

Ανάλυση αξιοπιστίας φέρουσας ικανότητας επιφανειακής θεμελίωσης με τη μέθοδο Monte Carlo

Reliability analysis of bearing capacity of a shallow foundation using Monte Carlo simulation

ΝΑΛΜΠΑΝΤ ΣΑΡΙΚΑΚΗ, Δ. Πολιτικός Μηχ., ΕΚΕΤΑ / ΕΜΠ
ΘΕΟΧΑΡΗΣ, Α.Ι. Πολιτικός Μηχ., ΕΚΕΤΑ
ΚΟΥΚΟΥΖΑΣ, Ν.Κ. Γεωλόγος, Διευθυντής Ερευνών, ΕΚΕΤΑ
ΖΕΥΓΩΛΗΣ, Ι.Ε. Μεταλλειολόγος-Μεταλλουργός Μηχ., Αναπλ. Καθηγητής, ΕΜΠ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ : Τα γεωτεχνικά έργα εμπεριέχουν λόγω της φύσης του εδάφους εγγενώς μία αβεβαιότητα στο σχεδιασμό τους. Οι κύριες πηγές αβεβαιότητας αφορούν την ακρίβεια και την πληρότητα με την οποία είναι γνωστές οι συνθήκες του υπεδάφους και τις ιδιότητες και αντιστάσεις που θα μπορέσουν να κινητοποιήσουν τα υλικά υπό τις διάφορες φορτίσεις. Στην παρούσα εργασία αναλύεται συστηματικά η επίδραση της αβεβαιότητας των γεωτεχνικών ιδιοτήτων στον υπολογισμό της φέρουσας ικανότητας του εδάφους για επιφανειακή θεμελίωση με πεδילוδοκό. Για την ανάλυση αξιοπιστίας χρησιμοποιήθηκε η μέθοδο Monte Carlo και τρία ευρέως διαδεδομένα εμπορικά λογισμικά πιθανοτικής ανάλυσης και ανάλυσης αξιοπιστίας.

ABSTRACT : Geotechnical projects include an inherent design uncertainty due to the nature of the soil. The main sources of uncertainty refer to the accuracy and completeness of the knowledge of the subsurface conditions and the materials' properties and resistances that will be mobilized under various loads. This work systematically analyzes the effect of the uncertainty in geotechnical properties on the calculation of the soil's bearing capacity for a shallow foundation of a strip footing. The Monte Carlo method was employed for the reliability analysis as well as three widely used commercial probabilistic and reliability analysis software.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα γεωτεχνικά έργα εμπεριέχουν λόγω της φύσης του εδάφους εγγενώς μία αβεβαιότητα στο σχεδιασμό τους. Οι κύριες πηγές αβεβαιότητας αφορούν την ακρίβεια και την πληρότητα με την οποία είναι γνωστές οι συνθήκες του υπεδάφους και τις ιδιότητες και αντιστάσεις που θα μπορέσουν να κινητοποιήσουν τα υλικά υπό διάφορες φορτίσεις. Η μελέτη των γεωτεχνικών έργων βασίζεται κυρίως σε αιτιολογικές και εμπειρικές αναλύσεις, οι οποίες συνήθως λαμβάνουν έμμεσα υπόψη την αβεβαιότητα μέσω της χρήσης του συντελεστή ασφαλείας. Τις τελευταίες δεκαετίες όλο και περισσότερο λαμβάνεται υπόψη πιο συστηματικά η αβεβαιότητα μέσω πιθανοτικών μεθόδων και αναλύσεων αξιοπιστίας οι οποίες συνοδεύουν τις κλασικές αιτιολογικές αναλύσεις (Baecher and Christian, 2003, Phoon, 2008). Επομένως, είναι σημαντικό να υπάρχει η αίσθηση του πώς επιδρά η αβεβαιότητα στα αποτελέσματα θεμελιωδών προβλημάτων της γεωτεχνικής μηχανικής.

Στην παρούσα εργασία αναλύεται συστηματικά η επίδραση της αβεβαιότητας των γεωτεχνικών ιδιοτήτων στον υπολογισμό της φέρουσας ικανότητας του εδάφους για μία πεδילוδοκό, η οποία εδράζεται σε αμμώδες μονοστρωματικό έδαφος. Το πρόβλημα αυτό αποτελεί θεμελιώδες ζήτημα στη γεωτεχνική μηχανική και παρουσιάζει επιπλέον ενδιαφέρον στις αναλύσεις αξιοπιστίας λόγω της μη γραμμικότητας της σχετικής εξίσωσης (Wu et al., 2019,

Li et al., 2015). Για την ανάλυση αξιοπιστίας χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος Monte Carlo και οι προσομοιώσεις της υλοποιήθηκαν με τρία ευρέως διαδεδομένα εμπορικά λογισμικά πιθανοτικής ανάλυσης και ανάλυσης αξιοπιστίας: Microsoft Excel, Crystal Ball και @RISK. Τα βασικά στοιχεία αντοχής του εδάφους, η συνοχή (c) και η γωνία τριβής (ϕ), αποτέλεσαν τις τυχαίες μεταβλητές ως βασικές πηγές αβεβαιότητας της φέρουσας ικανότητας. Για τον προσδιορισμό της αβεβαιότητας και της κατανομής των τυχαίων μεταβλητών ελήφθησαν υπόψη τυπικά βιβλιογραφικά και εμπειρικά δεδομένα. Συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα των τριών λογισμικών και υλοποιήθηκαν παραμετρικές αναλύσεις για τον αριθμό των επαναλήψεων που χρειάζονται για τη σύγκλιση της μεθόδου Monte Carlo, την επίδραση του αριθμού των τυχαίων μεταβλητών (μία ή δύο), και την επίδραση της συσχέτισης μεταξύ των παραμέτρων διατμητικής αντοχής c και ϕ .

