Beiträge zur Theorie der Bewegung des Planeten 433 Eros. Von *Edzard Noteboom*.

Die Darstellung der Beobachtungen des Planeten 433 Eros durch die Rechnung, die für die Zeit von 1893 bis 1907 von Herrn Prof. Dr. *Witt* durchgeführt wurde, läßt erkennen, daß die angenommenen Werte der Bahnelemente nur wenig von den wahren abweichen können. Aber es ist auffällig, daß in den übrigbleibenden Fehlern bei den 6 bzw. 5 Normalörtern der Oppositionen 1898-99 und 1900-01 eine gewisse Regelmäßigkeit zu erkennen ist. Die Annahme, daß diese Gesetzmäßigkeit von der Vernachlässigung der Störungen durch Merkur herrührt, die von anderer Seite, wenn auch ohne rechnerischen Nachweis, ausgesprochen wurde, hat von vornherein wenig Wahrscheinlichkeit für sich. Nicht ganz ohne Einfluß ist bei günstigen Oppositionen des Planeten der Umstand, daß die Sonnentafeln von *Newcomb* nur die 7. Dezimale im Logarithmus-Radiusvektor verbürgen bzw. das Hundertstel der Bogensekunde in Länge und Breite angeben; bei geringer geozentrischer Entfernung des Planeten kann aber unter Umständen die 8. Dezimale die Darstellung merklich ändern.

Herr Prof. *Witt* hat nun bei seiner letzten, bereits erwähnten Bahnverbesserung die Beobachtungen bis einschließlich 1907 benutzt. Inzwischen ist der Planet aber wiederum in mehreren Oppositionen beobachtet worden, bei denen die Störungen durch die Erde einen besonders hohen Betrag erreichen. Daher läßt die in der vorliegenden Arbeit vorgenommene neue Bahnverbesserung mit gleichzeitiger Massenbestimmung des Systems Erde-Mond für letztere eine erhöhte Genauigkeit erwarten. Darnach habe ich in der folgenden Arbeit drei Fragen beantwortet. Um entscheiden zu können, ob die Gesetzmäßigkeit in der Darstellung der Normalörter durch die oben erwähnte Vernachlässigung hervorgerufen wird oder nicht, berechnete ich die durch Merkur, gleichzeitig auch die durch Uranus und Neptun verursachten Störungen, sodaß nunmehr der Einfluß aller großen Planeten berücksichtigt werden konnte (1. Teil). Ferner habe ich untersucht, ob und auf welche Weise man aus *Newcombs* Sonnentafeln eine Ephemeride erhalten kann, die den erhöhten Anforderungen bei einer günstigen Opposition des Planeten Genüge leistet (2. Teil). Im 3. Teil folgt dann die Bahnverbesserung selbst.

I. Allgemeine Störungen von 433 Eros durch Merkur, Uranus und Neptun. Als Grundlage diente das folgende, mir von Herrn Prof. *Witt* zur Verfügung gestellte Elementensystem:

Epöche und Oskulation 1898 August 2.0 m. Z. Berlin.

$$\begin{array}{l} M_0 = 205^\circ 4' 51''.547 \\ \omega = 177 \ 39 \ 11.579 \\ \Omega = 303 \ 31 \ 47.859 \\ i = 10 \ 49 \ 35.237 \\ q = 12 \ 52 \ 24.338 \\ \mu = 2015''.275271 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Ekliptik und} \\ \text{Äquin. 1900.0} \end{array}$$

mittlerer Wert von $\mu = 2015''.0$.

Für die störenden Planeten sind die Werte der Elemente und Massen den »Tafeln zur theoretischen Astronomie« von *Bauschinger* entnommen. Die Berechnung nahm ich nach der Methode von *Leverrier* unter Benutzung der Formeln in *Tisserand*, *Mécanique céleste*, Band I vor.

Eine auch nur annähernde Kommensurabilität der mittleren Bewegungen in kleinen Zahlen liegt bei keinem der drei störenden Planeten vor, sodaß also langperiodische Glieder nicht auftreten. Für die gegenseitige Neigung $\mathcal{J}$ ergab sich bei Merkur $14^\circ 11'5$, Uranus $11^\circ 20'3$, Neptun $12^\circ 35'6$, sodaß bei der Entwicklung nach Potenzen von $\sin^2 \mathcal{J}/2 \times 4\pi r/(r-r')^2$ eine starke Konvergenz zu erwarten ist, denn selbst bei Merkur erhalte ich im ungünstigsten Fall 0.10 für diesen Ausdruck. Da die Exzentrizitäten bei Uranus und Neptun sehr klein, bei Merkur und Eros mäßig sind ($e < 13^\circ$), so wird man mit nur wenigen Gliedern bei der Entwicklung nach den Exzentrizitäten auskommen. Ich habe mich daher darauf beschränkt, die Störungsfunktion unter Vernachlässigung der Glieder dritten Grades zu entwickeln.

Die Laplaceschen Koeffizienten berechnete ich direkt mit Hilfe von Reihenentwicklungen und Rekursionsformeln, während sich eine ausreichende Kontrolle durch die Tafeln von *Runkle* leicht ergab.

Bei der weiteren Entwicklung ging ich darauf aus, alle Glieder zu erhalten, deren Amplituden durch die Multiplikation mit den auftretenden Integrationsfaktoren und den Koeffizienten der Differentialgleichungen größer als 0.005 werden konnten. Die säkularen Glieder wurden selbstverständlich in aller Strenge berechnet und ergaben nur in einem Falle (bei Merkur in der Störung der mittleren Länge) einen Wert von mehr als 0.1 in einem julianischen Jahr. Diese Berechnung wurde bis zum Schluß doppelt ausgeführt. Bei Uranus und Neptun bleiben nun die Störungen, abgesehen von der Störung in π , die bekanntlich nur mit dem Faktor e ($= 0.22$) in den heliozentrischen Ort eingeht, immer unter 0.8, sind also an sich schon sehr klein; die vernachlässigten Glieder können keinen merklichen Einfluß mehr haben. Das gleiche gilt für Merkur, hier erreichen die Glieder zweiten Grades in e und η in keinem Falle 0.1. Die so erhaltenen Störungen 1. Ordnung (Tafel 1) können nur sehr geringen Einfluß auf den geozentrischen Ort haben (siehe am Schluß). Einen Teil der Störungen durch Merkur berechnete Herr Prof. *Witt* nach der Methode, die *Gauß* zur Berechnung der Pallasstörungen durch Jupiter (Band VII seiner Werke) benutzt hat, und erhielt vollkommene Übereinstimmung.

