SULLE AREE D'ISTERESI ELASTICA.

Nota del Dott. M. CANTONE.

(Largo sunto di una Nota pubblicata nei Rend. Acc. dei Lincei,
Vol. IV, 1.^o sem., p. 437, 1895).

Assodata per alcune mie precedenti ricerche la esistenza dei fenomeni d' *isteresi* nei cicli di deformazione, importava di esaminare, (analogamente a quanto si è praticato dallo Steinmetz nel caso del magnetismo), come varia il lavoro consumato nel corpo in un ciclo compiuto fra le forze estreme P_1 e $-P_1$ al variare di questi limiti, e poichè lo studio da me fatto sulla *flessione dell' ottone* e sull' *attrito interno dei metalli* forniva un materiale sufficientemente esteso per tale indagine, ho voluto profittarne per l'esame di cui qui mi occupo.

La natura medesima dei fenomeni d' isteresi elastica porterebbe ad ammettere lungo il ciclo una differenza di fase fra le variazioni della forza e quelle delle deformazioni, onde a rappresentare la legge che segue il corpo nel deformarsi dovrebbero assumersi simultaneamente, tenendo di mira il caso della torsione:

$$(1) \quad M = M_1 \cos \alpha,$$

$$(2) \quad \omega = A \cos (\alpha - \lambda)$$

dove ω è l'angolo corrispondente al momento torcente M , M_1 è il valore massimo di M per il ciclo che si considera, ed α denota una variabile i cui valori estremi lungo il ciclo differiscono di 2π .

Volendo per un momento restare nel campo della più grande generalità ci converrà sostituire alla (2) la

$$(3) \quad \omega = \sum_{m=1}^{m=\infty} A_m \cos m(\alpha - \lambda);$$

ed allora si avrà per l'area cercata L'' :

$$\begin{aligned} L'' &= -M_1 \sum_{m=1}^{m=\infty} m A_m \int \sin m(\alpha - \lambda) \cos \alpha d\alpha \\ &= M_1 A_1 \sin \lambda \int \cos^2 \alpha d\alpha = \pi M_1 A_1 \sin \lambda. \end{aligned}$$

Il risultato finale è abbastanza semplice, ma resta la difficoltà di determinare A_1 ; ci contenteremo perciò della rappresentazione approssimata fornita dalle (1) e (2), nel qual caso B

$$\omega_0 = A \sin \lambda,$$

e di conseguenza:

$$(4) \quad L'' = \pi M_1 \omega_0.$$

Per la flessione vale una relazione analoga, dovendosi allora porre al posto di M_1 ad ω_0 la forza flettente massima e la saetta di deformazione permanente.

Venendo alle applicazioni si trova per tutti i metalli, e specialmente per quelli più plastici, cioè l'alluminio, il rame e l'argento, un notevole accordo fra i valori di L'' calcolati e quelli osservati. Ciò porta implicitamente a supporre che il sistema delle (1) e (2) possa servire a rappresentare la legge di deformazione del corpo al variare della forza nei processi ciclici senza bisogno di ricorrere ad uno sviluppo in serie per la espressione di ω , giacchè solo quando ci si arresti al primo termine di questo sviluppo risulta $A_1 \sin \lambda = \omega_0$.

Una deduzione si può trarre dalla (4) riportandoci allo studio delle proprietà elastiche col metodo dinamico. Si è constatato nel lavoro sull'*attrito interno dei metalli* che in un filo oscillante la diminuzione di energia potenziale per il decremento di ampiezza $\Delta \omega$ all'intorno della deformazione corrispondente al momento M_1 è presso a poco uguale all'area di isteresi del ciclo compiuto fra i momenti estremi M_1 e $-M_1$, sicchè si può porre:

$$L'' = M_1 \Delta \omega;$$

ma per la (4):

$$L'' = \pi M_1 \omega_0,$$

onde avremo:

$$\Delta \omega = \pi \omega_0,$$

cioè il decremento di ampiezza è proporzionale alla deformazione permanente del ciclo statico che gli corrisponde.

**STUDIO DELLE PROPRIETÀ ELASTICHE DEI CORPI FONDATA SULL'USO CONTEMPORANEO
DEI METODI STATICO E DINAMICO.**

Nota del Dott. M. CANTONE.

(Largo Sunto di una *Nota* inserita nei Rend. Acc. dei Lincei,
vol. IV, 1° sem. p. 488, 1895).

Mantenendoci nell'ordine d'idee della *Nota* precedente sarà bene vedere a quali risultati si perviene ammettendo che nel caso delle oscillazioni la legge di dipendenza fra le M e le ω sia della stessa natura di quella che vale per i cicli statici. Porremo perciò, prendendo come origine dei tempi l'istante in cui il momento raggiunge il massimo valore dalla parte delle forze torcenti positive:

$$(1) \quad M = M_1 e^{-\frac{\gamma t}{T}} \cos \frac{2\pi t}{T}, \quad \omega = A e^{-\frac{\beta t}{T}} \cos \frac{2\pi (t - \lambda)}{T}$$

dove T denota la durata della oscillazione e le espressioni esponenziali costituiscono dei *fattori di smorzamento* che noi potremo assumere nella forma data salvo ad esaminare poi la natura delle costanti β e γ .

Cominceremo dal vedere a quali condizioni debbono soddisfare i parametri β , γ , λ e T . Servirà a tal uopo la relazione generale:

$$-\frac{d^2 \omega}{dt^2} = \frac{M_1}{J} e^{-\frac{\gamma t}{T}} \cos \frac{2\pi t}{T},$$