2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Αστοχία λόγω φέρουσας ικανότητας προκύπτει όταν το φορτίο που μεταφέρει το θεμέλιο στην επιφάνεια έδρασης υπερβεί την αντοχή του εδάφους. Ο συντελεστής ασφαλείας ορίζεται ως ο λόγος της φέρουσας ικανότητας του εδάφους (q_u) προς το μέγιστο φορτίο που δέχεται το θεμέλιο από την υπερκείμενη κατασκευή (q_{max}):

$$SF = \frac{q_u}{q_{max}} \quad (1)$$

Ένα τυπικά αποδεκτό εύρος τιμών του συντελεστή ασφαλείας για συνήθεις επιφανειακές θεμελιώσεις κυμαίνεται από 2 έως 3, αναλόγως το εύρος της γεωτεχνικής έρευνας και των διαθέσιμων γεωτεχνικών δεδομένων.

Η ανάλυση αξιοπιστίας αποτελεί μια σημαντική διαδικασία για την αξιολόγηση σύνθετων προβλημάτων με εγγενή αβεβαιότητα, διότι δύναται να εντοπίσει τις πηγές που την προκαλούν και να ποσοτικοποιήσει την επίδρασή τους στο σύστημα. Τα βασικά στάδια της ανάλυσης αξιοπιστίας αφορούν: α) τον εντοπισμό των παραμέτρων με τη μεγαλύτερη αβεβαιότητα και τον ορισμό τους ως τυχαίες μεταβλητές με συγκεκριμένα στατιστικά στοιχεία, β) τον ορισμό της συνάρτησης απόδοσης που εμπεριέχει τις τυχαίες μεταβλητές και προσδιορίζει το προς επίλυση πρόβλημα, γ) τη μέθοδο ανάλυσης και προσομοίωσης της συνάρτησης απόδοσης, και δ) την αξιολόγηση των αποτελεσμάτων. Στην παρούσα εργασία θεωρήθηκαν τυχαίες μεταβλητές οι παράμετροι διατμητικής αντοχής του εδάφους (ϕ και c), ως βασικές πηγές αβεβαιότητας στον υπολογισμό της φέρουσας ικανότητας. Η συνάρτηση απόδοσης ορίζεται κατ' αναλογία του συμβατικού συντελεστή ασφαλείας ως λόγος ασφαλείας SR και αποδίδεται ως:

$$SR = \frac{q_u}{q_{max}} \quad (2)$$

Σημειώνεται ότι το SR αποτελεί στην πραγματικότητα και αυτό τυχαία μεταβλητή, καθώς εξαρτάται από δύο τυχαίες μεταβλητές (τις παραμέτρους διατμητικής αντοχής c και ϕ , όπως θα συζητηθεί στη συνέχεια). Για τον προσδιορισμό του SR στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος προσομοίωσης Monte Carlo. Πρόκειται για μια στοχαστική μέθοδο, η οποία χρησιμοποιεί πολλές επαναλήψεις, για κάθε μία από τις οποίες υπολογίζεται η τιμή του λόγου ασφαλείας SR και τελικώς προσδιορίζεται η κατανομή του SR. Η πιθανότητα αστοχίας κατόπιν υπολογίζεται θεωρώντας ένα όριο για το λόγο ασφαλείας και λαμβάνοντας τις επαναλήψεις που βρίσκονται κάτω από αυτό το όριο:

$$P_f = \frac{n_f}{N} \quad (3)$$

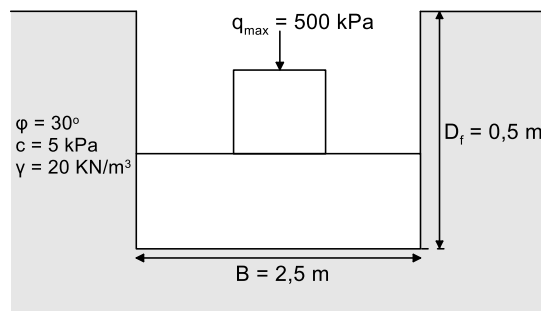
όπου n_f είναι ο αριθμός των επαναλήψεων που το $SR < 1$ και N είναι ο συνολικός αριθμός επαναλήψεων της προσομοίωσης.

