2 = \frac{2\pi}{N_2} \quad [6].$$

Yuqorida berilgan (1) integralni taqribiy hisoblash uchun, (5) va (9) lardan foydalangan holda, teorema 2 ni hisobga olib quyidagi kubatur formulani quramiz

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta F(\theta, \phi) d\theta d\phi \cong \sum_{\beta=1}^{N_2} h_2 \sum_{\gamma=1}^{N_1} C[\gamma] F(\pi[\gamma], [\beta]) \quad (10)$$

Qurilgan kubatur formulalar yordamida aniq misollarni hisoblash.

Endi uch o'lchovli fazo sferasida aniqlangan funksiyalar uchun quyidagi misollarni ko'rib chiqamiz.

1 – misol. Quyidagi integralni hisoblang

$$\int_{S^2} (x+y) dS^2$$

Yechish. Dastlab integral ostidagi $z = x + y$ funksiyani sferik koordinatalar sistemasiga o'tkazamiz, (1) integral uchun quyidagi tenglikni olamiz, ya'ni

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^2(\theta) (\cos(\phi) + \sin(\phi)) d\theta d\phi \quad (11)$$

Endi, (11) integralni taqribiy hisoblash uchun (3.10) kubatur formuladan foydalanamiz. Bunda davriy funksiyalar fazosida trigonometrik vaznli optimal kvadratur (5) formula bilan hisoblaymiz. Shunday qilib, uning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi

$$\int_0^{\pi} \sin^2(\theta) d\theta = \pi \int_0^1 \sin(\pi x) \sin(\pi x) dx \cong \pi \sum_{\gamma=1}^{N_1} C[\gamma] \sin(\pi[\gamma])$$

Bunda teorema 2 dan foydalanib integralni taqribiy qiymatini hisoblaymiz va natijani aniq qiymati bilan taqqoslaymiz.

Integralning aniq qiymati

$$\pi \int_0^1 \sin^2(\pi x) dx = \pi \int_0^1 \frac{1 - \cos(2\pi x)}{2} dx = \frac{\pi}{2} \approx 1.570796326$$

Endi, $N_1 = 10, 100, 1000$ bo'lganda taqribiy qiymatlarini hisoblaymiz

- 1) $\pi \sum_{\gamma=1}^{10} C[\gamma] \sin(\pi[\gamma]) \approx 1.567691491$,
- 2) $\pi \sum_{\gamma=1}^{100} C[\gamma] \sin(\pi[\gamma]) \approx 1.570667009$,
- 3) $\pi \sum_{\gamma=1}^{1000} C[\gamma] \sin(\pi[\gamma]) \approx 1.570795625$.

Bunda taqribiy olingan natijalar integralning aniq qiymatiga tugun nuqtalar sonini oshirish bilan yaqinlashishini ko'rish mumkin.



Endi ikkinchi ϕ o'zgaruvchi bo'yicha (9) umumlashgan to'g'ri to'rtburchaklar formulasi bilan hisoblaymiz

$$\int_0^{2\pi} (\cos(\phi) + \sin(\phi)) d\phi \cong \sum_{\beta=1}^{N_2} h_2 (\cos[\beta] + \sin[\beta]) = 0$$

bu yerda $[\beta] = h_2\beta$ - tugun nuqtalar, $h_2 = \frac{2\pi}{N_2}$, N_2 - biror natural son.

Demak, umumiy ma'noda quyidagi kubatur formula bilan hisoblaymiz

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^2(\theta) (\cos(\phi) + \sin(\phi)) d\theta d\phi \cong \pi \sum_{\beta=1}^{N_2} h_2 (\cos[\beta] + \sin[\beta]) \sum_{\gamma=1}^{N_1} C[\gamma] \sin(\pi[\gamma])$$

Ikkinchi farazda (1) integral ostidagi $F(\theta, \phi)$ funksiya berilganda integral ostidagi ifoda birinchi θ o'zgaruvchisi bo'yicha davriy bo'lmagan, ikkinchi ϕ o'zgaruvchi bo'yicha davriy funksiya bo'lgan holni qaraymiz.

2) Agarda (1) integral ostidagi $F(\theta, \phi)$ funksiya berilganda integral ostidagi ifoda θ o'zgaruvchi bo'yicha davriy bo'lmasa, bu o'zgaruvchi bo'yicha (2) integralni quyidagi sinus vaznli optimal kvadratur formuladan

$$\int_0^{\pi} \sin(\theta) F(\theta, \phi) d\theta \cong \sum_{\beta=0}^N C_s[\beta] F(h\beta, \phi) \quad (12)$$

foydalanib hisoblash mumkin [7,8]. Bu (12) ko'rinishidagi kvadratur formulalar uchun umumiy holda [2,3] ishda

$$\int_0^1 \sin(2\pi\omega x) \varphi(x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_s[\beta] \varphi[\beta]$$

ko'rinishida trigonometrik vaznli optimal kvadratur formulalar qurilgan. Bu trigonometrik vaznli

optimal kvadratur formuladan $\omega = \frac{1}{2\pi}$ bo'lganda biz qarayotgan (12) ko'rinishidagi optimal kvadratur formula kelib chiqadi. Bunda (12) uchun $m=1$ bo'lgandagi optimal koeffitsientlari uchun quyidagi tasdiq o'rinli [8].

