Kritische Untersuchung über das Pendeln synchroner Maschinen.

Von

C. Feldmann und W. Nobel, Delft.

1. Einleitung. Wenn unter der Einwirkung einer periodisch wirkenden Pendelkraft eine Wechselstrommaschine zu pendeln beginnt, schwingt der EMK-Vektor um einen Gleichgewichtsstand, der durch die mittlere Leistung der Maschine bestimmt wird. Nimmt man an, daß der Netzvektor stillsteht, dann können die Änderungen in der Maschinenleistung durch Betrachtung der augenblicklichen Ausschläge der EMK-Vektors gegen seinen Mittelstand berechnet werden.

Im Blondeldiagramm Fig. 1 stellt die Linie $\overline{OM}$ den Maschinenvektor dar, der mit der Mittellinie der Pole zusammenfällt. $\overline{MD}$ ist die Gegenspannung, $\overline{CD} \perp \overline{OM}$ die Querspannung, $\overline{BC}$ die durch Streureaktanz verbrauchte induktive, $\overline{AB}$ die Ohmsche Komponente des Spannungsabfalles in jeder Phase, $\overline{OA} = E_k$ die Klemmenspannung pro Phase. Die in der Phase erzeugte EMK ist also $\overline{OC} = E$, da $\overline{OM}$, $\overline{MD}$ und $\overline{CD}$ in Wirklichkeit nicht getrennt auftreten, sondern nur zwecks besserer Einsicht als Denkbilder bestehen.

Fig. 1.

Wird nun der EMK-Vektor E um den kleinen Winkel α' aus seiner Mittelstellung abgelenkt, dann entsteht durch die Spannungsdifferenz $2 E \sin \frac{1}{2} \alpha'$ gegenüber dem Mittelstand ein Ausgleichstrom von der Größe $J = \frac{2}{z} E \sin \frac{1}{2} \alpha' \approx \frac{E \alpha'}{z}$, wenn z die Impedanz der Maschine ist. Sind r und x_{s1} der Widerstand und die Streuinduktanz des Ankers pro Phase, dann ist die Wattkomponente des Ausgleichstromes offenbar $\frac{E \alpha'}{z} \cdot \frac{x_{s1}}{z}$ und die synchronisierende Leistung pro Phase somit gleich $E^2 \alpha' \frac{x_{s1}}{z^2}$. Das gesamte synchronisierende Drehmoment wird somit in mkg bei m Phasen und n minutlichen Umläufen

$$M_{\text{syn}} = \frac{m \cdot \alpha' E^2}{g} \cdot \frac{x_{s1}}{z^2} \cdot \frac{60}{2 \pi n} \quad \dots \quad 1)$$

worin

$$g = 9,81 \text{ m/sec}^2$$

und

$$\Omega_0 = \frac{2 \pi n}{60}.$$

Es fragt sich jedoch, welcher Ausschlag α der Polmittellinie mit dem Ausschlag α' der EMK übereinstimmt.

Der Winkel zwischen Polmitten und EMK-Vektor wird durch die Querspannung $\overline{CD}$ festgelegt. Durch den Ausgleichstrom J ändert sich die Querspannung um den Betrag $\frac{J x_{s1} x_{s2}}{z}$ und der $\sphericalangle COD$ somit um

$$\frac{J x_{s_1} x_{s_2}}{z E} = \alpha' \cdot \frac{x_{s_1} x_{s_2}}{z^2},$$

wo x_{s_1} die Querreaktanz bedeutet, die mit dem Wattstrom multipliziert die Querspannung ergibt.

Die gesamte Winkelabweichung der Polmitten oder des Maschinenvektors $\overline{OM}$ aus dem Mittelstand ist $\alpha = \alpha' + \alpha' \cdot \frac{x_{s_1} x_{s_2}}{z^2} = \alpha' \left(1 + \frac{x_{s_1} x_{s_2}}{z^2} \right)$, also größer als die Abweichung des EMK-Vektors OE.

Die Bewegung der Polmitten um den Betrag α rührt von den Schwankungen im Tangentialdruck der Antriebmaschine her. Sei R der Hebelarm, P_m die Amplitude, T_a die Dauer einer Periode von einer der Harmonischen, in welche man die Pendelkraft zerlegen kann. Dann ist diese Harmonische selbst $P = P_m \sin \frac{2\pi t}{T_a}$

Sie verleiht dem Maschinensatz eine Beschleunigung

$$\gamma = \frac{P R}{G D^2} \cdot 4g = \gamma_m \sin \frac{2\pi t}{T_a}$$

Radianen (Bogenmaß), wenn P R das Pendelmoment in kgm und $\Phi = \frac{G D^2}{4g}$ das Trägheitsmoment ist.

Die Winkelgeschwindigkeit ist

$$\begin{aligned} \Omega &= \int \gamma dt + C = -\frac{T_a \gamma_m}{2\pi} \cos \frac{2\pi t}{T_a} + \Omega_0 \\ &= \omega + \Omega_0. \end{aligned}$$

Hierin ist Ω_0 die mittlere Winkelgeschwindigkeit und

$$\omega = \omega_m \sin \left(\frac{2\pi t}{T_a} - \frac{\pi}{2} \right), \text{ wenn } \omega_m = \frac{T_a \gamma_m}{2\pi}$$

die Pendelgeschwindigkeit darstellt.

Der Pendelweg ergibt sich hieraus zu

$$\begin{aligned} s &= \int \omega dt = \omega_m \frac{T_a}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi t}{T_a} - \pi \right) \\ &= s_m \sin \left(\frac{2\pi t}{T_a} - \pi \right), \end{aligned}$$

worin die Amplitude des Pendelweges

$$s_m = \frac{T_a^2}{4\pi^2} \cdot \frac{4g P_m R}{G D^2}.$$

Das maximale Pendelmoment der betrachteten Oberschwingung ist also

$$P_m R = \frac{4\pi^2 s_m G D^2}{4g T_a^2} = \frac{\pi^2 s_m G D^2}{g T_a^2}.$$

Der Zusammenhang zwischen elektrischer und räumlicher Winkelabweichung der Polmitten ist $\alpha_m = p s_m$ bei p Polpaaren, so daß

$$P_m R = \frac{\alpha_m' \left(1 + \frac{x_{s_1} x_{s_2}}{z^2} \right) 4\pi^2 G D^2}{p T_a^2 \cdot 4g} \dots \dots \dots 2)$$

Das Verhältnis q zwischen synchronisierendem Moment und ursprünglichem Pendelmoment, dem Rosenberg den Namen Reaktionsverhältnis verliehen hat, ist

$$q = \frac{M_{\text{syn}}}{P_m R} = \frac{\alpha_m' m E^2 \frac{x_{s_1}}{z^2} \cdot \frac{60}{2 \pi n} \cdot \frac{1}{g}}{\alpha_m' \left(1 + \frac{x_{s_1} x_{s_2}}{z^2} \right) 4 \pi^2 G D^2} \cdot p T_a^2 4 g.$$

Wird hierin noch $T_a = \frac{60}{n \nu}$ gesetzt, worin ν die Ordnungszahl der Oberschwingung oder in anderen Worten die Zahl der Impulse pro Umlauf darstellt, dann wird nach Weglassung der sich hebenden Größen

$$q = \frac{3488 \cdot m E^2 p}{n^3 \nu^2 G D^2} \cdot \frac{x_{s_1}}{z^2 + x_{s_1} \cdot x_{s_2}} \quad \dots \dots \dots 3)$$

worin E in Volt, die Reaktanzen in Ohm, n in Umläufen in der Minute, $G D^2$ in kgm^2 gegeben sind. Der Zahlenbeiwert $\frac{60 \cdot 3600}{2 \pi^3} \approx 3500$.

