DAS „JOSEPHSSPIEL“, EIN ARITHMETISCHES KUNSTSTÜCK. GESCHICHTE UND LITERATUR.

VON WILHELM AHRENS.

Von dem bekannten jüdischen Historiker Josephus erzählt die Legende, daß er bei Eroberung der Stadt Jotapata durch Vespasian mit 40 anderen Juden vor den anstürmenden Feinden in einen Keller flüchtete, hier aber, vor den Feinden zwar vorläufig geborgen, Gefahr lief, den Todesstreich von der Hand seiner Genossen zu empfangen, die lieber gegenseitig sich töten als den Römern in die Hände fallen wollten und die daher schon drohten, den Widerstand, den Josephus diesem Vorhaben entgegensetzte, gewaltsam zu brechen. Von der Zwecklosigkeit gütlichen Zuredens überzeugt, machte Josephus gute Miene zum bösen Spiel und rettete sein Leben nur durch eine List, indem er nämlich für die beabsichtigte gegenseitige Niedermetzlung, zur Vermeidung einer Unordnung, einen bestimmten Modus vorschlug. Dieses von Josephus vorgeschlagene Verfahren bestand darin, daß alle sich in einer Reihe aufstellen und nun von einem Ende abgezählt werden sollte, wobei jedesmal der Soundsovielte (nach einigen Autoren der „dritte“) getötet werden sollte. Und zwar war das Verfahren in der Weise gedacht, daß jedesmal nach Durchlaufung der Reihe die Zählung am anderen Ende der Reihe, also zyklisch, fortgesetzt und die ganze Abzählung so weit getrieben werden sollte, bis nur noch einer übrig war, der sich zum Schluß dann selbst den Tod geben sollte. Der Vorschlag wurde in die Tat umgesetzt, und Josephus soll die Aufstellung so vorgenommen haben, daß er als der letzte und ein besonders schwächlicher Jude, den er leicht überwältigen konnte, als vorletzter übrig bleiben mußte.

Dies die Form, in der sich, von unwesentlichen Varianten abgesehen, die Legende von der wunderbaren Rettung des Josephus durch die Literatur von Jahrhunderten hindurchzieht. Immerhin ist für eine bewußt zur Anwendung gebrachte List schwerlich ein vollwertiger Beleg aufzufinden; Josephus selbst berichtet, daß das

Los entschieden habe und er „durch einen glücklichen Zufall oder eine Vorsehung Gottes“ gerettet sei.¹⁾ Die angebliche List des Josephus wird also wohl einer späteren Legendenbildung zuzuschreiben sein. Die erste Druckschrift, die das so entstandene Josephspiel, „ludus Joseph“, wie es dort zum ersten Male heißt, erwähnt, ist die „Practica Arithmeticae“ des bekannten Mathematikers Cardano²⁾ (1539). Für den Mathematiker mußte das Kunststück natürlich aus prinzipiellen Gründen Interesse haben. Freilich, die Ermittlung der begünstigten Plätze in dem konkreten Falle der Josephus-Legende erfordert keinerlei mathematische Hilfsmittel, sondern kann natürlich durch einfaches Probieren — Abzählen — geschehen.

Außer Josephus werden noch andere als Erfinder des Kunststücks genannt, insbesondere der jüdische Gelehrte Abraham Ibn Esra (1093—1167), und für diese Form der Legende hat Daniel Schwenter (1585—1636), der bekannte Lehrer der orientalischen Sprachen und der Mathematik an der Altdorfer Hochschule, eine Quelle ausfindig gemacht³⁾, die noch älter als das soeben zitierte

¹⁾ Flavii Josephi Opera, ed. Dindorf, Paris 1847, „De bello judaico“, liber III, caput VIII, 7: Καταλείπεται δὲ οὗτος, εἴτε ὑπὸ τύχης καὶ λέγειν εἴτε ὑπὸ Θεοῦ προνοίας σὺν ἑτέρῳ. — Auch die gewöhnlich hierfür zitierte Bearbeitung des „bellum judaicum“ durch Hegesippus (Pseudonym eines unbekannten Autors, vielleicht des Ambrosius von Mailand, vgl. Teuffel, Röm. Literatur II, § 433), „De bello judaico“, ed. C. F. Weber et J. Caesar, Marburg 1864, liber III, cap. XVIII spricht nur von einer Entscheidung durch das Los und fügt dann hinzu: itaque accidit ut interemtis reliquis Josephus cum altero superesset neci. manebat necessario ut aut sorte condemnaretur aut certe si exilio superfuisset sanguine socii contaminandus foret. suadet ut sorti renuntiarent (l. c. p. 205).

²⁾ Cardano, „Practica Arithmeticae“, Mediol. 1539, Cap. 61: „De extraordinariis et ludis“, § 18 = Cardani Opera, Lugduni 1663, IV, p. 113. Vgl. a. M. Cantor, „Gesch. der Mathematik“, II (2. Aufl. 1900), p. 501.

³⁾ Daniel Schwenter, „Deliciae physico-mathematicae“, 1636, I. Teil, 46. Aufgabe, p. 79. Vgl. a. „Schau-Platz der Betrieger“ (Hamburg u. Frankfurt 1687), p. 235 sowie H. Grätz, „Geschichte der Juden“, Bd. 6 (1861), p. 211. — Daniel Schwenter gibt ebendort übrigens weiter an, das Spiel sei bei „Christoff Rudolph Schultzen“ zu finden, ich bin jedoch nicht in der Lage, die Richtigkeit dieser Behauptung durch Angabe der betreffenden Stelle aus den Werken Christoph Rudolffs, des bekannten Rechenmeisters aus der ersten Hälfte des 16. Jahrhunderts, zu erweisen; auch eine diesbezügliche Frage im „Intermédiaire des mathématiciens“, t. 16 (1909), p. 124 (Question 3564) hat keine Antwort erfahren.

Werk Cardanos ist und die wir als die älteste, unser Kunststück überhaupt enthaltende Druckschrift ansehen dürfen. Wie Schwenter angibt, erzählt nämlich Elias Levita der Deutsche (1472 bis 1549) in seinem 1518 in Rom gedruckten Buche Haharkava auf Grund einer Erzählung, die Ibn Esra selbst in seinem „Buche der Taten“¹⁾ gegeben haben soll, die folgende Geschichte: Eines Tages fuhr Ibn Esra mit 15 seiner Schüler und 15 leichtfertigen Gesellen übers Meer, als sich ein gewaltiger Sturm erhob, der das Schiff so stark gefährdete, daß der Schiffsführer es für notwendig erklärte, die Hälfte der auf dem Schiffe befindlichen Personen ins Meer zu werfen. Ibn Esra ging sofort auf diesen Vorschlag ein und meinte, es sei besser, die Hälfte sterbe als daß das Schiff mit allen Personen versinke. Der gelehrte Rabbi schlug daher vor, daß alle 30 Personen sich im Kreise aufstellten und nun im Kreise herum abgezählt werde, wobei jeder neunte ins Meer geworfen werden solle, so lange bis das Schiff um 15 Personen erleichtert sei. Der Vorschlag wurde angenommen, und die anfängliche Aufstellung anzugeben, wurde Ibn Esra selbst überlassen. Dieser stellte nun seine 15 Schüler („S“) und die 15 Taugenichtse („T“) in folgender Weise auf:

4 S, 5 T, 2 S, 1 T, 3 S, 1 T, 1 S, 2 T, 2 S, 3 T, 1 S, 2 T, 2 S, 1 T.

Hierdurch erreichte er — die Abzählung begann bei dem in unserem Schema am linken Ende stehenden Schüler —, daß nur die 15 Taugenichtse von der Abzählung getroffen wurden und die 15 Schüler also sämtlich am Leben blieben.