Για την ανάλυση αξιοπιστίας της παρούσας εργασίας (προσδιορισμός των S_R και P_f), λήφθηκε η γενική εξίσωση φέρουσας ικανότητας κατά EC7 (EN, 1997) για πεδילוδοκό επίπεδης βάσης πλάτους B , η οποία εδράζεται σε βάθος D_f από την επιφάνεια με κεντρική κατακόρυφη φόρτιση q_{max} . Η γεωμετρία, το φορτίο και οι εδαφικές ιδιότητες παρουσιάζονται στο Σχήμα 1. Η εξίσωση της φέρουσας ικανότητας μετά τις παραδοχές (όλοι οι συντελεστές λοξότητας βάσης πεδίλου, σχήματος πεδίλου και λοξότητας φόρτισης είναι ίσοι με μονάδα) προκύπτει:

$$q_u = cN_c + \gamma D_f N_q + 0.5 B \gamma N_\gamma \quad (4)$$

όπου N_c , N_q και N_γ οι συντελεστές φέρουσας ικανότητας, οι οποίοι υπολογίζονται κατά (EN, 1997):

$$N_q = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \tan \varphi}, \quad N_c = (N_q - 1) \cot \varphi \quad \text{και} \quad N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \varphi \quad (5)$$



Σχήμα 1. Γεωμετρία, φορτίο και εδαφικές ιδιότητες του προβλήματος φέρουσας ικανότητας
Figure 1. Geometry, load and soil properties of the bearing capacity problem

3. ΑΝΑΛΥΣΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΦΕΡΟΥΣΑΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ

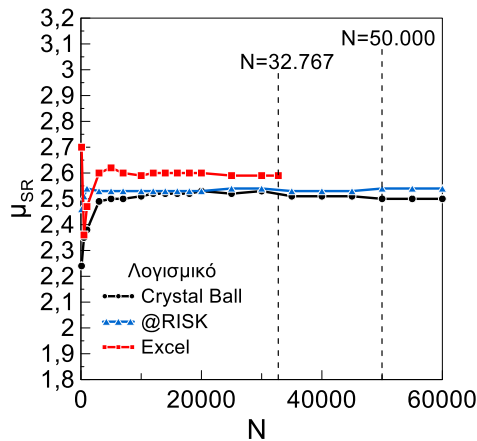
3.1 Ανάλυση αξιοπιστίας με δύο τυχαίες μεταβλητές

Για τη βασική ανάλυση θεωρήθηκε ότι και οι δύο παράμετροι διαμηκτικής αντοχής, φ και c , αποτελούν τυχαίες μεταβλητές στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους και ακολουθούν κανονική κατανομή με μέσες τιμές $\mu_\varphi = 30^\circ$ και $\mu_c = 5 \text{ kPa}$ με συντελεστές μεταβλητότητας $COV_\varphi = 20\%$ και $COV_c = 40\%$. Οι μέσες τιμές αντικατοπτρίζουν μία ιλυώδη άμμο με μέση γωνία φ και μικρή c (Budhu, 2011). Οι συντελεστές COV είναι σχετικά υψηλοί με βάση τη βιβλιογραφία (π.χ., μία επισκόπηση μπορεί να βρεθεί στο Zengolis et al., 2021, Πίνακας S1) για ένα τυπικό εδαφικό υλικό και η παραμετρική ανάλυση που ακολουθεί στην ενότητα 3.3 εξετάζει ένα τυπικό εύρος.

Σε αυτή την πρώτη ενότητα χρησιμοποιήθηκε μόνο το λογισμικό Crystal Ball. Αρχικά εξετάστηκε η επίδραση του αριθμού των επαναλήψεων στη σύγκλιση των αποτελεσμάτων. Στο Σχήμα 2 παρουσιάζεται ο αριθμός επαναλήψεων ως προς τη μέση τιμή του S_R και για τα τρία λογισμικά που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία, στην ενότητα 3.2 θα αναλυθούν οι συγκλίσεις και των @Risk και Excel. Για το Crystal Ball θεωρήθηκε ότι μετά τις 50.000 επαναλήψεις τα αποτελέσματα σταθεροποιούνται οπότε και οι αναλύσεις που ακολουθούν διατήρησαν αυτόν τον αριθμό επαναλήψεων. Διενεργήθηκε επιπλέον ανάλυση για την επίδραση του ειδικού βάρους του εδάφους (γ) στη φέρουσα ικανότητα. Τα αποτελέσματα (δεν παρουσιάζονται στο παρόν) επιβεβαιώνουν, ως αναμενόταν, ότι η επίδραση του είναι μικρή και συνεπώς θεωρήθηκε αιτιοκρατική μεταβλητή.

Ο συντελεστής ασφαλείας της ανάλυσης προκύπτει $SF = 1,67$, κάτω από το σύνηθες όριο του 2. Από τη βασική ανάλυση αξιοπιστίας προκύπτει ότι η πιθανότητα αστοχίας είναι 25,7%, αρκετά υψηλή, όπως αναμένεται και από τον σχετικά χαμηλό αιτιοκρατικό συντελεστή ασφαλείας. Ο Πίνακας 1 συνοψίζει τα αποτελέσματα της ανάλυσης αξιοπιστίας. Εξαιτίας των κατανομών των τυχαίων μεταβλητών και των σχετικά υψηλών συντελεστών μεταβλητότητας

παρατηρήθηκε ότι είναι πιθανό να παραχθούν αρνητικές τιμές των τυχαίων μεταβλητών σε κάποιες επαναλήψεις. Ειδικότερα, στην περίπτωση της συνοχής παρήχθησαν αρνητικές τιμές (327 στις 50.000), όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3(α), μπλε καμπύλη. Καθώς αρνητικές τιμές συνοχής δεν υφίστανται στην πραγματικότητα, επαναλήφθηκε η ανάλυση αποκλείοντας τις αρνητικές τιμές της συνοχής (Σχήμα 3(α) μαύρη καμπύλη), η οποία αποτελεί και τη βασική ανάλυση). Κάτι αντίστοιχο δεν παρατηρήθηκε για τη γωνία τριβής λόγω της μεγάλης μέσης τιμής σε σχέση με το συντελεστή μεταβλητότητας.