II. Berechnung einer Sonnen-Ephemeride für 1914 auf 8 Dezimalen. Die *Newcombschen* Sonnentafeln geben die Störungen der Sonnenbewegung durch die großen Planeten und ebenso die Größen $v-M$ und den Hauptteil des Logarithmus-Radiusvektor in Einheiten von 0.01 bzw. $1 \cdot 10^{-2}$.

Tafel 1.

Störungen von 433 Eros durch Merkur, Uranus und Neptun.

i'	i	δa	δL_2	δi	$\sin \delta \Omega$	$\delta \Omega$	$\delta \varphi$	$\delta \pi$	δL_1	$\delta(L_1 + L_2)$
		c	c	c	c	c	c	c	c	c
		K'	K'	K'	K'	K'	K'	K'	K'	K'
Merkur.										
0	+2	181	138° 51'	192	231° 8'		65 260° 57'	288 351° 34'	130 254° 22'	315 240° 5'
	+1						375 120 49	1589 211 11		
1	+1							146 151 56		
	0						1001 121 50	4381 211 51	335 31 57	335 31 57
	-1	2075	0 39 338	90 39		73 301 50	80 180 39	749 90 20	1535 90 38	1873 90 38
	-2	550	239 28	107 329 28	62 45	500 62 45	402 239 28	1853 149 28	191 329 18	298 329 21
	-3	152	118 17				150 118 17	680 28 16		
2	0						206 197 44	900 287 46	69 107 31	69 107 31
	-1	428	76 33					297 166 23	297 166 23	297 166 23
	-2	101	315 22							
3	-1	97	152 25				74 315 22	342 226 22	67 242 14	67 242 14

Uranus.

0	+1							87 31 11		
1	0						136 301 14	593 31 14	200 117 5	200 117 5
2	0			164 243 57	144 334 34	769 334 34	793 242 29	3454 331 58	302 152 17	302 152 17
	-1	61 301 18	65 31 18				96 121 18	408 211 18	73 31 18	138 31 18
	-2	75 0 7						74 90 7	54 90 7	54 90 7
3	-1							52 48 37		

Neptun.

1	0							223 31 10	63 237 39	63 237 39
2	0			107 247 25	94 337 54	501 337 54	468 242 20	2055 332 21	189 153 30	189 153 30
	-1							120 211 9		

Säkulare Glieder.

Merkur		-0.0009129	-0.001632	-0.008690	-0.000361	+0.005564	+0.26720
Uranus		-0.0001127	-0.002157	-0.011482	+0.000036	+0.010090	-0.01439
Neptun		+0.0000127	-0.000718	-0.003821	-0.000002	+0.003059	-0.00427
Summe		-0.00101	-0.00451	-0.02399	-0.000033	+0.01871	+0.24854

Es ist die Störung des Elements E : $\delta E^{(n)} = c \cdot 1'' \cdot 10^{-4} \cdot \cos(i' + i - K) + \text{säkulares Glied} \times t$ in jul. Jahren.
 l = mittlere Länge von 433 Eros, i' = mittlere Länge von Merkur, Uranus bzw. Neptun.

was ungefähr $5 \cdot 10^{-8}$ und $2 \cdot 10^{-8}$ in den rechtwinkligen Koordinaten entspricht. Dabei ist im Resultat nicht mehr als die 7. Dezimale zu verbürgen.

Nun habe ich versucht, aus den Sonnentafeln mit Hilfe von numerischer Integration der Planetenstörungen eine Sonnenephemeride zu berechnen, die die 8. Dezimale rechnerisch sicher stellt. Eine solche Ephemeride ist bereits von *Lagarde* im »Bulletin de la Carte du ciel, Bd. V (Nouvelle éphéméride de la planète Eros)« für 1900-01 berechnet worden. Jedoch sind einige wesentliche Verbesserungen, die die Sicherheit und Genauigkeit erhöhen und zum Teil die Rechnung beträchtlich vereinfachen, angebracht worden.

Der Gang der Rechnung ist folgender: Aus den Sonnentafeln entnahm ich 6 gleichmäßig über die Zeit der Ephemeride (1914 Juli 29 bis November 26) verteilte Erdörter, und zwar unter Fortlassung der Störungen durch den Mond, sodaß ich auf diese Weise ekliptikale, heliozentrische Polarkoordinaten des Baryzentrums erhielt. Von diesen zog ich die durch numerische Integration berechneten Störungen der Erdbewegung durch die übrigen großen Planeten ab und erhielt 6 Örter, die innerhalb der Genauigkeit der Tafeln der Ellipse der Oskulation angehören mußten. Bestimmung dieser ungestörten Bahn, Ausgleichung zwischen den Angaben der 6 Örter und numerische Integration der ungestörten Bewegung gaben mir nach Anbringung der vorerst erwähnten Planetenstörungen mit erhöhter innerer Genauigkeit die äquatorealen, heliozentrischen Koordinaten des Baryzentrums. Diese Ephemeride, frei von den schnell veränderlichen Mondstörungen, läßt sich bequem und sicher auf enges Intervall interpolieren. Nun kann wiederum der Übergang auf das Geozentrum gemacht werden, oder man verschiebt denselben bis zum Schluß, d. h. man berechnet den Einfluß der Mondstörungen auf Rektaszension und Deklination des Planeten. Letzteres Verfahren wird im allgemeinen vorzuziehen sein, da hierbei eine bessere Differenzenkontrolle der Rektaszensions- und Deklinationwerte zu erwarten ist und eine baryzentrische Ephemeride vielleicht für andere Zwecke gebraucht werden kann. Außerdem fällt bei diesem Verfahren die Reduktion der Mondpositionen auf das Bezugsäquinoktium fort.

Im einzelnen wurde folgendermaßen verfahren: Zur Berechnung der Störung des Baryzentrums durch die Planeten und auch zum rückwärtigen Übergang auf das Geozentrum sind die äquatorealen, geozentrischen, rechtwinkligen Koordinaten des Baryzentrums erforderlich. Die Rechnung gestaltet sich mit Hilfe der Mondephemeride des Berliner Jahrbuchs, in der auch schon das empirische Glied der Mondbewegung nach *Newcomb* berücksichtigt ist, sehr einfach. Hierbei ist ein eintägiges Intervall das gegebene. Je nachdem, wann man den rückwärtigen Übergang auf das Geozentrum machen will, wird man die Mondpositionen auf das Bezugsäquinoktium reduzieren oder nicht. Für die Berechnung der Störungen durch die Planeten ist der Unterschied belanglos. In meiner Rechnung habe ich die Mondörter auf das Äquinoktium 1910.0 reduziert. Für die Sonnenparallaxe wurde $8''.80$ und für die Mondmasse $1/81.53$ der Erdmasse (*Hinks*) angenommen. Eine fünfstellige Rechnung gibt eine ausreichende Genauigkeit. Die Resultate stehen auf Tafel 2 in der Spalte C (nur Juli 29 bis August 8).