Die Erzählungen von Josephus und Abraham Ibn Esra sind geeignet, zu der Vermutung zu führen, daß unser Kunststück jüdischen Ursprungs sei oder doch aus dem Orient, der Wiege so vieler wunderbarer und märchenhafter Dinge und Erzählungen, stamme, und doch steht diese Annahme, die in der Tat mehrfach gemacht wurde, nur auf schwachen Füßen und entbehrt jedenfalls durchaus eines Wahrheitsbeweises. Ibn Esra insbesondere kann jedenfalls nicht der Erfinder oder wenigstens nicht der erste Erfinder gewesen

¹⁾ Moritz Steinschneider, „Abraham ibn Esra“, Zeitschr. f. Math. u. Phys. 25 (1880), Supplem. zur histor.-literar. Abt., p. 124, Anm. 247, glaubt nicht, daß man im Mittelalter eine besondere Schrift dieses Inhalts gekannt habe.

sein. Vermögen wir doch für den Kunstgriff Quellen nachzuweisen, die z.T. älter sind als der gelehrte Rabbi, und damit kommen wir überhaupt erst zu den ältesten, uns bekannten Schriftquellen, verschiedenen Handschriften aus der Zeit des 10. bis 12. Jahrhunderts. Wir beginnen mit der ältesten, einer Einsiedler Handschrift¹⁾, in der unser Spiel in folgender, von Theodor Mommsen²⁾ herausgegebenen Fassung vorkommt:

Quadam³⁾ nocte niger⁴⁾ dux nomine, candidus⁵⁾ alter
 Forte subintrarunt unica tecta simul.
 Candidus exhibuit secum ter quinque nitentes⁶⁾
 Totque niger⁷⁾ nigros more colore pares.⁸⁾
 Candide, de nostris primus quis, dixerat alter
 Providet excubias? nam tua dicta sequar.
 Haec placido contra⁹⁾ respondit candidus⁴⁾ ore:
 Iudicio quemquam nolo⁹⁾ gravare meo,
 Ne nova lis socios per me conspiret in arma;
 Sed tibi consilium non¹⁰⁾ removebo meum.
 Ordine disponam socios discumbere cunctos,
 Quos sors nona legat noctis in excubias.
 Candida sed sedeat nigris commixta catervis,¹¹⁾
 Ut me velle viros fallere nemo putet.

¹⁾ Codex Einsidelensis No. 326.

²⁾ Th. Mommsen, „Handschriftliches: Zur lateinischen Anthologie“, Rhein. Museum für Philologie, N. F., 9. Jahrg., 1854, p. 298. Das Gedicht ist abgedruckt u. a. bei M. Curtze, „Weiteres über das Josephspiel“, Bibl. mathem. (2) 9, 1895, p. 34.

³⁾ „Quidam“ schreibt auf Grund eines noch unten zu erwähnenden Meermannischen Codex unbekannten Alters die „Anthologia veterum latinorum epigrammatum et poematum“ von Peter Burmann, t. 2, Amsterdam 1773, p. 402 (Lib. V, Ep. 121) und ebenso die Ausgabe von H. Meyer, Leipzig 1835, t. 2, p. 61 (Nr. 1061).

⁴⁾ Hier Majuskel bei Burmann und bei Alexander Riese, „Anthologia latina sive poesis latinae supplementum“, pars prior, fasc. 2, Leipzig 1870, p. 184.

⁵⁾ „Extiterat numero quindenus candidus ipse“ (Burmann und Meyer).

⁶⁾ „videt“ (Meyer; s. Burmann, l. c., Anm.).

⁷⁾ „Totque geris nigro, Maure, colore pares“ bei Lucian Müller, „Über ein heutiges Kinderspiel“, Fleckeisens Jahrbücher f. class. Philol., 11. Jahrg. (= Neue Jahrb. f. Philol. u. Pädag., 35. Jahrg., 91. Bd.), 1865, p. 219; ebenso Riese.

⁸⁾ „E contra placido“ (Burmann und Meyer).

⁹⁾ „Iudicio nolo quemque“ (Burmann und Meyer).

¹⁰⁾ Burmann hat „nunc“, vermutet aber „non removebo“ oder „non reticebo“; vgl. a. Meyer, l. c. Annotationes, p. 45.

¹¹⁾ caterva“ (Riese).

Quattuor eximii candoris, quinque nigelli,
 Candiduli bini, unicus atque niger.
 Splendentes trini¹⁾, fuscato²⁾ pelle nigellus,
 Candidus hinc unus carboneique duo,
 Fulgentes bini, fuscato tegmine trini,
 Candidus hinc unus carboneique duo,
 Candiduli bini splendentes pelle decora,
 Quos sequitur cunctos unicus atque niger.³⁾
 Hoc super ingenio cunctos sors nona nigellos
 Sic cecidit⁴⁾; turba candida sorte caret.
 Dux niger excubias solus cum milite fusco
 Pervigil ingratus⁵⁾ duxit adusque diem,
 Ast placitum tota carpebat nocte soporem
 Candidus ingenio praeditus atque sui.

Zu deutsch etwa: „Einst kamen zur Nachtzeit zwei Feldherren, der eine Schwarz, der andere Weiß mit Namen, zufällig in dasselbe Quartier. Weiß brachte mit sich 15 weiße Soldaten, Schwarz ebenso viele schwarze. ‚Weiß‘, sagte Schwarz, ‚wer von den Unsrigen soll zuerst die Wache übernehmen? Gern will ich nämlich deinen Weisungen folgen.‘ Weiß entgegnete hierauf mit heiterer Miene: ‚Niemanden will ich mit meiner Entscheidung beschweren, damit nicht durch meine Schuld ein Streit ausbricht und die Gefährten von neuem zu den Waffen ruft. Aber meinen Plan will ich dir nicht vorenthalten: in Reihe und Ordnung werde ich alle Genossen sich lagern lassen, und das neunte Los mag sie alsdann für die Nachtwachen auswählen. Aber die weiße Schar soll mit der schwarzen vermischt dasitzen, damit niemand wähnt, ich wolle die Männer betrügen.‘“ — In den nun folgenden 8 Versen gibt die Handschrift die Regel, nach der die weißen und schwarzen Gefährten anzuordnen sind, wenn nur Schwarze vom Lose getroffen werden sollen, richtig an. Wir übergehen diese Vorschrift, die mit der oben (S. 131) bereits gegebenen natürlich übereinstimmt, und fahren daher mit dem Gedicht fort: „Infolge dieses Kunstgriffs traf das neunte Los gerade alle Schwarzen; die weiße Schar ging frei aus. Widerwillig

¹⁾ „terni“ (Riese).

²⁾ „fuscata“ (Riese).

³⁾ Zu den die Lösung gebenden 8 Versen vgl. Lucian Müller, l. c. p. 218 und 223, wo diese Verse mit mehr oder weniger großen Abweichungen nach einem Blatte des 12. Jahrhunderts aus einem Leidener Miscellancodex und nach einer Handschrift des 13. Jahrhunderts aus einem Baseler Miscellancodex abgedruckt sind.

⁴⁾ „Accepit“ oder „cunctis . . . nigellis incidit, at“ (Lucian Müller).

⁵⁾ „ingratus“ (Lucian Müller).

mußte der schwarze Feldherr allein mit den schwarzen Soldaten bis zum Morgen die Wache halten, während der ingeniose weiße Feldherr und die Seinen die ganze Nacht durch den ersehnten Schlaf genossen.“

Nach Mommsen¹⁾ ist der hier in Betracht kommende Teil der Handschrift „wohl eher im zehnten als im neunten Jahrhundert geschrieben“. Über Alter und Ursprung des Gedichts selbst steht nichts fest, und von philologischer Seite sind überhaupt verschiedene Gründe gegen einen römischen Verfasser geltend gemacht.²⁾ Lucian Müller stützt die Zweifel, die er gegen einen römischen Ursprung des Gedichts erhebt, freilich nicht in erster Linie auf sprachliche Gründe, sondern auf die Überlieferung, daß Abraham Ibn Esra der Erfinder des Kunstgriffs gewesen sei.³⁾ Demzufolge nimmt er unbedingt einen orientalischen Ursprung des Spiels an, sei es nun, daß ein chaldäischer oder arabischer, sei es, daß ein hebräischer Rechenmeister der Erfinder sei, und er vermutet, daß spanisch-jüdische Gelehrte, wie Abraham Ibn Esra einer war, das Kunststück in die abendländische Bildung und Literatur eingeführt haben. Wie dem auch sei, so kann jedenfalls Ibn Esra selbst nicht dieser erste Vermittler gewesen sein, da eben, wie schon oben hervorgehoben wurde, die Einsiedeler Handschrift, von dem lateinischen Gedicht selbst gar nicht zu sprechen, bereits älter ist als der gelehrte Rabbi. Überhaupt möchte man glauben, daß die Form der Ibn Esra-Legende und ebenso allerdings die der Einsiedeler Erzählung nicht die älteste Form unseres Kunststücks ist, da es sich hier um Angabe von 15 bevorzugten Plätzen unter 30 handelt, während uns in der Josephus-Legende der Fall entgegentritt, daß nur ein resp. zwei Plätze bevorzugt sind. Denn, wenn auch die praktische Ermittlung der 15 günstigen Plätze unter den 30 leichter auszuführen ist als die des einen resp. der zwei begünstigten, da in dem ersten Falle nur bis zur Ausscheidung der ersten 15 abgezählt zu werden braucht, in dem zweiten Falle dagegen das Abzählverfahren bis zur Ausscheidung von 28 Personen durchgeführt werden muß, so ist doch das gedächtnismäßige Festhalten einer Anordnung mit 15 bevorzugten Plätzen schwerer als das einer solchen

¹⁾ Rhein. Museum, I. c. p. 296.