Σχήμα 2. Σύγκλιση μέσης τιμής SR (μ_{SR}) με αριθμό επαναλήψεων (N)
Figure 2. Convergence of the SR mean value (μ_{SR}) with number of iterations (N)

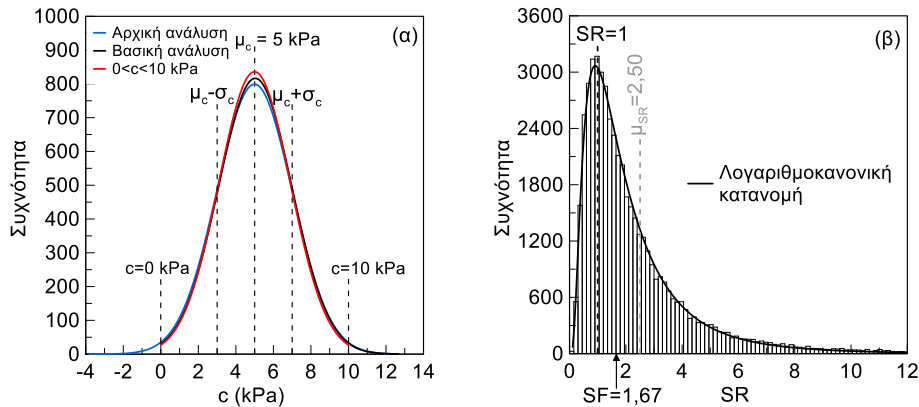
Πίνακας 1. Αποτελέσματα ανάλυσης αξιοπιστίας
Table 1. Results of reliability analysis

Παράμετρος	Αρχική ανάλυση	Βασική ανάλυση	0<c<10 kPa
Αριθμός επαναλήψεων, N	50000	50000	50000
Αριθμός αστοχιών, n_f	12860	12825	12862
Πιθανότητα αστοχίας, P_f	25,7%	25,7%	25,7%
Μέση τιμή λόγου ασφαλείας, μ_{SR}	2,50	2,50	2,50
Τυπική απόκλιση λόγου ασφαλείας, σ_{SR}	2,99	2,99	2,99
Συντελεστής μεταβλητότητας, COV_{SR}	1,19%	1,19%	1,19%
Ελάχιστη τιμή, min_{SR}	0,11	0,11	0,11
Μέγιστη τιμή, max_{SR}	100,54	100,54	100,54

Επιπλέον, διερευνήθηκε η επίδραση των πολύ υψηλών τιμών της c, πάνω από το αντίστοιχο συμμετρικό όριο των αρνητικών τιμών, ώστε να προκύψει μια συμμετρικά αποκομμένη κατανομή (Σχήμα 3(α) 0<c<10 kPa, κόκκινη καμπύλη). Για τις περιπτώσεις των αποκομμένων συναρτήσεων παρουσιάζεται μεγαλύτερη συγκέντρωση τιμών κοντά στη μέση τιμή έναντι της βασικής ανάλυσης, πράγμα που σημαίνει πως οι τυχαίες τιμές που αποκόπτονται από το λογισμικό τοποθετούνται περίξ της μέσης τιμής, μειώνοντας τον τελικό συντελεστή μεταβλητότητάς τους. Παρόλα αυτά, για τις διαφορετικές κατανομές της συνοχής τα αποτελέσματα των κατανομών του SR σχεδόν ταυτίζονται, καθώς ο αριθμός των τιμών της συνοχής που βρίσκονται στις περιοχές που αποκόπηκαν είναι μικρός (βλέπε Πίνακα 1). Στο Σχήμα 3(β) παρουσιάζεται, ενδεικτικά, το ιστόγραμμα των τιμών του SR για τη βασική ανάλυση με την αντίστοιχη προσαρμοσμένη κατανομή, στις αναλύσεις που θα ακολουθήσουν για λόγους ευκρίνειας θα παρουσιάζεται μόνο η προσαρμοσμένη κατανομή του ιστογράμματος.

Παρατηρείται ότι η $\mu_{SR}=2,50$ αρκετά μεγαλύτερη του συντελεστή ασφαλείας $SF=1,67$. Αυτό συμβαίνει διότι η κατανομή του SR δεν είναι κανονική αλλά πλησιάζει περισσότερο τη λογαριθμοκανονική κατανομή (Σχήμα 3(β)). Συνεπώς η κατανομή του SR παρουσιάζει θετική ασυμμετρία, δηλαδή συγκέντρωση των παρατηρήσεων προς τις μικρότερες τιμές και μία

μακριά ουρά προς τα δεξιά η οποία δημιουργεί μεγαλύτερη μέση τιμή του SR από την τιμή του λόγου ασφαλείας που προκύπτει από τις μέσες τιμές του ϕ και c . Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στη μη γραμμικότητα της εξίσωσης της φέρουσας ικανότητας.