Wird in einem bestimmten Falle das Verhältnis q gleich eins, dann wird die Winkelabweichung stark vergrößert, bei ungedämpfter Maschine unendlich groß. Bleibt $q < 1$, dann wird die ursprüngliche Pendelkraft durch die Richtkraft vergrößert; ist $q > 1$, dann arbeiten beide Kräfte einander entgegen. Für $q < 1$ wird die Winkelabweichung durch Resonanz für die betrachtete ν te Harmonische im Verhältnis

$$\zeta_\nu = \frac{1}{1 - q}$$

vergrößert. Der Vergrößerungsfaktor (Rosenberg) oder Resonanzmodulus (Görges) ζ_ν ist also von „ausschlaggebender“ Bedeutung für das Verhalten der Maschine. Der kritische Wert $q = 1$ kann durch Aufnahme von Resonanzkurven ermittelt werden, wie im experimentellen Teil gezeigt werden soll.

Beim Durchgang durch den kritischen Wert $q = 1$ kehrt die Phase der synchronisierenden oder richtenden Kraft um.

Dies läßt sich aus der Differentialgleichung der Pendelbewegung ableiten. Auch ist für diesen Fall ($q = 1$) die Eigenschwingungszahl des Maschinensatzes

$$\delta_a = \frac{1}{T_a} = \frac{E}{2 \pi} \sqrt{\frac{m p}{g \Theta \Omega_0} \cdot \frac{x_{s_1}}{z^2 + x_{s_1} x_{s_2}}} \quad \dots \dots \dots 3 a)$$

2. Auflösung der Schwingungsgleichung. Es wirken in diesem Falle auf das Schwungrad die folgenden Drehmomente:

1. Das richtende Moment

$$\begin{aligned} M_{\text{syn}} &= \alpha' m E^2 \frac{x_{s_1}}{z^2} \cdot \frac{60}{2 \pi n} \cdot \frac{1}{g} \\ &= \alpha m E^2 \frac{60}{2 \pi n g} \cdot \frac{x_{s_1}}{z^2 + x_{s_1} x_{s_2}} \\ &= \frac{\alpha}{n} \cdot C \quad \dots \dots \dots 4) \end{aligned}$$

worin

$$C \equiv m E^2 \cdot \frac{60}{2 \pi g} \cdot \frac{x_{s_1}}{z^2 + x_{s_1} x_{s_2}}.$$

2. Das Dämpfungsmoment $Q \cdot \frac{d\alpha}{dt}$.

3. Das von der Masse des Schwungrades herrührende Moment $\Theta \cdot \frac{d\alpha^2}{dt^2} \cdot \frac{1}{p}$

4. Das Antriebsmoment $P_m R$.

Die Differentialgleichung der Bewegung wird dann

$$\frac{\Theta}{p} \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + Q \frac{d\alpha}{dt} + \frac{C}{n} \cdot \alpha = P_m R \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T_a} \quad 5)$$

Hierbei ist angenommen, daß Richt- und Pendelkraft einander entgegenwirken, wenn α und $\sin \frac{2\pi t}{T_a}$ gleiches Zeichen besitzen.

Wir lösen zuerst die homogene und lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$\frac{\Theta}{p} \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + Q \frac{d\alpha}{dt} + \frac{C}{n} \cdot \alpha = 0,$$

indem wir setzen $\alpha = \varepsilon^{at}$, worin ε die Basis der natürlichen Logarithmen bedeutet; dann folgt in bekannter Weise, wenn a_1 und a_2 die Wurzeln der quadratischen Gleichung

$$\frac{\Theta}{p} a^2 + Q a + \frac{C}{n} = 0$$

sind,

$$\begin{aligned} \alpha &= A_1 \varepsilon^{a_1 t} + A_2 \varepsilon^{a_2 t} \\ &= \varepsilon^{-\frac{Q p}{2\Theta} t} \left(A_1 \varepsilon^{\frac{Q p}{2\Theta} t} \sqrt{1 - \frac{4 C \Theta}{Q^2 p n}} + A_2 \varepsilon^{-\frac{Q p}{2\Theta} t} \sqrt{1 - \frac{4 C \Theta}{Q^2 p n}} \right). \end{aligned}$$

Ist $\frac{4 C \Theta}{Q^2 p n} < 1$, dann nehmen beide Ausdrücke wegen der negativen Exponenten stark ab. Ist die Wurzel imaginär, dann kann der Klammerausdruck in eine goniometrische Funktion übergeführt werden. Für eine gedämpfte Maschine wird also dieser Teil des Ausschlags α , der dem einen partikulären Integral entspricht, je nach der Stärke der Dämpfung Q früher oder später verschwinden. Wir können uns also mit dem partikulären Integral begnügen.

Es werde zunächst für eine ungedämpfte Maschine, wobei $Q = 0$, gesetzt:

$\alpha = A \sin 2\pi \frac{t}{T_a}$; dann folgt aus 5):

$$-\frac{\Theta}{p} A \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 \sin \frac{2\pi t}{T_a} + \frac{C}{n} A \sin \frac{2\pi t}{T_a} = P_m R \sin \frac{2\pi t}{T_a}$$

woraus

$$A = \frac{P_m R}{\frac{C}{n} - \frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2} \text{ und } \alpha = \frac{P_m R \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T_a}}{-\left(\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - \frac{C}{n} \right)} \quad 6)$$

Für $\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 < \frac{C}{n}$, also $q > 1$, wird α positiv und $\sin \frac{2\pi t}{T_a}$ ebenfalls; dann wirken also das initiale Pendelmoment $P_m R$ und das synchronisierende Moment M_{syn} einander, der Voraussetzung gemäß, entgegen.

Für $\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 > \frac{C}{n}$, also $q < 1$, wird α negativ, während der Sinus positiv bleibt; die beiden Kräfte wirken im gleichen Sinne und vergrößern die Winkelabweichung.

Um die Gleichung für eine gedämpfte Maschine aufzulösen, setzen wir

$$\alpha = A \sin 2\pi \frac{t}{T} + B \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

und erhalten aus Gleichung 5) nach Einführung der Werte von α , $\frac{d^2\alpha}{dt^2}$ und $\frac{d\alpha}{dt}$ die Beziehung

$$\sin 2\pi \frac{t}{T_a} \left[-\frac{\Theta}{p} A \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - Q B \frac{2\pi}{T_a} + \frac{C}{n} A - P_m R \right] =$$

$$\cos 2\pi \frac{t}{T_a} \left[\frac{\Theta}{p} B \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - Q A \frac{2\pi}{T_a} - \frac{C}{n} B \right]$$

oder

$$\operatorname{tg} 2\pi \frac{t}{T_a} = \frac{-\frac{\Theta}{p} A \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - Q B \frac{2\pi}{T_a} + \frac{C}{n} A - P_m R}{\frac{\Theta}{p} B \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - Q A \frac{2\pi}{T_a} - \frac{C}{n} B}.$$

Dieser Ausdruck muß den Wert $\frac{0}{0}$ annehmen; Zähler und Nenner müssen also gleich Null gesetzt werden. Daraus erheben sich die Integrationskonstanten A und B, und die Lösung wird

$$\alpha = \frac{P_m R}{-\left(\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - \frac{C}{n} \right)^2 - Q^2 \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2} \left[\left(\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - \frac{C}{n} \right) \sin 2\pi \frac{t}{T_a} \right.$$

$$\left. + Q \frac{2\pi}{T_a} \cos 2\pi \frac{t}{T_a} \right] \dots \dots \dots 7)$$

