3. Die Beziehungen zwischen den adiabatischen und isothermen Koeffizienten der galvano- und thermomagnetischen Effekte; von T. Heurlinger.

§ 1. *Einleitung.* Aus seiner auf Grundlage der Lorentz'schen Elektronentheorie durchgeführten Berechnung der galvanomagnetischen Effekte hat R. Gans¹⁾ gefolgert, daß sich verschiedene Werte des Hallkoeffizienten ergeben sollten, je nachdem bei der Messung die transversale galvanomagnetische Temperaturdifferenz zur Ausbildung gelangte oder nicht (adiabatischer bzw. isothermer Fall). Ähnliches sollte für die anderen Effekte gelten. Um den isothermen Fall zu realisieren, muß man die Ausbildung der transversalen Temperaturdifferenz künstlich verhindern, etwa dadurch, daß man die Hallplatte mit fließendem Wasser umgibt. Bei Messung in Luft ist nämlich der adiabatische Fall angenähert verwirklicht. Kurz nach dem Erscheinen der Arbeit von Gans hat H. Zahn²⁾ es versucht, den Unterschied zwischen dem adiabatischen und isothermen Hallkoeffizienten am Wismut nachzuweisen, aber beide Koeffizienten innerhalb der Versuchsfehler gleich gefunden.

Durch eine kürzlich in dieser Zeitschrift erschienene Arbeit von H. Zahn³⁾ hat die Frage erneutes Interesse erhalten. Es ist eine bekannte Tatsache, daß die transversale Temperaturdifferenz zur Ausbildung eine beträchtliche Zeit braucht. Hieraus schließt nun Zahn, daß der isotherme Fall verwirklicht ist, wenn als Primärstrom ein genügend hochfrequenter Wechselstrom benutzt wird. In der Tat ist ihm der Nachweis gelungen, daß bei Wismut der Wechselstromwert des Hallkoeffizienten von dem Gleichstromwert, welcher angenähert dem adiabatischen entspricht, verschieden ist, und zwar ist

1) R. Gans, Ann. d. Phys. **20**. p. 293. 1906.

2) H. Zahn, Ann. d. Phys. **23**. p. 131. 1907.

3) H. Zahn, Ann. d. Phys. **47**. p. 49. 1915.

der erstere Wert um einige Prozente numerisch kleiner. Nach orientierenden Versuchen war auch in Antimon und Wismut-Zinnlegierung ein Unterschied vorhanden. Auch Zahns oben erwähnte frühere Versuche scheinen ihm, nach einer näheren Untersuchung der Fehlerquellen, nicht die Gleichheit der beiden Koeffizienten zu beweisen, sondern es vielmehr anzudeuten, daß bei Wismut der adiabatische Koeffizient numerisch größer als der isotherme ist.

Zahn diskutiert die Ergebnisse vom Standpunkte der Gansschen Theorie aus, bemerkt aber, daß diese Theorie bestenfalls nur qualitativ richtige Resultate geben kann. In der Tat ist ja diese Theorie, wie es Gans selbst hervorhebt, in offenbarem Widerspruch mit der Erfahrung. (Sie gibt z. B. falsches Vorzeichen für die galvanomagnetische Temperaturdifferenz, um deren Wirkung es sich hier handelt.) Im folgenden berechnen wir den Einfluß dieser Temperaturdifferenz unter allgemeineren Annahmen. Glücklicherweise ist es nämlich nicht nötig, die Elektronentheorie heranzuziehen, sondern es lassen sich alle Fragen über den Einfluß der verschiedenen Umstände bei der Messung von einem mehr phänomenologischen Standpunkt aus beantworten.

Wegen der gewissermaßen sekundären Wirkung der transversalen Temperaturdifferenz sind die adiabatischen galvanomagnetischen Koeffizienten komplizierter und theoretisch weniger interessant als die isothermen. In den thermomagnetischen Effekten spielt die transversale thermomagnetische Temperaturdifferenz eine ähnliche Rolle. Auch diese Wirkung, die sich experimentell wohl nicht beseitigen läßt, wird im folgenden berechnet. Dabei benutzen wir auch für die thermomagnetischen Koeffizienten die Bezeichnungen adiabatisch und isotherm, obwohl letztere hier nicht ganz treffend ist.

