

Merni sistemi u računarstvu, <http://automatika.etf.bg.ac.rs/sr/13e053msr>

# Merenje električnih veličina I deo

Dr Nadica Miljković, vanredni profesor kabinet 68, [nadica.miljkovic@etf.bg.ac.rs](mailto:nadica.miljkovic@etf.bg.ac.rs)

Prezentacija za ovo predavanje je skoro u potpunosti pokrivena udžbenikom:  
<https://doi.org/10.5281/zenodo.1335249>.

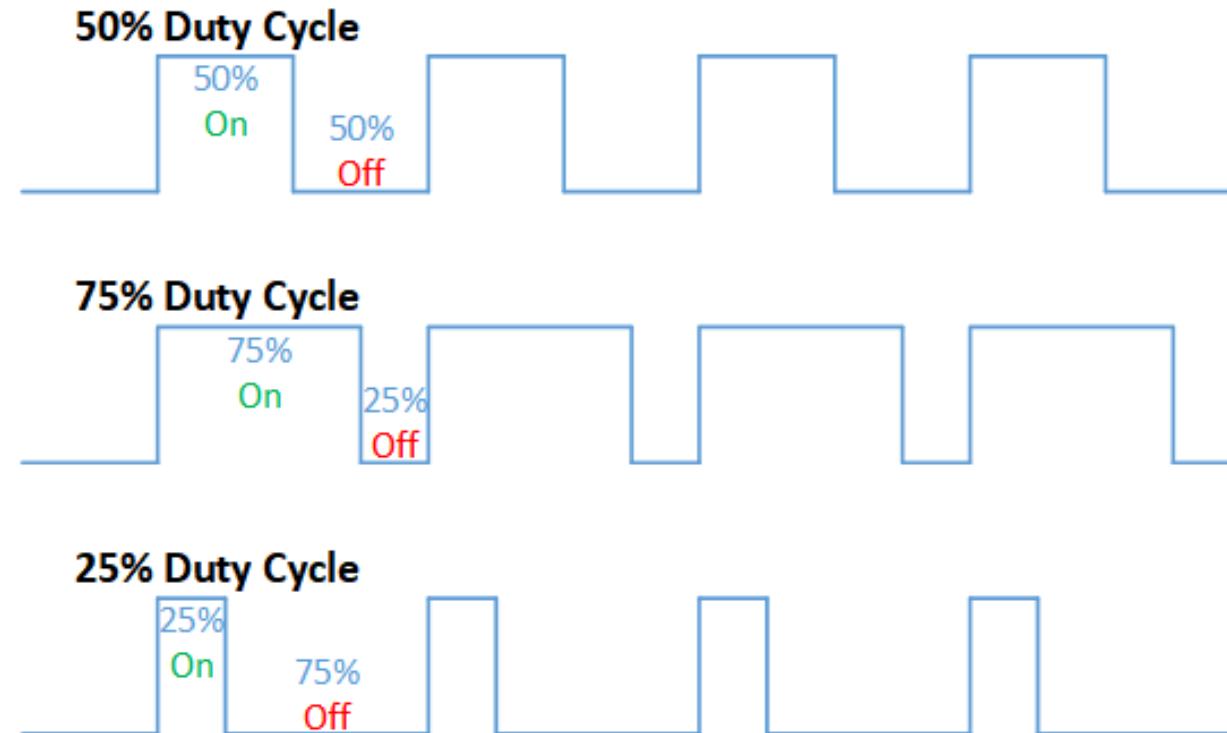


# D/A konverzija

- Čemu služi i šta podrazumeva?
  - Digitalni signal predstavljen je sa  $r$  bita  $B = (b_{r-1} \dots b_0)_2$ , gde je  $r \geq 1$  koji se nalazi u opsegu  $[0, 2^r - 1]$ , potrebno je konvertovati u analognu vrednost  $V_o$
- Mikrokontroleri obično nemaju D/A konvertore, ali
  - Postoje moduli koji se mogu nadograditi tj. dodati kao periferije mikrokontrolerima
  - Samo neki mikrokontrolери imaju D/A konvertor
- Postoje dva načina kako je moguće generisati analogni izlaz pomoću digitalnog izlaza i to su:
  - Impulsno-širinska modulacija, PWM (eng. *Pulse Width Modulation*) sa RC filtrom
  - Lestvičasta mreža otpornika

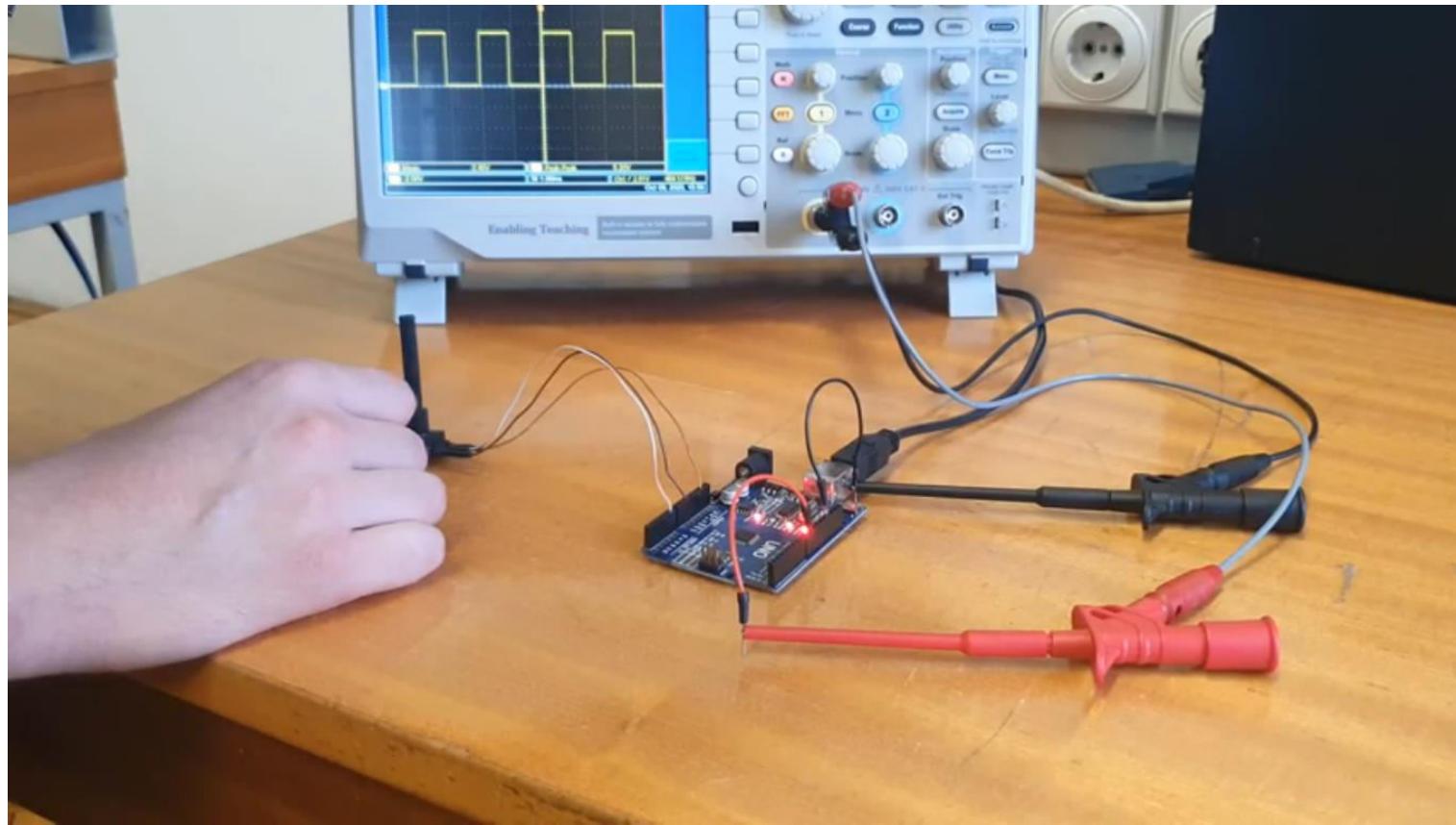
# Analogni izlaz bez D/A konvertora

- Moguće je upotrebom jednog pina i jednog bita
- Koristi se PWM
- Faktor ispunjenosti impulsa (eng. *duty cycle*) se koristi za upravljanje



By Thewrightstuff - Own work, CC BY-SA 4.0,  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=72876123>

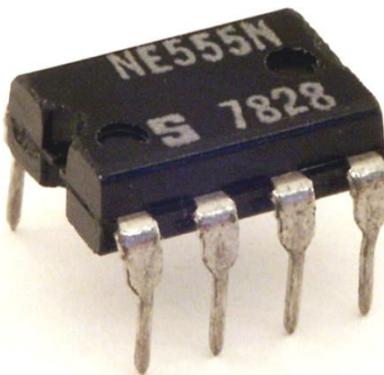
# PWM upravljan potencijometrom



- Pavle Radojković, Petar Juković, MSR - Povezivanje Arduina sa digitalnim osciloskopom, 2020, [Online],  
[https://youtu.be/Ob4N1Bex\\_tg?list=PLI3SYeiSufnCfpOyWAGEaYZnAeY-putAJ](https://youtu.be/Ob4N1Bex_tg?list=PLI3SYeiSufnCfpOyWAGEaYZnAeY-putAJ)
- PWM signal sa ATmega32 mikrokontrolera (Arduino pločica i kod) je prikazan na digitalnom osciloskopu

# Gde se koristi PWM?

- Najčešće se koristi za kontrolu DC motora.
  - Ovim motorima “ne smeta” diskretna promena napona na ulazu, jer imaju sporiji odziv, a frekvencija PWM je relativno velika (od par 100 Hz do par 100 kHz), [https://en.wikipedia.org/wiki/Pulse-width\\_modulation](https://en.wikipedia.org/wiki/Pulse-width_modulation).
  - PWM je pogodna, jer je gubatak snage relativno mali.
- Koristi se za kontrolu snage koja se šalje na motor, ali ima primenu i u telekomunikacijama.
  - Kada je informacija kodirana u faktor ispunjenosti impulsa (eng. *duty cycle*).
- Može se proizvesti i korišćenjem 555 čipa – monostabilni multivibrator.
  - Zašto ga ovde spominjemo? Po nekim izvorima, najpopularniji čip ikada! Veliki broj primena!



# Karakteristike PWM kao D/A konvertora

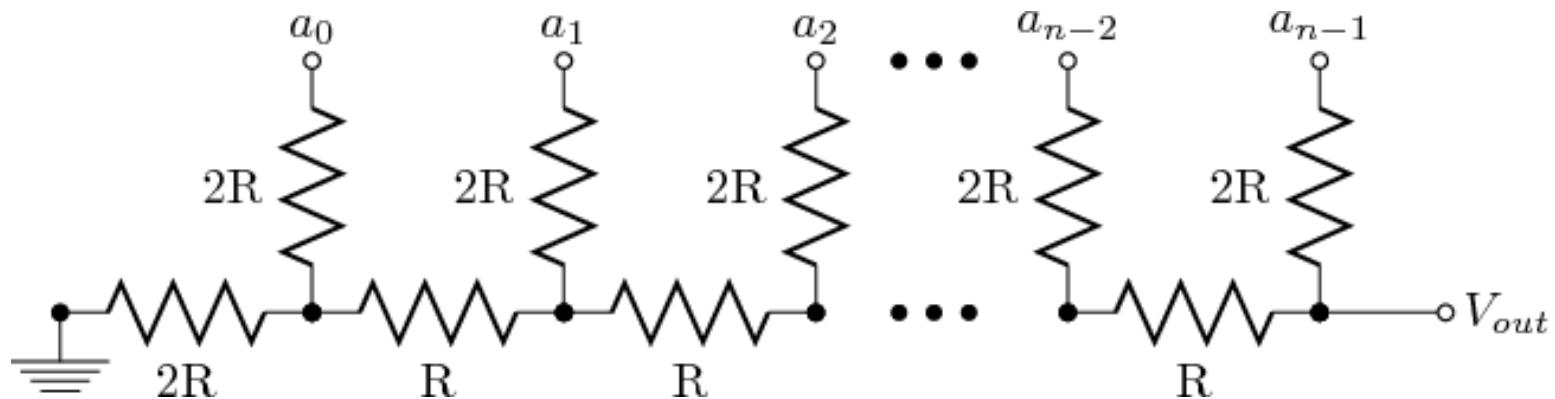
- Koristi se pojačavač snage
- Oscilacije zavise od izbora R i C
  - Za veće R i C manje su oscilacije i duže je vreme stabilizacije
- Zavise i od periode PWM
  - Potreban je precizan tajmer za generisanje PWM