Die beiden goniometrischen Ausdrücke können zu einem $\sin \chi$ vereinigt werden. Die maximale Winkelabweichung tritt ein, wenn der Sinus dieser neuen Winkels χ gleich eins wird; sie ist dann

$$\alpha_{\max} = \frac{P_m R}{-\left(\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - \frac{C}{n} \right)^2 - Q^2 \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - \frac{C}{n} \right)^2 + Q^2 \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2}$$

$$\alpha_{\max} = \mp \frac{P_m R}{\sqrt{\left(\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - \frac{C}{n} \right)^2 + Q^2 \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2}} \dots \dots \dots 8)$$

Die Phasenverschiebung zwischen der Winkelabweichung und der initialen Pendelkraft ergibt sich aus dem Argument des neuen Winkels

$$\chi = 2\pi \frac{t}{T_a} + \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{Q \frac{2\pi}{T_a}}{\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 - \frac{C}{n}};$$

sie ist gleich dem zweiten Summanden.

Der größte Ausschlag tritt also auf wenn

$$\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 = \frac{C}{n} \dots \dots \dots 9)$$

geworden ist, was auch aus dem Diagramm der Winkelabweichungen von Rosenberg folgt. Man erkennt hier jedoch den Einfluß der Dämpfung sehr deutlich. Im Resonanzgebiet wird die Winkelabweichung durch die Dämpfung stark verkleinert. Schädlich kann diese nie wirken, da $Q^2 \frac{4\pi^2}{T_a^2}$ stets positiv ist.

Hieraus folgt gleichzeitig eine einfache Formel zur Berechnung der Dämpfung. Bei Resonanz ist nämlich aus 8) und 9)

$$\alpha_{\max} = \mp \frac{P_m R}{Q \frac{2\pi}{T_a}} = \mp \frac{P_m R \cdot T_a}{2\pi Q} \quad \dots \dots \dots 10)$$

Bestimmt man also bei Aufnahme von Resonanzkurven gleichzeitig die Pendelkraft, so kann daraus die Dämpfung bequem berechnet werden. Die größte Winkelabweichung hängt also bei der Resonanz ausschließlich von der Pendelkraft, der Dauer einer Periode der Impulse und der Dämpfung ab; sie ist jedoch unabhängig von der Geschwindigkeit (n) und der Spannung (E).

Auch die Belastung kann nur insoweit auf die Resonanzerscheinung einwirken, als unter ihrem Einfluß sich die Reaktanzen verändern. Der Sinusterm in der Formel für α läßt auch den schädlichen Einfluß der Parallelschaltung bei Kurbelsynchronismus erkennen, wobei sich die von den verschiedenen Impulsen erzeugten Winkelabweichungen direkt addieren, was besonders die Versuche von Schüler (ETZ. 1911, Heft 48, S. 1201) schön zeigen.

Wenn man Gleichung 10) graphisch darstellt, indem man T_a als Abszisse, $\alpha_{\max}$ als Ordinate nimmt, muß man, da die maximalen Winkelabweichungen bei Resonanz proportional der Periodendauer T_a sind, eine Gerade erhalten, falls die Pendelkraft und die Dämpfung konstant sind.

3. Bestimmung der Reaktanzen. In der *Eclairage électrique* vom 11. 9. 1909 hat K. H. Haga¹⁾ eine geistreiche Methode angegeben, um die verschiedenen Reaktanzen zu messen.

Sendet man in den Stator einer Drehstrommaschine Drehstrom, und versetzt man gleichzeitig das unerregte Feld in synchrone Drehung, so ist die Ankerspannung verschieden, je nach dem Stande der Polmitten zu den Mittellinien der Ankerspulen. Wenn beide sich decken, ist die Ankerspannung gleich der Summe der Streu- und der Gegenspannung $E_{s_1} + E_{s_2}$; wenn beide 90° gegeneinander verschoben sind, ist die Ankerspannung gleich der Summe der Streu- und der Querspannung $E_{s_1} + E_{s_2}$.

Bei angenähertem Synchronismus pendelt das angelegte Voltmeter langsam zwischen zwei deutlich erkennbaren Werten, die dann zur Messung der Gegen- und Querspannung oder der entsprechenden Amperewindungen herangezogen werden. Diese Methode ist 1909 durch Haga im elektrotechnischen Laboratorium der Technischen Hochschule zu Delft ausgearbeitet und auch von J. A. Schouten²⁾ bei seiner Diplomarbeit über den Spannungsabfall mehrphasiger synchroner Maschinen mit Vorteil verwendet worden. Sie wird seitdem regelmäßig im Delfter Laboratorium als Übungsaufgabe durchgeführt, ist elegant und bequem, aber für den vorliegenden Zweck nicht genau genug. Das Streufeld ist nämlich in den zwei Ständen nicht dasselbe, und man findet bei Verwendung eines Hitzdrahtvoltmeters den größeren Wert etwas zu klein, den kleineren etwas zu groß.

a) Zur Bestimmung der Streureaktanz kann man verschiedene Verfahren anwenden. Man kann x_{s_1} bestimmen³⁾ 1. aus einem Kurzschlußversuch, wobei es sich gleichzeitig mit dem effektiven Widerstande r_a aus der Kurzschlußleistung findet, oder 2. aus einer Potiercharakteristik oder 3. indem man Wechselstrom durch eine Phase der Ankerwicklung der stillstehenden Maschine schickt und die Erregerspulen kurzschließt. Das Feld wird relativ zum Anker so eingestellt, daß die Leiter der betreffenden Phase mitten zwischen den Polen liegen.

Hobart hat ein anderes Verfahren verwendet. Er stellt das Feld relativ zum Anker so, daß die Mitten der stromdurchflossenen Phase und der Pole sich decken. Das entstehende

¹⁾ K. H. Haga, *Ecl. él.* VII (2^{me} Sér.), p. 329.

²⁾ J. A. Schouten, *ETZ.* 1910, Seite 877.

³⁾ Arnold, *Wechselstromtechnik* IV, S. 80.

Feld schließt sich durch die Pole, und sein Unterschied gegenüber dem Ankerfeld entspricht den Streulinien. Der Berechnung liegt folgender Gedankengang zugrunde (Fig. 2):

Der Strom J in den Ankerspulen einer Phase erzeugt ein Feld N , das mit ihm gleichphasig ist. Diesem Felde entspricht eine EMK in den Magnetspulen senkrecht zum Strome. Die Spannung an den offenen Magnetspulen wird durch ein elektrostatisches Voltmeter gemessen, sodaß die mit dem Felde N übereinstimmende Ankerspannung e berechnet werden kann, wenn die Windungszahlen und Wickelfaktoren der Pole und der Ankerphase bekannt sind. Die wattlose Komponente $e \sin \varphi_1$ der Klemmenspannung hält dann einer kleinen Gegenspannung E_{s_1}' und der Streuspannung E_{s_1} das Gleichgewicht.

Fig. 2.

Auch diese Methode ist nur annähernd richtig, weil der Strom J und das Feld N nicht gleiche Phase besitzen.

Die stillstehende Maschine wirkt tatsächlich als Transformator und die Phasenverschiebung (N, J) kann recht beträchtlich werden. In dem sogleich zu besprechenden Falle war $\cos \varphi_2 \approx 0,883$, $\varphi_2 \approx 28^\circ$, $\angle (N, I) = 90^\circ - \varphi_2 = 72^\circ$ (Fig. 3).