§ 2. *Der Ansatz zur Beschreibung der Effekte.* Wir betrachten einen homogenen und isotropen metallischen Leiter, der sich in einem Magnetfelde befindet und von stationären elektrischen und thermischen Strömen durchflossen wird. Die magnetische Feldstärke sei H ; sie habe überall die gleiche Richtung, und diese wählen wir zur z -Richtung eines Koordinatensystemes. j_x, j_y, j_z seien die Komponenten der elektrischen Stromdichte, W_x, W_y, W_z die der Wärmestromdichte,

ferner X , Y , Z und T_x , T_y , T_z bzw. die Komponenten der elektrischen Feldstärke und des Temperaturgradienten.

Wir gehen nun von der Annahme aus, daß X , Y , Z , W_x , W_y , W_z in jedem Punkte des Körpers ganze lineare Funktionen sind von den auf denselben Punkt bezogenen Komponenten j_x , j_y , j_z , T_x , T_y , T_z .

Offenbar müssen die Funktionen homogen sein, damit die ersteren sechs Komponenten verschwinden, wenn die sechs letzteren gleich Null sind. Da ferner unser Gleichungssystem bei einer Drehung des Koordinatensystems um die Z -Achse unverändert bleiben soll, und da in einem longitudinalen Magnetfelde keine Transversaleffekte auftreten, läßt es sich in folgender Weise schreiben:

$$(1) \quad \begin{cases} X = \alpha_1 j_x - \alpha_2 j_y + \alpha_3 T_x - \alpha_4 T_y; \\ Y = \alpha_2 j_x + \alpha_1 j_y + \alpha_4 T_x + \alpha_3 T_y; \\ W_x = \beta_1 j_x - \beta_2 j_y + \beta_3 T_x - \beta_4 T_y; \\ W_y = \beta_2 j_x + \beta_1 j_y + \beta_4 T_x + \beta_3 T_y; \\ Z = \gamma_1 j_x + \gamma_2 T_x; \\ W_z = \delta_1 j_x + \delta_2 T_x. \end{cases}$$

Die Koeffizienten sind Funktionen der Temperatur und der magnetischen Feldstärke, und zwar sind, wie sich aus der Symmetrie ergibt, die mit ungeraden Indizes gerade, die mit geraden Indizes ungerade Funktionen von H .

Während die Elektronentheorie, die zu Gleichungen von der Form (1) mit theoretisch bestimmten Werten der Koeffizienten führt¹⁾, bisher wenigstens für die Effekte in den ferromagnetischen Elementen und den Elementen der Wismutgruppe versagte, dürfte obiger Ansatz mit empirisch bestimmten Koeffizienten auch für diese Elemente gelten.²⁾

Im folgenden beschränken wir uns auf die Erscheinungen in einem transversalen Magnetfelde, haben es also nur mit den vier ersten Gleichungen (1) zu tun. Diese wenden wir auf die zur Messung der Effekte benutzte Platte und ihre

1) Davon überzeugt man sich durch eine einfache Umformung der Gleichungen von R. Gans, l. c.

2) Inwiefern der Ansatz für nicht stationäre Zustände verallgemeinert werden muß, mag dahingestellt bleiben.

Ansatzelektroden an. Als x -Richtung sei dabei die Richtung des Primärstromes gewählt.

Es ist nur eine formelle Änderung, wenn wir, um möglichst mit den üblichen Bezeichnungen für die Effekte Übereinstimmung zu erhalten, und zwecks einer einfachen Gestalt unserer Beziehungen, unsere vier Gleichungen in folgender Weise schreiben:

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} X = \varrho^0(1 + A_i H^2)j_x - B_i H j_y + (\alpha_3^0 + E_i H^2)T_x \\ \quad \quad \quad - Q_i H T_y; \\ Y = B_i H j_x + \varrho^0(1 + A_i H^2)j_y + Q_i H T_x \\ \quad \quad \quad + (\alpha_3^0 + E_i H^2)T_y; \\ W_x = (\beta_1^0 + \Pi_i H^2)j_x + \kappa_i P H j_y - \kappa_i T_x \\ \quad \quad \quad - \kappa_i S H T_y; \\ W_y = -\kappa_i P H j_x + (\beta_1^0 + \Pi_i H^2)j_y + \kappa_i S H T_x \\ \quad \quad \quad - \kappa_i T_y; \end{array} \right.$$

und $\kappa_i = \kappa^0(1 + K_i H^2)$

setzen.