Σχήμα 3. α) Κατανομή της συνοχής και β) ιστόγραμμα και κατανομή του SR
Figure 3. a) Cohesion distribution and b) histogram and distribution of SR

3.2 Σύγκριση ανάλυσης αξιοπιστίας με δύο τυχαίες μεταβλητές με διαφορετικά λογισμικά

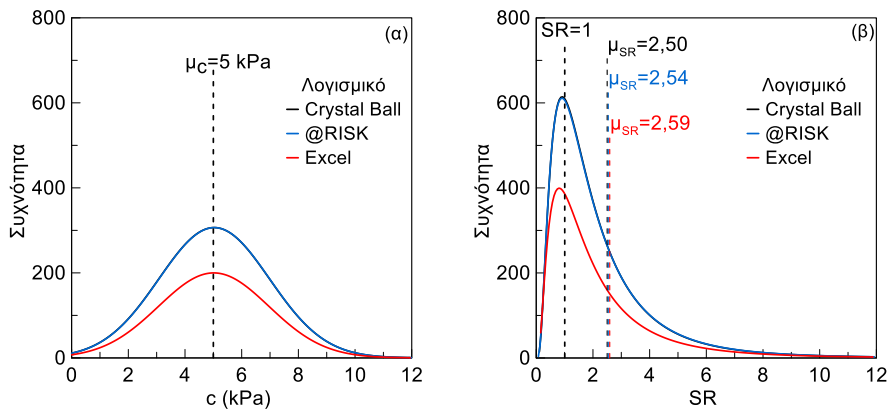
Στην παρούσα ενότητα πραγματοποιείται η σύγκριση των αναλύσεων και των αποτελεσμάτων με δύο επιπλέον, ευρέως διαδεδομένα λογισμικά, το @RISK της Palisade και το Excel της Microsoft. Το @RISK και το Crystal Ball είναι λογισμικά αξιολόγησης διακινδύνευσης που βασίζονται στη μέθοδο Monte Carlo με αρκετά προσαρμοσμένα εργαλεία. Το Excel είναι ένα γενικού τύπου λογισμικό υπολογιστικών φύλλων, το οποίο διαθέτει τη δυνατότητα με ένα δωρεάν add-in εργαλείο να παράγει τυχαίες τιμές και να εφαρμόσει εμμέσως τη μέθοδο Monte Carlo. Σε πρακτικό επίπεδο τα λογισμικά Crystal Ball και @RISK διαθέτουν αυτοματοποιημένους τρόπους λήψης και ανάλυσης δεδομένων, ενώ το Excel που αποτελεί ένα ευρείας χρήσης λογισμικό δεν διαθέτει αντίστοιχες λειτουργίες.

Στο Σχήμα 2 τα αποτελέσματα είναι αντίστοιχα για το @RISK και το Crystal Ball, δηλαδή επιτυγχάνεται σύγκλιση περί τις 50.000, οπότε και οι αναλύσεις θα γίνονται με αυτό τον αριθμό επαναλήψεων. Αντίθετα, στο Excel υπάρχει περιορισμός στον αριθμό των τυχαίων αριθμών με όριο τους 32.767, με τον οποίο θα γίνουν και οι αναλύσεις. Τέλος, τα λογισμικά Crystal Ball και @RISK που εξειδικεύονται στις αναλύσεις αξιοπιστίας παρέχουν αρκετές μορφές και τύπους κατανομών για την προσομοίωση των τυχαίων μεταβλητών, εν αντιθέσει με το Excel που διαθέτει συγκεκριμένες επιλογές (π.χ. δεν περιλαμβάνει τη λογαριθμοκανονική κατανομή).

Για τη σύγκριση των λογισμικών χρησιμοποιήθηκε το πρόβλημα όπως διατυπώθηκε στην ενότητα 3.1. Διερευνήθηκε η παρουσία αρνητικών τιμών για τις τυχαίες μεταβλητές και προέκυψε πως για το Crystal Ball το 0,65%, για το @RISK το 0,62% και για το Excel το 0,63% των τιμών της συνοχής και δύο τιμές της γωνίας τριβής για το Excel προέκυψαν αρνητικές. Στο Σχήμα 4(α) παρουσιάζονται οι αποκομμένες από τις αρνητικές τιμές κατανομές της συνοχής για τα τρία λογισμικά. Παρατηρείται πως και οι κατανομές των λογισμικών με τον ίδιο αριθμό επαναλήψεων ταυτίζονται απόλυτα, ενώ η κατανομή του c για το Excel είναι μετατοπισμένη προς τα κάτω (Σχήμα 4(α)). Στο Σχήμα 4(β) παρουσιάζονται οι κατανομές του SR για τα τρία λογισμικά, οι οποίες και στις τρεις περιπτώσεις ακολουθούν λογαριθμοκανονική κατανομή.