Die durch das Feld N erzeugte Gegenspannung E_t eilt dem Felde um 90° nach. Mißt man also die Phasenverschiebung φ_2 zwischen dem Ankerstrom J und der in den Polen erzeugten Spannung V , dann kann man daraus den Winkel (N, J) berechnen. Um den Einfluß des Wattmeters auf die Spannung an den Polen so klein wie möglich zu machen, ist der beweglichen Spule des Wattmeters W_2 ein Widerstand von 29 000 Ohm vorgeschaltet.

Fig. 3.

Fig. 4.

Die Beobachtungen mit ein- und ausgeschaltetem Wattmeter weichen auch nur $\approx 1\%$ voneinander ab. Die Messungen wurden an einer vierpoligen Drehstrommaschine von Bergmann für 220 Volt 11,3 Amp. bei 50 Per/Sek. ausgeführt und ergaben folgende Resultate:

Bei ausgeschaltetem Wattmeter W_2 .						Bei eingeschaltetem Wattmeter W_2 .				
Volt	Amp.	W_1	$\cos \varphi_1$	V_1	E_{s_2}'	W_2	V_2	$\cos \varphi_2$	x_{s_1}	
11,4	5,45	35,5	0,57	86,3	3,1	378	85,4	0,812	1,50	(I,14)
13,7	6,55	52,3	0,575	104,8	3,75	585	103,2	0,865	1,48	(I,13)
16,6	7,87	74,7	0,574	127,2	4,55	870	125,8	0,887	1,50	(I,15)
18,6	8,85	96,0	0,584	143,0	5,12	1110	141,5	0,886	1,50	(I,13)
21,2	9,96	122,0	0,579	160,5	5,75	1400	159,6	0,883	1,50	(I,16)

Auf den Polen sind total 3000 Windungen, auf dem Anker pro Phase 112, der Wickelfaktor ist 0,96, so daß aus der Übersetzung

$$E_{s_1}' = V_1 \cdot \frac{112 \cdot 0,96}{3000} = 0,0358 V_1$$

sich E_{s_1}' berechnen läßt. Der effektive Widerstand pro Phase ist 0,332 Ohm, woraus sich

dann x_{s1} leicht graphisch (Fig. 3) zu 1,50 Ohm finden läßt. Nach Fig. 2 hätte sich fälschlich 1,14 Ohm ergeben, wie in Klammern jeweils vermeldet. Der aus dem Felde entfernte Anker ergab ebenfalls $x_{s1} = 1,50$ Ohm.

b) Die Bestimmung der Querreaktanz geschieht am einfachsten aus dem Blondeldiagramm für rein induktionsfreie Belastung. Nennt man ψ den Winkel zwischen dem Strom und der EMK, bzw. im vorliegenden Fall (Fig. 4) zwischen der Klemmenspannung und der Polmitte, dann ist die Querspannung $E_{s2} = x_{s2} \cdot J \cos \psi$ und da auch der Winkel $F C D = \psi$ ist, kann die Gerade $C F$ als $J x_{s2}$ aufgefaßt werden. Dann ist

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{J (x_{s1} + x_{s2})}{E_k + I r}$$

und

$$x_{s1} + x_{s2} = \frac{E_k + I \cdot r}{I} \operatorname{tg} \psi.$$

Bei genauer Messung von ψ ist also die Summe der Streu- und Querreaktanz leicht zu bestimmen.

Zur Messung diente die von J. W. van Dijk¹⁾ in der ETZ. 1911 Seite 99 beschriebene Spiegelablesung.

Es waren zwei völlig gleiche Maschinensätze vorhanden, jeder aus einer Drehstrommaschine und einem Gleichstrommotor bestehend. Auf den Kuppelflanschen der Aggregate

Fig. 5.

I II, deren Axen parallel und in gleicher Höhe lagen, waren zwei Planspiegel S_1 , S_2 so befestigt, daß sie bei unbelastetem Parallel Lauf der Drehstrommaschinen einen Augenblick einander parallel lagen. Ein schmales Lichtbündel L , das durch den Spalt des Kollimators C auf den einen Spiegel S_1 fällt, wird dann durch den zweiten S_2 zurückgeworfen und auf einer gekrümmten, durchsichtigen Skala P aufgefangen. Laufen die Aggregate völlig stromlos parallel, dann steht das Lichtbild auf dem Nullpunkt der Skala still. Wird nur die eine Maschine belastet, dann eilt ihr Vektor gegenüber den der anderen vor; läßt man nun diese zweite Maschine völlig stromlos parallel der ersten, belasteten laufen, dann mißt die Verschiebung des Lichtbildes den Winkel ψ zwischen der Polmitte und der Klemmenspannung.

Bei den Messungen wurde die eine Maschine auf drei induktionsfreie in Stern geschaltete Widerstände verbunden, der Sternpunkt auch an den Nullpunkt der Maschine angeschlossen und Gleichheit der Phasenbelastung durch parallele Feinregelwiderstände nahezu erzielt; als Belastung pro Phase galt der Mittelwert aus den drei Amperemeterablesungen. Der zweite Maschinensatz enthielt im Drehstromteil Amperemeter und Wattmeter für schwache Ströme und wurde auf völliges Verschwinden des Wattmeterausschlages sorgfältig reguliert.

¹⁾ Dr. J. W. van Dijk, Parallelbedrijf van wisselstroommachines. Diss. Delft, Juli 1909.

Bei völlig stromlosem Parallellauf beider Maschinen stand der Lichtstreif auf 245 mm, der Abstand der Skala vom zweiten Spiegel betrug 617 mm und war gleich ihrem Krümmungsradius. Der Ausschlag wurde in bekannter Weise korrigiert.

Verkettete Klemmen- spannung Volt	Mittlerer Strom A	Korrig. Ausschlag mm	$\text{tg } \phi$	Frequenz ~	$x_{s_1} + x_{s_2}$	x_{s_1}
213,2	6,53	118	0,194	55	3,71	
170,7	6,87	154	0,255	55	3,74	1,65
140,1	7,49	202	0,340	55	3,76	
103,5	6,98	245	0,420	55	3,74	
209,9	6,44	104	0,170	50	3,25	
170,7	7,92	160	0,266	50	3,40	1,50
135,5	7,24	186	0,312	50	3,47	
108,5	7,29	226	0,384	50	3,44	
217,6	7,16	100	0,164	46	2,92	
175,9	7,12	127	0,210	46	3,06	1,38
147,2	7,41	159	0,264	46	3,11	
116,0	7,40	197	0,332	46	3,12	
200,2	5,91	73	0,116	40	2,31	1,20
150,2	6,46	116	0,192	40	2,64	
101,5	6,61	177	0,295	40	2,72	

Aus den Tabellen und der Figur 6 folgt deutlich, daß die Summe der Reaktanzen mit steigender Sättigung abnimmt und daß diese Abnahme bei steigender Frequenz kleiner wird. Dagegen zeigen die folgenden Messungen, daß bei konstanter Klemmenspannung und Frequenz die Summe $x_{s_1} + x_{s_2}$ von Nullast bis zur vollen Belastung nur um wenige Prozent sich ändert, und zwar abnimmt. In der für den kritischen Wert des Schwungmoments abgeleiteten Formel 3) wird diese kleine Abnahme noch weiter vermindert durch den Summanden z^2 .