²⁾ Auch Riese hält wenigstens die Gegenüberstellung von Weißen und Schwarzen nicht für römisch (I. c. Praefatio, p. XLIII).

³⁾ Lucian Müller, I. c. p. 219.

mit nur einem oder zwei begünstigten Plätzen. Freilich wird man auch aus der Josephus-Legende, selbst wenn ihre Unabhängigkeit und Ursprünglichkeit feststände, noch keinerlei Schlüsse auf das Ursprungsland ziehen dürfen, da sie gewiß ebensowohl orientalisch-jüdischen wie abendländischen Ursprungs sein könnte.

Außer der Einsiedeler Handschrift erwähnten wir schon (S. 132, Anm. 3) einen Meermannschen Codex, in dem sich das lateinische Gedicht, und zwar hinter Rhythmen aus dem 10. Jahrhundert, vorfindet, ohne daß jedoch Genaueres über das Alter dieser Handschrift fest stünde.¹⁾ Freilich finden sich in diesem Codex nur die ersten 12 Verse des lateinischen Gedichts, die eigentliche Aufgabe unseres Spiels also: der Schreiber des Codex oder ein Vorgänger von ihm hatte die Auffindung der Lösung offenbar dem Scharfsinn seiner Leser überlassen wollen und deshalb nach Vers 12 innegehalten.²⁾

Im Gegensatz dazu geben mehrere Handschriften des 12. Jahrhunderts nur die Auflösung, ohne die Aufgabe, z. B. eine Berner Handschrift³⁾ des 12. Jahrhunderts in folgenden beiden Fassungen⁴⁾:

Sors cuiusdam de XV Christianis totidemque Judaeis.

Bis duo nam nivei praesunt et quinque nigelli
His supponuntur clari duo postque secuntur,
Unius et taetri interimunt vestigia terni
Albi lacte magis, Maurus quoque nectitur ipsis.
Candidus inseritur, nigus unus et alter habetur,
His cristallini sociantur in ordine bini,
Tres titubant nigri lactantis robore victi.
Post duo corvini et nivei sunt denique bini
Orbem tum furvus demum determinat unus.

¹⁾ Siehe Lucian Müller, l. c. p. 217.

²⁾ Lucian Müller, l. c. p. 218.

³⁾ Codex Bernensis 704. — Auch die S. 133, Anm. 3 genannte Leidener Handschrift des 12. Jahrh. enthält nur die Lösung nebst einer der Veranschaulichung dienenden Figur, dagegen nicht die Aufgabe. Über weitere Fälle des Vorkommens unseres Kunststücks in Handschriften des 12. Jahrhunderts s. Franz Joseph Mone, „Räthselsammlung“, Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit, 7. Jahrg. (1838), col. 39, Nr. 41 und 8. Jahrg. (1839), col. 315, Nr. 69 (die zweite dieser beiden Lösungen im wesentlichen in der Fassung der Einsiedeler Handschrift; die der ersten Lösung beigegebene Zeichnung ist fehlerhaft).

⁴⁾ Siehe Hermann Hagen, „Carmina medii aevi maximam partem inedita, ex Bibliothecis Helveticis collecta“ (Bern 1877), LXXXV, p. 145—146, abgedruckt Bibl. mathem. (2) 9 (1895), p. 34 (M. Curtze). Das fehlerhafte XX der Überschrift ist hier in XV geändert; überhaupt ist die Stelle nicht ohne Corruptelen, und wir haben daher an die Stelle des 4. und 5. Verses

Item de sorte supradicti episcopi.¹⁾
 Quattuor et pentas, duo monas tres mias unus,
 Hinc dias ambo, trias, unus duo et duo monas.²⁾

Es würde uns natürlich zu weit führen, auf alle Handschriften, die unser Spiel betreffende Stellen enthalten, näher einzugehen. Es muß uns genügen, zu wissen, daß Handschriften des 10., 11. und 12. Jahrhunderts bereits Stellen über das Spiel enthalten, und einige dieser Stellen, insbesondere die aus dem Einsiedeler Codex als das bis jetzt älteste bekannte Vorkommen unseres Spiels, kennengelernt zu haben. Daß die Handschriften mehrfach nur die Auflösung des Spiels angeben, nicht die Aufgabe selbst, ist offenbar so zu verstehen, daß die Aufgabe an sich zu jener Zeit — 12. Jahrhundert — bereits recht verbreitet und bekannt war und daß es den Autoren nur darauf ankam, die Auflösung, die bei dem Kunststück zu beobachtende Regel, festzuhalten und zu überliefern.

Übereinstimmend behandeln alle diese Handschriften das Kunststück in der Form, daß immer der Neunte beim Abzählen ausgeschieden wird. Freilich, die soeben (Anm. 2) erwähnte Münchener Handschrift Nr. 14836 weist bereits darauf hin, daß man ebensogut irgendeine andere Zahl statt der 9 nehmen könnte. Ein von Karl Bartsch herausgegebenes Meisterlied, das dem Reinmar von Zweter zugeschrieben ist³⁾ und dessen erster, für uns hier allein in Frage kommender Teil möglicherweise auch wirklich von Reinmar herrührt⁴⁾, nimmt denn auch eine Abzählung nach 10 an. Es sei gestattet, von diesem nach Bartsch jedenfalls dem 13. Jahrhundert angehörenden Liede wenigstens den Anfang anzugeben:

der Berner Handschrift die Verse 4—6 gesetzt, die A. Riese aus älteren Handschriften (10.—11. Jahrhundert) angibt (l. c. p. 185).

¹⁾ Zu dieser Überschrift ist zu bemerken, daß in der Handschrift dieser zweiten, von der ersten getrennten Lösung ein Gedicht vorhergeht mit der Überschrift „Admonitio victoris pape“ (papae); s. Hagen, l. c. p. 145, Anm.

²⁾ Diese Verse auch in der Handschrift Codex lat. Monacensis Nr. 14836 (11. Jahrhundert), s. M. Curtze, „Zur Geschichte des Josephsspiels“, *Bibl. mathem.* (2) 8 (1894), p. 116.

³⁾ Siehe „Meisterlieder der Kolmarer Handschrift“, herausg. von Karl Bartsch = Bibliothek des litterarischen Vereins zu Stuttgart, Bd. 68 (Stuttgart 1862), p. 500.

⁴⁾ Siehe Bartsch, l. c. p. 694/5 sowie p. 159.

Ander driu, wie man juden und cristen ûz zelt.
 Von juden und cristen wart ein kiel
 geladen alsô swaere, swie daz ein lôz an sie geviel,
 daz man ir beider drîzic zesamen sazt und schiet sie nâch der zal.
 Den zênden solt man werfen hin
 sô daz er solt ertrinken. nu merkent an ein scharpfen sin,
 wie daz die cristen fîzic dâ mit den juden triben solich wal.

Nun folgt die Regel für die Anordnung der 15 Christen und 15 Juden, und zwar, wie man sich leicht überzeugt, richtig, d. h. den Bedingungen und der bekannten Forderung der Aufgabe gemäß. Eine daran anschließende geistliche Deutung, in der das Schiff auf die Welt und das Meer auf die Hölle bezogen wird, und eine warnende Vermahnung bilden sodann den Hauptteil des Liedes. — In dieser Form, mit 15 Christen und 15 Juden, von denen die letzteren ins Meer geworfen werden, findet sich das Kunststück fortab besonders häufig, so z. B. — auch mit Abzählung nach 10 — in Sebald Tuchers „Gült- und Zinsbuch“ (1497), einer Handschrift des freiherrl. Tucherischen Geschlechtsarchivs¹⁾, oder — unter mathematisch schon etwas allgemeineren Gesichtspunkten — in dem Appendix zum „Triparty“ des Nicolas Chuquet, einer handschriftlichen, erst in neuerer Zeit herausgegebenen²⁾ Aufgabensammlung, die, mag sie nun von Chuquet selbst oder einem anderen herrühren, jedenfalls demselben Jahre 1484 angehört³⁾, in dem das umfassende Rechenwerk, dem sie als Anhang beigegeben ist, eben der „Triparty“ Chuquets, abgeschlossen wurde. — An einer freilich viel späteren Stelle finde ich geradezu den Namen „Judenersäufespiel“ für unser Kunststück angegeben.⁴⁾

Eine in Schweden erhaltene Überlieferung will wissen, daß niemand anders der Erfinder dieses Kunststücks gewesen sei als der Heilige Petrus. Ist doch das dort unter dem Namen „Sankt Päders Lek“ (Das Spiel des Heiligen Petrus) erhaltene Spiel nichts anderes als unser „Judenersäufespiel“. St. Peter, so berichtet die Legende, war einst auf einem Schiff, auf dem sich insgesamt 15 Christen und

¹⁾ Siehe W. Loose, „Zählspiel“, Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit, Organ des Germanischen Museums, N. F., 24. Jahrg. (1877), col. 248.