Die Störungen des Baryzentrums durch die Planeten berechnete ich nach der Enckeschen Methode. Die Störungsausdrücke (direkte Glieder)

$$k^2 m_i [(x_i - x)/A_i^3 - x_i/r_i^3]$$

wurden aus den geozentrischen Ephemeriden des Berliner Jahrbuchs für die großen Planeten nach Reduktion auf 1910.0 gebildet. Eine Berechnung aus den heliozentrischen Ephemeriden hätte zwar eine Reduktion auf 1910.0 erspart, jedoch entweder ein Rechnen in 10-tägigen oder ein Interpolieren auf 8-tägiges Intervall erfordert. Von letzterem ging ich nicht ab, weil hier ein bequemes Interpolieren in die Mitte die Rechnung erleichtert, und ich außerdem in Übereinstimmung mit dem Intervall in *Newcombs* Sonnentafeln bleiben wollte. Ferner hätte bei Anwendung der heliozentrischen, ekliptikalen Koordinaten ein Übergang auf den Äquator früher oder später vollzogen werden müssen. So blieb nur die Interpolation der heliozentrischen Entfernung übrig, die zugleich mit ihrer Berechnung aus den rechtwinkligen Koordinaten eine Kontrolle der Rechnung lieferte. Für die bei dieser Rechnung erforderlichen Sonnenkoordinaten genügen natürlich die siebenstelligen Angaben des Berliner Jahrbuchs. Die Störungsausdrücke mußten auch noch wegen des Übergangs auf das Baryzentrum korrigiert werden, jedoch treten Änderungen der 11. Dezimale nur bei Venus und Jupiter auf, die auch selten 10 Einheiten erreichen. Die Rechnungen für Jupiter mußten 6-stellig, die für Venus 5-stellig, die für die übrigen Planeten 4-stellig geführt werden, um im Resultat die 11. Dezimale zu erhalten. (Resultate siehe Tafel 2).

Bei der Integration benutzte ich nun als Ausgangswerte der Koordinaten der Erde nicht die ungestörten, sondern die im Berliner Jahrbuch gegebenen gestörten Koordinaten unter Umrechnung auf das Baryzentrum. Man erhält dann in der Bezeichnung, die *Bauschinger* in seinem Lehrbuch über Bahnbestimmung, Abschnitt XXXII, benutzt,

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = k^2 \sum_i m_i \left(\frac{x_i - x}{\rho_i^3} - \frac{x_i}{r_i^3} \right) - \frac{k^2 (1+m)}{r^3} \cdot (x_0 \cdot q \cdot f + \xi)$$

wobei $q = -1/r^2 \cdot [(x - 1/2 \xi) \xi + (y - 1/2 \eta) \eta + (z - 1/2 \zeta) \zeta]$ ist; entsprechende Formeln gelten für $d^2 \eta/dt^2$ und $d^2 \zeta/dt^2$.

Im Laufe der Rechnung zeigte es sich, daß bei der kurzen Zeit der Störungsrechnung (zu beiden Seiten der Oskulationsepoche nur 60 Tage) f immer zu 3 angenommen werden konnte (Resultate siehe Tafel 2).

Bei der Entnahme der Sonnenörter aus *Newcombs* Tafeln wurden die Störungen durch die Planeten auf zwei verschiedenen Wegen ermittelt.

Die erste Methode schließt sich eng an die Vorschriften an, die *Newcomb* selbst gibt. Die Zeiten (mittlerer Berliner Mittag) wurden so gewählt, daß die Werte des Arguments g in die Nähe eines tabulierten Wertes fielen; also mußten die Zwischenzeiten ein Vielfaches von 8 Tagen sein (vergleiche oben). Ich entnahm nun den Tafeln VII bis XI, XVIII bis XXI, XXVIII und XXIX die Störungswerte für die jeweiligen Argumente I bis V und die tabulierten ganzzahligen Werte von g und bildete die Summen. Zur Interpolation für die erforderlichen g -Werte benutzte ich 5 Nachbarwerte dieser Summen, die ich durch eine ganze Funktion 2. Grades von der Zeit möglichst genau darstellte. Bei diesen Berechnungen,

ebenso wie bei der Benutzung der Tafeln V, XII, XVI, XVII, XXII, XXVI und XXVIII wurde das Tausendstel der Bogensekunde und die 9. Dezimale von $\log R$ mitgenommen, also eine Stelle mehr, als die Tafeln ergeben.

Die weiter unten aufgeführten, ziemlich erheblichen übrigen bleibenden Fehler bei der Bestimmung der ungestörten Bewegung veranlaßten mich, noch auf eine andere Weise die Störungen zu bilden. Denn da das Ergebnis der Integration der Störungen durch Doppelrechnung und Differenzbildung gesichert erschien, so konnte meiner Ansicht nach die Ursache der großen Abweichung nur in der Bildung der Störungen nach *Newcombs* Sonnentafeln zu suchen sein. Der Umstand, daß ich die geringfügigen Störungen durch Neptun mitgenommen und für die Uranusmasse den von *Newcombs* Annahme etwas abweichenden Wert von $1/22869$ benutzt hatte, konnte nicht so stark ins Gewicht fallen.

Die zweite Methode, die Störungen zu berechnen, bestand in folgendem Verfahren. Ich berechnete zuerst die Argumente I–V nach den Angaben in Tafel G Seite 21 der Einleitung. Dabei fand ich bei Argument IV (Jupiter) für alle Zeiten eine konstante Differenz von 0.024 Einheiten des Arguments, trotz genauerer Berücksichtigung der langperiodischen Änderung von Argument IV (Tafel V Seite 43), bewirkt durch die langperiodische Störung der mittleren Länge von Jupiter durch Saturn. Jedoch hat diese Differenz in diesem Falle zufälliger Weise nur geringen Einfluß gegenüber den sonstigen auftretenden Abweichungen. Sämtliche Angaben von Argument IV in Tafel II Seite 36 und 38 wären darnach um 0.02 zu erniedrigen.