Obgleich wir H , wie man es gewöhnlich tut, explizit eingeführt haben, setzen wir nämlich über die Abhängigkeit der Koeffizienten von H nur voraus, daß ϱ^0 , α_3^0 , β_1^0 , κ^0 von H unabhängig, die übrigen gerade Funktionen von H sind.¹⁾

Die physikalische Bedeutung der Koeffizienten ergibt sich aus den Gleichungen (2) durch Betrachtung der einfachsten Fälle. Setzen wir zunächst $H = 0$, so sehen wir sofort, daß:

ϱ^0 = spezifischer elektrischer Widerstand;

κ^0 = Wärmeleitfähigkeit;

$\alpha_3^0 T_x$ = die elektrische Feldstärke, welche in einem stromlosen Leiter den Temperaturgradienten T_x begleitet;

1) Besonders beim Wismut sind die mit großen Buchstaben bezeichneten Koeffizienten keineswegs unabhängig von H ; z. B. ist $E_i H^2$ eher proportional $|H|$ als H^2 , weshalb wir diese Größe gelegentlich nur mit e_i bezeichnen wollen. — Daß wir H in obiger Weise eingeführt haben, beschränkt natürlich nicht die Gültigkeit der unten erhaltenen Beziehungen; nur hat man sich zu erinnern, daß in diesen sämtliche Koeffizienten auf dieselbe Feldstärke bezogen sind.

$\beta_1^0 j_x$ = die Dichte des Energiestromes in einem gleich-temperierten Leiter, welcher von einem elektrischen Strom von der Dichte j_x durchflossen wird.

α_3^0 und β_1^0 sind nicht einzeln, sondern nur in der Kombination $\alpha_3^0 - (d\beta_1^0/dT)$ (als Thomsonkoeffizient) experimentell bekannt. Für eine folgende Anwendung bemerken wir, daß α_3^0 nach der Lorentzschen Elektronentheorie (auch unter den von N. Bohr verallgemeinerten Annahmen) negativ ist, wenn man nicht über die Temperaturabhängigkeit der Anzahl N der freien Elektronen die wenig wahrscheinliche Annahme $2T \frac{d \log N}{dT} \leq -1$ macht.¹⁾

Setzen wir, wenn $H \neq 0$, $j_y = T_x = T_y = 0$, bzw. $j_y = j_z = T_y = 0$ in (2) ein, geben die drei ersten Gleichungen Ausdrücke für drei galvano- bzw. thermomagnetische Effekte, während sich die übrigen Effekte aus der vierten Gleichung ergeben, wenn man $j_y = T_x = W_y = 0$, bzw. $j_y = j_z = W_y = 0$ einsetzt. Aus den so erhaltenen Gleichungen erkennt man die Bedeutung der mit großen Buchstaben bezeichneten Größen; in Worten läßt sie sich wie folgt angeben:

Koeffizient des longitudinalen	{	galvanomagnetischen Potentialeffekts A_i , galvanomagnetischen Temperatureffekts Π_i , thermomagnetischen Potentialeffekts E_i , thermomagnetischen Temperatureffekts K_i ;
Koeffizient des transversalen	{	galvanomagnetischen Potential(Hall)effekts B_i , galvanomagnetischen Temperatur(v. Ettings- hausens)effekts P , thermomagnetischen Potential(Nernst)effekts Q_i , thermomagnetischen Temperatur(Leduc)effekts S .

Die mit dem Index i bezeichneten Koeffizienten sind die *isothermen*, welche sich aus der Messung ergeben würden, wenn keine transversale Temperaturdifferenz vorhanden wäre.

Durch die Gleichungen, aus denen wir die Bedeutung der Koeffizienten erkannten, werden diese indessen nicht mit direkt meßbaren Größen verknüpft; z. B. müssen die Feld-

1) N. Bohr, Diss. Kopenhagen 1911. p. 66.

stärken erst integriert werden, um die der Messung zugänglichen Potentialdifferenzen zu geben. Ein Vergleich mit den empirischen Definitionsgleichungen der galvano- und thermomagnetischen Koeffizienten lehrt dann: erstens, daß unser Ansatz die Abhängigkeit der Effekte von den Plattendimensionen und dem primären Strome bzw. Temperaturgradienten richtig darstellt, und zweitens, daß unsere Koeffizienten — wenn nötig auf eine mittlere Plattentemperatur reduziert — mit den gleichbenannten empirisch definierten identisch sind.

Auch die Vorzeichen der Transversalkoeffizienten werden durch die Gleichungen (2) definiert, wenn wir etwa bestimmen, daß die positiven x , y und H -Richtungen in dieser Ordnung ein Rechtssystem bilden sollen.