²⁾ Von Aristide Marre im *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche* 14 (1881), p. 413—460; s. p. 453.

³⁾ Siehe Cantor, *Gesch. d. Mathem.* II (2. Aufl.), p. 359.

⁴⁾ „ludus quem vocant Mergendi Judaeos“ in der „*Arithmetica curiosa*“ des Jesuiten Adalbert Tytkowski, Ausgabe 1690, p. 196.

15 Juden befanden. Die Fortsetzung ist dann die bekannte mit der Forderung, daß nach 9 abgezählt wird und gerade die 15 Juden getroffen werden. — Die richtige Vorschrift für die entsprechende Aufstellung der Christen und Juden findet sich am Ende eines runischen Kalenders in folgender Weise angegeben¹⁾:

XXXX IIIII XX I XXX I X II XX III X II XX I

Merkwürdig ist, daß dort aller Kommentar fehlt. Also auch hier, wie in den zuvor genannten Handschriften, die richtige Auflösung ohne die Aufgabe selbst.

Aus Gründen nationaler oder religiöser Gegensätzlichkeit werden begreiflicherweise die Christen und Juden, sei es im Volksmunde, sei es bei einzelnen Autoren, hier und da durch Vertreter anderer Rassen, Religionen oder Nationen ersetzt sein. So wird denn, um nur ein Beispiel zu nennen, ein in Paris 1802 erschienenes Spielbuch²⁾ zitiert, in dem die Geschichte von Franzosen und Engländern erzählt wird, natürlich so, daß die Engländer ins Meer geworfen werden. Mehr Beachtung als solche vereinzelt Varianten verdient die häufiger vorkommende Einkleidung, in der an die Stelle der Juden Türken getreten sind. In dieser Form, als Spiel der 15 Christen und 15 Türken, und zwar mit Abzählung nach 9, wird

¹⁾ Siehe Jens Wolff, „Runakefli le Runic Rim-stok, ou Calendrier runique“ (Paris 1820), p. 52 und J. Barnard Davis, „Some account of Runic Calendars and ‚Staffordshire Clogg‘ Almanacs“, *Archaeologia or miscellaneous tracts relating to antiquity*, t. 41 (1867), p. 472, Anm. — Es sei hier gleich bemerkt, daß sich auch in Dänemark die Aufgabe unseres Spiels, freilich in ganz anderer Einkleidung, im Volke erhalten hat. Das bei Jens Kamp, „Danske Folkeminder, Æventyr, Folkesagn, Gaader, Rim og Folketro, samlede fra Folkemunde“ (Odense 1877), p. 323 als Nr. 7 angegebene und vom Sammler auf Falster erbeutete Rätsel verlangt: Auf einem Dreieck sind zusammen 27 Striche (auf jeder Seite 9) und in einer Ecke ein Kreuz. Wo muß das Abzählverfahren (nach je 9) begonnen werden, wenn das Kreuz zuletzt übrig bleiben soll? — Die volkstümliche Einkleidung hat verschiedene Formen angenommen, z. B. die: Ein Fronherr gelobte einem Bauern, seinen Sohn vom Kriegsdienst freizugeben, wenn er ein Rätsel raten könne, und nun folgt die angegebene Aufgabe.

²⁾ „Le manuel des sorciers“, 2^e éd., p. 70; ich zitiere nach „Mélusine, Recueil de Mythologie, Littérature populaire, traditions et usages“, herausg. v. H. Gaidoz u. E. Roland, t. III (Paris 1886/87), col. 429; s. a. ebenda col. 308. — In Frankreich führt unser Problem übrigens heute wohl den Namen „Problème de Caligula“ (*Intermédiaire des mathématiciens* 1, 1894, p. 9), eine Bezeichnung, über deren Entstehung ich freilich keine Auskunft zu geben vermag.

das Kunststück dem sizilianischen Dichter Antonio Veneziano (1543—1593) zugeschrieben, der es während seiner Gefangenschaft in Algier ersonnen haben soll.¹⁾ Doch schon, als Veneziano noch ein Kind war, i. J. 1547 nämlich, hat beispielsweise Hans Sachs die Fabel, allerdings mit Abzählung nach 10, in einem Spruchgedicht besungen, das hier wiedergegeben werden mag²⁾:

Historia.

Die XV Christen und XV Türcken, so auff dem meer furen.	
Als man zelt vierzehn hundert jar	War ein vernünfftig, sinnreich mon.
Unnd auch drey jar, begab sich zwar,	Der selb war ein haimlicher Christ,
Das zu Constantinopel auff sassen	Doch im schein ein Machometrist,
Dreissig person zu schiff, der wassen	Das man ihn durchs meer ließ paßirn,
Fünffzehn Türckn und fünfzehn	Gar geschickt mit rechnung zifferiern.
Christen.	Der sprach: Wenn ir folgt meinen
Die wolten abfaren mit listen	sinnen,
Auff Venedig. Als die an klag	Wolt wir wol halb dem tod endt-
Nun furen biß an dritten tag,	rinnen.
Da kam an sie ein ungewitter	Sie fragten, wie das selb möcht
Von sturmen, winden, herb und pitter.	gschehen.
Das meer wurd wütend und ungstüm,	Da wart der patron zu in jehen:
Mit hohen wellen umb und ümb,	Wenn man euch setzet aller ding
Schlugen an das schiff grausamlich,	Her inn dem schiff frey zirckel-ring
Das fur yetz auff, den undter sich.	Und nach dem umbhin zelet bloß,
All kauffman-schatz man da auß	Wer der zehend wer nach dem loß,
warff	Das man den hin nauß wurff ins meer,
In meer, doch ward der wind so scharff,	Und zelet wider umbhin sehr,
Das alle hilff war gar vergebens.	Den zehenden nauß wurff angremen,
Sie all verwagen sich deß lebens.	Biß ihr fünffzehn hin nauß kemen.
Ein yeder rüfft zu seinem Got	Die andren fünffzehn ich eben
Inn dieser grossen wassers-not,	Darvon wolt bringen bey dem leben.
Nun war in dem schiff ein patron,	Deß fürschlags giengen sie all ein.

¹⁾ Siehe „Opere di Antonio Veneziano“, herausg. von Salvatore Arceri (Palermo 1861), p. 119 und Giuseppe Pitre, „Usi e Costumi, Credenze e Pregiudizi“, vol. IV (Palermo 1889), p. 474—476; die hier gegebene „Tavola del giuoco“ ist freilich fehlerhaft.

²⁾ Siehe Hans Sachs, herausg. von Adalbert v. Keller (Ausg. des litterar. Vereins in Stuttgart), Bd. 2 (Stuttgart 1870), p. 335—337; s. dazu a. Bd. 21 (1892), p. 365; 23 (1895), p. 513; 25 (1902), p. 261/62 (Nr. 2477 sowie Nr. 2476). S. a. „Historien und gute Schwänke des Meister Hanns Sachs“, herausg. von Konrad Spät, genannt Frühauf [= Wolfg. Adph Gerle] (Pest 1818), p. 40—43 sowie J. Bolte, „Stoffgeschichtliches zu Hans Sachs“ (Nach Reinhold Köhlers Kollektaneen), Euphorion 3 (1896), p. 351—362. Hans Sachs hat denselben Stoff auch in einem Meisterliede behandelt, das bei K. Goedeke, „Dichtungen von Hans Sachs“, 1. T. [= Deutsche Dichter des 16. Jahrhunderts, Bd. IV] (Leipzig 1870), p. 239—241 („Die 30 kaufleut“) gedruckt ist.