Παρατηρείται ότι οι κατανομές του SR για τα Crystal Ball και @RISK ταυτίζονται, όπως σχεδόν και η μέση τιμή του SR, 2,50 και 2,54, αντίστοιχα. Οι τιμές της πιθανότητας αστοχίας για τα δύο λογισμικά έχουν μια μικρή απόκλιση, 25,7% για το Crystal Ball και 25,8% για το @RISK. Αντίθετα, η κατανομή του SR για το Excel είναι μετατοπισμένη προς τα αριστερά και η κορυφή της βρίσκεται χαμηλότερα με $\mu_{SR}=2,59$, ενώ προκύπτει και μεγαλύτερη πιθανότητα αστοχίας 27,5%, κάτι μη αναμενόμενο αφού η μέση τιμή είναι αυξημένη συγκριτικά με τα άλλα δύο λογισμικά. Αυτή η διαφοροποίηση οφείλεται στον εγγενή τρόπο διαχείρισης των δεδομένων από το λογισμικό, διότι ενώ ο κατανομές και των δύο τυχαίων μεταβλητών

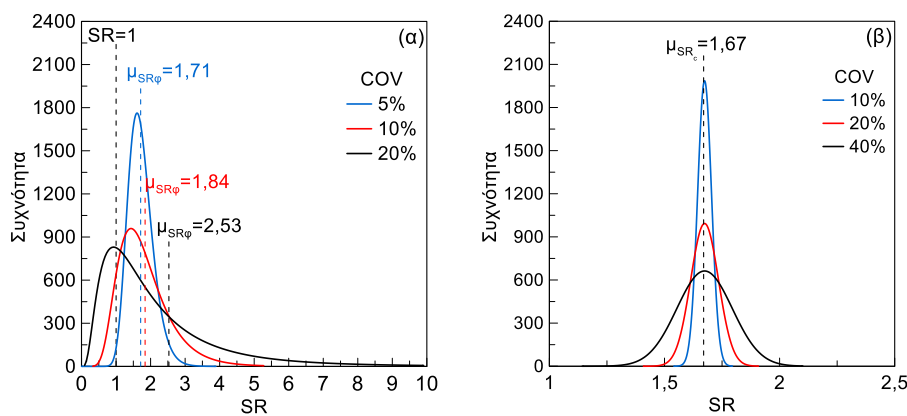
ταυτίζονται και για τα τρία λογισμικά το Excel διαφέρει και στη μορφή της κατανομής του SR, αλλά και στις προκύπτουσες τιμές της πιθανότητας αστοχίας.



Σχήμα 4. α) Κατανομή του c και β) κατανομή του SR για τα Crystal Ball, @RISK και Excel
Figure 4. a) Distribution of c and b) distribution of SR for Crystal Ball, @RISK and Excel

3.3 Υπολογισμός αξιοπιστίας φέρουσας ικανότητας με μία τυχαία μεταβλητή

Στην παρούσα ενότητα επαναλαμβάνεται η ανάλυση αξιοπιστίας φέρουσας ικανότητας, αλλά με μία τυχαία μεταβλητή αντί για δύο. Στόχος αυτής της ανάλυσης είναι να διερευνηθεί ο τρόπος επίδρασης της κάθε τυχαίας μεταβλητής ξεχωριστά. Επιπλέον, διερευνάται η επίδραση της μεταβλητότητας της κάθε παραμέτρου μέσω ενός τυπικού εύρους του COV. Αρχικά, ορίζεται ως τυχαία μεταβλητή μόνο η γωνία φ , ενώ η c λαμβάνει τη μέση τιμή 5 kPa (αιτιοκρατική θεώρηση). Η ανάλυση πραγματοποιήθηκε με το λογισμικό Crystal Ball. Θεωρήθηκε κανονική κατανομή για τη γωνία φ με μέση τιμή 30° και τρεις τιμές του COV 5%, 10% και 20%. Στο Σχήμα 5(α) παρουσιάζονται τα αποτελέσματα με τη μορφή των κατανομών του SR. Όταν $COV_\varphi=5\%$ η κατανομή του SR είναι λογαριθμοκανονική, και προκύπτει $P_f=0,45\%$ και $\mu_{SR}=1,71$, τιμή που σχεδόν ταυτίζεται με την αντίστοιχη αιτιοκρατική, αφού ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι μικρός. Για $COV_\varphi=10\%$ η κατανομή του SR παρουσιάζει θετική ασυμμετρία με αισθητά μειωμένη τη μέγιστη τιμή ακολουθώντας λογαριθμικανονική κατανομή, με $P_f=9,6\%$ και $\mu_{SR}=1,84$. Αντίστοιχα, για $COV_\varphi=20\%$, η κατανομή του SR ακολουθεί λογαριθμοκανονική κατανομή με $P_f=25,7\%$ και $\mu_{SR}=2,53$ πολύ κοντά σε αυτές της ανάλυσης με δύο τυχαίες μεταβλητές ($P_f=25,7\%$ και $\mu_{SR}=2,50$). Για μεγαλύτερες τιμές του COV_φ υπάρχει μεγαλύτερη διασπορά τιμών του SR και επομένως η κατανομή του προκύπτει χαμηλότερη και μεγαλύτερη σε εύρος.