4. Aufnahme von Resonanzkurven bei Leerlauf. Zur Prüfung der Formel 3)

$$q = \frac{3488 \text{ m E}^2 \cdot p}{n^3 v^2 G D^2} \cdot \frac{x_{s_1}}{z^2 + x_{s_1} \cdot x_{s_2}}$$

sind nun außer dem Schwungmoment noch eine Reihe von Resonanzkurven bei verschiedener Geschwindigkeit, Spannung und Belastung erforderlich. Der Wert der Schwungmoments konnte aus der Dissertation von Dr. van Dijk entnommen werden, der dieselben Maschinen untersucht hatte. Es war $G D^2 = 0,884 \text{ m}^2 \text{ kg}$; $p = 2$; $m = 3$.

Die Versuchsanordnung war im wesentlichen dieselbe wie sie Sarfert verwendet hatte; zur Erzielung der Schwingungen wurde in dem Ankerkreis des antreibenden Gleichstrommotors ein Widerstand periodisch eingeschaltet und kurzgeschlossen (Fig. 7). Die Stärke der Impulse konnte durch Veränderung des Widerstandes, ihre Dauer durch Veränderung der Umlaufgeschwindigkeit des rotierenden Kurzschließers beeinflusst werden. Zur Vermeidung von Beobachtungsfehlern ist es wichtig, die Stärke der Impulse jeweils während der Aufnahme einer Resonanzkurve völlig konstant zu halten. Dies läßt sich einfach genug erreichen, indem man beide Gleichstrommaschinen so regelt, daß das zwischen die zwei Drehstrommaschinen geschaltete Wattmeter W konstanten Ausschlag besitzt. Im übrigen wird das Schaltungsschema ohne weiteres verständlich sein (Fig. 7).

Fig. 6.

Die Geschwindigkeit der beiden Aggregate wurde konstant gehalten und an einem Frequenzzeiger FM mit großem Meßbereich abgelesen. Die Umlaufzahl des Kurzschließers wurde mit Umlaufzähler und Sekundenuhr bestimmt.

Fig. 7.

Fig. 8.

Die Ausschläge des Lichtpunkts sind die äußersten Lagen zu beiden Seiten der Ruhelage; da die Maschinen vierpolig sind, stellt der Unterschied beider Ablesungen die doppelte Winkelabweichung für eine Maschine dar. Werden dann diese doppelten Winkelabweichungen 2α als Ordinaten, die Zahl v der während einer Umdrehung auftretenden Perioden der Impulse als Abszissen in ein Achsenkreuz eingetragen, dann ergeben sich für

die 12 Leerlaufversuche die Resonanzkurven der Fig. 8. Aus jeder Kurve kann dann der Resonanzpunkt herausgegriffen und mit den zu der betreffenden Kurve gehörenden Werten der Spannung, Tourenzahl und Frequenzen in Formel 3) eingeführt werden; bei guter Übereinstimmung muß sich dann stets für das Reaktionsverhältnis der Wert $q = 1$ ergeben.

Eine Versuchsreihe soll hier vollständig angeführt werden.

Ablesungen	2α	ν per Minute	ν per Umlauf	Versuch Nr. 1
285—201	84	325	0,217	$E = 246$ Volt verkettet
280—210	70	338	0,226	$\sim = 50$
274—215	59	346	0,231	$n = 1500$
267—219	48	360	0,240	Unbelastet.
202—285	83	312	0,208	
290—201	89	318	0,212	
284—204	80	306	0,204	
275—212	63	290	0,193	
269—220	49	279	0,186	

Aus der Fig. 8 liest man als Resonanzpunkt $\nu = 0,212$ ab, entsprechend $2\alpha = 91$; aus den früheren Messungen der Reaktanzen ergibt sich sodann

$$q = \frac{m E^2 \cdot p \cdot 3488}{n^3 \cdot \nu^2 G D^2} \cdot \frac{x_{s_1}}{z^2 + x_{s_1} \cdot x_{s_2}}$$

$$= \frac{246^2 \cdot 2 \cdot 3488}{1500^3 \cdot 0,212^2 \cdot 0,884} \cdot \frac{1,50}{2,36 + 1,50 \cdot 1,60}$$

$$= \underline{0,996} \quad \text{Fehler} - 0,4 \text{ } \%$$

Der Faktor $m E^2$ ist hier gleich dem Quadrat der verketteten induzierten Spannung.

Die 12 Kurven entsprechen den folgenden Werten:

Nr	2α	$\nu/\text{Umdr.}$	E verkettet	$\sim$	n	x_{s_1}	z^2	x_{s_2}	q
1	91	0,212	246	50	1500	1,50	2,36	1,60	0,996
2	107	0,146	176,4	50	1500	1,50	2,36	1,88	0,99
3	154	0,093	113	50	1500	1,50	2,36	1,98	0,974
4	83	0,254	246	46	1380	1,38	2,01	1,40	0,994
5	97	0,1715	174,9	46	1380	1,38	2,01	1,69	0,995
6	125	0,108	110,5	46	1380	1,38	2,01	1,74	0,988
7	194	0,075	110	55	1650	1,65	2,83	2,11	0,994
8	161	0,116	170,7	55	1650	1,65	2,83	2,09	1,00
9	93	0,170	246	55	1650	1,65	2,83	2,02	0,99
10	94	0,133	103	40	1200	1,20	1,55	1,51	0,98
11	108	0,280	202,4	40	1200	1,20	1,55	1,07	1,01
12	138	0,197	152,2	40	1200	1,20	1,55	1,43	1,003

Man erkennt, daß für die unbelastete Maschine die Ergebnisse sehr gut mit der Theorie übereinstimmen. Bei 4 verschiedenen Frequenzen und je drei Spannungen liegen die Abweichungen innerhalb der zulässigen Grenzen. Dies zeigt sich deutlich aus dem Verlauf des Vergrößerungsfaktors (Rosenberg) oder Resonanzmoduls (Görges), der für $q = 0,98$ oder 1,02 den Wert

$$\xi = \mp \frac{1}{1 - q} = 50.$$

erreicht (Fig. 9).

Die Ablesungen der Umkehrpunkte des Lichtbildes erfordern wohl einige Übung; bei geringer Unkonstanz der aufgedruckten Impulse beginnt das Lichtbild zu tanzen.

Fig. 9.

5. **Aufnahme der Resonanzkurven bei Belastung.** Hier ergaben sich anfänglich große Schwierigkeiten, als versucht wurde, eine der zwei parallel arbeitenden Maschinen auf eine dritte zu belasten und die andere unbelastet laufen zu lassen. Dabei war ein Freiheitsgrad zu viel vorhanden und es ergaben sich allerlei verblüffende Unregelmäßigkeiten, die jedoch verschwanden, als die eine Maschine durch die andere belastet wurde. Dabei tritt jedoch die doppelte Winkelabweichung auf, da die eine Maschine voreilt, die andere zurückbleibt. Das Lichtbild geht also bei niedriger Spannung und großer Belastung über die Skala hinaus, wenn die Spiegel nicht verstellt werden. Deshalb sind hier nur vier Kurven

Fig. 10.

mit hoher Spannung und mäßiger Belastung aufgenommen worden, wozu Fig. 10 die Resonanzkurven gibt. Eine davon sei hier als Beispiel angeführt.