Yeder hofft in der zal zu sein,
 Die das loß vom tod wurd quitiren.
 Der patron thets uber-summieren,
 Setzt erstlich zwen Christen mit witzen
 Und hieß ein Türcken zu in sitzen,
 Darnach setzt er drei Christen hin,
 Fünff Türcken setzet er zu ihn,
 Zwen Christen setzt er darnach wider
 Und setzt zwen Türcken zu ihn nider,
 Vier Christen setzt er an die schar
 Und eynen Türcken zu in dar,
 Zu dem so setzt er eynen Christen
 Und darnach drei Türcken mit
 listen¹⁾,
 Ein Christen setzt er underfach
 Und zwen Türcken setzt er darnach,
 Zwen Christen setzet er behend
 Und einen Türcken an das end.
 Als er sie nun het all gestelt
 Im kraiß und auch das loß gefelt,
 Zelt er hin numb vom ersten an,
 Und welcher war der zehend man,
 Den hub man auff an alle wehr
 Und warff in hin nauß inn das meer,
 Biß das ihr in dem meer ertrancken

Nach dem loß fünffzehen, versanken.
 Darvon das schiff ward leicht zuhand.
 Darmit so kamen sie zu land,
 Inn der Venediger portn furen
 Und also frey errettet wuren.
 Das loß so künstlich war bereyt,
 Das den Christen geschach kein leyd.
 Das loß traff die dürrkischen hund,
 Das sie alle giengen zu grund.
 Wer die warheyt erfahren wöll,
 Der selbig mit der kreyden soll
 Die Christen setzen nach ir zal,
 Für ir yeden ein creutz an mal.
 Dergleich Türcken schreib aller ding
 Nach der zal yeden mit eym ring
 Und fach denn an dem ersten an
 Und thü den zehenden ab than,
 Biß ihr fünffzehen thun abgehn,
 So bleiben denn die Christen steen
 Und die Türcken das bad außgiessen.
 Darmit thu ich den spruch be-
 schliessen.
 Das hayl und trost widerumb wach
 Den Christen, wünschet in Hans
 Sachs.

Anno salutis 1547, am 6 tag Octobris.

Eine andere Einkleidung unseres Spiels, für die ich als älteste mir bekannte Quelle das 1565 erschienene Rechenbuch des Simon Jakob von Coburg²⁾ nenne, erzählt von 12 Zechgesellen, die durch unser Abzählverfahren zu ermitteln suchten, wer von ihnen ihre gesamte Zeche bezahlen solle, und die es nun so einrichteten, daß

¹⁾ Hier heißt es in dem Spruchgedicht versehentlich: „Und darzu ein Türcken mit listen“; dagegen gibt das Meisterlied Hans Sachsens (s. S. 139, Anm. 2) die richtige Zahl, und wir haben daher diese Fassung hier substituiert. Es sei hierbei bemerkt, daß Meisterlied und Spruchgedicht sonst übereinstimmen, nur ist „Venedig“ dort durch „Rodis“ ersetzt; auch fehlt im Meisterlied die Zeitangabe 1403 für die Begebenheit.

²⁾ „Ein new und Wolgegründt Rechenbuch auff den Linien und Ziffern sampt der Welschen Practic und allerley Vortheylen“, fol. 250v. und ebenso in der Ausgabe von 1612. Von der späteren Literatur nenne ich: Christian Pescheck, „Arith- und Geometrische Erquick-Stunden“, T. 1 (Bautzen 1717), p. 58—59 (Behandlung sehr dürftig); [S. Witgeest,] „Natürliches Zauber-Buch oder neu-eröffneter Spielplatz rarer Künste“ (Nürnberg 1718), p. 432/433; Johann Jürgen Rensing, „Arithmetische Ruhe-Stunden“ (Hamburg 1738), p. 69—71; derselbe gibt in seinem „Arithmetisch- und Algebraischen Zeitvertreiber“ (3. Ausg., Hamburg 1745) außer dieser (p. 119f.) noch eine andere Einkleidung (p. 39f.).

ein Bestimmter hiervon getroffen wurde. Spätere Autoren der sogenannten delektablen Mathematik haben die Aufgabe dann weiter ausgeschmückt, z. B. so, daß der Wirt den Vorschlag des Abzählens, etwa nach je 7, macht und er nun von den Zechgesellen überlistet wird, indem diese es so einzurichten wissen, daß der Wirt selbst, der mit ihnen am Tische sitzt, als der Leidtragende ausgeht. Bei dieser Variante der Aufgabe ist somit unter allen Plätzen, deren Zahl hier 13 statt sonst 30 beträgt, nur einer, wie bei der Josephus-Legende, und zwar in der letzten Fassung der des Wirtes, ausgezeichnet, oder vielmehr es handelt sich darum, denjenigen Ausgangspunkt der Abzählung zu ermitteln, bei dem der von dem Wirt tatsächlich eingenommene Platz der ausgezeichnete, d. h. der zuletzt übrigbleibende, wird.¹⁾

Für einen anderen Zweck empfiehlt der Jesuit und Mathematiker Jean Leurechon (1591—1670) unser Auszählverfahren, und zwar, wie er sagt, in Nachahmung der alten Römer, die der Überlieferung nach schon diesen Gebrauch davon gemacht haben sollen:²⁾ Behörden, Lehrer usw., so meint er, sollten diesen Kunstgriff anwenden, um aus einer Reihe von Personen, die an sich insgesamt bestraft werden müßten, bestimmte, besonders strafwürdige Individuen für die Bestrafung auszuwählen, während die übrigen dann straffrei ausgehen sollen.

Neben allen diesen Formen, in denen unser Spiel auftritt, hat es sich bis heute in verschiedenen Gegenden Deutschlands, zum mindesten in Niederdeutschland, z. B. im Stedingerland und in Mecklenburg, in den Spielstuben der Kinder erhalten, und hat hier folgende Form angenommen³⁾: Die Anfangsbuchstaben der Namen der Spielteilnehmer werden untereinander von einem der Spielenden auf eine Schiefertafel geschrieben, und darauf wird jeder gefragt: „Wieviel Soldaten willst du haben?“ Die gewünschte Zahl, mindestens 1, höchstens 20, wird ingestalt von Nullen hinter den

¹⁾ Die Fragestellung ist also im wesentlichen dieselbe wie bei der in Dänemark vorkommenden Aufgabe (s. S. 138, Anm. 1).

²⁾ „Recreation mathématique composée de plusieurs problèmes plaisans et facétieux“ (4. Ausg., Paris 1627), erschienen unter dem Namen eines Schülers und Neffen des Verfassers, H. van Etten, p. 16

³⁾ Siehe Niedersachsen, Jahrg. 1898/99, p. 253 (W. Siedenburg) und p. 317 (A. K.). — Auch in anderen Formen wird sich unser Kunststück im Spiel der Kinder noch erhalten haben; vgl. a. Lucian Müller, l. c. p. 220.

betreffenden Anfangsbuchstaben geschrieben. Nachdem dies bei allen einschließlich des Schreibers ausgeführt ist, zählt dieser mit dem Griffel von links nach rechts, und zwar nach Durchlaufung von Reihe 1 oben weiter in Reihe 2 usw., immer bis 9 und streicht dabei jedesmal bei 9 die betreffende Null oder den betreffenden Buchstaben — denn Nullen und Buchstaben sind gleichwertig — als „tot“ durch. Derjenige, der den letzten „Soldaten“ — Null oder Buchstaben — behält, ist Sieger. Während des Durchstreichens spricht der Spielleiter oder murmelt der ganze Chorus (Stedingerland):

Krot und Not
Sleit alle Velker dot

oder auch (Mecklenburg):

Krüp un Not
Sleht den Soldaten dot,

wobei das „Krot und Not“ aus **K**raut und **L**ot, d. i. Pulver und Blei, entstanden sein wird.

Nachdem wir so die wichtigsten Vorkommnisse des Spiels aus Literatur und Volkskunde des Abendlandes kennen gelernt haben, seien noch aus den Literaturen des Orients die in Betracht kommenden Stellen, soweit sie mir bekanntgeworden sind, angeführt. Da wird zunächst ein ägyptischer Schriftsteller des 17. Jahrhunderts, Ahmed el Qalyubi († 1659), zitiert, der in seinem Nauadir ganz genau unsere Geschichte der 15 Christen und 15 Türken auf dem Schiffe, nur mit Vertauschung der Rollen, mit 15 Muselmännern und 15 Ungläubigen also, und zwar auch mit der Abzählung nach 9 und demzufolge auch mit der uns wohlbekannten Lösung, vorbringen soll.¹⁾ — Auf Ceylon sollen mehrere derartige Geschichten erhalten sein²⁾, die anscheinend noch aus der Zeit der portugiesischen Herrschaft, also aus dem 16. oder 17. Jahrhundert, stammen. Eine dieser Erzählungen hat den uns wohlbekannten Schauplatz des Schiffes, das jetzt mit Portugiesen und Mauren besetzt ist, und hat im übrigen ganz die uns geläufige Form. Merkwürdig ist, daß auch hier die Zahl der Personen 15 + 15 ist und gleichfalls nach 9 abgezählt wird und demzufolge die Anordnung, die der portugiesische Kapi-

¹⁾ Siehe eine Notiz von René Basset in *Mélusine*, t. III, col. 528; die dort gegebene nähere Stellenangabe über das ägyptische Werk lautet: *Ed. de Boulaq*, 1892, 4^o, hist. 176, p. 82.