Teorema 3. Sobolevning $L_2^{(1)}(0,1)$ fazosida (12) ko'rinishdagi Sard ma'nosida optimal kvadratur formulaning koeffitsientlari uchun quyidagi tengliklar o'rinli

$$C_s[\beta] = \begin{cases} 1 - \frac{\sin(h)}{h}, & \beta = 0, \\ \frac{2(1 - \cos(h))}{h} \sin[\beta], & \beta = \overline{1, N-1}, \\ 1 - \frac{\sin(h)}{h}, & \beta = N, \end{cases}$$

bu yerda $h = \frac{\pi}{N}$, $[\beta] = h\beta$, N - biror natural son.

Shu bilan birga $F(\theta, \phi)$ funksiya uchun integral ostidagi ifoda ikkinchi ϕ o'zgaruvchi bo'yicha davriy funksiya bo'lsin. Unda ϕ ($0 \leq \phi < 2\pi$) o'zgaruvchi bo'yicha taqribiy integralni (3.9) umumlashgan to'g'ri to'rtburchaklar formulasidan foydalangan holda hisoblash mumkin. Natijada, biz uch o'lchovli fazodagi sferada aniqlangan funksiyalarning integrallarini taqribiy hisoblash uchun (9), (12) optimal kvadratur formulalar va teorema 3 ni hisobga olib ushbu

$$I = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta F(\theta, \phi) d\theta d\phi \cong \sum_{\beta=1}^{N_2} h_2 \sum_{\gamma=0}^{N_1} C_s[\gamma] F(\pi[\gamma], [\beta]) \quad (13)$$

optimal kubatur formulaga ega bo'lamiz. Bu

yerda $[\beta] = h_2\beta$, $h_2 = \frac{2\pi}{N_2}$, $[\gamma] = h_1\gamma$, $h_1 = \frac{\pi}{N_1}$, N_1 - biror natural son.

2 - misol. Quyidagi integralni hisoblang

$$\int_{S^2} e^x dS^2$$

Yechish. Buning uchun integral ostidagi ifodani sferik koordinatalar sistemasiga o'tkazib, quyidagi karrali integralni hisoblashga olib kelamiz

$$\int_{S^2} e^x dS^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin(\theta) e^{\sin(\theta)\cos(\phi)} d\theta d\phi$$

Bu integral ostidagi ifoda ikkinchi farazga mos, integralni aniq qiymatini qurilgan kubatur formuladan olingan natija bilan taqqoslaymiz.

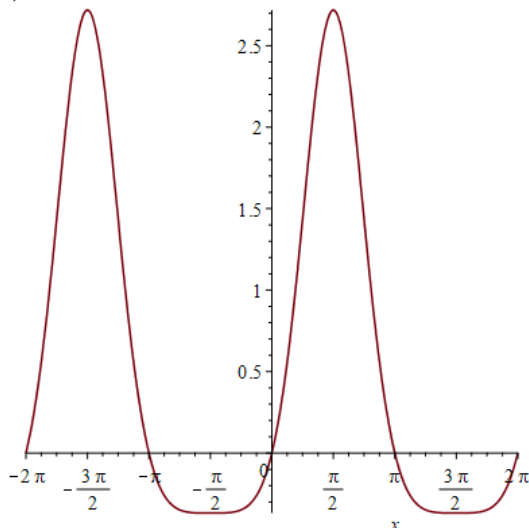
Demak, berilgan funksiyaning integral qiymati quyidagicha

$$\int_{S^2} e^x dS^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \sin(\theta) e^{\sin(\theta)\cos(\phi)} d\theta d\phi \approx 14.7680137457653$$