Mit den so erhaltenen Werten der Argumente I bis V berechnete ich nun die Störungen direkt aus den Tafeln A bis F (Seite 13 bis 17). Die Abweichungen (Tafel 2 unter Polarkoordinaten des Baryzentrum) steigen in Länge bis zu 0.06 an, während die Störungen in $\log R$ nicht um mehr als 2 Einheiten der 8. Dezimale (= 0.01) abweichen, wenn man von der Störung durch Merkur absieht, für die *Newcomb* keine Tafel gibt. Die Abweichungen in der Störung der Breite sind geringfügig und rühren zum Teil daher, daß *Newcomb* ebenfalls keine Tafeln für die Breiten-Störungen durch Mars und Saturn anführt. Der Größe dieser Abweichungen in Länge und ihres starken Ganges wegen berechnete ich die Störungen durch Venus noch für einige andere Werte von g und erhielt:

♀ Argum. II	g	δL	Argum. II	g	δL
64.0	88	+0.032	63.8	208.28	-0.063
	112	-0.026		232.28	-0.052
	136	-0.069		256.28	-0.022
	160	-0.068		280.28	-0.005
	184	-0.078		304.28	+0.038
				328.28	+0.039

Es zeigt sich hier nun scheinbar eine Periode von ungefähr 240 Tagen (Venus-Revolution?).

Die weitere Berechnung erfolgte nach den in der Einleitung der Tafeln gegebenen Vorschriften, jedoch wurden die Mondstörungen überhaupt nicht gerechnet, sondern die entsprechenden Konstanten (8.00 bzw. $1600 \cdot 10^{-8}$) addiert, so-

daß ich die Koordinaten der Sonne bezogen auf das Baryzentrum erhielt.

Nach Abzug der durch numerische Integration erhaltenen Störungen in $\log R$, L und B von den heliozentrischen Örtern des Baryzentrum erhielt ich die auf Tafel 2 verzeichneten Werte. Die Bahnbestimmung nebst Ausgleichung ergab die in die gleiche Tafel aufgenommenen Elementensysteme. Die weit bessere Darstellung (Tafel 2) durch die Werte der zweiten Methode läßt vermuten, daß diese der Wahrheit näher kommen, wenigstens aber eine höhere innere Genauigkeit besitzen als die nach der ersten Methode gefundenen Erdörter. Wenn man also nach Möglichkeit die 8. Dezimale sichern will, so würde es sich wohl lohnen, nach der allerdings umständlicheren zweiten Methode zu rechnen. Dabei könnte man jedoch etwas einfacher verfahren, wenn man bedenkt, daß die Breitenstörungen gegenüber den Störungen in Länge aus nur wenigen Gliedern zusammengesetzt sind und daher weniger Abrundungsfehler enthalten werden, die Angaben über $\log R$ aber an sich schon genauer sind (0.01 entspricht $2 \cdot 10^{-8}$ im $\log R$). Addiert man nämlich zu den aus den Tafeln entnommenen Störungen der Breite und des Logarithmus R die (nicht tabulierten) Störungen durch Mars und Saturn bzw. Merkur, so steigen in diesem Beispiel die Abweichungen in der Breite nur bis 0.007 und in $\log R$ nur bis $1.2 \cdot 10^{-8}$. Derartig kleine Beträge fallen aber nicht ins Gewicht. Ferner fand ich als größte Abweichung bei Tafel XII, Argument A (Venus) nur 0.003; auch diese Tafel könnte also unbedenklich verwendet werden. Es blieben nur die Störungen in Länge (ausgenommen Taf. XII) und die oben genannten, von *Newcomb* nicht tabulierten Störungen für die direkte Rechnung übrig. Jedoch liegt immerhin noch die Möglichkeit vor, daß die Abweichungen von B und $\log R$ an der benutzten Stelle der Tafel nur zufälliger Weise kleine Beträge haben, sodaß die bessere Übereinstimmung als bei L nur vorgetäuscht wird. Genauere Angaben hierüber lassen sich ohne Kenntnis der Einzelheiten der Tafelberechnung durch *Newcomb* nicht machen, es kann lediglich die Tatsache der Abweichung festgestellt werden (s. Anmerkung).

Die Berechnung der rechtwinkligen, äquatorealen, heliozentrischen Koordinaten des Baryzentrum erfolgte nun nicht in direkter 8-stelliger Rechnung, sondern mit Hilfe von numerischer Integration, und zwar zuerst für $\log R$ in 4-tägigem Intervall nach der von Herrn Prof. Witt angegebenen Formel:

$$d^2 \log r / dt^2 = -\text{Modul} [k^2 (1+m)/r^3] \cdot (1-p/r) - 1/\text{Modul} \cdot \left\{ \int -\text{Modul} [k^2 (1+m)/r^3] \cdot (1-p/r) dt \right\}^2.$$

Hierin genügt bei kleiner Exzentrizität für das zweite, quadratische Glied ein extrapolierte Wert des einfachen Integrals. Der besondere Vorteil dieser Formel ist, daß man direkt $\log R$ erhält; man erspart dabei das bei 8-stelliger Rechnung zeitraubende Aufschlagen des Logarithmus und vermeidet zugleich eine nicht unwesentliche Fehlerquelle. Die weitere Integration der äquatorealen x , y und z erfolgte nach bekannten Formeln in 2-tägigem Intervall. Eine Kontrolle durch je 6 direkt gerechnete Werte ergab ausreichende Übereinstimmung. (Resultate in Tafel 2, Spalte x_0 , y_0 , z_0 nur für Juli 29 bis Aug. 8.)

Anmerkung. Bei Gelegenheit meiner Rechnung fand ich folgende Druckfehler in den Sonnentafeln von *Newcomb*: Seite 16 Tafel D unter $\log R$, Spalte s , Zeile $2g' - 2g$ und $2g' - g$ setze statt 026 und 459: 4026 und 1459. Seite 17 Tafel E unter Perturbation by Venus, in der Spalte l Zeile 9 setze statt $-2 + 2$: $-3 + 2$. Seite 25 Zeile 15 und 14 von unten setze statt XVIII Venus 300: XVIII Venus 250 und statt XIX Mars 300: XIX Mars 350.

Fügt man zu den so erhaltenen Koordinaten wieder die Störungen durch die Planeten hinzu, so erhält man die gesuchte Ephemeride des Baryzentums.