Ablesungen	2α	ν/Min.	ν/Umdr.	Versuch Nr. 13.
380—432	52	232	0,168	$E_k = 202,4$ Volt verkettet
375—432	57	250	0,181	$\sim = 46$
371—440	71	273	0,198	$n = 1380$
365—443	78	282	0,204	$W = 1750$ Watt
365—446	81	288	0,209	$I = 5,07$ Amp.
368—440	72	303	0,219	$E = 120$ Volt pro Phase
375—434	59	321	0,233	

Die pro Phase induzierte Spannung E mußte hier aus der Klemmenspannung E_k berechnet werden. Hieraus folgt Resonanz für $\nu = 0,207$ pro Minute.

$$q = \frac{120^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3488}{1380^3 \cdot 0,207^2 \cdot 0,884} \cdot \frac{1,38}{2,01 + 1,38 \cdot 1,60} = 0,997.$$

Die anderen Ablesungen ergaben folgende Werte:

Nr.	2α	ν/Umdr.	E_k verk.	I	W	E	$\sim$	x_{s1}	z^2	x_{s3}	q
13	83	0,207	202,4	5,07	1750	120	46	1,38	2,01	1,60	0,997
14	86	0,194	224,3	4,57	1750	132,4	50	1,50	2,36	1,70	0,997
15	104	0,150	213,2	5,17	1850	126,7	55	1,65	2,83	2,05	0,998
16	97	0,135	192,7	3,07	1000	114	55	1,65	2,83	2,06	0,998

Da hier bei Anwendung derselben Formel sehr gute Übereinstimmung erzielt wurde, erkennt man, daß Resonanz unabhängig von der Belastung ist, solange die Spannung und Geschwindigkeit unverändert bleiben, bzw. die ihnen entsprechenden Werte der Reaktanzen in die Formel 3) eingeführt werden.

Die beigelegten 5 Kurvenbilder sind unter langsamer Bewegung der photographischen Trommel mit dem Siemensschen Oszillographen aufgenommen worden (Fig. 11 Kurve I—V).

Kurve I stellt den pulsierenden Gleichstrom dar, der für alle folgenden Aufnahmen gilt, da stets auf dieselbe Belastung eingestellt wurde. Auch wurde bei allen Versuchen die (verkettete) Klemmenspannung auf 178 Volt bei 43,5 Perioden festgehalten.

Kurve	II entspricht	= 0,0245	} Impulse während eines Umlaufs des Generators.
III		= 0,066	
IV		= 0,130	
V		= 0,213

Kurve I.

Kurve III.

Kurve II.

Kurve IV.

Kurve V.

Fig. 11.

Die Amplituden des Wechselstromes werden regelmäßiger und größer bei allmählicher Annäherung an die Resonanz, die bei Kurve V erreicht wird. Bei ihr sieht man aus dem Vergleich mit Kurve II sehr gut, daß die aufgedrückte Schwingung über die gleiche Zahl von Perioden verläuft als die Eigenschwingung. Auch nach Überschreitung der Resonanz ist die Eigenschwingung des Aggregats wieder gut erkennbar.

6. Die Bestimmung der Dämpfungskonstanten. Aus der Gleichung 10)

$$\alpha_{\max} = \frac{P_m R}{2 \pi Q} T_a, \quad \text{worin} \quad T_a = \frac{p}{\sim \nu}$$

muß man eine Gerade erhalten, wenn man α_m als Ordinate, T_a als Abszisse wählt. Dies ist für die 16 Beobachtungsreihen bei Leerlauf und Belastung auch der Fall. Es sind jedoch noch 20 andere Punkte aus Vorversuchen aufgenommen und mit römischen Ziffern bezeichnet worden.

Fig. 12.

Zwischen belastetem und unbelastetem Parallelbetrieb ergibt sich bei unveränderter Spannung kein Unterschied. Dagegen scheint eine gewisse Abhängigkeit von der Frequenz zu bestehen, die noch näher untersucht werden soll.

Die Pendelkraft $P_m R$ kann aus den Stromschwankungen des zugeführten Gleichstroms berechnet werden. Diese betragen beispielsweise bei einem der Vorversuche für 50 Perioden des Drehstroms 1,67 bis 3,25 Amp. bei 225 Volt. Die Amplitude der Schwankung war also $\frac{3,25 - 1,67}{2}$

= 0,79 Amp., die Spannung war 225 Volt, die pendelnde Leistung also $W_p = 0,79 \cdot 225 = 177$ Watt.

Daraus ergibt sich das maximale Pendelmoment

$$P_m R = \frac{W_p}{\Omega_0} = \frac{60 \cdot 177}{2 \pi \cdot 1500} = 1,13 \text{ Wattsekunden.}$$

Und die Dämpfungskonstante wird, wenn man die erste Harmonische nur berücksichtigt

$$Q = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{P_m R}{2 \pi \alpha_m} \cdot T_a = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{1,13 \cdot 0,42 \cdot 10^7}{2 \pi \cdot 0,162} \approx 0,6 \cdot 10^7 \text{ cm}^2 \text{ g sek}^{-1}.$$

Zieht man zwischen den unregelmäßig liegenden Punkten die in Fig. 12 gezeichnete Gerade, dann entspricht $\alpha_m = 200$ mm für zwei Maschinen, bzw. $\alpha_m = 100$ mm für eine Maschine einer Winkelabweichung von $100 : 617 \text{ mm} = 0,162$ Radianne. Der Skalenabstand war 617 mm. Für $\alpha = 100$ mm liest man aber $T_a = 0,42$ Sek. ab.

Die Messungen sind ungenau, weil bei Vornahme der endgültigen Versuche leider die Aufzeichnung der Umkehrpunkte des Gleichstrommessers verabsäumt wurde. Sie bietet aber vielleicht prinzipielles Interesse, weil sie eine unseres Wissens neue Methode zur Ermittlung der Dämpfungskonstanten Q darstellt.

7. Vergleich mit anderen Untersuchungen. Es liegt vor der Hand, die Ergebnisse dieser Untersuchung mit anderen zu vergleichen.

a) Sarfert gibt zur Berechnung der kritischen Schwingungszahl in der hier gebrauchten Schreibweise die Formel

$$z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D p}{g \Theta \Omega_0}},$$

worin D die Direktions- oder Richtkraft ist, welche er aus der Leistung $m E J$ und dem Winkel ψ zwischen Klemmenspannung und Maschinenvektor bestimmt. $\Omega_0 = \frac{2\pi n}{60}$ ist die Winkelgeschwindigkeit.

$$D = \frac{m E J}{\sin \psi} \approx \frac{m E J}{\psi}.$$

Der Winkel wird berechnet aus einem rechtwinkligen Dreieck, dessen eine Kathete $\overline{OB} = E_k + J \cdot r$ und dessen Hypotenuse $\overline{OG} = E_0 =$ der EMK bei Leerlauf der nicht parallel geschalteten Maschine für dieselbe Erregung i_m und Frequenz ist. (Fig. 13.) Die andere Kathete $\overline{BG}$ ist also größer als $\overline{BF} = J(x_{s_1} + x_{s_2})$ und wird als Spannungsabfall infolge Selbstinduktion des Ankers definiert. Infolgedessen führt Sarfert statt des Winkels ψ tatsächlich den größeren Winkel ψ' ein, so daß er die Richtkraft zu klein erhalten muß. Dies wird durch die Messungen bestätigt, die bei $\sim = 50$ Perioden aufgenommen wurden, um die Reaktanzen bei veränderlicher Spannung zu ermitteln.

Fig. 13.

Bei $\sim = 50$ Per/Sek.