# Binarni niz otpornika

- $n$  bitni digitalni ulaz
- potrebni su precizni otpornici
- teško je ostvarljiv u praksi

# Modifikacija

- $n$  bitni digitalni ulaz
- potrebna su samo dva tipa otpornika
- jednostavniji za realizaciju u praksi

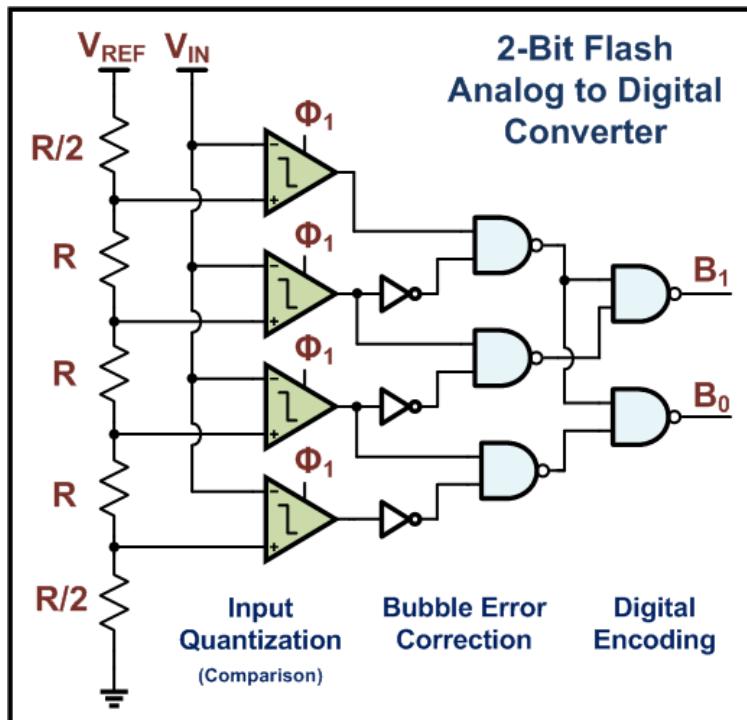


By Lsibilla - Own work, CC BY-SA 2.0 be,

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10120815>

# A/D konvertor sa direktnom konverzijom

- Poznat i pod nazivom fleš (eng. *Flesh*)
- Ima relativno veliku brzinu konverzije
- Relativno je velike cene i velikih dimenzija
- Ulazni napon se poredi sa nekoliko referentnih. Ako je ulazni napon veći od referentnog izlaz je 1 na tom bitu.



Dvobitni fleš A/D konvertor, slika By Jon Guerber - Own work, CC BY 3.0,  
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=8732589>

# Inkrementalni A/D konvertor

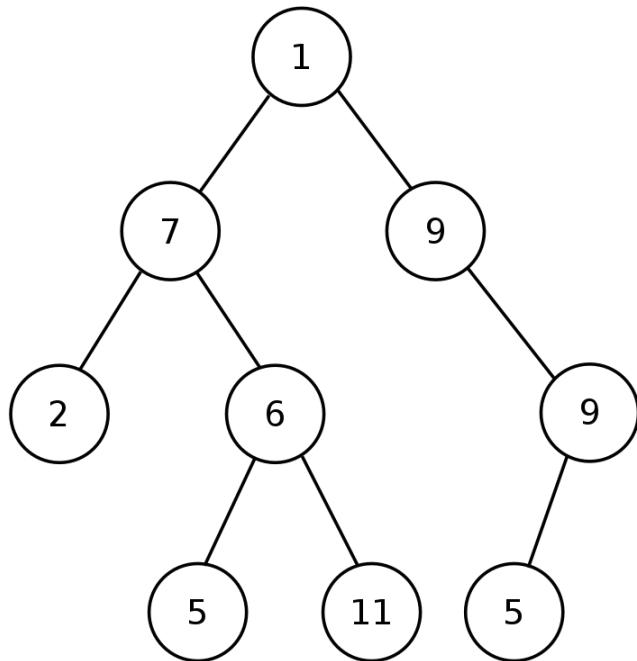
- Na engleskom *Tracking converter*
- Koristi D/A konvertor za A/D konverziju. Interesantan pristup
- Relativno je spor -> ne stiže da prati relativno brze promene napona
- Princip rada:
  - Izlaz brojača se konvertuje u analogni napon
  - Taj analogni napon se na komparatoru poredi sa ulaznim naponom
  - Brojač se inkrementira ili dekrementira, zavisi od rezultata poređenja

# A/D konvertor sa sukcesivnim aproksimacijama

- Jedina razlika u odnosu na prethodni A/D konvertor je blok SAR (eng. *Successive Approximation Register*)
- Omogućeno je binarno pretraživanje umesto inkrementiranja i dekrementiranja
- Ima konstatno vreme konverzije
- **Koristi se u mikrokontrolerima!**

# Binarno pretraživanje, sećate se?

- Poznatno pod nazivom metoda polovljenja intervala
- Ako je ulazni napon veći, onda je rezultat jednak 1, a ako je manje ili jednako onda je na 0 onda je 0 itd.



# Greška konverzije

- Kvantizaciona greška je u idealnom slučaju 1 LSB (eng. *Least Significant Beat*) i kreće se od  $-1/2$  LSB do  $+1/2$  LSB.
- Pogledati više na [https://en.wikipedia.org/wiki/Analog-to-digital\\_converter#Quantization\\_error](https://en.wikipedia.org/wiki/Analog-to-digital_converter#Quantization_error).
- Da bi se povećala rezolucija, signalu se dodaje beo šum pre A/D konverzije – metoda se zove *dithering*, a odlične ilustracije su date u <https://download.ni.com/evaluation/coretest/instrument-fundamentals-complete-guide.pdf> (pristupljeno 15.11.2023).
- U realnoj primeni greška je veća: *offset error*, *gain error*, DNL (eng. *Differential Non-Linearity*) *error*, INL (eng. *Integral Non-Linearity*) *error*

# Praktična primena A/D

- Uobičajeno 4-16 analognih ulaza koji su preko multipleksera dovedeni na jedan A/D konvertor
  - Sledi da nije moguće istovremeno očitavati ove kanale. Nakon konverzije i čitanja sa jednog kanala, prelazi se na sledeći kanal.
- Početak konverzije zadaje korisnik, ali može i “neko” drugi (eng. *trigger*)
- Često postoji neprekidni mod (beskonačna petlja)
- Konverzija ima svoje trajanje, a najčešće je konstantno, jer se koristi A/D konvertor sa sukcesivnim aproksimacijama
- Za konverziju je potreban signal takta
- Kada se završi konverzija, upisuje se fleg u status registru A/D konvertora (CC, eng. *Conversion Completed*)
- Rezolucija može biti veća od reči u mikrokontroleru (10 bitni A/D na 8 bitnom MCU), onda se koristi atomsko čitanje registra (čuva sadržaj registra nakon čitanja nižeg bajta)
- Ako je napon van opsega ili će se očitati ekspremne vrednosti 0 i  $2^r - 1$  ili će doći do trajnog oštećenja

# *Sample & hold*

- *Sample & hold* kolo zadržava napon, ali na taj način obezbeđuje regularno odabiranje.
  - Logično je da se kondenzator može koristiti u *sample & hold* kolu.
- Ako se ulazni napon menja, rezultat konverzije odgovara tom naponu u određenom vremenskom trenutku, druge vrednosti ne utiču na promenu.
  - Zato se kaže da se eliminišu varijacije ulaznog napona primenom *sample & hold*.
- Ovo analogno kolo vrši odabiranje, dok *Clock* generator zadaje trenutak u kome se “snima” napon i drži tokom  $T_s$ .
- U okviru  $T_s$  treba da se završi konverzija, a konvertovani napon je jednak naponu na početku tog intervala tj. nekoj kvantizovanoj vrednosti tog napona.
  - Vrednost se zadržava da bi se ostvarila zadata perioda odabiranja, ostavilo vreme za završavanje “ostalih” poslova i zato što se radi o analognim kolima – sprečava promenu napona u toku konverzije.

# Kolo zadrške nultog reda

- Kolo zadrške je *time delay* analogno kolo.
- Ako je nultog reda onda to jeste *sample & hold* – radi se o terminologiji. U literaturi se često kolo zadrške nultog reda predstavlja prekidačem, zatvara se na  $T_s$ , a tokom  $T_s$  to kolo na izlazu analognim putem održava semplovani/uzorkovani napon – *sample & hold* kolo.
- Kolo zadrške nultog reda se ređe koristi kao termin, možete slobodno smatrati da je na svim slikama u prezentacijama za MSR bilo prikazano/navedeno *sample & hold* kolo.
- Postoje *time delay* kola tj. kola zadrške prvog i višeg reda. Nije tema ovde.

# Bafer

- Bafer služi za prilagođenje impedanse, jer bafer ima veliku ulaznu impedansu, malu izlaznu impedansu, to je razdvojni stepen.
- *Sample and hold* obično radi i baferovanje gratis. Mora, zato što je praćenje strujno zahtevno, napon se analogno pamti, pa da ne bi kondenzator opterećivao ulaz baferuje se sve.



# A/D konverzija istovremeno ili ne?

- Više kanala se ne može istovremeno očitavati sa jednog A/D konvertora.
- Može sa mikrokontrolera, samo ako ima više A/D konvertora.
- Najčešće postoji analogno multipleksiranje. U tom slučaju, trebalo bi obratiti pažnju kolika je maksimalna frekvencija odabiranja.
  - Na primer, ako je maksimalna 15 kHz onda je to za jedan kanal. Za tri kanala bi bila  $15 \text{ kHz} / 3 = 5 \text{ kHz}$
- Zato je važan  $T_s$  iz *sample & hold* kola!
  - Svi se odabiraju u isto vreme, ali za vreme čekanja  $T_s$  se konvertuju prvi, drugi, treći i koliko ih ima.
  - Jesu istovremeno odabrani, a za vreme  $T_s$  su stigli podaci o svima.

# Literatura i korisni linkovi

- Za pripremu prezentacije korišćeni su materijali iz skripte Mikroprocesorski sistemi – autorizovana predavanja od Srđana T. Mitrovića i Mladena Antonića.
- Deo materijala je korišćen iz udžbenika Gridling, G. and Weiss, B., 2007. *Introduction to microcontrollers*. Vienna University of Technology Institute of Computer Engineering Embedded Computing Systems Group, [Online], <https://ti.tuwien.ac.at/ecs/teaching/courses/mclu/theory-material/Microcontroller.pdf>, pristupljeno 23.09.2020 i iz udžbenika Miljković N., 2016. Metode i instrumentacija za električna merenja. *Univerzitet u Beogradu – Elektrotehnički fakultet*, [Online], <https://zenodo.org/record/1335250>.
- Slajdovi za deo o A/D konverziji u ovoj lekciji su inicijalno pripremljeni za MIPS predmet (Mikroprocesorski sistemi) na Vojnoj akademiji, Univerziteta odbrane u Beogradu.



# Otpornik



Int. -  -

U.S. 



Int. -  -

U.S. 