Zwei Störungen sind allerdings noch zu berücksichtigen. Die Nichtkugelgestalt des Systems Erde-Mond erzeugt eine säkulare Änderung der Länge des Perihels π im Betrage von $\epsilon \delta \pi = 0.00117$ oder $\delta \pi = 0.0709$ in einem Jahr (*Leverrier*, Pariser Annalen t. IV, p. 42). Der Einfluß auf die rechtwinkligen Koordinaten ist aber in der kurzen Zeit der Ephemeride unmerklich. *Newcomb* verwendet einen etwas anderen Wert ($\delta \pi = 0.0768$), und mit diesem müßte man, allerdings nur bei bedeutend längeren Ephemeriden, Korrekturen für die Störungswerte auf Tafel 2 rechnen und entsprechende Korrekturen zum Schluß an den rechtwinkligen Koordinaten anbringen.

Die zweite Störung, ebenfalls vom Mond herrührend, beeinflusst die Lage der Bahnebene:

$$\delta(i \sin \Omega) = -0.018 \cdot t \cdot \sin \Omega \zeta$$

und

$$\delta(i \cos \Omega) = -0.018 \cdot t \cdot \cos \Omega \zeta$$

wo $\Omega \zeta$ der aufsteigende Knoten der Mondbahn auf der Ekliptik ist. Diese Änderung berücksichtigt *Newcomb* nicht, sie ist also nur zum Schluß den Störungen zuzuzählen. Durch sie werden nur die ekliptikale x - und die äquatorealen y - und z -Koordinaten beeinflusst. *Lagarde* zieht diese Störung gleichfalls vor der Bestimmung der oskulierenden Bahn von den Tafelwerten ab.

Tafel 2 enthält die ungestörten äquatorealen Koordinaten des Baryzentums x_0, y_0, z_0 (nur für 1914 Juli 29 bis Aug. 8), und die Planetenstörungen mit der zuletzt genannten Störung [Bezeichnung: Planeten + (ζ)] bereits vereinigt. Der Übergang auf das Geozentrum erfolgt durch Subtraktion der rechtwinkligen äquatorealen geozentrischen Koordinaten des Schwerpunkts Erde-Mond (Bezeichnung: ζ).

Somit erhalte ich durch Addition der Spalte 1 und 2 eine gut interpolierbare Ephemeride des Baryzentums, frei von den schnell veränderlichen Mondstörungen. Entnimmt man die Koordinaten für jeden Tag gleich dem Integrationschema, so haben bei Interpolation in die Mitte die vierten Differenzen nur unbedeutenden Einfluß. Die weitere Rechnung wird sich je nach dem Zweck der Ephemeride verschieden gestalten; ich gehe darauf nicht weiter ein.

III. Bahnverbesserung des Planeten 433 Eros und Bestimmung der Masse des Systems Erde-Mond. Den größten Teil des zur Bahnverbesserung nötigen Materials stellte mir Herr Prof. *Witt* zur Verfügung, wofür ich ihm vielmals danke.

1) Normalörter (Tafel 3): Die Normalörter 1-20 sind bereits von Herrn Prof. *Witt* in der »Untersuchung über die Bewegung des Planeten 433 Eros« bzw. in der Vierteljahrsschrift der Astron. Gesellschaft 1908 veröffentlicht worden.

Die Normalörter 21 und 22 wurden ebenfalls von ihm gebildet, waren jedoch noch nicht benutzt worden. Die beiden letzten Örter habe ich aus Beobachtungen in Algier, Arcetri, Denver, Düsseldorf, Marseille, Rom und Washington unter Benutzung der Ephemeride AN 4728, Bd. 197 p. 405, 1914 gebildet. Von den 110 benutzten Beobachtungen stammen 79 aus Denver. Die 15 Marseiller Beobachtungen wiesen so große Abweichungen auf, daß sie bis auf 5 außer Betracht gelassen werden mußten. Es ergaben sich folgende Ephe-

meriden-Korrekturen:

$$\text{Normalort } 23 \quad \Delta \alpha = -4.92 \quad \Delta \delta = -2.90 \quad 48 \text{ Beob.}$$

$$24 \quad -5.67 \quad -3.96 \quad 62 \quad »$$

2) Störungen: Die angenommenen Werte der Störungen durch alle großen Planeten für die Epochen der Normalörter findet man in Tafel 3. Dabei wurde für die Berechnung der Erdstörungen *Newcombs* Wert der Erdmasse verwendet.

3) Sonnenkoordinaten (Tafel 3): Ort 1-12 und 18-22 direkt aus den Sonnentafeln berechnet, Ort 13-17 *Lagarde's* obengenannter Arbeit, Ort 23 und 24 meiner Ephemeride entnommen.

4) Darstellung der Normalörter: Die direkte 8-stellige Rechnung mit dem auf Seite 153 angegebenen Elementensystem nebst Störungen ließ die in Tafel 4 enthaltenen Differenzen $\cos \delta \cdot \Delta \alpha$ und $\Delta \delta$ im Sinne Beob. — Rechnung übrig.

5) Koeffizienten der Bedingungsgleichungen: Die benutzten Angaben für Ort 1-20 wurden mir von Herrn Prof. *Witt* handschriftlich mitgeteilt (zum Teil bereits in der obengenannten Arbeit veröffentlicht). Neu zu berechnen waren nur die Koeffizienten der 2 mal 4 letzten Bedingungsgleichungen (*Schönfeld'sche* Formeln A. N. Nr. 2693-2695 Bd. 113), wobei die Verbesserung der Erdmasse wie folgt angesetzt wurde:

$$m_{\odot} + \zeta = 1/(329390 - \nu_8) = 1/329390 \cdot (1 + \nu_8/329390) \\ = 1/329390 \cdot (1 + \theta).$$

6) Ausgleichung: Die Normalörter 1-6 erhielten das Gewicht $1/4$, weil sie aus den weniger genauen, auf photographischem Wege gewonnenen Positionen aus der Zeit vor der Entdeckung des Planeten gebildet sind, die übrigen das Gewicht 1. Die Auflösung nach der Methode der kleinsten Quadrate drückte die Summe der Fehlerquadrate von 1100 in Bogensekunden auf 45 herunter; hieran ist die Massenverbesserung mit 111 beteiligt. Der mittlere Fehler beträgt 1.05. Das Resultat ist

$$\begin{aligned} dM_0 &= -0.118 & d\varphi &= +0.241 \\ d\omega &= -0.160 & d\mu &= -0.000565 \\ d\Omega &= +0.546 & \log g^{(m)} &= 2.80356 \\ di &= -0.099 & \nu_8 &= +1020 \pm 102. \end{aligned}$$

