BIR O'ZGARUVCHILI POLINOMLAR

Alfiya Shermurotovna Xudoyberdiyeva
Shaxriyor Sobirovich Jalilov
"TIQXMMI" MTUning Qarshi irrigatsiya va agrotexnologiyalar institute

Annotatsiya. Ushbu maqola ishida Ishda algebraik tushuncha bo'lgan K [x1, ⋯ , xn] polinomial halqa va geometrik tushuncha bo'lgan affin ko'pxilliklar orasidagi bog'liqliklar o'rganilgan. Bu ishda polinomial ideallar va affin ko'pxilliklar bilan bog'liq bo'lgan bi qator masalalar: K[x1, ⋯ , xn] halqada idealning tavsiflanish masalasi, polinomial tenglamalarni yechilish masalalari to'liq yechimlari bilan birga berilgan.

Kalit so'zlar: Polinom, qoldiq, maydon, ideal, bosh ideallar, nolmas polinom.

POLYNOMIALS IN ONE VARIABLE

Abstract. In the article work the communications between algebraic properties of polynomial rings $[x1, \cdots, xn]$ and geometrical properties of affine varieties are considered. A number of the problems concerning algebraic properties of polynomial ideals and geometry of affine varieties and solutions of polynomial systems of equations are considered.

Key words: Polynomial, residue, area, ideal, prime ideals, infinite polynomial.

ПОЛИНОМЫ ОТ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Аннотация. В статьи широко изучено связь между кольцом многочленов K[x_1,⋯,x_n], которое является алгебраическим понятием, и аффинными многочленами, которые являются геометрическим понятием. В данной работе представлен ряд задач, связанных с полиномиальными идеалами и аффинными полиномами: задача описания идеала в кольце K[x_1,⋯,x_n], задачи решения полиномиальных уравнений с полными решениями.

Ключевые слова: Полином, вычет, площадь, идеал, простые идеалы, бесконечный многочлен.

Ushbu maqolada bir o'zgaruvchili polinomlar, polinomial ideallar va bir qator masalalarni: $[x1, \dots \dots . xn]$ halqada idealning tavsiflanish masalasini, idealga tegishlilik masalasi, polinomial tenglamalarni yechilish masalalari to'liq yechimlari bilan birga beriladi.

1-ta'rif.Ushbu f=$a0x\ m + a1x\ m-1 + \cdots + am$, ifodaga koeffisentlari k maydondan olingan bir o'zgaruvchili polinom deyiladi, bunda $ai \in k$ va $a0 \neq 0$ (deg(f)=m). Barcha bir o'zgaruvchili polinomlar to'plamini $k\ [x]$ orqali belgilaymiz. Ushbu $a0x\ m$ – f polinomning eng katta hadi deyiladi va LT (f) = $a0x\ m$ kabi belgilanadi («LT» -ingliz tilidagi «leadingterm» so'zlarining bosh harflari). Misol uchun: f=$21x\ 5 - 6x - 5$,polinomni olsak, LT(f)=$21x\ 5$ bo'ladi.

Agar f va g – nolmas polinomlar bo'lib, deg(f)≤deg(g) bo'lsaLT(g) ,LT(f) ga qoldiqsiz bo'linadi.

Endi biz $[x]$ da qoldiqli bo'linish algaritimini bersak bo'ladi.

1-tasdiq.(bo'linish algoritimi). g∈ $[x]$–no'lmas polinom bo'lsin. U holda istalgan f∈ $k[x]$ polinomni quyidagicha

f=qg+r,

ifodalab olishimizmumkin,bunda q,r ∈ $k[x]$ va r=0, yokideg(r)<deg(g) bo`ladi.Endi esa q va r larni hisoblash algoritmini beramiz.

Mana shu algoritm q va rlarni hisoblashning,psevdakodlarda yozilishi: kirish:g, f

Chiqish:q,r

q:=0;r:=f

WHILEr≠ 0 ANDLT(g) делитLT(r) DO

g:=q+LT(r)/LT(g) r:=r-(LT(r)/LT(g))g

Ushbu algoritm yordamida topiladigan r qoldiq va q to'liqsiz bo'linma bir qiymatli aniqlanadi.

1-natija. f∈ $[x]$ – nolmas polinom bo'lsin. U holda f, k da kamida deg(f) ta ildizga ega bo'ladi.

1.4.tasdiqda$k[x]$ dagi .

1-natija. k – maydon va f∈ $k[x]$ bo'lsin. U holda $[x]$ dagi har bir ideal $< f >$orqali ifodalanadi.Bundan tashqari fk maydondan olingan nolmas o'zgarmas songa ko'paytirishdan hosil qilinishi mumkin.

Agar ideal, bitta elementdan yasalgan bo'lsa,ungabosh ideal deyiladi. 1.3-natijadanko'rinadiki $[x]$to'plamni bosh ideallar sohasi deb aytishimiz mumkin.

2-ta'rif.f,g ∈ $k[x]$ polinomlarning eng katta umumiy bo'luvchisi deb shunday h polinomga aytiladiki agar quyidagi shartlar bajarilsa:

(i) f va g lar h ga bo'linsa;

(ii) agar f va g qandaydir p-bo'linsa ,u holda hpga bo'linadi;

f va g polinomlarning eng katta umumiy bo'luvchi GCD(f, g)kabi belgilanadi (GCD belgilash ingliz tilidagi "greatestcommondivisor" so'zlarining bosh harflaridan olingan).

Endigi tasdiqda GCD ning assosiy xossalari keltiramiz.

1.2-tasdiq.f,g ∈ $k[x]$bo'lsin.U holda

(i) GCD(f,g) mavjud va u yagona k da ;

(ii) GCD(f, g) , $< f, g >$ idealni hosil qiladi;

(iii) GCD(f, g) ni hisoblash algoritmi bor.