E_k	J	$3 E_k J$	i_m	E_0	E	$\sin \psi$	$\sin \psi'$	D	D'
121,2	6,44	2342	2,24	125,3	123,6	0,166	0,176	14 130	13 340
98,5	7,92	2340	1,85	106,8	101,8	0,257	0,322	9 100	7 270
78,2	7,24	1700	1,50	88,3	81,2	0,297	0,409	5 730	4 160
62,7	7,29	1371	1,26	75,0	66,0	0,363	0,500	3 770	2 740

Die aus den beobachteten Werten ψ ermittelte Direktionskonstante D ist also um 6 bis 37% größer als die nach Sarfert berechnete D' ; die Unterschiede nehmen mit abnehmender Spannung zu.

Aus der zur Bestimmung der Reaktanzen bei verschiedener Belastung ausgeführten Beobachtungsreihe folgt auch, daß die Direktionskonstante bei konstanter Klemmenspannung mit wachsender Belastung nicht völlig konstant ist, sondern ein wenig wächst.

Klemmen- spannung pro Phase E_k	Strom J	$\lg \psi$	$\sin \psi$	ψ in Bogen- graden	$D = \frac{3 E J}{\sin \psi}$	$D \approx \frac{3 E J}{\psi}$
64,4	3,05	0,147	0,146	0,146	7000	7000
64,5	4,14	0,197	0,193	0,194	7180	7140
64,4	5,16	0,240	0,233	0,236	7430	7330
64,7	6,22	0,288	0,277	0,280	7480	7400
64,4	7,52	0,347	0,327	0,334	7700	7530

Diese Zunahme der Direktionskonstanten stimmt mit der aus der gleichen Versuchsreihe ermittelten Abnahme der Reaktanzen $x_{s_1} + x_{s_2}$ überein. Bei etwas unter normaler Spannung, 209,9 Volt verkettet, 121,2 Volt pro Phase, ist die Direktionskonstante $13\,940 : 4300 = 3,24$ mal größer als die normale Belastung.

Berechnet man die Eigenschwingungszahl des Aggregates β_0 bzw. β_0' unter Zugrundelegung der Direktionskonstanten D bzw. D' und ferner aus der Formel 3a) für Resonanz ($q = 1$), dann findet man aus den ersten vier Beobachtungen folgende Werte:

$$\beta_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D \cdot p}{g \cdot \Theta \cdot \Omega_0}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2 D}{0,221 \cdot 157}} = 0,0382 \sqrt{D}$$

$$\begin{aligned}\beta_0' &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D p}{g \Theta \cdot \Omega_0}} = 0,0382 \sqrt{D'} \\ \beta_a &= \frac{E}{2\pi} \sqrt{\frac{m p}{g \Theta \cdot \Omega_0} \cdot \frac{x_{s_1}}{z^2 + x_{s_1} \cdot x_{s_2}}} = 0,0382 \cdot E \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{x_{s_1}}{z^2 + x_{s_1} \cdot x_{s_2}}} \quad 3a)\end{aligned}$$

Die Werte für die Reaktanzen sind dabei entsprechend der induzierten EMK jeweils aus Fig. 6 zu entnehmen. Man kann dann aus dem Diagramm auch die wichtigste Direktionskonstante D leicht berechnen. Für die Schwingungszahlen findet man

β_0'	β_0	β_a
4,40	4,53	4,48 sek ⁻¹
3,25	3,64	3,63 „
2,46	2,89	2,86 „
2,00	2,35	2,32 „

Die Sarfertsche Formel stimmt also bei 50 Perioden gut mit der unserigen überein, wenn die richtige Direktionskonstante D eingeführt wird. Um zu sehen, ob diese Übereinstimmung zufällig ist oder auch bei anderen Frequenzen bestehen bleibt, sind auch die Werte für $\sim = 46$ und 40 Per./Sek. durchgerechnet worden.

Bei 46 Per./Sek. ergaben sich folgende Werte:

E_k	I	$3 E_k I$	i_m	E_0	E	$\sin \phi'$	$\sin \phi$	D'	D	β_0'	β_0	β_a
125,5	7,16	2696	2,67	129,9	128,3	0,172	0,162	15 700	16 700	4,77	4,93	4,93 Sek. ⁻¹
101,5	7,12	2168	2,07	108,5	104,4	0,288	0,206	7 550	10 550	3,32	3,92	3,92 „
84,8	7,41	1885	1,75	93,5	87,8	0,363	0,255	5 200	7 420	2,75	3,28	3,25 „
67	7,40	1487	1,43	77,4	70,2	0,442	0,315	3 360	4 730	2,21	2,63	2,59 „

Bei 40 Per./Sek. wurde beobachtet und berechnet:

E_k	I	$3 E_k I$	i_m	E_0	E	$\sin \phi'$	$\sin \phi$	D'	D	β_0'	β_0	β_a
115,6	5,91	2050	2,93	118,4	117,6	0,116	0,115	17 600	17 800	5,07	5,10	5,05 Sek. ⁻¹
86,6	6,46	1680	2,00	91,8	89,1	0,255	0,189	6 580	8 900	3,10	3,60	3,58 „
58,6	6,61	1160	1,41	67,0	61,4	0,419	0,283	2 770	4 10	2,01	2,44	2,40 „

Die Werte für die Leerlaufspannung E_0 wurden den Nulllastcharakteristiken der Fig. 14 entnommen.

Bei Verwendung der wirklich wahrgenommenen oder berechneten Direktionskonstante D stimmt also die Sarfertsche Formel gut mit 3a überein; es ist dann aber nötig, jedesmal aus dem Blondeldiagramm mit Berücksichtigung aller Reaktanzen und ihrer Veränderlichkeit D zu berechnen. Die von Sarfert in seiner Dissertation angegebene Methode, wobei die EMK aus dem Leerlaufdiagramm für die beobachtete Erregerstromstärke ermittelt wird, gibt unzuverlässige und zwar zu kleine Werte für β_0' .

Die Sarfertsche Schwingungsgleichung selbst ergibt sich übrigens sofort aus unserer Gleichung 9).

$$\frac{\Theta}{p} \left(\frac{2\pi}{T_a} \right)^2 = \frac{C}{n} \quad \dots \dots \dots 9)$$

wenn man $\frac{C}{n} = \frac{D}{g \Omega_0}$ setzt, was den Definitionen von C und von D entspricht.

Dann wird

$$\beta_a = \frac{1}{T_a} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D p}{g \cdot \Theta \cdot \Omega_0}},$$

wie von Sarfert angegeben.

b) Die von Görges angegebene Gleichung für Leerlauf

$$T_0' = \frac{2\pi}{p} \sqrt{\frac{2\pi \sim g \Theta}{m E_k J} \cdot \frac{E_s'}{E_k}}$$

nimmt aus Gleichung 3a) hier die Form an:

$$T_a = \frac{2\pi}{p} \sqrt{\frac{2\pi \sim g \Theta}{m E J} \cdot \frac{J}{E} \cdot \frac{z^2 + x_{s1} x_{s2}}{x_{s1}}},$$

wobei an Stelle von E_s' hier der genauere Ausdruck $\frac{I(z^2 + x_{s1} x_{s2})}{x_{s1}}$ tritt.

Fig. 14.