Die Änderungen der Elemente in M_0, ω, i und Ω sind nur geringfügig, die stärkere Änderung in μ ist durch Einführung der Säkularstörung in Z durch Merkur, Uranus und Neptun (pro Tag: $\delta Z = +0.000628$) bewirkt. Die etwas größere Änderung in φ ist wohl dadurch zu erklären, daß die Verteilung der Normalörter auf die Bahn eine sehr ungleiche ist, denn die wahre Anomalie liegt zwischen

315° und 45° bei 6 Örtern	Normal- ort 1-20	bei 6 Örtern	Normal- ort 1-24
45 » 135 » 0 »		» 1 »	
135 » 225 » 6 »		» 7 »	
225 » 315 » 8 »		» 10 »	

Mit den angegebenen Korrekturen ergibt sich folgendes Elementensystem:

Epöche und Oskulation 1898 August 2.0 m. Z. Berlin.

$$M_0 = 205^\circ 4' 51.429, \varphi = 12^\circ 52' 24.579, \mu = 2015.274706$$

Ekliptik u. Äquinoktium Äquator u. Äquinoktium

1900.0

1900.0

$$\omega = 177^\circ 39' 11.419$$

$$\omega' = 137^\circ 8' 19.552$$

$$\Omega = 303^\circ 31' 48.405$$

$$\Omega' = 342^\circ 8' 42.751$$

$$i = 10^\circ 49' 35.138$$

$$i' = 30^\circ 42' 33.287$$

Tafel 2.

Äquator und Äquinoktium 1910.0.

Störungsausdrücke für das Baryzentrum

$$\sum_{i=1}^7 64 k^2 m_i [(s_i - s)/A_i^3 - s_i/r_i^3]$$

für alle großen Planeten; 11. Dezimale.

Störungen
des Baryzentrums

Osk.: 1914 Sept. 24.0 m. Z. Berl.

Störungen des Baryzentrums
in ekliptikalen Polarkoordinaten

Oskulation: 1914 Sept. 24.0 m. Z. Berlin.

1914 o ^h m. Z. Berl.	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>	8. Dezimale			1914 12 ^h m. Z. B.	$\delta \log R$	δL	δB
				ξ	η	ζ				
Juli 30	+29877	-13538	-6739	+302.8	-579.0	-275.0	Juli 29	+304.4 · 10 ⁻⁸	-0.263	-0.045
Aug. 7	+25792	-17351	-8422	+176.6	-423.8	-201.6	Aug. 22	+62.7	-0.338	-0.015
15	+22708	-21249	-10375	+90.4	-295.0	-140.2	Sept. 15	+0.4	-0.032	-0.001
23	+20004	-22706	-11165	+37.0	-190.6	-90.4	Okt. 9	-13.4	-0.103	-0.004
31	+14967	-22772	-11052	+9.4	-109.1	-51.5	Nov. 2	-178.5	-0.408	-0.032
Sept. 8	+8464	-23319	-11115	-0.6	-49.6	-23.4	26	-684.5	-0.166	-0.115
16	+1788	-24418	-11513	-1.2	-12.7	-6.0				
24	+4574	-25956	-12214	± 0.0	± 0.0	± 0.0				
Okt. 2	-10438	-28000	-13267	-3.3	-13.3	-6.3				
10	-15759	-30820	-14815	-17.3	-54.4	-25.7				
18	-20642	-34856	-17084	-48.7	-125.9	-59.8				
26	-25318	-40816	-20415	-105.3	-232.4	-110.9				
Nov. 3	-29823	-49429	-25114	-196.3	-382.1	-183.3				
11	-33287	-59435	-30341	-332.1	-588.9	-283.8				
19	-37124	-66147	-33061	-522.2	-872.2	-421.3				
27	-42858	-66366	-31190	-774.9	-1253.7	-604.8				

Polarkoordinaten des Baryzentrums

Ekliptik und Äquinoktium 1910.0. Oskulation: 1914 September 24.0 m. Z. Berlin.

1914 12 ^h m. Z. Berl.	1. Methode	2. Meth.	2. - 1. Meth.	L			B		
				1. Methode	2. Meth.	2. - 1. Meth.	1. Methode	2. Methode	2. - 1. Mth.
Juli 29	0.006538743	768	+2.5 · 10 ⁻⁸	305° 53' 6.270	6.279	+0.009	+1.564	+1.565	+0.001
Aug. 22	0.004813491	481	-1.0	328 55 4.189	4.150	-0.039	+0.928	+0.918	-0.010
Sept. 15	0.002280633	616	-1.6	352 10 50.046	49.991	-0.055	+0.117	+0.109	-0.008
Okt. 9	9.999336195	204	+0.9	15 44 33.638	33.590	-0.048	-0.723	-0.728	-0.005
Nov. 2	9.996466372	409	+3.7	39 37 37.195	37.197	+0.002	-1.457	-1.458	-0.001
26	9.994172596	622	+2.6	63 48 4.939	4.974	+0.035	-1.949	-1.947	+0.002

Bahnelemente des Baryzentrums

Ekliptik und Äquinoktium 1910.0.

Oskulation: 1914 Sept. 24.0 m. Z. Berlin.

Epoche: 1914 Aug. 22.5 m. Z. Berlin.

Darstellung der Örter des Baryzentrums
im Sinne Tafelwert—Bahnwert.

	1. Methode	2. Methode	1914 12 ^h m. Z. Berl.	1. Methode	2. Methode	1. Methode	2. Methode	1. Methode	2. Methode
<i>M</i>	228° 55' 20.156	228° 55' 22.728	Juli 29	+5 · 10 ⁻⁸	+2 · 10 ⁻⁸	-0.045	-0.016	-0.015	-0.010
<i>π</i>	101 25 9.152	101 25 6.625	Aug. 22	+6	+2	-0.001	-0.008	+0.007	+0.001
<i>Ω</i>	175 6 49.2	175 5 17.5	Sept. 15	+2	± 0	+0.037	+0.010	+0.013	+0.003
<i>i</i>	2.0852	2.0800	Okt. 9	-2	± 0	+0.048	+0.018	+0.012	+0.006
<i>φ</i>	0 57 26.6299	0 57 26.6423	Nov. 2	-5	+1	+0.006	+0.012	+0.005	+0.001
<i>μ</i>	3548.141661	3548.140725	26	-7	-4	-0.047	-0.020	-0.006	-0.009
log <i>a</i>	0.00000419	0.00000427							

Ungestörte rechtwinklige Koordinaten des Baryzentrums nebst Störungen
durch die großen Planeten und den Mond (geozentr. Koordinaten des Baryzentrums).