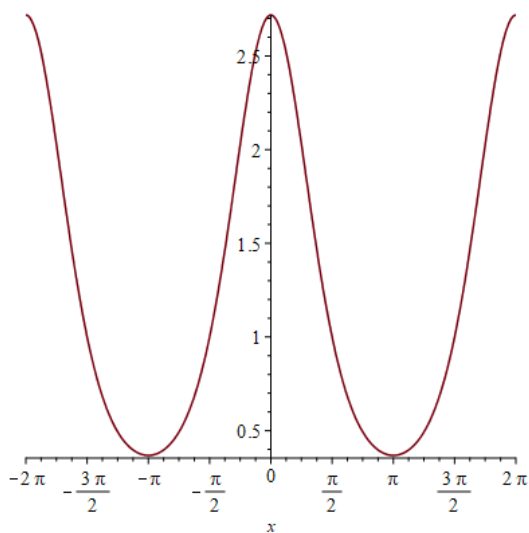
Berilgan funksiyaning birinchi o'zgaruvchi bo'yicha $(0, \pi)$ oraliqda davriy emasligini grafikdan ko'rishimiz mumkin (Rasm 1), ikkinchi o'zgaruvchisi



bo'yicha $(0, 2\pi)$ oraliqda davriy ekanligi ko'ramiz (Rasm 2).



Rasm 1. $y = \sin(x)e^{\sin(x)}$ funksiyaning grafiği.



Rasm 2. $y = e^{\cos(x)}$ funksiyaning grafiği.

Endi qurilgan (13) optimal kubatur formula bilan berilgan integralning taqribiy qiymatini $N = 100$ bo'lganda hisoblaymiz

$$\sum_{\beta=1}^N h_1 \sum_{\gamma=0}^N C_s[\gamma] e^{\sin[\gamma] \cos[\beta]} = 14.767289$$

Bu olingan natijani xatoligi $7.2474 \cdot 10^{-4}$ ga teng ekanligini ko'ramiz.

Optimal kvadratur formulalarni klassik ma'nodagi kvadratur formulalar bilan taqqoslash

Umumlashgan trapesiyalar formulasi chiziqli funksiyaga aniq bo'lganligi sababli, trigonometrik vaznli kvadratur formulani ham chiziqli funksiyaga aniq bo'lgan $m = 2$ holda qaraymiz.

3 – Misol. Quyidagi integralni hisoblang

$$\int_0^1 x^2 \sin(2\pi\omega x) dx$$

Berilgan misolni umumlashgan Nyuton-Kotes formulasi

$$\int_0^1 x^2 \sin(2\pi\omega x) dx \cong \sum_{i=0}^{N-1} \frac{x_i^2 \sin(2\pi\omega x_i) + x_{i+1}^2 \sin(2\pi\omega x_{i+1})}{2} \cdot (x_{i+1} - x_i)$$

(14)

bilan taqribiy hisoblaymiz. Bu umumlashgan trapesiyalar formulasiga aynan teng.

Dastlab, bu integralni aniq qiymatini I bilan belgilab olamiz

$$I = \int_0^1 x^2 \sin(2\pi\omega x) dx$$

Berilgan misolni umumlashgan Nyuton-Kotes formulasining chiziqli kvadratur formulasi bilan hisoblangan taqribiy qiymatini

$$A_{tr} = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{x_i^2 \sin(2\pi\omega x_i) + x_{i+1}^2 \sin(2\pi\omega x_{i+1})}{2} \cdot (x_{i+1} - x_i)$$

belgilaymiz.

Nyuton – Kotes formulasi xatoligining absolyut qiymati bu integral va kvadratur yig'indi orasidagi ayirmaning absolyut qiymati bilan aniqlanadi. Ya'ni,

$$|I - A_{tr}| = \left| \int_0^1 x^2 \sin(2\pi\omega x) dx - \sum_{i=0}^{N-1} \frac{x_i^2 \sin(2\pi\omega x_i) + x_{i+1}^2 \sin(2\pi\omega x_{i+1})}{2} \cdot (x_{i+1} - x_i) \right|$$

(15)

Quyidagi jadvalda (14) kvadratur qormulaning (15) xatoligining absolyut qiymatlarini $N=1;10;100;1000$ va $\omega = 1.1;10.1;100.1;1000.1$ bo'lganda o'zgarishini tekshiramiz.

Jadval 1. $N = 1,10,100,1000$ va $\omega = 1.1,10.1,100.1,1000.1$ bo'lganda umumlashgan trapesiyalar formulasining xatoligini absolyut qiymatlarini o'zgarishi keltrilgan.

	$\omega = 1.1$	$\omega = 10.1$	$\omega = 100.1$	$\omega = 1000.1$
	$ I - A_{tr} $	$ I - A_{tr} $	$ I - A_{tr} $	$ I - A_{tr} $
$N=1$	3.874936(-1)	3.063506(-1)	2.951759(-1)	2.940213(-1)
$N=10$	5.701761(-3)	1.641521(-1)	1.529774(-1)	1.518228(-1)
$N=100$	5.639861(-5)	4.407336(-4)	1.529774(-1)	1.504333(-1)



$N=1000$	5.639251(-7)	4.376634(-6)	4.278453(-5)	1.504194(-1)
----------	--------------	--------------	--------------	--------------

Jadval 1 dan keltirilgan natijalardan ko‘rinadiki umumlashgan trapesiyalar formulasi $N \geq \omega$ holda yaqinlashadi.