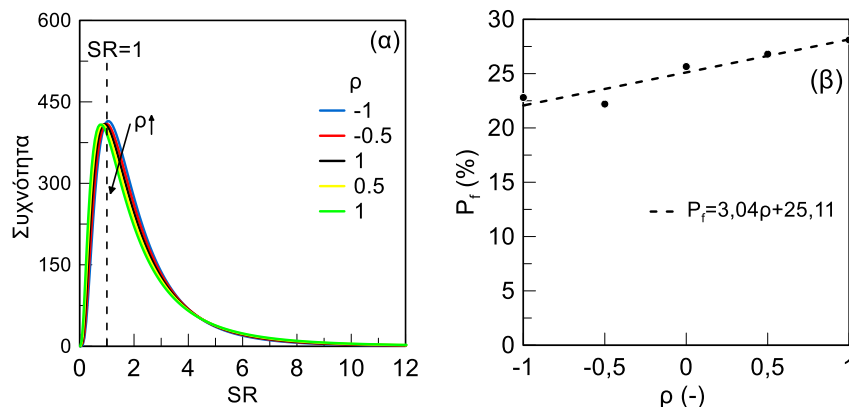
Σχήμα 5. Κατανομή SR για μία τυχαία μεταβλητή α) φ και β) c
Figure 5. Distribution of SR for individual variable a) φ and b) c

Η αυξανόμενη ασυμμετρία που προκύπτει για την κατανομή του SR όσο ο COV_ϕ αυξάνεται οφείλεται στη μη γραμμικότητα της εξίσωσης της φέρουσας ικανότητας. Όσο οι τιμές του ϕ απομακρύνονται από τη μέση τιμή οι προκύπτοντες SR απομακρύνονται με μη γραμμικό τρόπο. Τέλος, τα αποτελέσματα για $COV_\phi=20\%$ παρουσιάζουν μεγάλη ομοιότητα με τα αντίστοιχα για την περίπτωση που μελετήθηκε η ανάλυση με δύο τυχαίες μεταβλητές.

Έπειτα, ορίζεται ως τυχαία μεταβλητή η συνοχή του εδάφους c , ενώ η γωνία ϕ λαμβάνεται ίση με $\mu_\phi=30^\circ$. Θεωρήθηκε κανονική κατανομή για το c με $\mu_c=5$ kPa και $COV_c=10\%$, 20% και 40% . Διαπιστώθηκε πως για $COV_c=40\%$ το 0,65% των τιμών είναι αρνητικές, ενώ στις άλλες δύο περιπτώσεις δεν εμφανίστηκαν αρνητικές τιμές. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήθηκε η αποκομμένη από τις αρνητικές τιμές κατανομή της συνοχής. Στο Σχήμα 5(β) παρουσιάζονται οι κατανομές του SR οι οποίες αναπτύσσονται δεξιά της τιμής 1, καθώς δεν προκύπτει καμία αστοχία οπότε και $P_f=0$.

3.4 Βασική ανάλυση: τυχαίες μεταβλητές με συσχέτιση

Στη βασική ανάλυση οι παράμετροι διατμητικής αντοχής είναι μεταξύ τους στατιστικά ασυσχέτιστες. Στην παρούσα ενότητα θεωρήθηκε συσχέτιση μεταξύ των δύο παραμέτρων και εφαρμόστηκε παραμετρική ανάλυση για την επίδρασή της. Η συσχέτιση εκφράστηκε μέσω του συντελεστή γραμμικής συσχέτισης ρ , ο οποίος εκφράζει το βαθμό και τον τρόπο που οι δύο μεταβλητές συσχετίζονται γραμμικά. Όταν $\rho=0$ οι μεταβλητές είναι γραμμικά ασυσχέτιστες, όταν $\rho=1$ και $\rho=-1$ οι μεταβλητές έχουν τέλεια γραμμική θετική και αρνητική συσχέτιση, αντίστοιχα. Στο Σχήμα 6(α) παρουσιάζεται η κατανομή του SR για πέντε περιπτώσεις συσχέτισης των ϕ και c , από $\rho=-1$ έως $\rho=1$. Υπογραμμίζεται ότι συνήθως για τις παραμέτρους διατμητικής αντοχής ισχύει $\rho<0$, όμως για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας εξετάστηκε όλο το εύρος (Baecher and Christian, 2003).



Σχήμα 6. α) Κατανομή του SR vs. ρ και β) Πιθανότητα αστοχίας vs. ρ
Figure 6. a) Distribution of SR vs. ρ and b) Probability of failure vs. ρ

Στο Σχήμα 6(α), όσο η τιμή του συντελεστή ρ αυξάνεται παρατηρείται μείωση στις κορυφές των κατανομών και επιμήκυνση στην ουρά μετά το σημείο καμπής. Η παράλληλη μετατόπιση των κατανομών του SR προς τα αριστερά όσο το ρ αυξάνεται προκαλεί και αύξηση των πιθανοτήτων αστοχίας. Αυτό αντικατοπτρίζεται και στο Σχήμα 6(β), όπου εμφανίζεται γραμμική σχέση ανάμεσα στον συντελεστή ρ και την πιθανότητα αστοχίας. Από τη γραμμική αυτή σχέση προκύπτει ότι η θεώρηση ασυσχέτιστων ϕ και c οδηγεί σε διαφορετική πιθανότητα αστοχίας. Σε σχέση με τη συνήθως θεωρούμενη αρνητική συσχέτιση των ϕ και c ($\rho<0$) η θεώρηση $\rho=0$ οδηγεί στον υπολογισμό υψηλότερης πιθανότητας αστοχίας, είναι δηλαδή συντηρητική.