Äquator und Äquinoktium 1910.0. Oskulation: 1914 September 24.0 m. Z. Berlin.

1914 12 ^h m. Z. B.	<i>x</i> ₀	8. Dezimale		<i>y</i> ₀	8. Dezimale		<i>z</i> ₀	8. Dezimale	
		Plan.	⊙		Plan. + (⊙)	⊙		Plan. + (⊙)	⊙
Juli 29	+0.59505343	+312.1	-2434.1	+0.75455137	-587.9	-1497.7	-0.32731269	-284.4	-905.6
30	+0.60862578	+293.6	-1939.3	-0.74524564	-566.8	-1989.6	-0.32327604	-274.3	-1148.9
31	+0.62202594	+275.7	-1329.7	-0.73572906	-546.0	-2364.6	-0.31914791	-264.4	-1324.7
Aug. 1	+0.63525003	+258.6	-641.9	-0.72600424	-525.8	-2602.6	-0.31492945	-254.7	-1423.6
2	+0.64829425	+242.2	+84.1	-0.71607384	-506.0	-2692.4	-0.31062182	-245.2	-1441.3
3	+0.66115482	+226.5	+806.5	-0.70594061	-486.7	-2632.2	-0.30622620	-235.8	-1378.6
4	+0.67382804	+211.4	+1484.3	-0.69560732	-467.8	-2428.8	-0.30174380	-226.7	-1240.7
5	+0.68631023	+197.0	+2088.5	-0.68507683	-449.3	-2097.1	-0.29717586	-217.8	-1037.1

Tafel 3.

Normalörter des Planeten 433 Eros.						Sonnenkoordinaten.		
Nr.	M. Z. Berlin	α	δ	Äquin.	Autorität	$X_{\odot}$	$Y_{\odot}$	$Z_{\odot}$
1	1893 Okt. 31.0	91° 32' 16.7	+54° 7' 35.8	1890.0	Witt	-0.7793882	-0.5631738	-0.2443241
2	Dez. 21.0	116 49 41.4	+54 9 13.8			-0.0030251	-0.9022796	-0.3914430
3	1894 Jan. 25.0	111 11 0.4	+22 6 58.2			+0.5714120	-0.7356950	-0.3191734
4	Febr. 16.5	112 39 23.8	- 0 17 2.6			+0.8406424	-0.4770277	-0.2069514
5	1896 Juni 5.5	277 35 15.6	-39 58 39.3			+0.2498652	+0.9025832	+0.3915719
6	» 30.0	264 47 27.2	-36 20 6.6	1900.0	Millosewich	-0.1613855	+0.9209071	+0.3995196
7	1898 Aug. 18.5	319 47 37.9	- 6 20 13.3			-0.8386035	+0.5192669	+0.2252686
8	Sept. 20.5	309 23 22.2	- 6 20 57.1			-1.0029333	+0.0321220	+0.0159331
9	Nov. 4.5	315 39 14.2	- 4 42 8.1			-0.7295336	-0.6153792	-0.2669686
10	Dez. 30.5	342 9 48.3	+ 3 21 59.6			+0.1598986	-0.8900090	-0.3861096
11	1899 Febr. 8.5	8 11 24.0	+12 31 10.7	1900.0	Witt	+0.7563886	-0.5815146	-0.2522737
12	März 26.5	46 2 7.9	+22 11 16.4			+0.9925530	+0.0971907	+0.0421666
13	1900 Okt. 18.0	39 15 10.73	+50 38 4.91			-0.90542475	-0.38038975	-0.16502472
14	Nov. 17.0	26 2 8.14	+53 50 23.66			-0.57172751	-0.73956822	-0.32084335
15	Dez. 16.0	23 11 8.83	+44 56 20.34			-0.10177011	-0.89782313	-0.38949675
16	1901 Jan. 16.0	41 31 11.18	+31 42 41.40	1910.0	Witt	+0.42586670	-0.81354424	-0.35293190
17	Febr. 13.0	66 37 59.64	+20 19 37.16			+0.79969267	-0.53164877	-0.23063875
18 ¹⁾	1903 Juni 28.0	247 45 0.7	-37 43 57.0			-0.0978392	+0.9283741	+0.4027409
19	1905 Aug. 3.0	315 3 39.67	-13 13 44.00			-0.6587025	+0.7079385	+0.3071070
20	1907 Okt. 8.0	8 54 32.88	+37 30 52.47			-0.9690849	-0.2225851	-0.0965575
21	1910 Mai 21.0	240 28 5.57	-47 3 9.50	1910.0	Noteboom	+0.51365559	+0.80024657	+0.34714274
22 ²⁾	1912 Juli 30.0	303 57 16.46	-19 17 41.34			-0.60878717	+0.74515004	+0.32323468
23	1914 Okt. 4.0	348 24 16.49	+24 14 58.90			-0.98385940	-0.16426579	-0.07125300
24	Nov. 14.0	341 22 31.02	+18 19 34.07			-0.62012594	-0.70700014	-0.30668591

¹⁾ Nur 2 Beobachtungen.²⁾ Die Beobachtungen aus Washington sind nicht benutzt (AJ 29.15); 34 Einzelbeobachtungen.

Störungen durch alle großen Planeten für die Epochen der Normalörter.