Otpornik je pasivni element (sa dva terminala, <https://en.wikipedia.org/wiki/Resistor>) koji u električno kolo unosi električnu otpornost ([https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical\\_resistance\\_and\\_conductance](https://en.wikipedia.org/wiki/Electrical_resistance_and_conductance)). Otpornici imaju karakteristiku elementa prema kojoj su napon i struja proporcionalni (Omov zakon):

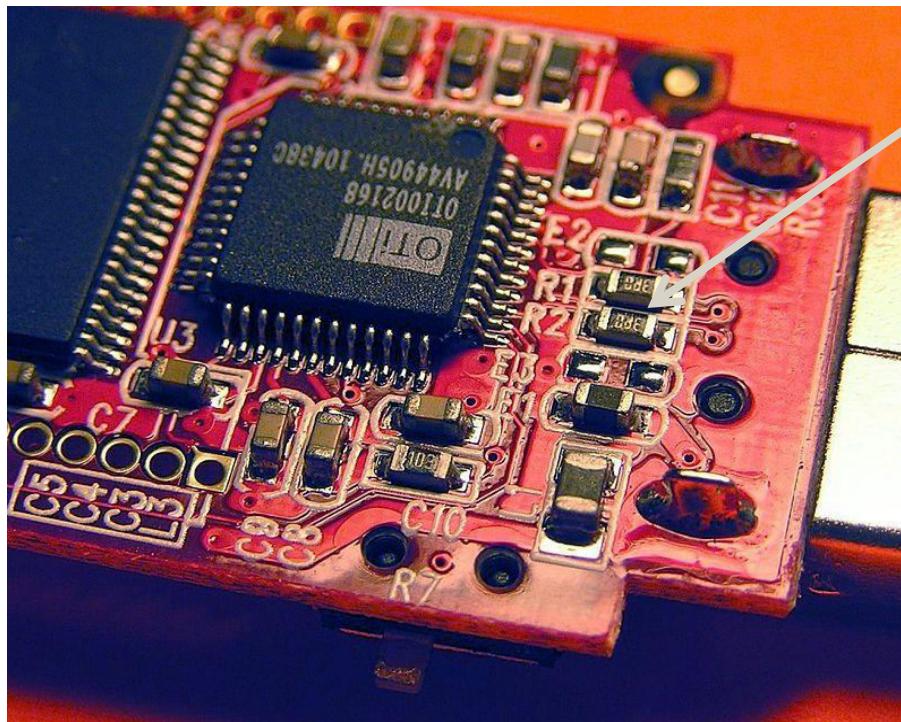
$$U = RI$$

Postoje otpornici koji imaju fiksnu (konstantnu) vrednost, ali i promenljivi otpornici (potenciometri, <https://en.wikipedia.org/wiki/Potentiometer>, reostati, <https://sr.wikipedia.org/sr/%D0%A0%D0%B5%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82>).

Slika desno: By Iainf - Self-photographed, CC BY 2.5, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1407612>.

Slika levo: Аутор: Максим / Erik Baas - Copy of Image:Resistor.JPG (GFDL), cropped and mirrored., CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2591212>.

# Metode za merenje otpornosti



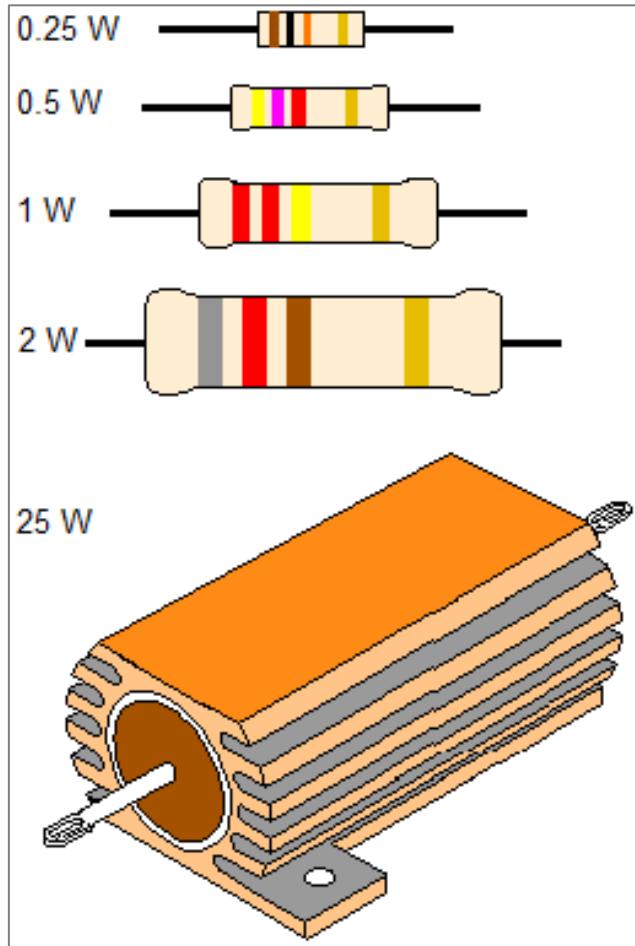
SMD otpornik  
(dužina u opsegu 0.6 - 6.3 mm)

USB memorija sa SMD (eng. *Surface-Mount Components*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Surface-mount\\_technology](https://en.wikipedia.org/wiki/Surface-mount_technology)) komponentama i otpornostima: By en:User:John Fader - en:Image:Smt closeup.jpg, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3270278>.

Otpornost je moguće meriti:

- ommetrom
- U/I metoda – korišćenje ampermetra i voltmetra
- metodom poređenja
- mernim mostovima

# Snaga otpornika



Otpornici se u proizvode za različite maksimalne snage disipacije.

Uobičajeno je, za većinu kola, da se koriste otpornici sa 0.25 i 0.5 W.

Kako ih odabrat?

Na primer:

Na krajeve otpornika otpornosti od  $250 \Omega$  treba dovesti napon od 9 V -> Potrebno je upotrebiti otpornik snage:

$$P = V^2/R = 0.324 \text{ W}$$

Kolika je snaga otpornika na kome je izmerena struja od 200 mA za napon od 8 V?

$$P = I \cdot V = 1.6 \text{ W}$$



# Ommetar



DMM – digitalni multimetar, Fluke Co., retrieved from: <https://www.testequity.com/products/4305/>, fair use, pristupljeno 2019. godine.

Ommetar se vezuje na krajeve otpornika. Praktično, uvek postoji neka otpornost kablova koji povezuju otpornik za instrument (sistemska greška u merenju).

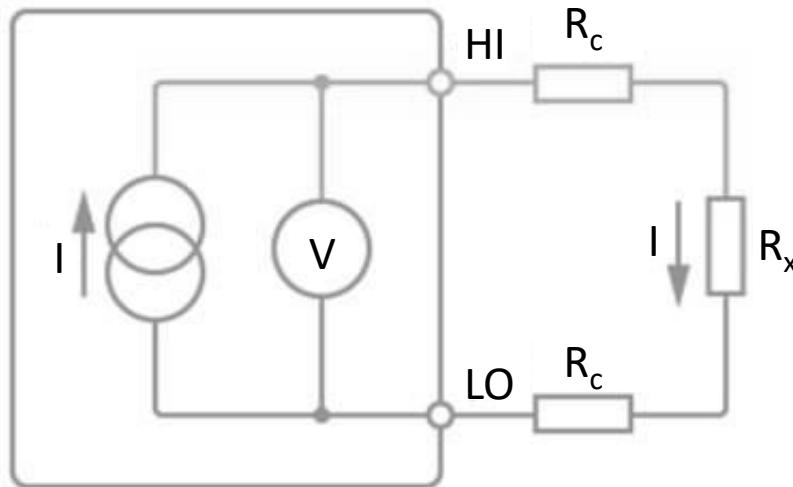
Obično se ne koriste kao posebni instrumenti, već su uključeni u multimetar (unimer, <https://en.wikipedia.org/wiki/Multimeter>).

Najčešće je projektovan tako da elektronsko kolo unutar ommetra proizvodi konstantu struju kroz otpornik i drugo elektronsko kolo meri napon na otporniku.

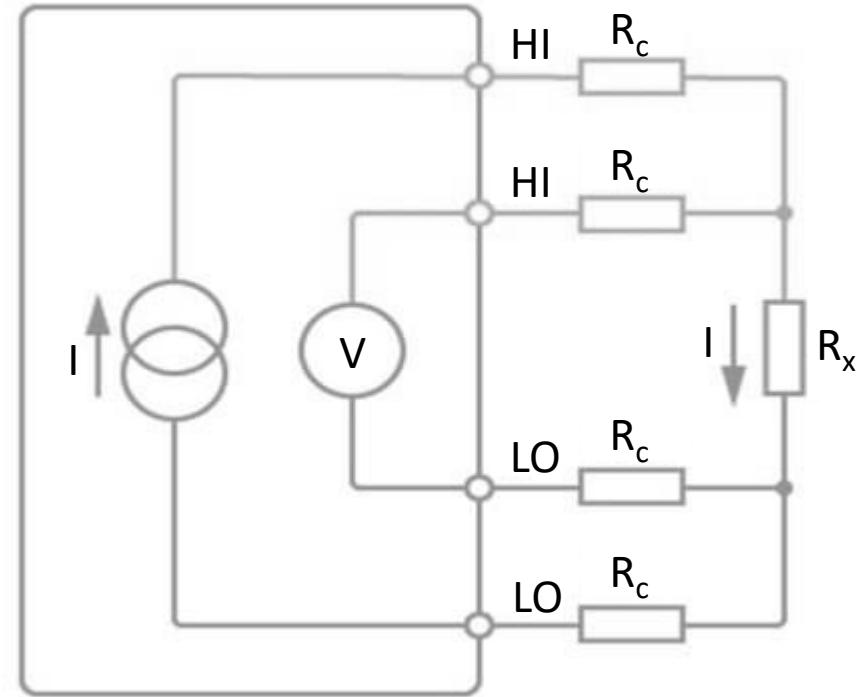
Za merenja visoke preciznosti, ova metoda nije pogodna, jer se na ovaj način meri i otpornost kontakta (kablova).

# Ommeter sa Kelvinovim kontaktima

ommetar



ommetar



Za merenje "malih" otpornosti:

$$R_V \gg R_x$$

Ommeter sa Kelvinovim kontaktima (merenje sa 4 kontakta) se koristi za precizna merenja nepoznate otpornosti  $R_x$ , kako bi se smanjio uticaj kontakta.

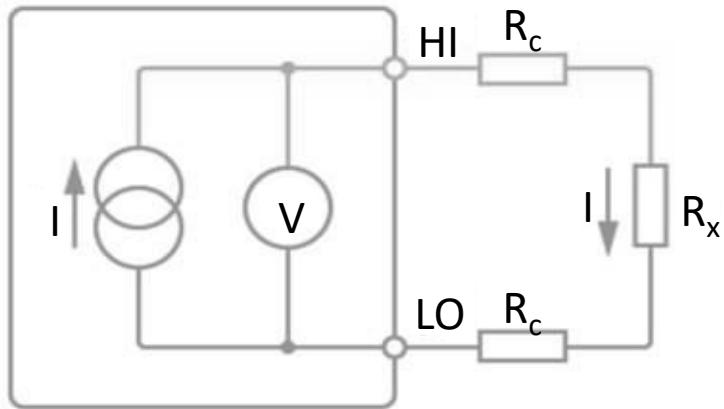
$R_c$  je otpornost kontakta

HI – kontakti ommetra (eng. *high*)

LO – kontakti ommetra (eng. *low*)

# DMM kalibracija

ommeter



Primer:

$$R_{\text{mereno}} = R_{\text{pročitano}} - R_{\text{null}}$$
$$R_{\text{null}} = 2R_c$$

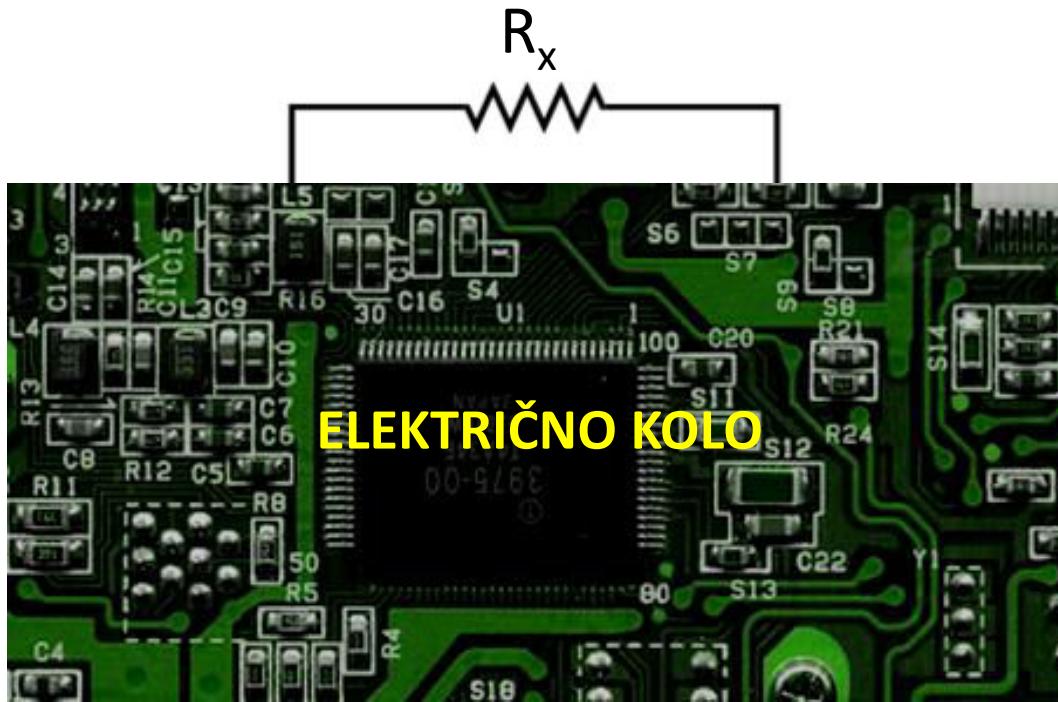
\* Nekada se "NULL" dugme naziva i "Zero" ili "Delta".