§ 3. *Herleitung der Beziehungen zwischen den adiabatischen und isothermen Koeffizienten.* Mit Hilfe der Gleichungen (2) können nun die unter beliebigen Versuchsbedingungen gemessenen Effekte aus den oben eingeführten acht galvano- und thermomagnetischen Koeffizienten berechnet werden, und zwar mittels Beziehungen, welche ausschließlich experimentell bekannte Größen enthalten. Die Gleichungen (2) enthalten freilich auch die nicht empirisch bekannten Koeffizienten α_3^0 und β_1^0 . Gerade wie wenn kein Magnetfeld vorhanden ist, kommen aber diese nur in der bekannten Kombination

$$\alpha_3^0 - \frac{d\beta_1^0}{dT}$$

in den meßbaren Effekten vor, nämlich in dem Ausdruck für die entwickelte Wärme:

$$j_x X + j_y Y - \frac{\partial W_x}{\partial x} - \frac{\partial W_y}{\partial y}.$$

In der Potentialdifferenz $-\int (X dx + Y dy)$ zwischen zwei Punkten kommt β_1^0 überhaupt nicht, α_3^0 nur im Term $\int \alpha_3^0 dT$ vor, welcher verschwindet, da die üblichen Messmethoden immer Potentialdifferenzen zwischen gleichtemperierten Punkten geben (vgl. p. 8). Elektronentheoretische Betrachtungen, welche uns nur noch den Wert von α_3^0 geben könnten, sind also zu unserem Zweck überflüssig.

Wir nehmen nun an, daß bei der Messung sämtlicher galvanomagnetischer Effekte T_y in der Platte den Wert $-PHj_x$ hat, und außerdem, daß $T_x = 0$ oder die Korrektur wegen eines vorhandenen longitudinalen Temperaturgefälles mit Hilfe

von (2) schon angebracht worden ist. Bei der Messung der thermomagnetischen Effekte habe T_y den Wert SHT_x . Die unter diesen Verhältnissen gemessenen Effekte sind die *adiabatischen*. Durch Einsetzen von $j_y = T_x = 0$, $T_y = -PHj_x$, bzw. $j_y = j_x = 0$, $T_y = SH T_x$ in (2) erhält man die Ausdrücke für X , Y , W_x , W_y ($W_y = 0$). Definiert man nun A_a , B_a , Π_a und E_a , Q_a , K_a so, daß X , Y , W_x mit diesen Koeffizienten durch dieselben Gleichungen verknüpft werden, welche X , Y , W_x im Falle $j_y = T_x = T_y = 0$, bzw. $j_y = j_x = T_y = 0$ mit den entsprechenden isothermen Koeffizienten verbinden, so ergeben sich folgende Beziehungen:

$$(3) \quad \begin{cases} \rho^0(A_a - A_i) = & Q_i P, \\ [B_a - B_i] = & -(\alpha_3^0 + E_i H^2) P, \\ \Pi_a - \Pi_i = & \alpha_i S P. \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} E_a - E_i = & -Q_i S, \\ [Q_a - Q_i] = & (\alpha_3^0 + E_i H^2) S, \\ K_a - K_i = & (1 + K_i H^2) S S. \end{cases}$$

Die zweite Gleichung jedes Systemes habe ich in Klammern geschrieben, weil die so definierten Koeffizienten B_a und Q_a nicht die der Messung zugänglich sind.

Wie wir oben bemerkten, ist nämlich nicht die Feldstärke, in diesem Falle Y , sondern die sich daraus berechnende Potentialdifferenz: $\Delta V = -\int Y dy$ direkt meßbar. Empirisch definiert man demnach den Hallkoeffizienten durch die Gleichung $-\Delta V = B \cdot H j_x \cdot \beta$, wo β die Breite der Platte bedeutet. Im isothermen Falle genügt es, die Integration von Y von dem einen Plattenrand zum anderen zu erstrecken, und man überzeugt sich leicht, daß B_i wirklich mit dem empirisch definierten Koeffizienten identisch ist.