²⁾ Siehe H. Gaidoz (nach J. P. Lewis) in *Mélusine*, t. III, col. 273—274.

tän wählt, ganz die uns bekannte ist. Eine andere singhalesische Erzählung bezieht sich auf die Belagerung der Stadt Kandy durch die Portugiesen. Die Belagerten sollen, am Ende ihrer Kräfte, den Vorschlag gemacht haben, die Feindseligkeiten einzustellen und die Entscheidung des Kampfes dem Lose zu überlassen. Auch hier kommt es nun — nach einer Darstellung ging dieser Vorschlag von den Kandyern, nach anderer von den Portugiesen aus —, zur Anwendung unseres Kunstgriffes, und die Stimme des Schicksals spricht in bekannter Weise zugunsten derjenigen Partei, die den Vorschlag gemacht hat. Sehr merkwürdig ist, daß in allen diesen Fällen die Zahl n der Personen übereinstimmend $= 15 + 15$ und ebenso die Zahl d , nach der abgezählt wird, übereinstimmend $= 9$ ist. Da dieser Spezialfall $n = 30$, $d = 9$ aus keinerlei Gründen eine Bevorzugung vor anderen verdient, so führt die höchst auffallende Übereinstimmung mit Notwendigkeit zu der Annahme, daß diese verschiedenen Überlieferungen des Orients und Okzidents nicht unabhängig voneinander sind.

Schließlich liefert auch der äußerste Osten, die Literatur Japans, uns einen Beitrag zu unserem Thema, ja einen Beitrag, der, wie wir sehen werden, in ganz besonderem Maße unser Interesse verdient. Als der bedeutendste Vertreter der alten autochthonen japanischen Mathematik, die die Japaner, im Gegensatz zu der modernen, vom Abendland übernommenen und mit „Sûgaku“ bezeichneten Mathematik, „Wasan“ nennen, gilt anerkanntermaßen Takakazu Seki (1642—1708) und als dessen bedeutendster Schüler wieder Murahide Araki. Dieser teilte die höheren Gegenstände, die er in Sekis Schule kennengelernt und getrieben hatte, in 7 Teile und schrieb darüber das berühmte Werk Sampō-shichibusho oder „7 Bücher Mathematik“, ein Werk, das nicht veröffentlicht, vielmehr nur den besten und vertrautesten Schülern mitgeteilt und im übrigen geheim gehalten wurde. Von diesen 7 Büchern hat das 5. den Namen Sandatsu-kempu und behandelt in seinem ersten Teile ein Problem, das mamakosan oder Stiefkinder-Problem heißt und das so lautet¹⁾: Ein reicher Landbesitzer hatte von seiner ersten

¹⁾ Siehe Tsuruichi Hayashi, „A brief history of the Japanese mathematics“, Nieuw Archief voor Wiskunde (2) 6 (1905), p. 348 u. 347; s. a. v. d. d. e. m. s. eine Abh. in Tōkyō Sûgaku-Buturigakkwai Kizi-Gaiyō (Proceedings of the Tōkyō Mathematico-Physical Society) 3 (1906), p. 198, hier

Frau 15 Kinder und von seiner zweiten gleichfalls 15, zusammen also 30 Kinder. Die zweite Frau hatte nun den Wunsch, daß einer ihrer leiblichen Söhne ihrem Manne in seinem Besitz folgen möchte, und sie machte dem Gatten daher folgenden Vorschlag: Alle 30 Kinder sollten sich in einer gewissen Ordnung im Kreise aufstellen, und nun sollte abgezählt werden, wobei jedesmal der Zehnte ausgeschieden werden sollte. Der zuletzt Übrigbleibende sollte der Erbe des Vaters werden. Der Gatte ging auf den Vorschlag ein, und bei der Ausführung des Verfahrens ergab sich, daß zunächst 14 mal hintereinander stets ein Stiefkind ausgeschieden wurde. Es waren jetzt also nur noch ein Stiefkind und die 15 leiblichen Kinder der Mutter übrig. Da glaubte die Mutter, daß der Sieg den Ihrigen bereits sicher sei, und in dieser festen Erwartung schien es ihr ganz gleichgültig, wie weiter gezählt würde. Sie fing also bei dem allein noch übriggebliebenen Stiefkinde von neuem an zu zählen, zählte jedoch in umgekehrter Richtung als vorher. Wieder wurde natürlich, wie vereinbart, jeder Zehnte ausgeschieden, und dabei ergab sich nun das überraschende Resultat, daß nacheinander alle 15 leiblichen Kinder der Mutter von dem Lose getroffen wurden und somit das eine Stiefkind als Erbe ausging.

Auch hier haben wir also das Prinzip des Abzählens und des Ausscheidens der Zehnten; freilich hat das Abzählverfahren hier die Besonderheit, daß es diskontinuierlich ist, aus zwei verschiedenen Prozessen besteht. Merkwürdig mutet uns besonders an, auch hier als Zahl der im Kreise aufgestellten Personen wieder unsere 30 zu finden. Warum, so fragen wir uns, auch hier diese Zahl? Warum gerade 15 Kinder aus jeder der beiden Ehen, eine Zahl, die doch selbst in einem durch Fruchtbarkeit ausgezeichneten Lande sich ungewöhnlich ausnehmen muß? Auf den ersten Blick liegt daher die Annahme nahe, es bestehe ein Zusammenhang zwischen diesem japanischen Problem und einer der anderen, vorher von uns besprochenen Spielformen oder Legenden aus Abend- oder Morgenland.¹⁾ Aber auch nur auf den ersten Blick dürfen wir diesen Eindruck haben! Betrachten wir die Frage näher, nehmen wir zugleich eine Unrichtigkeit aus dem Enoncé des Problems der erstgenannten Stelle berichtigt.

¹⁾ Diese Vermutung wird in der Tat geäußert im *Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche* 9 (1906), p. 69, Anm. 1.

sie unter die mathematische Lupe, so kommen wir sogleich zu der Überzeugung, daß die Japaner hier durchaus auf eigenen Füßen stehen. Originell ist schon das äußere Gewand des Problems, originell ist insbesondere die Zweiteilung des Abzählverfahrens, und originell ist vor allem die zugleich ethische und mathematische Pointe, daß das in der sicheren Erwartung des Sieges abgebrochene und darauf von neuem bei dem einen Stiefkinde begonnene Abzählverfahren alle leiblichen Kinder ausscheidet und gerade das eine Stiefkind als Sieger hervorgehen läßt. Nicht jede Zahl nämlich ist geeignet, dies Postulat zu befriedigen. Liegt bereits fest, daß die Abzählung eine Dezimierung sein soll — die Wahl gerade der Zahl 10 kann uns nicht absonderlich anmuten und beweist jedenfalls nichts für oder gegen die Abhängigkeit von älteren Vorbildern —, so ergibt eine mathematische Überlegung, daß unser Postulat nur dann erfüllt wird, wenn als Zahl der leiblichen Kinder eine der Zahlen der folgenden Reihe gewählt wird: 1, 15, 21, 70, 226 In allen diesen Fällen, d. h. wenn die Zahl der leiblichen Kinder 1 oder 15 oder 21 oder 70 usw. ist, aber auch nur in diesen Fällen, führt das bei dem einen übriggebliebenen Stiefkinde begonnene Verfahren der Dezimierung gerade zum Siege des Stiefkindes. Nun ist aber der erste Fall der Reihe, daß nämlich nur ein leibliches Kind vorhanden ist, trivial und ohne Interesse, und von den übrigen Zahlen der Reihe ist 15 bereits die kleinste, also die für die Wahl geeignetste. Nachdem nun aber so dem Postulat der Aufgabe gemäß die Zahl der leiblichen Kinder auf 15 festgesetzt war, lag es nahe, die Zahl der Stiefkinder, ohne daß dies freilich notwendig war, ebenso groß anzunehmen.