Digitalni multimetri (DMM) mogu imati i NULL\* dugme.

NULL dugme služi za kalibraciju instrumenta i NULL vrednost se računa za:

- merenje struje: pri otvorenim krajevima,
- merenje otpornosti i induktivnosti: pri kratko spojenim krajevima,
- merenje kapacitivnosti: pri otvorenim krajevima i
- merenje napona: pri kratko spojenim krajevima instrumenta (HI i LO).

# Merenje otpornosti otpornika koji je vezan u kolo

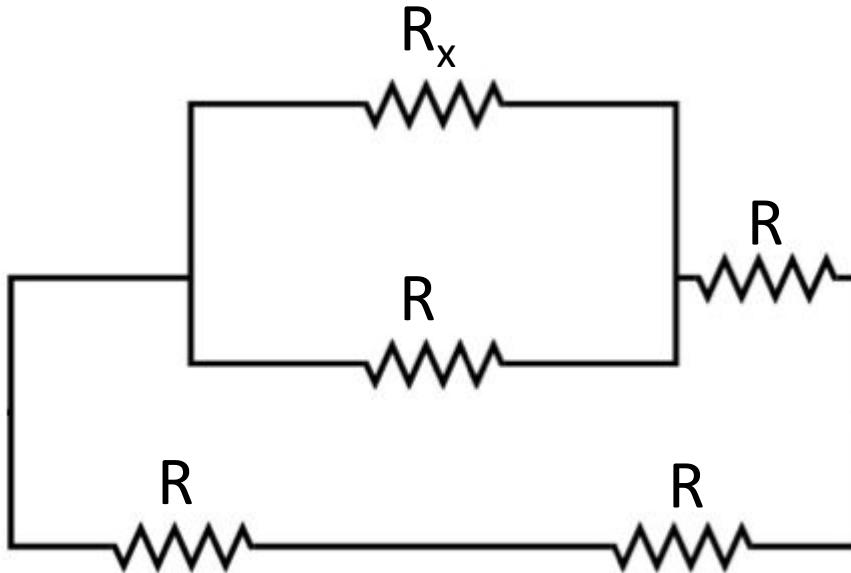


$R_{\text{mereno}} \neq R_x$  ?

Otpornost otpornika koji je povezan u kolo se ne meri!

U opštem slučaju nije poznato električno kolo u kome se otpornik nalazi (eng. *black box*), pa je velika verovatnoća da će doći do greške. Takođe, ommetri imaju svoje napajanje i dodatan izvor u kolu bi uticao na tačnost merene vrednosti.

# Merenje otpornosti otpornika koji je vezan u kolo



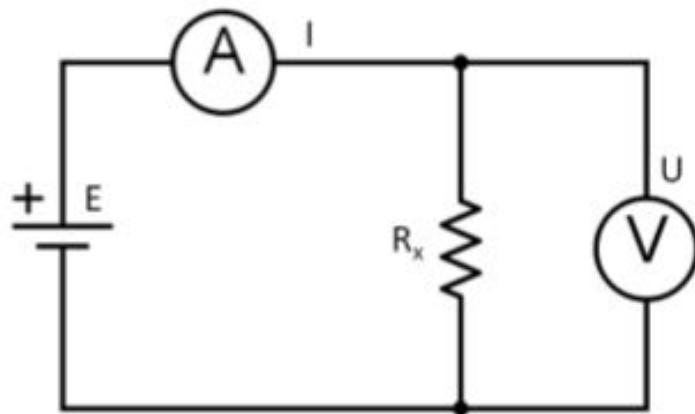
$$R_{\text{mereno}} \neq R_x$$
$$R_{\text{mereno}} = R_x \parallel (3/4 R)$$

Otpornost otpornika koji je povezan u kolo se ne meri!

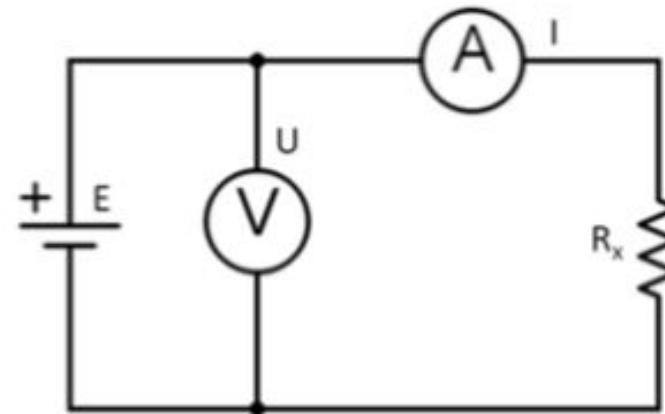
U opštem slučaju nije poznato električno kolo u kome se otpornik nalazi (eng. *black box*), pa je velika verovatnoća da će doći do greške.

**Generalno, primenju se i na ostale pasivne elektronske komponente!**

# $U/I$ metoda za merenja otpornosti



naponska veza



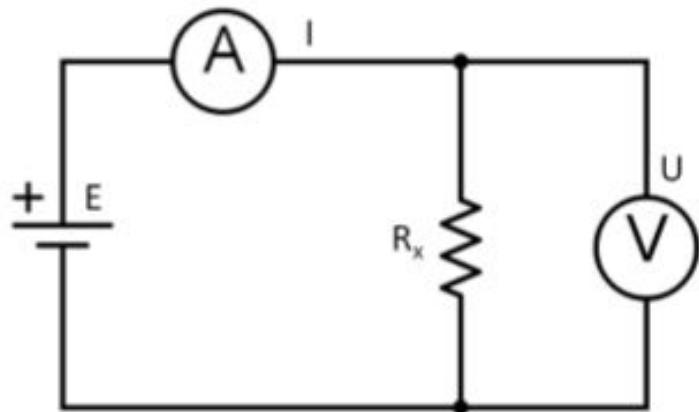
strujna veza

Koriste se ampermetar i voltmetar za merenje struje koja prolazi kroz otpornik i napona na krajevima otpornika. Primenom Omovog zakona, računa se nepoznata otpornost  $R_x$  – indirektno merenje otpornosti.

Ova metoda se retko koristi u praksi, najčešće je u upotrebi u laboratorijama.

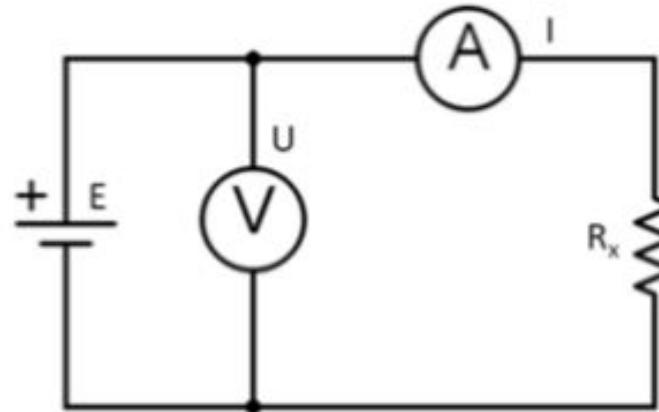
\* Ampermetar se vezuje redno, a voltmetar se vezuje paralelno u kolo.

# U/I metoda za merenja otpornosti



naponska veza  
za merenje “malih” otpornosti

$$R_V \gg R_x$$
$$R_x = R_x R_V / (R_x + R_V)$$



strujna veza  
za merenje “velikih” otpornosti

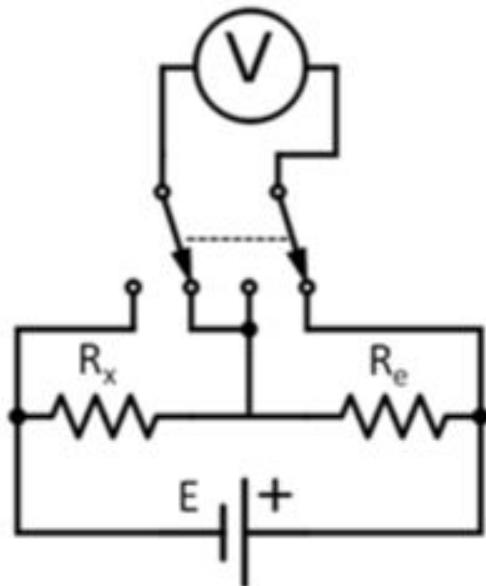
$$R_x \gg R_A$$
$$R_x = R_x + R_A$$

Ova metoda ima sledeće osobine:

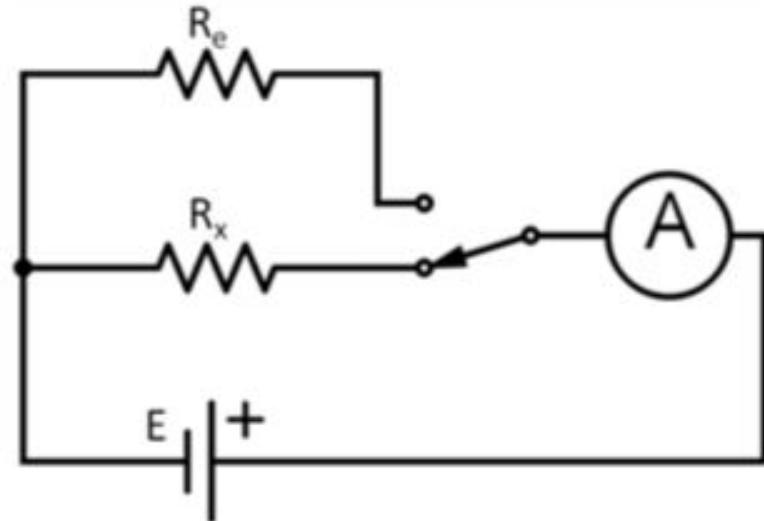
- potrebna su dva merna instrumenta
- potrebno je dodatno računanje
- postoji pad napona na ampermetru i pad struje na voltmetru
- jednostavna metoda – zasniva se na primeni Omovog zakona
- može da se propusti struja koja bi prolazila kroz otpornik u radnom režimu

\* Za slučaj da nisu ispunjeni uslovi, a da su poznati  $R_A$  i  $R_V$  moguće je izvršiti korekciju – sistematska greška.