Anders im adiabatischen Falle. Bezeichnen wir mit P_2 und P_3 die Punkte, welche da liegen, wo die Platte in die Hallelektroden übergeht, und deren Temperaturunterschied im adiabatischen Falle gleich der Etingshausenschen Temperaturdifferenz ist. Unter P_1 und P_4 verstehen wir dagegen zwei Punkte an den Hallelektroden oder ihren Zuführungsdrähten, welche so weit von der Platte gewählt sind, daß sie außerhalb des Magnetfeldes liegen und dieselbe Temperatur haben ($T_4 = T_1$). Die Potentialdifferenz $V_4 - V_1$ zwischen

diesen Punkten kann in jedem Falle der gemessenen gleich gesetzt werden. Im adiabatischen Fall ist aber $V_4 - V_1$ keineswegs gleich $V_3 - V_2$. In der Tat ergibt sich aus dem sowohl für die Platte als die Elektroden geltenden Ausdruck für Y , den man aus (2), zweiter Gleichung, durch Einsetzen von $j_y = T_x = 0$ erhält:

$$(5) \quad V_4 - V_1 = - \int_{P_1}^{P_4} Y dy = - \left\{ \int_{P_1}^{P_4} B_i H j_x dy + \int_{P_1}^{P_4} (\alpha_3^0 + e_i) \frac{\partial T}{\partial y} dy \right\};$$

wo wir e_i für $E_i H^2$ geschrieben haben (Fußnote 1, p. 87).

Zum ersten Integrale gibt nur das Gebiet $P_2 - P_3$ einen Beitrag, da in den Elektroden $j_x = 0$. Es wird also gleich $B_i H j_x \beta$.

Zum zweiten Integrale geben alle die Teile des Gebietes $P_1 - P_4$ Beiträge, in welchen ein Temperaturgefälle herrscht. Nehmen wir an, daß in allen diesen Punkten das Material dasselbe wie in der Platte ist¹⁾, so ist α_3^0 nur Funktion der Temperatur, e_i Funktion der Temperatur und der magnetischen Feldstärke. Da $T_4 = T_1$ ist, wird

$$\int_{P_1}^{P_4} \alpha_3^0 \frac{\partial T}{\partial y} dy = 0.$$

$\int_{P_1}^{P_4} e_i \frac{\partial T}{\partial y} dy$ berechnen wir für folgende, in entgegengesetzter Richtung idealisierte Fälle:

1. Alle Punkte zwischen P_1 und P_4 , in welchen ein Temperaturgefälle herrscht, liegen innerhalb des Magnetfeldes, dessen Stärke konstant ist.
2. Nur das Gebiet $P_2 - P_3$ liegt innerhalb des konstanten Magnetfeldes. In den Gebieten $P_1 - P_2$, $P_3 - P_4$ ist $H = 0$.

1) Wenn dies nicht der Fall ist, muß $\int_{P_1}^{P_4} \alpha_3^0 \frac{\partial T}{\partial y} dy$ durch eine über die Übergangsschicht integrierte Größe vervollständigt werden, um die Korrektur wegen der Thermokraft zu geben.

Im ersten Falle ist offenbar

$$\int_{P_1}^{P_2} e_i \frac{\partial T}{\partial y} dy = 0,$$

und der adiabatische Koeffizient unterscheidet sich nicht von dem isothermen.

Im zweiten Falle ist

$$\int_{P_1}^{P_2} e_i \frac{\partial T}{\partial y} dy = e_i (T_3 - T_2)$$

und

$$(6) \quad B_a - B_i = -e_i P^1).$$

In derselben Weise ergibt sich im ersten Falle: $Q_a = Q_i$; im zweiten Falle:

$$(7) \quad Q_a - Q_i = e_i S.$$

Natürlich läßt sich $B_a - B_i$ für eine beliebige Verteilung der Temperatur und Feldstärke aus (5) berechnen.

Die übrigen Gleichungen (3) und (4), welche sich auf die Longitudinalkoeffizienten beziehen, können dagegen aufrecht erhalten werden. Zwar muß man auch hier bei der Berechnung der meßbaren Größen auf die Verteilung der magnetischen Feldstärke und der Temperatur achten. Da es sich aber um die Verteilung in der x -Richtung handelt, sind die Verhältnisse im adiabatischen und isothermen Falle im wesentlichen dieselben.

§ 4. *Vergleich mit der Theorie von R. Gans. Diskussion der Beziehungen.* Der aus (5) berechnete adiabatische Hallkoeffizient unterscheidet sich wesentlich von dem nach R. Gans berechneten. Der Ganssche Ausdruck für B_a entspricht der ersten Annäherung des Ausdruckes in (3), zweiter Gleichung, also:

$$(8) \quad [B_a - B_i = -\alpha_3^0 P].^2)$$

Aus dem Gesagten geht hervor, daß sich der so berechnete adiabatische Koeffizient nur dann aus den Messungen ergeben würde, wenn man die oben mit $V_3 - V_2$ bezeichnete Potential-

1) Prinzipiell sind hier unter e_i und P die auf eine mittlere Temperatur reduzierten Werte zu verstehen.