Yuqoridagi misoldan ko‘rinadiki, trigonometrik vaznli kvadratur formulada berilgan funksiya $\varphi(x) = x^2$ ga teng. Bundan quyidagi kvadratur formulaga olamiz

$$\int_0^1 x^2 \sin(2\pi\omega x) dx \cong \sum_{\beta=0}^N C_s[\beta][\beta]^2$$

Hosil bo‘lgan trigonometrik vaznli kvadratur formulaning chap tomonini

$$I = \int_0^1 x^2 \sin(2\pi\omega x) dx$$

bilan belgilaymiz, uning o‘ng qismini

$$A_{opt} = \sum_{\beta=0}^N C_s[\beta][\beta]^2$$

kabi belgilaymiz. Bunda kvadratur formula xatoligining absolyut qiymati $|I - A_{opt}|$ ga teng bo‘ladi.

Jadval 3.2. $N = 1, 10, 100, 1000$ va $\omega = 1.1, 10.1, 100.1, 1000.1$ bo‘lganda yuqoridagi trigonometrik vaznli optimal kvadratur formulaning xatoligini absolyut qiymatlarini o‘zgarishi keltrilgan.

	$\omega = 1.1$	$\omega = 10.1$	$\omega = 100.1$	$\omega = 1000.1$
	$ I - A_{opt} $	$ I - A_{opt} $	$ I - A_{opt} $	$ I - A_{opt} $
$N=1$	1.114784(-2)	1.444594(-4)	1.484368(-6)	1.488425(-8)
$N=10$	3.025851(-5)	6.946015(-6)	8.425457(-8)	8.578893(-10)
$N=100$	2.843105(-8)	3.005545(-8)	7.045133(-9)	8.440393(-11)
$N=1000$	2.845974(-11)	2.842208(-11)	3.003591(-11)	7.055061(-12)

Shunday qilib, jadval 3.3 dagi sonli natijalardan ko‘rinadiki trigonometrik vaznli optimal kvadratur formula xatoligining absolyut qiymati $N \geq \omega$ va $N < \omega$ larda ham yaqinlashadi.

Xulosa.

Bulardan quyidagicha xulosaga kelamiz ya’ni. jadval 1 dan ko‘rinadiki trigonometrik vaznli integrallarni klassik ma’nodagi kvadratur formulalar bilan taqribiy hisoblash ω nig katta qiymatlarida yetarlicha aniqlikni bermas ekan. Lekin, $\omega \in \mathbb{R}$, $\omega \neq 0$ bo‘lganda ham [2,3] qurilgan trigonometrik vaznli optimal kvadratur formula bilan taqribiy hisoblash

xatolikni yetarlicha kamaytirishini jadval 2 dan ko‘rinadi.

Adabiyotlar ro‘yxati

1. Atkinson K. Spherical harmonics and approximations on the unit sphere: an introduction. / K. Atkinson, W. Han.- Springer - Verlag Berlin Heidelberg 2012, 244 p.

2. Bozarov B.I. Optimal quadrature formulas with the trigonometric weight in the Sobolev space // Bulletin of the Institute of Mathematics, V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics. – Tashkent, 2020. no 4. pp.1-10.

3. Hayotov A.R. An optimal quadrature formulas with the trigonometric weight in the Sobolev space. / A.R. Hayotov, B.I. Bozarov // AIP Conference Proceeding, 2365, 020022 (2021), 16 July.

4. Шадиметов Х.М. Весовые оптимальные кубатурные формулы в периодическом пространстве Соболева // Сиб. журн. вычисл. математики. – Новосибирск, РАН, Сиб. отделение, 1999. - Т. 2, № 2. - С. 185-196.

5. Шадиметов Х.М. Оптимальные решетчатые квадратурные и кубатурные формулы в пространствах Соболева. – Ташкент: Фан ва технология, 2019.

6. Burden R.L., Faires J.D. Numerical analysis. / R.L. Burden, J.D. Faires -Nelson Education, Ninth Edition, Canada, 2016.

7. Hayotov A.R. Optimal quadrature formulas for non-periodic functions in Sobolev space and its application to CT image reconstruction. / A.R. Hayotov, S. Jeon, C.-O. Lee, Kh.M. Shadimetov. // Filomat 35:12 (2021), 4177–4195 <https://doi.org/10.2298/FIL2112177H>.

8. Bozarov B.I. An optimal quadrature formula with $\sin x$ weight function in the Sobolev space. Uzbek Mathematical Journal. – Tashkent, 2019, no 4, pp 47-53. (01.00.00; №6).