# Merenje otpornosti metodom poređenja i metodom zamene



redna veza – **poređenje**



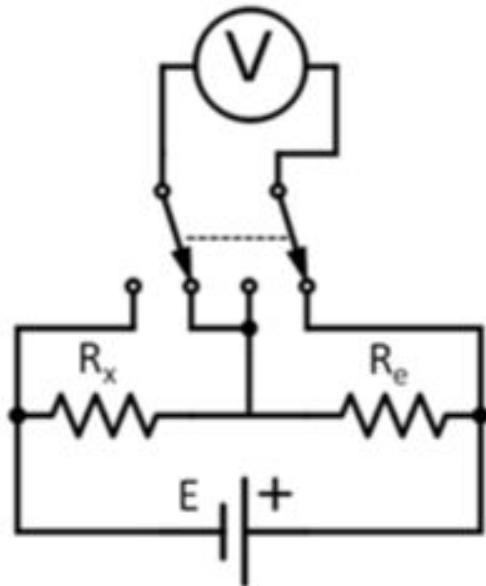
paralelna veza – **zamena**

Ove metode imaju sledeće osobine:

- koristi se jedan merni instrument
- potrebno je dodatno računanje
- potrebna je dodatna poznata / etalonska otpornost  $R_e$
- potrebno je da etalonska i merena veličina budu što “sličnije”
- jednostavna metoda – zasniva se na primeni Omovog zakona

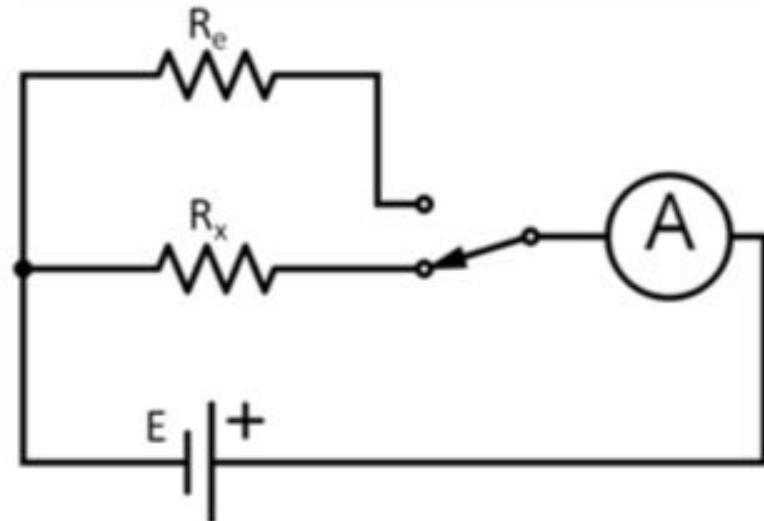
# Merenje otpornosti metodom poređenja i metodom zamene

Potrebno je izmeriti napon (redna veza) i struju (paralelna veza) u dva položaja preklopnika.



redna veza – **poređenje**  
za merenje “malih” otpornosti  
 $R_x \ll R_V$  i  $R_e \ll R_V$

$$R_x = R_e \frac{U_x}{U_e}$$



paralelna veza - **zamena**  
za merenje “velikih” otpornosti\*  
 $R_A \ll R_x$  i  $R_A \ll R_e$

$$R_x = R_e \frac{I_e}{I_x}$$

\* Moguće je povećati tačnost metode zamene (obezbediti da  $R_e$  i  $R_x$  budu “sličniji”) korišćenjem otporničke dekade.

# Otpornička dekada



Otpornička dekada, PeakTech, Germany,  
<http://www.peaktech.de/productdetail/kategorie/dekaden/produkt/p-3265.html>.

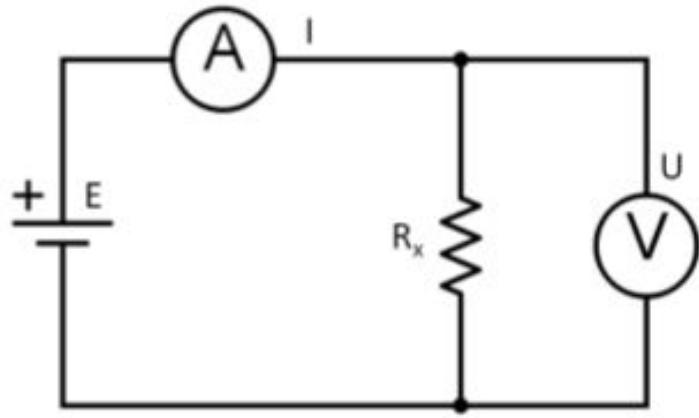
Otporničke dekade (<https://en.wikipedia.org/wiki/Resistor>) se koriste u električnim kolima kao otpornici promenljive otpornosti. Njihova otpornost se podešava po dekadama.

Za instrument sa slike postoji 7 dekada / mehaničkih prekidača ( $x1\ \Omega$ ,  $x10\ \Omega$ ,  $x100\ \Omega$ ,  $x1\ k\Omega$ ,  $x10\ k\Omega$ ,  $x100\ k\Omega$ ,  $x1\ M\Omega$ ). Rezolucija je  $1\ \Omega$  (= minimalna vrednost / korak), a opseg  $1\ \Omega - 10\ M\Omega$ .

U laboratorijama su često u upotrebi i kondenzatorske i induktivne dekade.



# Merenje nepoznate otpornosti



$$R_x \parallel R_v = R_e = \frac{U}{I}$$

$$R_e = \frac{R_x R_v}{R_x + R_v}$$

$$\frac{U}{I} = \frac{R_x R_v}{R_x + R_v}$$

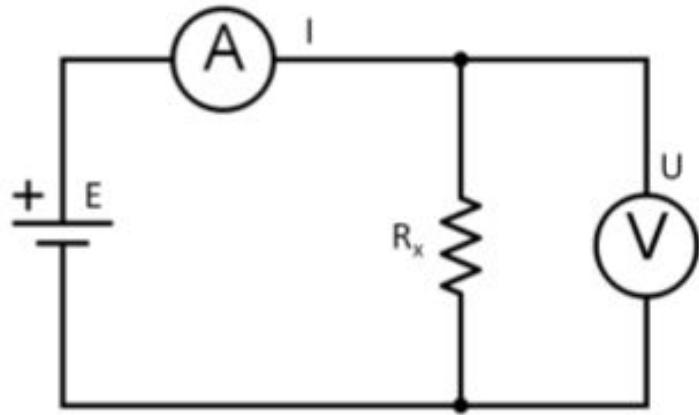
$$IR_x R_v = UR_x + UR_v$$

$$R_x = \frac{UR_v}{IR_v - U}$$

Unutrašnja otpornost ampermetra je  $12 \Omega$ . Unutrašnja otpornost voltmetra je  $100 \text{ k}\Omega$ . Napajanje u kolu sa slike je  $E = 10 \text{ V}$ .

Potrebno je izvesti izraz za otpornost  $R_x$ , ako su poznata očitavanja na voltmetru  $U$  i na ampermetru  $I$ .

# Merenje nepoznate otpornosti



$$E = U + IR_A \Rightarrow I = \frac{E - U}{R_A}$$

$$\frac{U}{R_x} + \frac{U}{R_v} = I$$

$$\frac{U}{R_x} + \frac{U}{R_v} = \frac{E - U}{R_A} \Rightarrow U = \frac{E}{R_A \left( \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_A} \right)}$$

$$I = \frac{E}{R_A} \left( 1 - \frac{1}{R_A \left( \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_A} \right)} \right)$$

$$U_1 = 8.260V$$

$$I_1 = 0.14A$$

$$U_2 = 9.998V$$

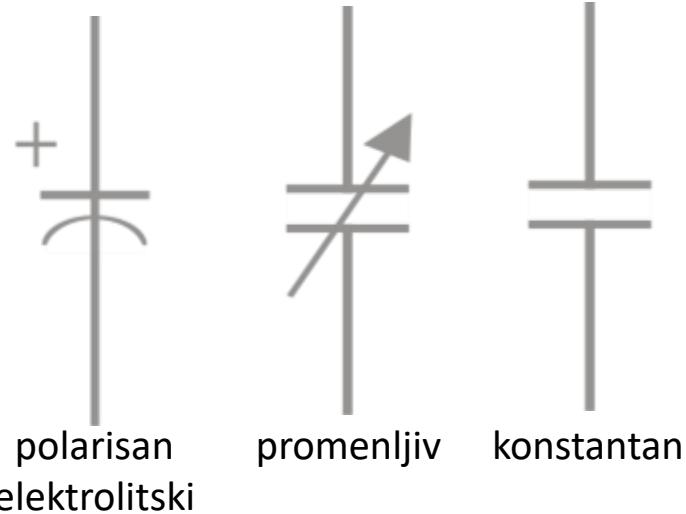
$$I_2 = 0.18mA$$

Koliko su  $R_{x1\_mereno}$  i  $R_{x2\_mereno}$ ?

Kolika su pokazivanja instrumenata, ako se mere nepoznate otpornosti  $R_{x1} = 57\Omega$  i  $R_{x2} = 133\text{ k}\Omega$ ?



# Kondenzator

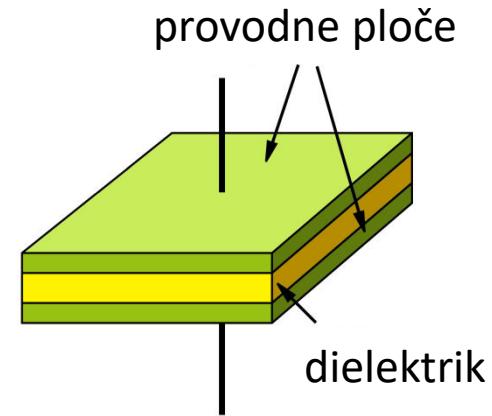
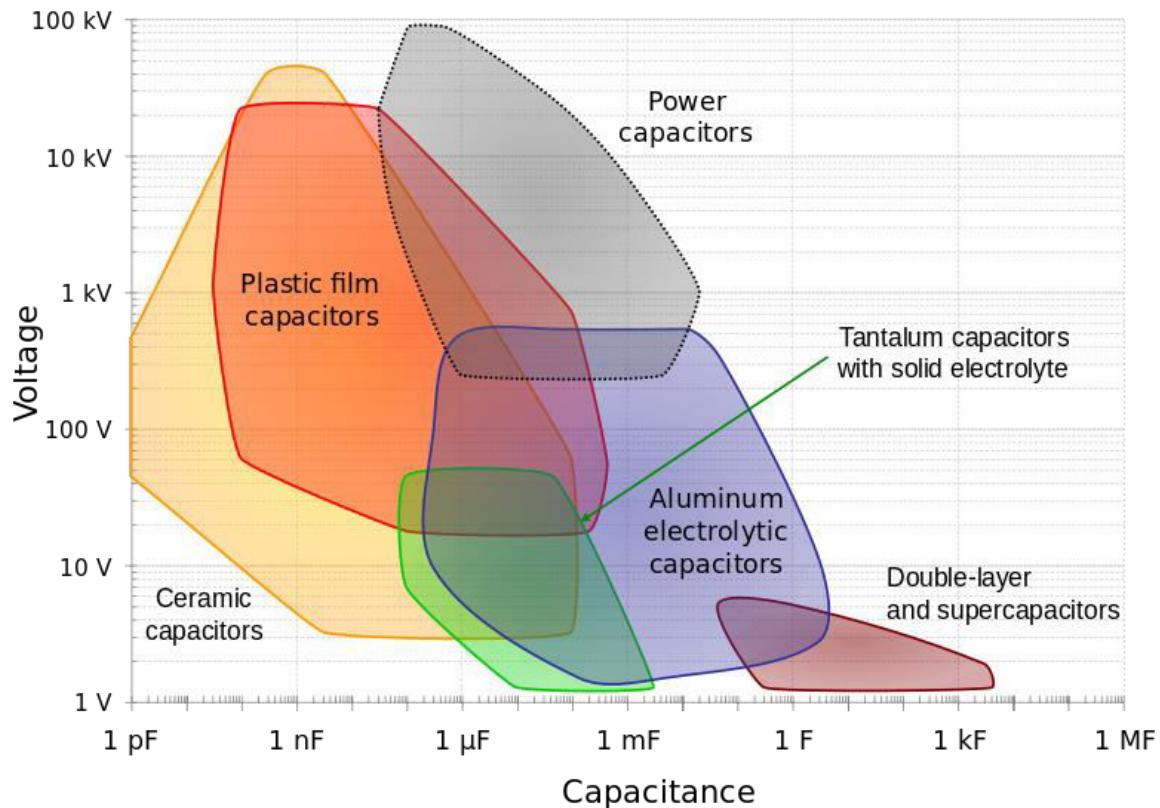


Kondenzator je pasivni element (sa dva terminala, <https://en.wikipedia.org/wiki/Capacitor>) koji se koristi za trenutno skladištenje električne energije kada se nađe u elektiričnom polju. Idealni kondenzator se opisuje pomoću kapacitivnosti (<https://en.wikipedia.org/wiki/Capacitance>). Najčešće se koriste u električnim kolima za filtriranje DC komponenti signala. Imaju primenu u radio tehnici, kao rezervni izvor energije (npr. u slučaju kratkotrajnog "ispada" spoljašnjeg izvora), za projektovanje integratora i diferencijatora.

$$i_C(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$$

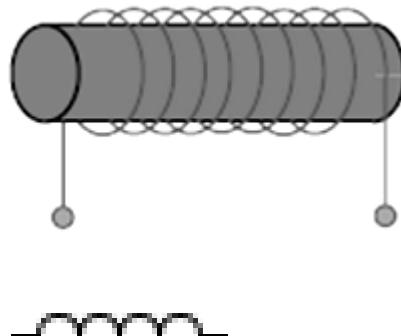
Postoje kondenzatori koji imaju fiksnu (konstantnu) vrednost, ali i varijabilni kondenzatori.