2) Vgl. die Formeln (39'), (45'), (46') von R. Gans, l. c. p. 305 u. 306.

differenz messen könnte, was nicht der Fall ist. Die nach der Theorie von Gans berechneten Korrekturen wegen der transversalen Temperaturdifferenz sind also unrichtig.¹⁾

Auch wenn die Messung den in (8) definierten adiabatischen Koeffizienten gegeben hätte, wäre es unzulässig, die Umrechnung auf den isothermen Koeffizienten mittels der Gansschen Beziehung vorzunehmen. Denn, wie schon bemerkt, widerspricht das von der Gansschen Theorie geforderte Vorzeichen von P in den meisten Fällen der Erfahrung, d. h. die Theorie berechnet tatsächlich den Einfluß eines dem wirklichen entgegengerichteten Temperaturgefälles. Während also nach Gans, falls $\alpha_3^0 < 0$ ist (vgl. oben p. 88), $B_a - B_i < 0$ und $|B_a| > |B_i|$ wird, würde sich aus (8) z. B. bei Wismut $|B_a| < |B_i|$ ergeben.²⁾

1) Diese können besonders bei den Halbleitern sehr große Werte erreichen; z. B. führen Koenigsberger und Gottstein (Phys. Zeitschr. 14. p. 232. 1913) sowie Gottstein (Ann. d. Phys. 48. p. 1090. 1914) solche Korrekturen ein, die 30 bis nahe 100 Proz. betragen. Glücklicherweise werden indessen auch die unkorrigierten Werte mitgeteilt, welche dem isothermen Koeffizienten viel näher kommen dürften. — Es ist zu erwähnen, daß sich schon bei N. Bohr (l. c. p. 113 u. 114), bei der Berechnung der adiabatischen Feldstärke im Gansschen Sinne, eine Bemerkung findet, daß diese Feldstärke der Messung nicht direkt zugänglich sei. Indessen scheint Bohr damit nicht die oben vertretene Ansicht aussprechen zu wollen; wenigstens deutet er mit keinem Worte an, daß seine Auffassung sich von der Gansschen unterscheide oder das Ergebnis von Zahn (Ann. d. Phys. 23. p. 131. 1907) erklären könne.

2) Dieser Widerspruch kommt in der Diskussion von H. Zahn (Ann. d. Phys. 47. p. 49. 1915) nicht zum Vorschein, und zwar wegen eines in die Gleichung (2) (l. c. p. 51) untergelaufenen Vorzeichenfehlers. Diese Gleichung soll in der Tat $B_a - B_i = + (1,721 \cdot 10^4 - \varrho) P$ lauten, wie ich hier im Namen des Hrn. Zahn mitteile. Es hat mir nämlich Hr. Zahn freundlichst zu Veröffentlichung folgende Berichtigung brieflich mitgeteilt: „Es ist mir in der Tat, wie Sie bemerkten, bei Gleichung (2) meiner Arbeit ein Vorzeichenfehler vorgekommen; wie ich jetzt sehe, dadurch, daß ich für α/e nur den absoluten Wert einsetzte. — Ich halte es indessen doch für wahrscheinlich, daß auch bei Wismut $|B_a| - |B_i| > 0$ ist, d. h. ich meine, den Wechselstromkoeffizienten des Halleffektes für den rein isothermen ansehen zu müssen, und möchte den Widerspruch gegen die Theorie als für diese belastend ansehen. Einmal wegen der Versuche mit Wasserumgebung — p. 72 meiner Arbeit — und dann, weil ich sonst keine plausible Erklärung für den Wechselstromeffekt in diesem hohen Betrage mir denken kann. Vom Standpunkte der Gansschen

Obige Bemerkungen gelten natürlich auch für den Nernstkoeffizienten.