So bestehen also hier bei dem japanischen Problem für die Zahl 15 resp. für 30 gewichtige innere Gründe, während diese Zahl in all den anderen Fassungen unseres Spiels oder Problems recht willkürlich war. Daß die Japaner in der Lage waren, die hier erforderlichen Überlegungen anzustellen, verrät bereits eine beträchtliche Einsicht in die mathematische Theorie unseres Spiels. Soviel ich aus den genannten Veröffentlichungen von Hayashi zu ersehen vermag, waren diese Dinge bereits in Sekis geistigem Besitz, und dieser bedeutende Mathematiker muß sonach insbesondere, wenn auch in eine für uns ungewöhnliche Form gekleidet, ein

für unser Problem wesentliches Rekursionsgesetz besessen haben, das im Abendlande meines Wissens zuerst von Leonhard Euler (1707—1783) entdeckt und 1776 veröffentlicht wurde in einer Abhandlung, die Euler 1771 der Petersburger Akademie vorgelegt hatte.¹⁾ Die ungleich bedeutenderen Leistungen Sekis auf anderen Gebieten der Mathematik sind nur geeignet, diese Behauptung zu stützen. Hat er, der mit Isaak Newton in einem Jahre geboren ist, doch wahrscheinlich gewisse Grundlagen der Infinitesimalrechnung selbständig erfunden.²⁾ Aber selbst wenn das genannte Rekursionsgesetz der Schule Sekis nicht durch den Meister selbst, sondern erst viel später bekanntgeworden sein sollte, in keinem Falle wird man eine Beeinflussung der japanischen Mathematik durch die rund 70 Jahre nach Sekis Tode veröffentlichte Abhandlung Eulers annehmen dürfen, die, unter einem nichtssagenden Titel versteckt, auch in Europa bis heute fast unbekannt geblieben zu sein scheint.³⁾ Daß umgekehrt von einer Beeinflussung des Abendlandes durch Japan keine Rede sein kann, brauchen wir angesichts der Einsiedeler und anderer Handschriften, wie überhaupt der ganzen älteren Literatur gar nicht zu erwähnen.

Wir gelangen somit zu dem Resultat, daß unser Kunststück oder unser Spiel oder Problem, wie wir es nennen wollen, mindestens zwei verschiedene Geburtsstätten gehabt hat. Die eine davon ist Japan, wo auch zuerst der Kern einer mathematischen Theorie des Spiels gefunden wurde; dabei müssen wir es unentschieden sein lassen, ob die Fragestellung des „Stiefkinderproblems“ aus dem

¹⁾ „Observationes circa novum et singulare progressionum genus“, *Novi Comment. Academi. Petropol.* 20, 1775 (1776), p. 123. Für das Exhibitionsdatum s. „Briefwechsel zwischen C. G. J. Jacobi und P. H. von Fuß“, herausg. von P. Stäckel u. W. Ahrens (Leipzig 1908), p. 99: Nr. 155.

²⁾ Siehe Paul Harzer, „Die exakten Wissenschaften im alten Japan“, *Jahresber. der Deutsch. Mathem.-Vereinig.* 14 (1905), p. 312ff.

³⁾ So konnte es kommen, daß erst kürzlich P. G. Tait, „On the Generalization of Josephus' Problem“, *Proc. of the Royal Society of Edinburgh* 22, 1897/99, p. 165—168, z. T. dieselben Betrachtungen anstellte, wie Euler schon getan. Ebenso hatte H. Schubert, der eine eingehendere mathematische Theorie unseres Spiels begründet hat (1895), von dem Vorhandensein der Eulerschen Abhandlung offenbar keine Ahnung. Der Verfasser dieses Aufsatzes wurde auf die Abhandlung Eulers, die man in der einschlägigen Literatur nirgends berücksichtigt findet, vor einigen Jahren durch Herrn Gustaf Eneström in Stockholm, den Verfasser der neuesten und besten Euler-Bibliographie, aufmerksam gemacht.

japanischen Volksleben heraus sich entwickelt hat, oder lediglich ein selbstgeschaffenes Problem der Mathematiker, insbesondere Sekis, darstellt. Abgesehen von dieser ganz selbständigen Entwicklung in Japan scheinen dagegen alle sonstigen Formen unseres Kunstgriffes oder unserer Legende, wie wir sie in den verschiedensten Teilen der Alten Welt angetroffen haben, untereinander verknüpft zu sein: mag nun Josephus der Held der Legende sein oder Abraham Ibn Esra oder gar der Heilige Petrus, mag das Abzählprinzip im Spiel der niederdeutschen Kinder oder in mehr oder minder beglaubigten Erzählungen aus Ceylon oder Ägypten uns entgegentreten, mag von Christen und Juden, von weißen und schwarzen Soldaten, von Muselmännern und Ungläubigen, von listigen Zechbrüdern im Wirtshause darin die Rede sein, mag der Name Josephsspiel, Sankt Paders Lek, Judenersäufespiel, Problème de Caligula oder sonstwie lauten, alle diese und andere Varianten scheinen Äste und Zweige desselben Baumes zu sein. Freilich, wo wir dessen Wurzel zu suchen haben, ob in Europa oder ob sie etwa arabischen oder jüdischen Ursprungs ist, wer vermöchte das bei einer über nahezu die ganze Alte Welt seit Jahrhunderten verbreiteten Spielerei wohl zu sagen?¹⁾

Es sei zum Schluß noch gestattet, einige Merkverse anzugeben, die bestimmt sind, die für unser Kunststück bei der Aufstellung der Christen und Türken resp. Christen und Juden zu beobachtende Regel zum Ausdruck zu bringen. Merkverse, in denen direkt und unvermittelt die Zahlen dieser Anordnung, etwa in der Weise des schon oben (S. 136) mitgeteilten:

Quattuor et pentas, duo monas tres mias unus
Hinc dias ambo, trias, unus duo et duo monas

angegeben sind, meinen wir jetzt natürlich nicht, sondern es soll vielmehr jetzt von einem mnemotechnischen Hilfsmittel die Rede sein, das zugleich in einer dem Uneingeweihten unverständlichen Geheimsprache spricht und das daher, dem mystisch-magischen Charakter unseres Kunststücks entsprechend, hier begreiflicherweise mit ganz besonderer Vorliebe angewandt ist. Der Umstand,

¹⁾ Auch Moritz Steinschneider, in der schon oben (s. S. 131, Anm. 1) zitierten Abhandlung, p. 124, enthält sich jeder Mutmaßung in dieser Beziehung.

daß in den hier für die Aufstellung zu gebenden Rezepten, wenigstens in den gewöhnlich vorkommenden Fällen, eine größere Zahl als 5 nicht vorkommt (s. die vorstehende lateinische Merkgel), ermöglicht es, die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 durch die Vokale a, e, i, o, u anzudeuten, so also, daß der Vokal a eine 1 bedeutet, e eine 2 usw. Da hätten wir denn also für den uns geläufigen Fall der 30 Personen mit Abzählung nach 9 für die übliche Anordnung folgende Vokalreihe:

o u e a i a a e e i a e e a

Diese Vokale sind nun leicht zu merken, wenn sie zu einem Verse, etwa dem folgenden, verflochten sind:

Non dum pena minas a te declina degeas.

Die Vokale dieses Verses geben uns dann der Reihe nach die erforderliche Aufstellung der 15 Christen und 15 Türken an: 4 Christen (o), 5 Türken (u), 2 Chr. (e), 1 T. (a) usw.

Ich habe diesen Vers, der aus einer Münchener Handschrift¹⁾ des 15. Jahrhunderts stammt, vorangestellt, da er meines Wissens das älteste Vorkommen dieser Art ist. Eine Variante von ihm ist der folgende Vers, der sich gleichfalls in der Literatur²⁾ findet:

Nondum poena, mina ad te declinat ô Eneas.

(oe = e; ô zählt nicht).

Bekannter ist der folgende, der sich z. B. schon bei dem bereits erwähnten Leurechon findet³⁾, aber jedenfalls noch älter ist:

Populeam virgam mater regina ferebat.⁴⁾

Gleichfalls recht bekannt und aus der gleichen Zeit⁵⁾ nachweisbar ist der französische Merkvers:

Mort, tu ne falliras⁶⁾ pas

En me livrant le trépas.