# Vrste kondenzatora



Postoji veliki broj materijala od kojih se prave kondenzatori. Većina kondenzatora je napravljena tako da odgovara modelu sa dve provodne ploče i dielektrikom koji se nalazi između provodnih ploča. Prema materijalima od kojih se prave mogu biti keramički, elektrolitički, tantal i dr. Slika: By Elcap - Own work, CC0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=20463873>.

# Kalem / zavojnica



oznaka u električnim kolima

Kalem je pasivni element (sa dva terminala, <https://en.wikipedia.org/wiki/Inductor>) koji se koristi za prenos električne energije u magnetskom polju i za skladištenje energije u formi magnetskog polja (u konvertorima energije). Ima osobinu induktivnosti (<https://en.wikipedia.org/wiki/Inductance>). Obično se koriste za filtriranje u elektronskim kolima (prigušenje visokih frekvencija). Sastoji se od provodnika (žica) koja je namotana oko jezgra.

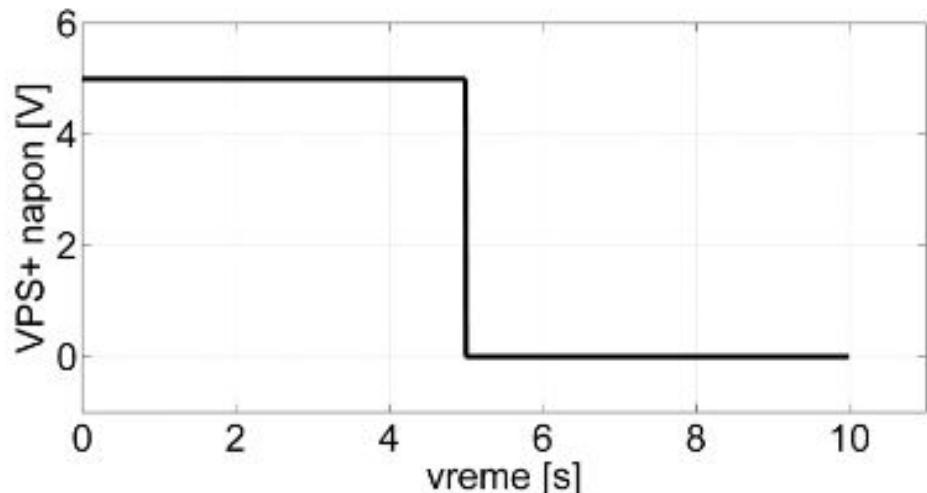
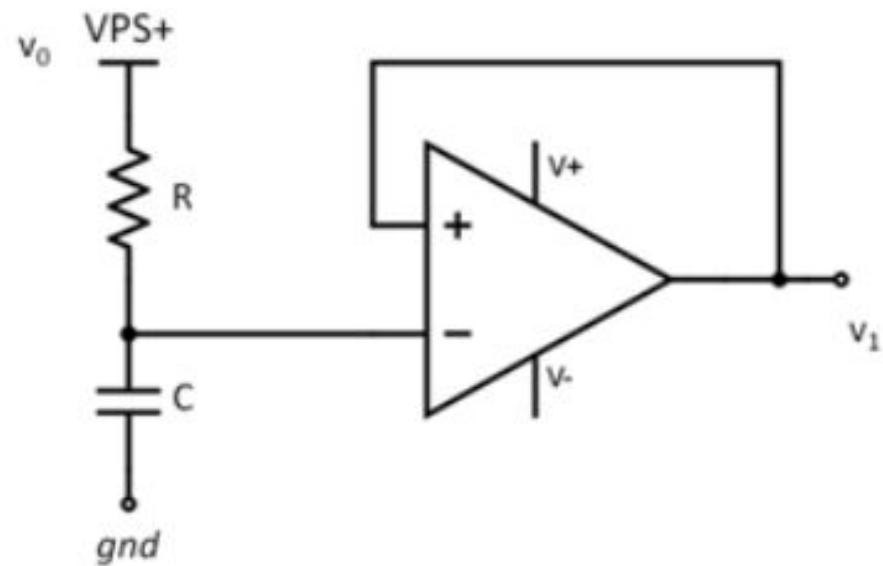
$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

Najčešće se za jezgro koriste feromagnetni materijali.

# PRIMER MERENJA KAPACITIVNOSTI

## JEDNA LABORATORIJSKA VEŽBA

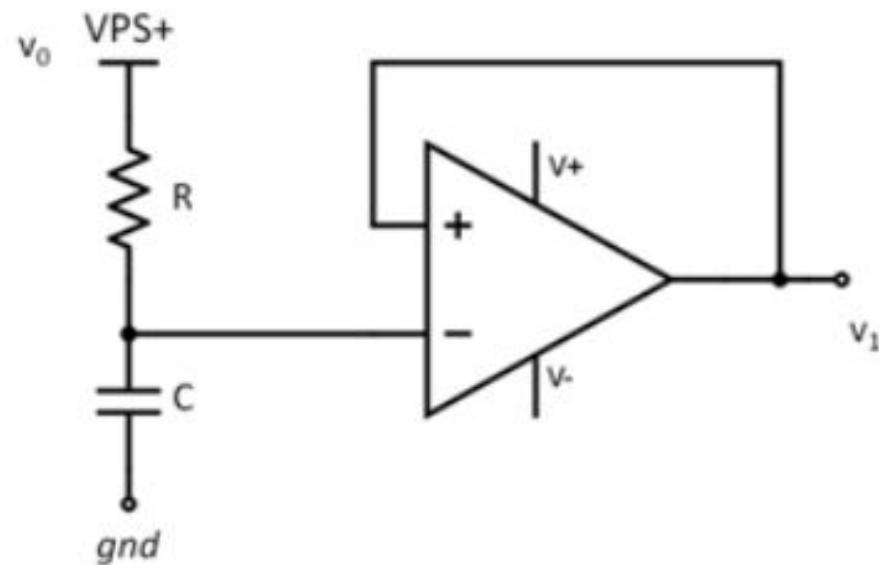
# Merenje kapacitivnosti – lab. vežba



Idealan kondenzator ima osobinu skladištenja i otpuštanja energije, bez gubitaka za razliku od realnog kondenzatora.

Kapacitivnost kondenzatora je moguće izmeriti priloženom šemom sa slike koristeći izvor jednosmernog napona. VPS (en. *Variable Power Supply*) je napon koji se dovodi na krajeve kondenzatora i ima oblik kao sliči. Za  $v_0 = 5 \text{ V}$  (5 sekundi), kondenzator se puni, a za  $v_0 = 0 \text{ V}$  kondenzator se prazni.

# Merenje kapacitivnosti – lab. vežba

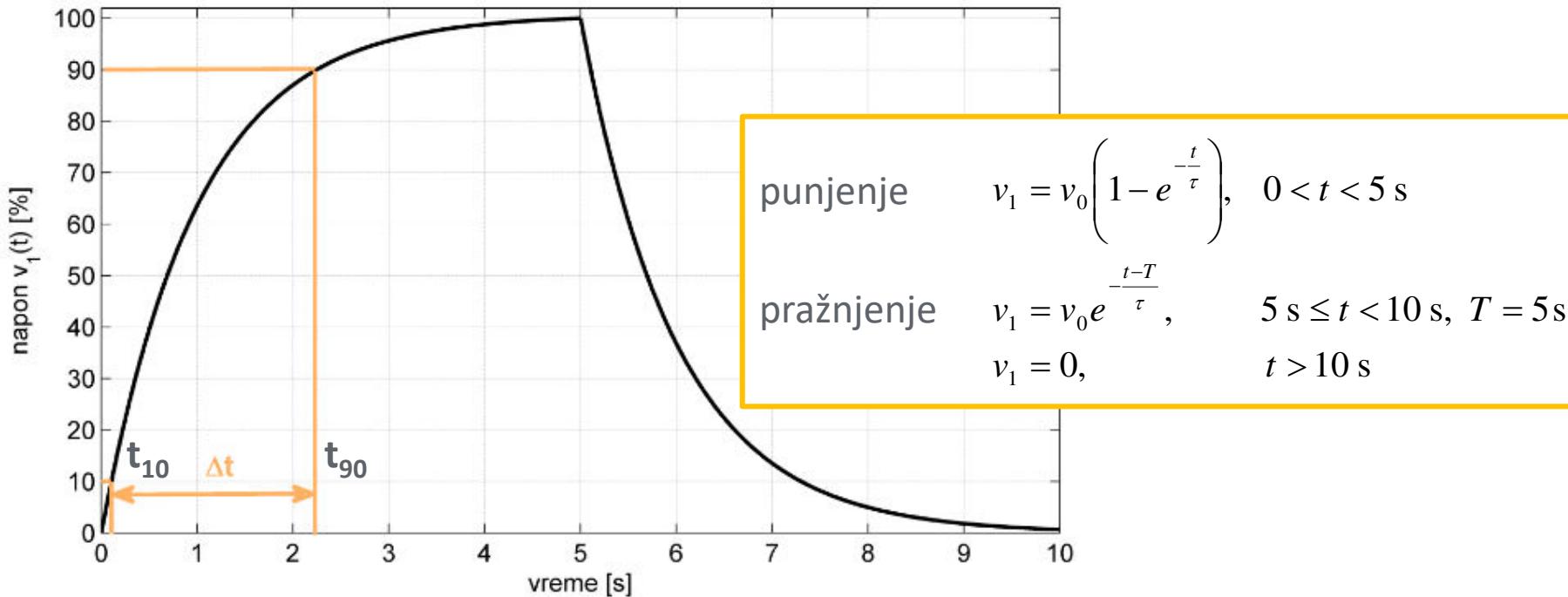


$$C \frac{dv_1}{dt} + \frac{v_1}{R} = 0$$

rešavanjem  
jednačine dobija se

$$v_1(t) = v_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

# Merenje kapacitivnosti



Vremenska zavisnost izlaznog napona kondenzatora ( $v_1$ ) za promenu napona na ulazu ( $v_0$ ) je prikazana na slici.

Sa  $\tau$  se definiše vreme potrebno da se "napuni" kondenzator preko otpornika do oko 63.2% od vrednosti ulaznog napona.

$\tau$  ([https://en.wikipedia.org/wiki/RC\\_time\\_constant](https://en.wikipedia.org/wiki/RC_time_constant)) – vremenska konstanta,  $\tau = RC$

# Merenje kapacitivnosti

$$v_1 = v_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\frac{v_1}{v_0} = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{v_1}{v_0}$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ln \left( 1 - \frac{v_1}{v_0} \right)$$

$$t = -\tau \ln \left( 1 - \frac{v_1}{v_0} \right)$$

$$t = \tau \ln \left( \frac{v_0}{v_0 - v_1} \right)$$

$$\Delta t = t_{90} - t_{10}$$

$$\Delta t = \tau \ln \left( \frac{v_0}{v_0 - 0.9v_0} \right) - \tau \ln \left( \frac{v_0}{v_0 - 0.1v_0} \right)$$

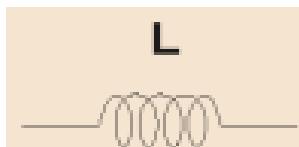
$$\Delta t = \tau \left( \ln 10 - \ln \frac{10}{9} \right)$$

$$\Delta t = \tau \ln 9$$

$$\boxed{\Delta t = RC \ln 9}$$



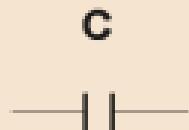
# Impedansa



induktivnost

$$X_L = 2\pi f L$$

$$X_L = \omega L$$



kapacitivnost

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$



$$Q = \frac{1}{D} = \frac{X_L}{R} = \frac{-X_C}{R}$$

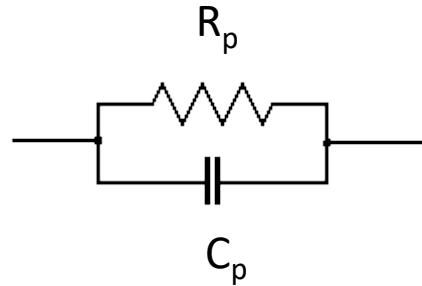
Impedansa se izražava preko realnog i imaginarnog dela:  $Z = R + jX$

Reaktansa može biti induktivna ili kapacitivna.