Zur Schätzung der aus unseren Beziehungen sich berechnenden Unterschiede zwischen adiabatischen und isothermen Effekten benutzen wir einige von H. Zahn¹⁾ gefundene Werte der Koeffizienten, welche, sofern sie demselben Element gehören, auch an derselben Platte bestimmt sind. Für die in dieser Arbeit von Zahn benutzte Wismutplatte I ergibt sich aus (6) ein Unterschied zwischen B_a und B_i von 0,8 Proz. und 2 Proz. bei 6300 bzw. 10600 Gauss. Die denselben Feldstärken entsprechenden Werte von $Q_a - Q_i$ betragen nur 0,4 und 0,1 Proz. Wegen der Kleinheit von e_i dürften die Unterschiede bei anderen Elementen nicht erheblichere Werte annehmen.²⁾ Es sei auch daran erinnert, daß (6) und (7) die maximalen Unterschiede geben.

Die Differenz zwischen den Koeffizienten der magnetischen Widerstandsänderung, $A_i - A_a$, wächst in der erwähnten Wismutplatte von 0,7 Proz. bei 3900 Gauss zu 3 Proz. bei 10600 Gauss. Bei Antimon, Nickel und Eisen sind die berechneten Unterschiede kleiner. Was endlich die übrigen Longitudinalkoeffizienten betrifft, erreichen die Unterschiede bei Wismut höchstens etwa 1 Proz.

Im allgemeinen dürften also die isothermen Koeffizienten sich nur um kleine Korrekturen von den adiabatischen unterscheiden. Das erleichtert wesentlich die Prüfung von einer Theorie der Effekte, denn, ohne einen größeren Fehler zu machen, dürfte man die gemessenen (angenähert adiabatischen) Effekte mit den theoretisch interessanteren, rein isothermen identifizieren können.

Nach der Theorie von Gans sollten nicht nur bei den

Theorie aus macht dies ja auch keine Schwierigkeiten, da diese ja schon hinsichtlich des Vorzeichens von P versagt. Ich habe diese Berechnung auch nur angestellt, um einen Anhaltspunkt für die Größenordnung $B_a - B_i$ zu erhalten, und diese stimmt allerdings gut mit der beobachteten.“ — Die oben in § 3 dargelegte Auffassung von B_a war Hrn. Zahn damals nicht bekannt.

1) H. Zahn, Ann. d. Phys. 14. p. 886. 1904.

2) In der eben zitierten Arbeit wurde der longitudinale thermomagnetische Potentialeffekt nur bei Wismut gemessen; Angaben über seine Größe in anderen Substanzen finden sich z. B. in H. Zahns Bericht im Jahrb d. Rad. u. El. 5. p. 202—205. 1908.

Hall- und Nernsteffekten, sondern auch bei der magnetischen Widerstandsänderung die adiabatischen und isothermen Koeffizienten wesentlich verschieden sein. Aus den Gleichungen von Gans folgt nämlich: $A_i = 1,8 A_a$.¹⁾ Daß diese Folgerung mit der Erfahrung unvereinbar ist, hat H. Zahn²⁾ durch einen direkten Versuch bewiesen. Es wurden nämlich beide Koeffizienten gleich gefunden, eine Tatsache, die durch unsere Beziehung erklärt wird, denn der aus dieser berechnete Unterschied liegt innerhalb der Versuchsfehler.³⁾ Die Theorie von Gans steht zwar in vollkommener Übereinstimmung mit dieser Beziehung: durch Einsetzen der theoretischen Werte für die zur Berechnung von $(A_a - A_i)/A_a$ nötigen Größen findet man das Resultat von Gans wieder. Der Widerspruch mit der Erfahrung und mit unserem Resultat ist also auf die mangelnde Übereinstimmung zwischen den theoretisch bzw. empirisch bestimmten Größen zurückzuführen.

§ 5. *Diskussion der Versuche von H. Zahn über die Messung des isothermen Halleffektes mit Wechselstrom.* Es erübrigt nun zu untersuchen, ob der von H. Zahn gefundene Unterschied zwischen dem Gleich- und Wechselstromwert des Hallkoeffizienten mit dem oben berechneten Unterschied zwischen B_a und B_i identifiziert werden kann.⁴⁾

Von unserem Standpunkt aus muß man erwarten, daß $(B_a - B_i)/P$, falls von Null verschieden, mit der Feldstärke (numerisch) wächst. Tatsächlich nimmt aber der von Zahn zwischen dem Gleich- und Wechselstromkoeffizienten gefundene Unterschied, durch P dividiert, mit wachsender Feldstärke etwas ab.⁵⁾

Wegen des in reinem Wismut negativen Vorzeichens von e_i müßte ferner — im zweiten Falle, Gleichung (6) — $|B_a| < |B_i|$ sein, im Widerspruch mit dem Ergebnis von Zahn. Der für die größeren Feldstärken berechnete Maximalwert stimmt der Größenordnung nach mit dem von Zahn gefundenen Unter-

1) R. Gans, l. c. Gleichungen (40'), (47), p. 305 u. 307.