Bei 50 Per./Sek. findet man

E_k	J	E_s	T_0'	$T_a = \frac{I}{\delta_a}$
121,2	6,44	20,6	0,224	0,223
98,5	7,92	26,2	0,283	0,275
78,2	7,24	24,2	0,362	0,350
62,7	7,29	24,0	0,452	0,431

Bei 40 Per./Sek. vor

E_k	J	E_s'	T_0'	T_a
115,6	5,91	13,4	0,197	0,198
86,6	6,46	16,6	0,281	0,279
58,6	6,61	17,3	0,426	0,417

Die Übereinstimmung ist jedoch nicht nur hier, sondern auch bei Verwendung der Görgesschen Formel für Belastung durchaus befriedigend. Man fand bei

$\sim$	E_k	E_s'	T_0''	T_a
46	117	13,90	0,205	0,210 Sek.
50	129,5	13,55	0,201	0,206 „
55	123	17,30	0,235	0,243 „
55	111,3	10,35	0,265	0,269 „

wobei die Werte für T_a den Resonanzkurven entnommen wurden. Eigenartig ist, daß bei Leerlauf alle Werte T_0' etwas zu groß, bei Belastung die Werte T_0'' zu klein ausfallen.

c) Schüler gibt in der ETZ. 1911 Seite 1199 eine praktische Formel zur Verbesserung der Rosenbergschen Formel an.

Die Eigenschwingungsdauer ist nach ihm

$$T_0 = C \sqrt{\frac{G D^2 \cdot n}{p \cdot C_k \cdot KVA}}.$$

Hierin ist C_k das Verhältnis des normalen Kurzschlußstromes I_k bei der Erregung, die bei Nullast die normale Spannung liefert, zum normalen Strom. Dieser Strom tritt auch im Produkt KVA auf, so daß wir auch schreiben können

$$T_0 = C \sqrt{\frac{G D^2 \cdot n}{p \cdot I_k \cdot K V}}$$

worin nach Rosenberg die Konstante $C = 0,032$ sein soll, während Schüler 0,0254 bis 0,0273 findet.

Aus unseren 12 Resonanzkurven für Nullast findet man bei der Berechnung mit Zuhilfenahme der Kurzschlußcharakteristik (Fig. 14) noch etwas niedrigere Werte; nämlich

$\sim = 55$	$n = 1650$	$E = 246$	$I_0 = 23,3$	$T_0 = 0,214$	$C = 0,0250$
		170,7	15,2	0,314	0,0246
		110	9,7	0,485	0,0244
$\sim = 50$	$n = 1500$	246	27,1	0,189	0,0249
		176,4	17,6	0,274	0,0247
		113	11	0,430	0,0245
$\sim = 46$	$n = 1380$	246	324	0,171	0,0256
		174,9	19	0,254	0,0246
		110,5	11,7	0,402	0,0243
$\sim = 40$	$n = 1200$	202,4	28,7	0,179	0,0246
		152,2	19	0,254	0,0246
		103	12,6	0,376	0,0245

Nach unseren Messungen ist also für Spannungen zwischen 100 bis 250 Volt und Frequenzen zwischen 40 und 50 Per./Sek. die Konstante $C = 0,0247$ im Mittel.

d) In der ETZ. 1912 S. 179 gibt Dr.-Ing. K. Czeija eine aus dem vollständigen Blondel-diagramm abgeleitete Formel zur Berechnung des kritischen Wertes von $G D^2$ und des Reaktionsverhältnisses q . Es ist

$$G D^2 = \frac{10^3}{62} \cdot \frac{\sim k Kw}{\left(\frac{n}{60}\right)^4 \cdot v^2 q} \quad \text{oder} \quad q = \frac{10^3}{62} \cdot \frac{\sim k Kw}{\left(\frac{n}{60}\right)^4 \cdot v^2 G D^2}.$$

Hierin bedeutet k den bei gegebener Belastung und Klemmenspannung aus den Konstanten des Generators rechnerisch und experimentell bestimmbarer Ausdruck

$$k = \frac{E_k + J x_R \sin \varphi \pm J r_R \cos \varphi}{I z_R \cos \varphi}.$$

r_R , x_R , z_R bedeuten nach Czeija resultierende Werte des Widerstandes, der Reaktanz und Impedanz, oder die synchrone Impedanz (Steinmetz) und ihre Komponenten. (Fig. 4 aus ETZ 1912 S. 179.)

Zur Prüfung der Formel können die Belastungsversuche bei $\sim = 50$ Per./Sek. und bei $\sim = 46$ Per./Sek. herangezogen werden; bei guter Übereinstimmung müßte $q \approx 1$ gefunden werden.

Für völlig induktionsfreie Belastung geht k über in die Beziehung

$$k = \frac{E_k \pm J r_R}{J z_R} = \cotg \psi,$$

wie man leicht aus Czeijas Figur ablesen kann.

Man findet also bei $\sim = 50$ Per./Sek:

$E_k = 121,2$	$J = 6,44$	$W = 2342$	$\tg \psi = 0,170$	$k = 5,88$	$\nu = 0,179$	$q = 1,003$
98,5	7,92	2340	0,266	3,75	0,145	0,975
78,2	7,24	1700	0,312	3,21	0,1145	0,972
62,7	7,29	1371	0,384	2,60	0,093	0,963

Bei $\sim = 46$ Per./Sek. war:

$E_k = 125,5$	$J = 7,16$	$W = 2696$	$\tg \psi = 0,164$	$k = 6,10$	$\nu = 0,223$	$q = 0,994$
101,5	7,12	2168	0,210	4,77	0,177	0,992
84,8	7,41	1885	0,264	3,79	0,1475	0,987
67	7,40	1487	0,332	3,01	0,118	0,966

Die Übereinstimmung ist also auch hier bei den hohen Werten der Spannung gut, während bei den niedrigeren Spannungen sich Abweichungen von 3 bis 4% ergeben.

Diese Abweichungen wären viel größer gewesen, wenn statt des aus dem beobachteten Winkel berechneten Verhältnisses $k = \cotg \psi$ die Näherungsformel $k \approx \frac{J_k}{J_w} + \tg \varphi$ gebraucht worden wäre. Bei induktionsfreier Belastung und 50 Perioden ist das Kurzschlußverhältnis für Erregungen, welche der Klemmenspannung

$E = 121,2$ Volt entsprechen, nur $\frac{J_k}{J_w} = 3,32$, während $\cotg \psi = 5,88$		
98,5	2,12	3,75
78,2	1,80	3,21
62,7	1,43	2,60

Die Eigenschwingungszahlen würden also hier um etwa 33% zu klein aus dem Kurzschlußverhältnis berechnet werden, während Czeija in seinem Beispiel nur 6 bis 11% zu kleine Werte fand.

Ein Galvanometer zur Messung schwächster Gleich- und Wechselströme.

Von

Bruno Thieme-Berlin.

1. Kritik bekannter Meßinstrumente für schwächste Wechselströme. Die Konstruktion des Einthovenschen Saitengalvanometers brachte völlig neue Gesichtspunkte für die Herstellung empfindlicher Strommeßinstrumente. An die Stelle der bisherigen Galvanometer mit ihrer empfindlichen, umfangreichen und komplizierten Aufstellung kamen raumsparende Instrumente, deren Meßgenauigkeit von der Aufstellung fast unabhängig war, und die keine feste Montierung verlangten.

Ein sehr dünner, stromleitender Faden wird beim Saitengalvanometer in ein starkes magnetisches Feld gebracht, so daß die Kraftlinien den Draht senkrecht schneiden. Durchfließt dann ein Strom den ausgespannten Draht, so erfolgt eine Ausweichung desselben in dem magnetischen Felde; diese Ausweichung wird mit einem mittelstarken Mikroskop beobachtet und gemessen. Die Empfindlichkeit des Galvanometers geht bei aperiodischer Einstellung bis $4 \cdot 10^{-12}$. Die Einstellungsdauer des abgelenkten Fadens