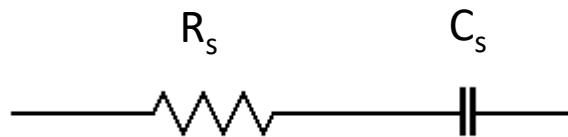
Nijedna realna komponenta nije "čisto" rezistivna, kapacitivna ili induktivna. Faktor dobrote Q (eng. *quality*) i faktor gubitaka D (eng. *dissipation*) služe da se opiše "čistoća" reaktanse i kapacitivnosti.

# Faktor gubitaka kondenzatora

$$D = \frac{X_p}{R_p} = \frac{1}{\omega C_p R_p}$$



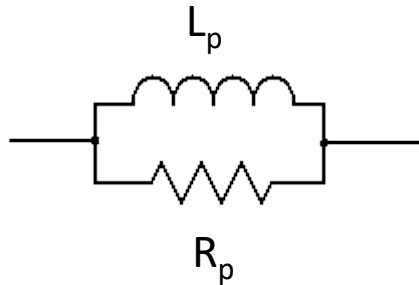
$$D = \frac{R_s}{X_s} = \omega C_s R_s$$



Faktor gubitaka D (eng. *dissipation factor*) se definiše kao reaktanse i otpornosti. Tipične vrednosti su u opsegu od  $10^{-4}$  do 0.1.

# Faktor dobrote kalema

$$Q = \frac{R_p}{X_p} = \frac{R_p}{\omega L_p}$$

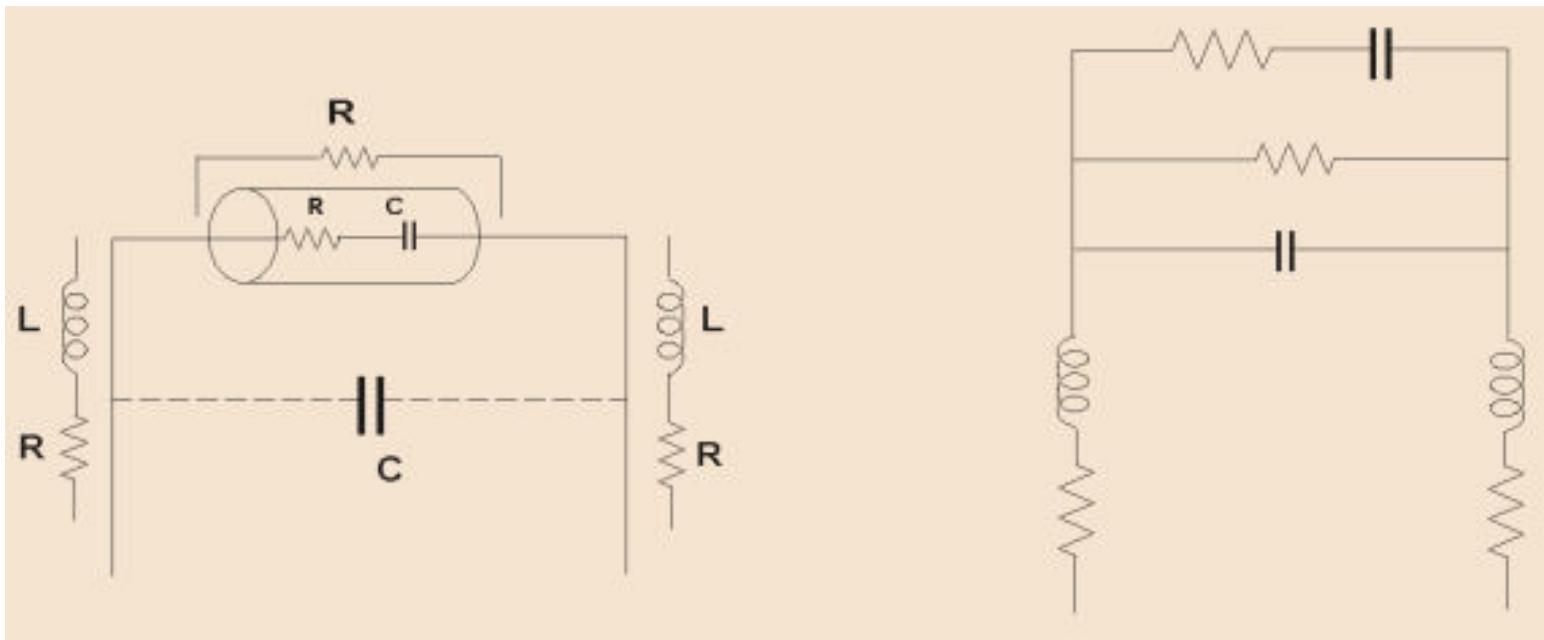


$$Q = \frac{X_s}{R_s} = \frac{\omega L_s}{R_s}$$



Faktor dobrote Q (eng. *quality factor*) se definiše kao odnos reaktanse i otpornosti. Tipične vrednosti su u opsegu od 5 do 1000.

# Merenje impedanse

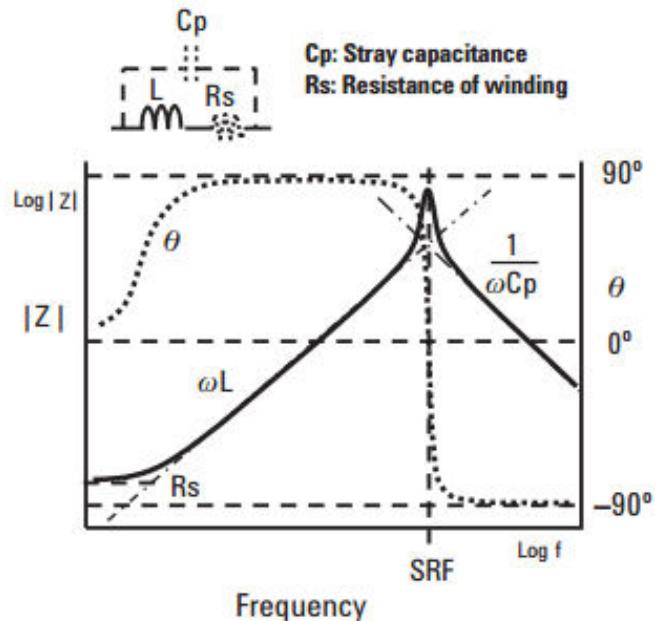
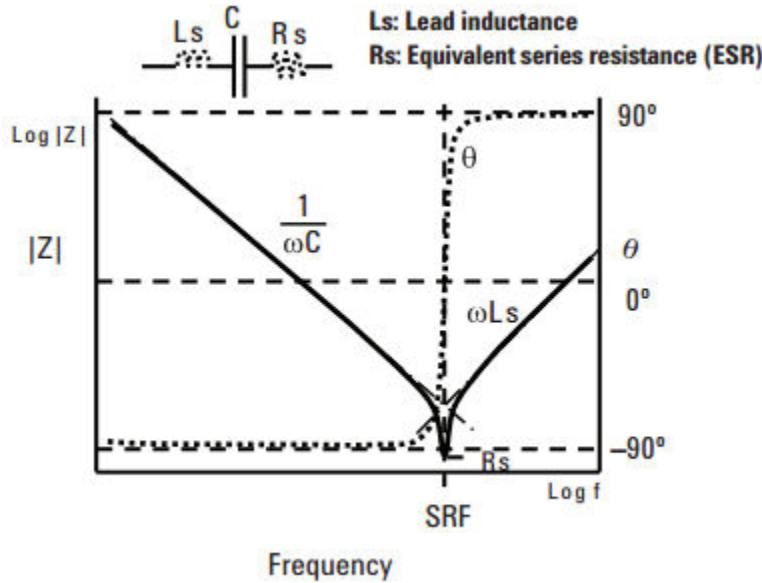


Obzirom da ne postoje idealno  $R$ ,  $L$  i  $C \rightarrow$  svaka realna komponenta ima parazitne elemente. Impedansa je frekvencijski zavisna.

Prema tome, za svaku realnu komponentu postoji neko ekvivalentno kompleksno kolo (model kola sa koncentrisanim parametrima). Na slici je prikazano ekvivalentno kolo kondenzatora.

# Merenje impedanse

## C i L zavisnost od frekvencije



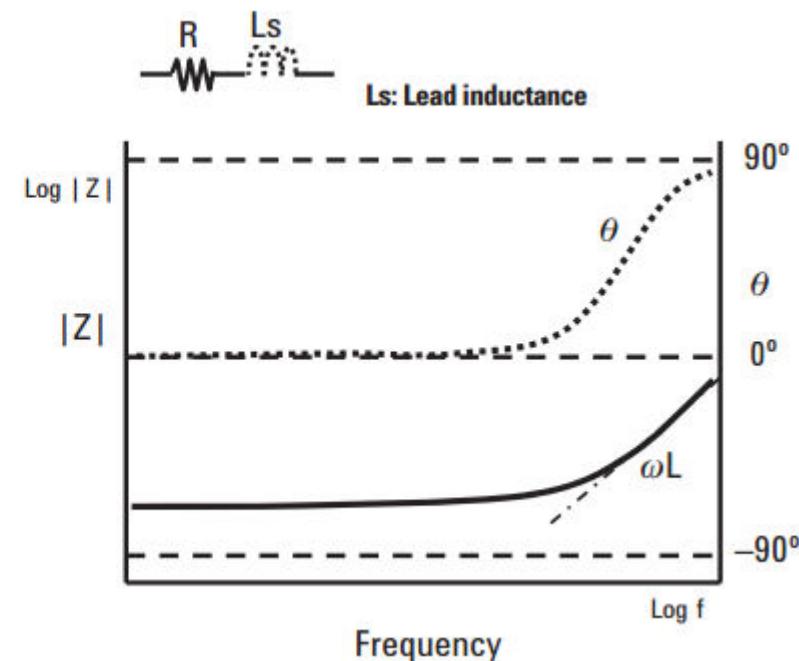
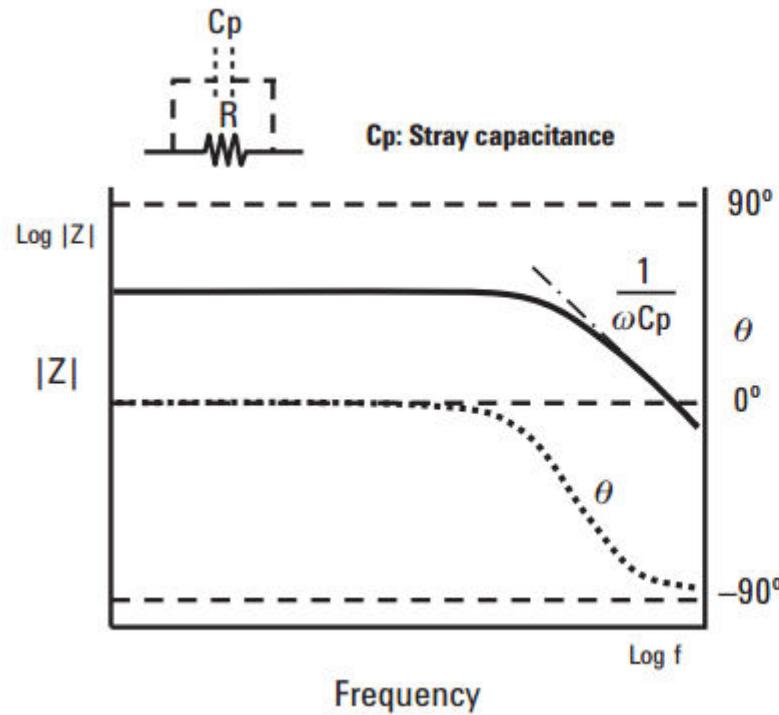
U zavisnosti od primjenjene frekvencije, realne komponente mogu promeniti svoja svojstva.

Za SRF (eng. *self-resonant frequency*) kapacitivna i induktivna reaktansa su jednake.

Za vrednosti frekvencija koje su veće od SRF, komponente menjaju svoju svojstva (prikazano na slikama za  $C$  i  $L$ ).