2) H. Zahn, Ann. d. Phys. 23. p. 142. 1907.

3) Er ist nämlich bei der betreffenden Feldstärke (4670 Gauss) 1 Proz., während die Versuchsfehler größer als 1 Proz. geschätzt wurden.

4) Unsere Berechnung dieser Größen läßt sich ohne wesentliche Veränderung auf die Zahnsche Meßanordnung übertragen.

5) Folgt aus den Angaben, Ann. d. Phys. 47. p. 71—73. 1915.

schied¹⁾; seine Messungen konnten aber nicht den Maximalwert geben, da sich die Hallelektroden zum größten Teile im Felde befanden²⁾, zumal die Feldstärke, wie mir Hr. Zahn freundlichst mitgeteilt hat, nach dem Rande der Polschuhe hin etwas zunahm. Letzterer Umstand könnte eventuell einen Unterschied in dem von Zahn gefundenen Sinne bewirken. Offenbar würde diese Differenz doch höchstens die Bedeutung einer Korrektur erreichen können.

In Wassenumgebung wurde ein kleinerer Unterschied zwischen dem Gleich- und Wechselstromkoeffizienten gefunden als in Luft.³⁾ Da aber der Effekt nur um 8—24 Proz. abnahm, während die transversale Temperaturdifferenz um 60 Proz. verkleinert wurde, dürften wohl diese Messungen nicht zu der Annahme zwingen, daß der ganze Effekt durch diese Temperaturdifferenz hervorgebracht wird. Allerdings kann man ja mit Zahn annehmen, daß die Temperaturdifferenz im Innern der Platte nur wenig an der Ausbildung gehindert wurde.

Wenn man annimmt, daß die galvano- und thermomagnetischen Erscheinungen durch den Ansatz in § 2 beschrieben werden können, dürfte man also für den Wechselstrom-Gleichstrom-Halleffekt eine andere als die von Zahn vorgeschlagene Erklärung suchen müssen. Vielleicht macht der adiabatisch-isotherme Unterschied einen Teil des von Zahn gefundenen Effektes aus. Dieser Teil wird eliminiert, wenn die Messung so vorgenommen wird, daß alle Punkte der Hallplatte und ihrer Elektroden, in denen die Temperatur durch Kommutieren des Feldes oder Stromes geändert wird, sich im konstanten Magnetfelde befinden. Denn unter diesen Bedingungen sind die adiabatischen und isothermen Hallkoeffizienten gleich.

§ 6. *Zusammenfassung.* Die Abhängigkeit der galvan- und thermomagnetischen Effekte von den Bedingungen, unter welchen sie gemessen werden, läßt sich am besten ohne Be-

1) Wegen des kleinen B -Wertes in Platte II wird der Unterschied unter Benutzung von Mittelwerten für P und e hier etwas größer als wir ihn oben geschätzt haben.

2) Vgl. die Angaben über die Plattendimensionen, l. c. p. 67 und die über die Polschuhe p. 64.

3) l. c. p. 72.

nutzung der Elektronentheorie mit Hilfe des mehr phänomenologischen Ansatzes in § 2 untersuchen. Es wurden die aus diesem Ansatz folgenden Beziehungen zwischen den adiabatischen und isothermen Koeffizienten sämtlicher Effekte angegeben und an einigen Beispielen diskutiert. Durch die Beziehung zwischen dem adiabatischen und isothermen Koeffizienten der magnetischen Widerstandsänderung wurde das Fehlen eines großen Unterschiedes dieser Koeffizienten, wie ihn die Elektronentheorie fordert, erklärt.

Der von uns berechnete adiabatische Hallkoeffizient unterscheidet sich wesentlich von dem nach R. Gans berechneten, welcher nicht den der Messung zugänglichen Effekt darstellt.

Gibt man die Richtigkeit unseres Ansatzes zu, so dürfte man für den kürzlich von H. Zahn gefundenen Unterschied zwischen dem Gleich- und Wechselstromwert des Hallkoeffizienten eine andere als die von Zahn vorgeschlagene Erklärung suchen müssen.

Lund, im Juli 1915.

(Eingegangen 22. Juli 1915.)