¹⁾ Codex lat. Monacensis Nr. 14809 resp. 14908, s. M. Curtze, *Bibl. mathem.* (2) 8 (1894), p. 116 und *Abhandlungen zur Gesch. der Mathem.*, Heft 7 (Supplement zur Zeitschr. f. Math. u. Phys., Bd. 40), 1895, p. 112, Anm.; welche der beiden an diesen Stellen angegebenen und hier vorstehend wiedergegebenen Signaturen des Codex die richtige ist, entzieht sich meiner Kenntnis.

²⁾ Ich entnehme den Vers dem schon (s. S. 137, Anm. 4) zitierten Buche von Tytkowski (Ausg. 1690, p. 196), wo er — fälschlich — für den Fall einer Abzählung nach 10 angegeben wird.

³⁾ In der oben (s. S. 141, Anm. 2) zitierten Ausgabe von 1627, p. 16.

⁴⁾ Oder „tenebat“ (bei Schwenter, 1636, l. c. p. 80).

⁵⁾ Siehe Claude Gaspard Bachet de Méziriac, „*Problèmes plaisans et delectables, qui se font par les nombres*“ (2. Ausg., Lyon 1624), p. 175; auch bei Leurechon (l. c.) und anderen.

⁶⁾ Oder „failliras“ und ai = a gerechnet.

Als deutschen Vers gibt Schwenter¹⁾ den folgenden an:

So du etwan bist gfalln hart,
Stehe widr, Gnade erwart.

Ein anderer, gewiß neuerer, deutscher Vers lautet:

Gott schlug den Mann in Amalek,
Den Israel bezwang.

Um auch die bisher noch nicht vertretenen modernen Hauptkultursprachen zu Wort kommen zu lassen, nennen wir noch die Merksprüche:

From numbers' aid and art
Never will fame depart.

und

Or tu ne dai la pace ei la rendea.²⁾

Alle diese Merksprüche, die sich gewiß noch weiter vermehren ließen — selbst einen hebräischen³⁾ findet man, z. B. bei Schwenter, angegeben —, beziehen sich auf unseren Regelfall: 30 Personen, Abzählung nach 9, und eine gleiche Reichhaltigkeit in Merksprüchen hat sicher kein anderer Fall aufzuweisen. Der einzige Fall, für den ich noch einen deutschen Merkvers nachzuweisen vermag, ist der uns ja gleichfalls als recht verbreitet bekannte: 30 Personen, Abzählung nach 10. Der Merkvers lautet⁴⁾:

Es war in uns Elend ohn Mass
Abr Christ hat gendet das.

Außer ihm werden für diesen Fall auch noch die 3 lateinischen Verse angegeben⁵⁾:

¹⁾ L. c. (s. S. 130, Anm. 3), p. 80.

²⁾ Siehe G. A. Alberti, „I giochi numerici fatti arcani“ (Bologna 1747), p. 134.

³⁾ Vgl. a. Lucian Müller, l. c. p. 221/2 sowie Avé-Lallemant, „Zur populären Kabbala“, Vom Fels zum Meer 1882 II (April—Sept.), p. 90.

⁴⁾ Siehe Schwenter, l. c. p. 81, jedoch dort mit der irrtümlichen Angabe, daß der Merkvers für die Abzählung nach 7 bestimmt sei; mit demselben Irrtum auch in dem bereits (s. S. 130, Anm. 3) zitierten „Schau-Platz der Betrieger“, p. 237.

⁵⁾ Der erste Vers, in dieser Form gewöhnlich angegeben, z. B. bei Schwenter (1636), jedoch mit dem in der vorigen Anmerkung angemerkten Irrtum (Schwenter, Ausg. 1626, schreibt: „anglicum“), findet sich bereits in der oben (s. S. 148, Anm. 1) genannten Handschrift des 15. Jahrhunderts, jedoch mit „veste“ statt „gente“ (s. Curtze, l. c.); Lucian Müller (l. c. p. 221, Anm. 2) gibt den Vers in der unrichtigen Fassung „dona“ statt „signa“ und verweist auf das mir nicht zugängliche „Sertum polyantheum“ (Brieg 1682); einige Autoren, z. B. J. J. Rensing in der S. 140, Anm. 2, genannten Schrift von 1738, p. 68, schreiben: „Rex Paphi“ Der zweite

Rex angli cum gente bona dat signa serena

oder

Rex Danicus, regnet ovans, audiat Hebraea

(au = a; ae = e)

oder

Regalis uestem plorans Maria ferebat.

Für andere Fälle als diese weiß ich überhaupt nur noch lateinische Verse aus der Literatur beizubringen; ich merke noch die folgenden an:

Für Abzählungen nach 3:

Ecce amatam sedere amatam fecere araneam meam.¹⁾

Für Abzählungen nach 6 findet sich ein Vers in der schon zitierten Münchener Handschrift des 15. Jahrhunderts:

Larga dei pietas bene manes omnia papam.

Für Abzählungen nach 7:

Candia dat lites tibi laetas tempore factas

(ae = e)

oder

Abdita transmittens vigiles ars exonerabat.²⁾

(Hier bezieht sich die erste Zahl auf die Türken, die zweite also auf die Christen, und so abwechselnd.)

Für Abzählungen nach 8 folgende 4 Merkverse:

Arte parare mea veniant adistere sorte.³⁾

Pater Adam Coeperat moenia gratiae Veronae.¹⁾

(oe und ae = e)

Ardea scande petram trepidas attingere frontem.⁴⁾

Mater amare vetans per climata gigneret orbem.⁴⁾

Für Abzählungen nach 12:

Ibant per montes, querebant desidiosa.⁵⁾

(wie auch der erste) Vers steht bei Tylkowski, der dritte ebendort, jedoch fehlerhaft (zweites und drittes Wort vertauscht); die Verse stammen offenbar nicht von diesem Autor, vielmehr ist die relativ reichhaltige Liste von Merkversen, die er dem Leser bietet, recht kritiklos zusammengetragen und mit wesentlichen Fehlern behaftet (vgl. a. S. 148, Anm. 2).

¹⁾ Entnommen Alberti, l. c. p. 134.

²⁾ Beide Verse entnommen dem Buche von Tylkowski, l. c. In dem zweiten Verse heißt es dort „vigilis“, aber das Lösungsschema erfordert ein e.

³⁾ Aus der mehrfach zitierten Münchener Handschrift des 15. Jahrhunderts, dort jedoch am Ende „secte“, während die Lösung ein o erfordert.

⁴⁾ Entnommen dem Buche von Tylkowski.

⁵⁾ Aus der Münchener Handschrift des 15. Jahrhunderts.

Alle diese Verse beziehen sich auf den Fall der 30 Personen, und für den Fall einer anderen Personenzahl wüßte ich aus der Literatur nur einen, und zwar lateinischen Merkvers anzugeben, der anscheinend für den Fall von 20 Personen bestimmt, jedoch mißglückt ist.¹⁾ Sonst also begegnet uns in den Merkversen immer nur der Regelfall der 30 Personen und, wofern wir uns auf die Merkverse in lebenden Sprachen beschränken, auch immer nur mit der Maßgabe, daß nach 9, allenfalls nach 10 abgezählt wird. Für diesen Fall ($n = 30$, $d = 9$) existieren freilich, wie wir sahen, Merkverse der verschiedensten Sprachen; sie legen, da diese deutschen, französischen, englischen u. a. Sprüche in der Hauptsache gewiß aus dem Volke heraus entstanden sind und jedenfalls weit verbreitet waren und auch noch sind, ein Zeugnis ab von der großen Volkstümlichkeit, die unser Spiel, etwa im 17. und vorzugsweise, wie es scheint, im 18. Jahrhundert erlangt hatte; zum anderen bestätigen die Merkverse, da sie alle auf denselben, wenngleich aus inneren Gründen in keiner Weise bevorzugten Fall $n = 30$, $d = 9$ resp. 10 sich beziehen, die Richtigkeit unserer obigen These, nach der zwischen all den verschiedenen Vorkommnissen und Varianten, in denen unser Spiel, von der japanischen Form abgesehen, uns entgegentrat, das Verhältnis gemeinsamen Ursprungs besteht. Die lateinischen Verse werden wir anzusehen haben als Erfindungen der gelehrten Autoren, die, wie es scheint, z. T. einen förmlichen Sport hiermit getrieben haben und dabei denn auch andere Abzählungskonstanten als 9 resp. 10 bedachten, von der durch Tradition geheiligten Personenzahl 30 sich jedoch nicht oder doch nur ganz vereinzelt zu emanzipieren vermochten.

¹⁾ Siehe den letzten Vers, den Tylkowski „pro septimo“ angibt: die Summe der Vokale, jeden durch die ihm entsprechende Zahl ersetzt, gibt 20.