# Merenje impedanse

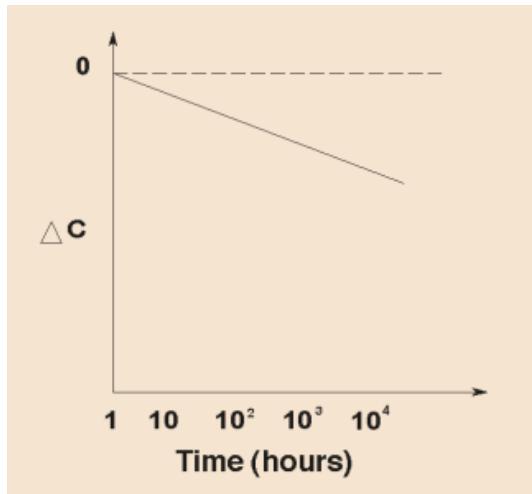
R zavisnost od frekvencije



Za veće frekvencije, realni otpornik relativno velike otpornosti se ponaša kao kondenzator ( $C_p$  – parazitna kapacitivnost).

Za veće frekvencije, realni otpornik relativno male otpornosti se ponaša kao kalem ( $L_s$  – parazitna induktivnost).

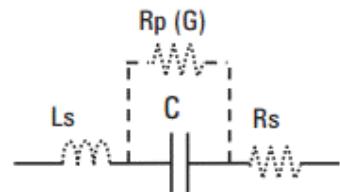
# Merenje impedanse



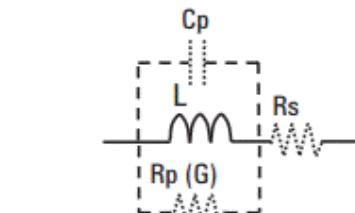
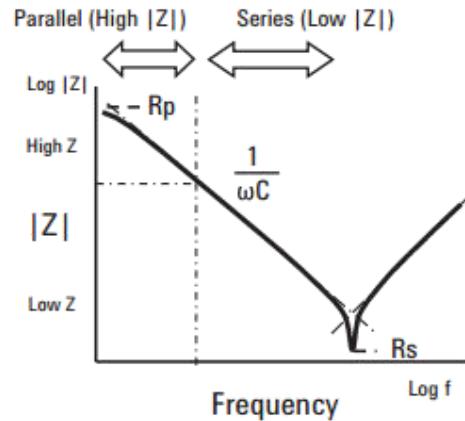
Merenje impedanse može zavisiti i od drugih faktora:

- amplituda test signala -> npr. za keramičke kondenzatore postoji promena kapacitivnosti u zavisnosti od primjenjenog test signala i konstante dielektrika (zavisi od materijala od koga je kondenzator napravljen)
- zavisnost od DC komponente primjenjenog napona
- zavisnost od temeperature
- vlažnost
- magnetno polje
- starenje materijala (na slici za keramički kondenzator)

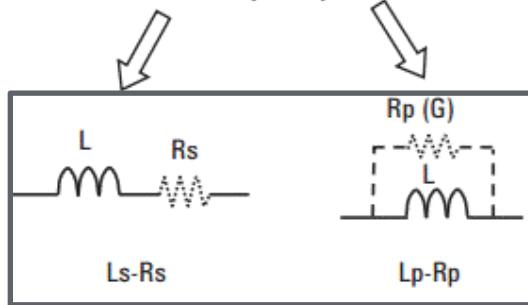
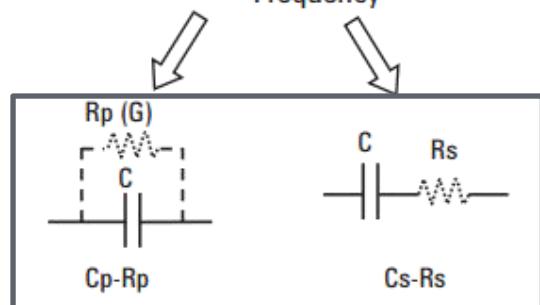
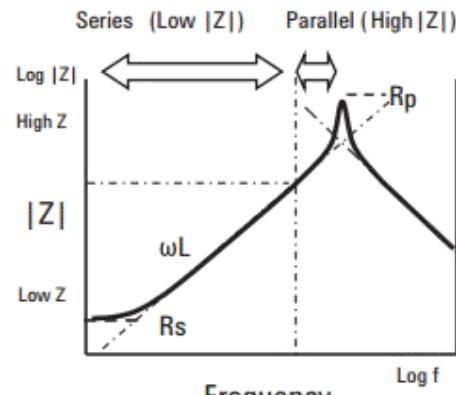
# Ekvivalentno kolo realne komponente



realna kapacitivnost



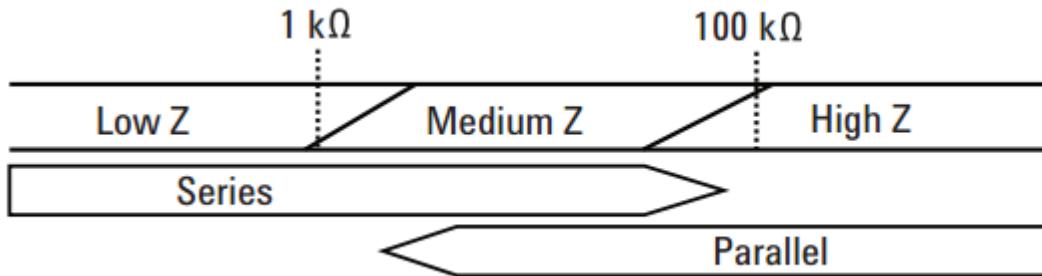
realna induktivnost



Rp – paralelna otpornost  
 Rs – redna otpornost (eng. series)  
 Cp – paralelna kapacitivnost  
 Ls – redna induktivnost

U zavisnosti od primjenjene frekvencije, modelira se odgovarajućim električnim kolom.

# Ekvivalentno kolo realne komponente



Kriterijum za odabir serijske i/ili paralelne ekvivalentne veze u zavisnosti od frekvencije.

U praksi su u upotrebi jednostavni modeli ekvivalentnih paralelnih ili serijskih veza.  
Za merenje impedanse, uobičajeno se koristi LCR metar.

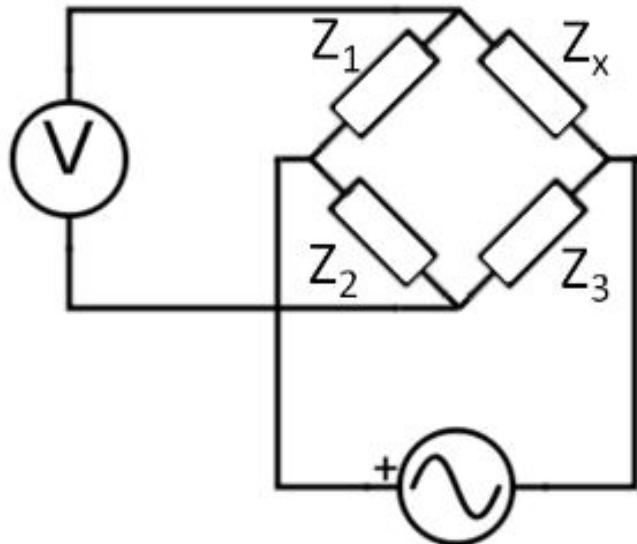
Više o LCR metru sledeće nedelje!



# Merni mostovi

- Preporučena literatura: Mostovi (beleške sa predavanja) na:  
<http://tnt.etf.rs/~oe2em/mostovi.pdf> i u [MIEM udžbeniku](#).
- Merni mostovi (eng. *bridge circuit*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Bridge\\_circuit](https://en.wikipedia.org/wiki/Bridge_circuit)) su kola koja se uobičajeno koriste za merenje vrednosti pasivnih komponenti. Mogu se koristiti za merenje impedanse u elektronskim kolima koja se napajaju sa AC izvorom, za merenje otpornosti, induktivnosti, kapacitivnosti i faktora gubitaka.
- Mostovi mogu biti frekvencijski zavisni i frekvencijski nezavisni.
- Mogu se koristiti i u kombinaciji sa drugim kolima za kondicioniranje, kao što su filtri i pojačavači.
- Osnovni princip po kome mostovi funkcionišu je princip uspostavljanja ravnoteže (detekcija nule).
- Merenje se vrši na osnovu relacija koje važe za odgovarajući most i elemente koji su u njega povezani, nakon što se uspostavi ravnoteža mosta. Ravnoteža mosta se proverava nekim od indikatora/detektora (na primer osciloskop, DMM)

# Merni most – princip rada



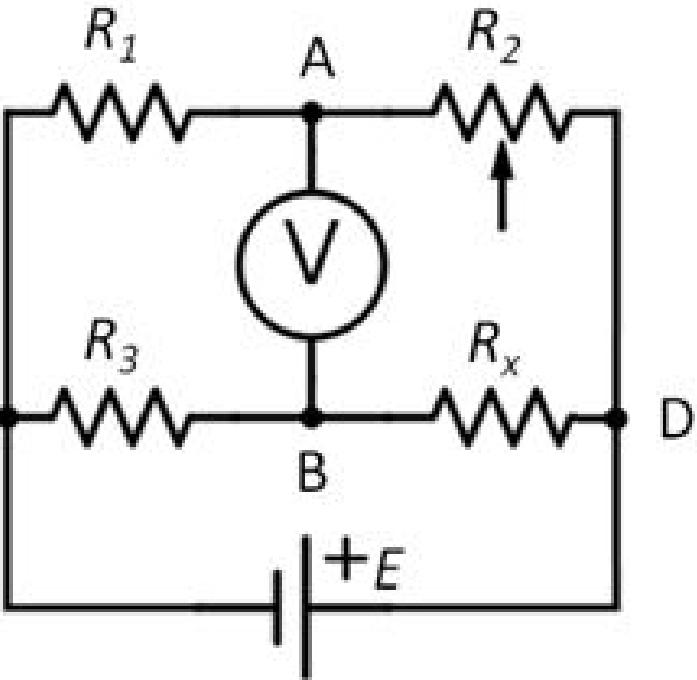
$$Z_x = \frac{Z_1}{Z_2} Z_3$$

- Princip rada mernog mosta, u opštem slučaju, je sledeći: Kada ne postoji protok struje kroz detektor odnosno voltmetar, onda se može odrediti vrednost nepoznate impedanse preko poznatih vrednosti ostalih impedansi u kolu.
- Merni mostovi mogu da služe za merenje nepoznatih otpornosti, kapacitivnosti, induktivnosti.

# Indikator mosta

- Most sa jednosmernim pobudnim generatorom:
  - galvanometar (ampermetar ili voltmeter)
- Most sa naizmeničnim pobudnim generatorom
  - osciloskop, DMM, slušalice (kako?)
  - instrument sa ispravljačem je “loš” zbog relativno male osetljivosti i parazitnih efekata pri relativno malim naponima i strujama
- Da li unutrašnja otpornost indikatora/mernog instrumenta u mernom mostu ima ulogu?
  - Ne. Zašto?
- NAPOMENA: u slučaju da se koristi osciloskop, mora se voditi računa o vezivanju osciloskopa u merni most.

# Vitstonov most



$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}$$

$$R_X = R_4 = R_3 \frac{R_2}{R_1}$$

$$S_m = \frac{\partial U_{AB}}{\partial Z_X / Z_X} = Z_X \frac{\partial U_{AB}}{\partial Z_X}$$

$$S = E \frac{R_2/R_1}{(1 + R_2/R_1)^2}$$

$$R_X = R_E \frac{R_1(1 + \alpha_{T1}(T - T_0))}{R_2(1 + \alpha_{T2}(T - T_0))}$$

- Vitstonov most (eng. *Wheatstone bridge*, [https://en.wikipedia.org/wiki/Wheatstone\\_bridge](https://en.wikipedia.org/wiki/Wheatstone_bridge)) je prikazan na slici.
- Uslov ravnoteže dat je na slici desno. Primetiti da ravnoteža ne zavisi od  $E$ .
- Međutim, osetljivost mosta zavisi od  $E$ .
- Na slici je dat i izraz za temperatursku zavisnost.
- Povoljno je da su temperaturski koeficijenti isti. Etalonski otpornik bi trebalo da je temperaturno stabilan ili da mu je temperatura kontrolisana.
- Data je osetljivost mosta u generalnom slučaju  $S_m$  i u slučaju Vitstonovog mosta u oznaci  $S$ .