4. ΣΥΝΟΨΗ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα εργασία διερευνήθηκε η επίδραση της αβεβαιότητας των ιδιοτήτων του εδάφους στη φέρουσα ικανότητα επιφανειακής θεμελίωσης με πεδילוδοκό. Ο προσδιορισμός

της αβεβαιότητας έγινε με την υλοποίηση ανάλυσης αξιοπιστίας κατά την οποία εφαρμόστηκε η μέθοδος Monte Carlo με τη χρήση τριών διαδοχικών εμπορικών λογισμικών: Microsoft Excel, Crystal Ball και @RISK. Οι παράμετροι ϕ και c ορίστηκαν ως τυχαίες μεταβλητές.

Η σύγκλιση των αποτελεσμάτων για τα Crystal Ball και @RISK επετεύχθη για περίπου 50.000 επαναλήψεις, ενώ για το Excel στο μέγιστο αριθμό τυχαίων μεταβλητών που μπορεί να παράξει 32.767. Αρχικά διερευνήθηκε ο υπολογισμός της αξιοπιστίας φέρουσα ικανότητας για δύο ανεξάρτητες μεταξύ τους τυχαίες μεταβλητές ϕ και c . Προέκυψε πιθανότητα αστοχίας 25,7%, υψηλή όπως αναμενόταν από τον συντελεστή ασφαλείας 1,67, ενώ ο λόγος ασφαλείας SR ακολουθεί λογαριθμοκανονική κατανομή με $\mu_{SR}=2,50$. Η μη κανονική κατανομή του SR και η διαφορά της μέσης τιμής από τον συντελεστή ασφαλείας οφείλονται στη μη γραμμικότητα της εξίσωσης της φέρουσας ικανότητας. Επίσης, παρατηρήθηκε ότι οι κατανομές της συνοχής παρουσίαζαν και αρνητικές τιμές κάτι το οποίο πρέπει κανείς να λαμβάνει υπόψη του σε αντίστοιχες αναλύσεις. Παρόλα αυτά η αφαίρεση των επαναλήψεων με αρνητικές τιμές της συνοχής δεν επέφερε διαφοροποίηση στα αποτελέσματα. Κατά τη σύγκριση των λογισμικών προέκυψε πως τα λογισμικά Crystal Ball και @RISK παρουσιάζουν ευκολία στη χρήση και ταυτόσημα αποτελέσματα. Αντίθετα, το Excel υστερεί σε αυτοματοποιημένες λειτουργίες και τα αποτελέσματα απέχουν από τα αντίστοιχα των άλλων δύο λογισμικών, όντας πιο συντηρητικά. Ο περιορισμός στον μέγιστο αριθμό επαναλήψεων θεωρείται εγγενές μειονέκτημα, αναλόγως του προβλήματος και των δεδομένων μπορεί να έχει σοβαρές συνέπειες για αναλύσεις με αναμενόμενη υψηλή πιθανότητα αστοχίας (παρούσα εργασία).

Κατόπιν, θεωρήθηκε η ανάλυση μόνο μιας τυχαίας μεταβλητής με διαφορετικές τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι η θεώρηση μόνο της γωνίας τριβής ως τυχαία μεταβλητή και η χρήση μόνο της μέσης τιμής της συνοχής αλλάζει την εικόνα, ενώ η θεώρηση μόνο της συνοχής ως τυχαία μεταβλητή δεν επιδρά στην αξιοπιστία. Συνεπώς, η γωνία τριβής είναι εμφανώς πιο καθοριστική, όσο και η αβεβαιότητα της, από τη συνοχή. Τέλος, η αναγνώριση συσχέτισης μεταξύ των ϕ και c επιδρά στα αποτελέσματα οδηγώντας σε διαφορετική πιθανότητα αστοχίας. Μολαταύτα, για αρνητική συσχέτιση μεταξύ τους όπως συμβαίνει σε συνήθη εδαφικά υλικά η πιθανότητα αστοχίας προκύπτει μικρότερη, δηλαδή η θεώρηση ανεξάρτητων c και ϕ είναι συντηρητική.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η έρευνα για την παρούσα εργασία έχει χρηματοδοτηθεί από το Research Fund for Coal and Steel (RFCs) της Ευρωπαϊκής Ένωσης, στο πλαίσιο του έργου POMHAZ με αριθμό G.A. 101057326.

5. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Baecher, G. B. & Christian, J. T. 2003. *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering*, Chichester, UK, John Wiley & Sons.
- Budhu, M. 2011. *Soil Mechanics and Foundations, 3rd Edition*, John Wiley and Sons.
- EN, B. 1997. 1 (2004). Eurocode 7: geotechnical design-Part 1: general rules. *British Standards, UK*.
- Li, D.-Q., Qi, X.-H., Cao, Z.-J., Tang, X.-S., Zhou, W., Phoon, K.-K. & Zhou, C.-B. 2015. Reliability analysis of strip footing considering spatially variable undrained shear strength that linearly increases with depth. *Soils and Foundations*, 55, 866-880.
- Phoon, K.-K. 2008. *Reliability-based design in geotechnical engineering: computations and applications*, CRC Press.
- Wu, Y., Zhou, X., Gao, Y., Zhang, L. & Yang, J. 2019. Effect of soil variability on bearing capacity accounting for non-stationary characteristics of undrained shear strength. *Computers and Geotechnics*, 110, 199-210.
- Zevgolis, I. E., Theocharis, A. I., Deliveris, A. V., Koukoulas, N. C., Roumpos, C. & Marshall, A. M. 2021. Geotechnical Characterization of Fine-Grained Spoil Material from Surface Coal Mines. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 147, 04021050.