Dastlab quyidagi ta'rifni berishimiz zarur.Ushbu f,g∈ $k[x]$, g≠ 0bo'lsin , f ni f=qg+r ,ko'rinishida yozib olamiz , bunda q va r lar 1.4.tasdiqdagi shartlarni qanoatlantiradi.U holda r ga f ni g ga bo'lgandagi qoldiq deb ataymiz. (biz r= qoldiq(f, g) kabi yozishimiz mumkin). Endi biz Evklid algaritimini berishimiz mumkin:

Kirish: f,g

Chiqish: h

h:=f

s:=g

WHILE s ≠ 0 DO

rem:=qoldiq (h,s)

h:=s

s:=rem

Evklid algoritmini ishlash prossesini quyidagi misolda ko'rib chiqishimiz mumkin.

ISSN 2181-2632 www.involta.uz

2-misol.GCD(x 2 − 4, x 4 − 16) ?.

x 2 − 4 = 0(x 4 − 16) + x 2 − 4,

x 4 − 16 = x 2 (x 2 − 4) + 4x 2 − 16,

x 2 − 4 = 1/4(4x 2 − 16) + 0.

Bo'linmalarni quyidagicha yozishimiz mumkin.

GCD(x 2 − 4, x 4 − 16)=GCD(x 4 − 16, x 2 − 4)=GCD(x 2 − 4,x 2 − 4)= GCD(x 2 − 4, 0)

Bundan GCD(x 4 − 4, x 6 − 16)= x 2 − 4 ekanligini olamiz.GCD hisoblash bizga < x 4 − 4, x 6 − 16 >,idealning yasovchisini aniqlash imkonini beradi ya'ni GCD(x 4 − 4, x 6 − 16)= x 2 − 4, bundan< x 4 − 4, x 6 − 16 >=< x 2 − 4 > ekanligi kelib chiqadi.

Quyidagicha savol tug'ilishi tabiiy: ideal uchta yoki undan ko'p sondagi polinomlardan tuzilgan bo'lsachi? Unda biz bir nechta sondagi polinomlar uchun bo'linish algoritimini berishimizga to'g'ri keladi.

3-ta'rif.Ushbu f1, f2, … , fs ∊ $k[x]$ polinomlarning eng katta umumiy bo'luvchisi deb quyidagi shartlarni qanoatlantiradigan h polinomga aytiladi

(i) h polinom f1, f2, … , fs larning har birini bo'ladi;

(ii) (ii) agar p –qandaydir polinom va f1, f2, … , fs , lar p ga bo'linsa unda h p ga bo'linadi.f1, f2, … , fs ∊ $k[x]$larning eng katta umumiy bo'luvchisi h GCD(f1, f2, … , fs) orqali belgilanadi. Endigi tasdiqda GCDning assosiy xossalarini keltiramiz

3-tasdiq.Ushbu f1, f2, … , $fs\epsilon k[x]$, $s \geq 2$ lar berilgan bo'lsin.U holda

(i) GCD(f1, f2, … , fs)mavjud va определен однозначно с точностью до умножения на ненулевую константу из k;

(ii) GCD(f1, f2, … , fs), idealni tashkil qiladi;

(iii) agar s≥ 3, bo'lsa GCD(f1, f2, … , fs)=GCD(f1,GCD(f2,……fs)) tenglikdan foydalaniladi;

(iv) GCD(f1, f2, … , fs) ni hisoblash algoritimi mavjud.

Misol uchun,f1, f2, f3, f4 larning eng katta umumiy bo'luvchisini hisoblash uchun, GCD(f1, f2, f3, f4) = GCD((f1,GCD(f2, f3, f4)) = GCD(f1,GCD(f2,GCD(f3, f4))) tengliklardan foydalanamiz. Boshqacha aytganda f1, f2, f3, f4 larning eng katta umumiy bo'luvchisini hisoblash uchun uch marta Evklid algoritimidan foydalanamiz.

3-misol.GCD(x 3 − 8, x 2 − 4, x 4 − 16)?.

Oson hisoblash mumkinki, GCD(x 3 − 8, x 2 − 4, x 2 − 16)=GCD(x 3 − 8, GCD(x 2 − 4, x 4 − 16))= GCD(x 3 − 2, x 2 − 4) =x − 2, bundan, < x 3 − 8, x 2 − 4, x 4 − 16 > = < x − 2 > ekanligi kelib chiqadi.

Biz yuqorida $[x]$da berilgan < f1, f2, … , fs >, f1, f2, … , $fs\epsilon k[x]$idealning yasovchilarini topish algoritmini qarab chiqdik.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati

1. Adams W., Loustaunan P. (1994), AnIntoduction to Groebner Bases, Graduate Studias in Mathematics, 3 Amer. Soc. Providence.

2. Dube T.W. (1990) The structure of polynomial ideals and Groebner bases, SIAM J.Comput., 19. 750-755.

3. Аржанцев И.В. Базисы Грёбнера и системы алгебраических уравнений// М. Ж. МЦНМО, 2003.

ISSN 2181-2632 www.involta.uz

4. Бухбергер Б. Алгоритмический метод в теории полиномиальных идеалов// Компьютерная алгебра. Символика и алгебраические вычисления. М.: Мир, 1986.
5. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.:Наука,1979.
6. Говорухин В., Цибулин П., Компьютер в математическом исследовании. –С-Питербург, Питер, 2002.
7. Давенпорт Дж., Сире Й., Турнье Е. Компьютерная алгебра. – М.: Мир,1991.
8. Кириенко Денис Павлович, Система компьютерной алгебры Maple, Среднее общеобразовательная школа №179 МИОО, г.Москва.

ISSN 2181-2632 www.involta.uz