Nr.	Ekliptik			δM	$\delta \mu$	$\delta \varphi$	Äquator			Zeit seit Oskulation (in Tagen)
	δi	$\delta \Omega$	$\delta \omega$				$\delta i'$	$\delta \Omega'$	$\delta \omega'$	
1	-0.817	+ 79.958	-375.131	+ 206.118	+ 0.07733	- 8.273	+ 9.156	+23.375	-316.697	-1736.0
2	+2.075	+ 62.186	-325.746	+ 186.544	+ 0.19728	-12.405	+ 9.179	+14.723	-277.328	-1685.0
3	+5.541	+ 55.695	-241.010	+ 145.077	+ 0.23239	-12.084	+11.016	+ 8.490	-193.607	-1650.0
4	+3.736	+ 53.651	-183.776	+ 114.130	+ 0.15645	- 9.564	+ 9.396	+10.221	-139.869	-1627.5
5	+3.852	+ 23.928	- 43.047	+ 21.995	+ 0.02154	+10.643	+ 5.849	+ 1.791	- 21.085	- 787.5
6	+3.934	+ 23.599	- 37.637	+ 17.428	- 0.00228	+ 9.054	+ 5.871	+ 1.596	- 15.830	- 763.0
7	-0.326	- 0.636	- 5.985	+ 7.704	- 0.02648	- 1.816	- 0.325	+ 0.236	- 6.813	+ 16.5
8	-0.825	- 1.944	-18.532	+ 22.712	- 0.07761	- 4.297	- 0.865	+ 0.506	-20.876	+ 49.5
9	-1.296	- 4.288	-29.375	+ 32.539	- 0.11999	- 5.919	- 1.509	+ 0.449	-33.972	+ 94.5
10	-1.566	- 7.424	-23.338	+ 21.006	- 0.10827	- 7.005	- 2.096	- 0.084	-30.558	+ 150.5
11	-1.511	-10.878	- 8.770	+ 3.188	- 0.05178	- 9.359	- 2.476	- 1.119	-18.493	+ 190.5
12	-1.171	-13.788	+ 4.137	- 9.782	+ 0.02962	-13.922	- 2.572	- 2.366	- 7.371	+ 236.5
13	+3.490	-63.846	+ 0.008	+ 59.648	- 0.02324	+24.560	- 5.139	-22.293	-43.534	+ 807.0
14	+3.687	-70.059	+ 2.624	+ 65.696	- 0.05674	+26.976	- 5.747	-24.281	-45.310	+ 837.0
15	+4.474	-77.323	+ 6.368	+ 70.291	- 0.10777	+30.161	- 6.036	-27.313	-46.095	+ 866.0
16	+5.304	-80.888	+ 5.490	+ 72.069	- 0.18630	+34.442	- 5.841	-29.367	-48.709	+ 897.0
17	+5.388	-81.105	+ 6.698	+ 66.017	- 0.24189	+37.499	- 5.804	-29.533	-47.572	+ 925.0
18	+7.383	-104.938	+245.277	-490.086	- 0.18192	+56.882	- 7.196	-38.736	+175.512	+1790.0
19	+0.286	-173.353	+330.534	- 840.892	- 0.29376	+29.510	-20.898	-48.886	+202.291	+2557.0
20	+2.618	-206.778	+431.230	-1187.232	- 0.21912	+34.512	-23.197	-61.202	+280.745	+3353.0
21	-2.273	-247.987	+439.287	-1593.017	- 0.42196	+29.998	-31.940	-66.522	+252.901	+4309.0
22	+2.948	-306.884	+469.206	-1937.374	- 0.39083	+48.775	-35.148	-89.635	+244.841	+5110.0
23	+1.323	-321.829	+695.864	-2554.099	- 0.43352	+36.966	-38.207	-91.751	+458.640	+5906.0
24	+1.136	-325.038	+715.158	-2577.921	- 0.39634	+41.822	-38.741	-92.411	+475.358	+5947.0

Die Masse des Systems Erde-Mond wird:

$$m_{\odot} + m_{\oplus} = 1/(328370 \pm 102).$$

Das in der Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft vom Jahre 1908 von Herrn Prof. *Witt* angegebene Resultat: $\nu_3 = 1470$ ist, wie derselbe mir mitteilte, dadurch entstellt worden, daß auf den Integrationsblättern für die Zeit nach 1903 die Störungswerte für die Erde in μ und L (Doppelintegral) einem um 10 Tage fehlerhaften Datum beigeschrieben worden waren. Die korrigierte Rechnung ergab den Wert

$$\nu_3 = +731 \pm 123$$

also eine etwas kleinere Korrektur als die meinige in dem gleichen Sinne einer Vergrößerung der Masse. Die abgeleitete Korrektur hat einen Betrag, der bei Berechnungen von hoher Genauigkeit ins Gewicht fallen kann; ihr mittlerer Fehler ist geringer als bei den früheren Bestimmungen. Für die Sonnenparallaxe ergibt sich nach der Formel (s. *Harkness*, The Solarparallax and its related constants):

$$\pi_{\odot}^{(m)} = (2.78323) \sqrt{m_{\odot} + m_{\oplus}}$$

wobei die Mondmasse nach *Hinks* zu $1/81.53$ der Erdmasse angenommen ist, der Wert:

$$\pi_{\odot} = 8''.799$$

ein Wert, der mit den bisherigen Bestimmungen durch Kleine Planeten übereinstimmt, jedoch auf anderem, indirektem Wege und unter Benutzung weiterer Konstanten gefunden wurde.

In der Darstellung der Normalörter durch die berechneten Elemente und mit der gefundenen Massenverbesserung (Tafel 4) fällt bei den Örtern 7 bis 12 (1898-99) und 13 bis 17 (1900-01) wiederum ein kleiner Gang in den übrigbleibenden Fehlern auf. Die eingangs erwähnte, von anderer Seite geäußerte Vermutung, daß diese Gesetzmäßigkeit von der Vernachlässigung der Störungen durch Merkur herrühren könnte, hat sich also als falsch erwiesen; durch Einsetzen der Merkurstörungen in die Bedingungsgleichungen erhielt ich nämlich folgende nur unbedeutende Änderungen des geozentrischen Ortes:

Normal-ort	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$	Normal-ort	$\Delta\alpha \cos \delta$	$\Delta\delta$
7	-0''.1	-0''.0	13	-0''.4	+0''.0
8	+0.1	+0.1	14	-0.2	-0.3
9	-0.1	-0.0	15	+0.1	+0.1
10	+0.0	+0.0	16	-0.1	+0.1
11	-0.1	-0.0	17	-0.6	-0.1
12	+0.0	+0.0			

Nun habe ich in Übereinstimmung mit den bisherigen Rechnungen von Herrn Prof. *Witt* für die Opposition 1898-99 die Normalörter von *Millosevich* (A. N. Nr. 3609) benutzt. Legt man aber die Ephemeridenkorrekturen zugrunde, die Dr. *Stracke* in seiner »Bearbeitung der Beobachtungen des Planeten 433 Eros in seiner Entdeckungsoption« ableitet, so erhält man folgende Korrekturen der Normalörter 7-12:

Normalort	$\Delta\alpha$	$\cos \delta \Delta\alpha$	$\Delta\delta$
7	-0''.24	-0''.24	-0''.06
8	-0.45	-0.45	-0.32
9	-0.72	-0.72	-0.55
10	-0.51	-0.51	+0.34
11	-2.01	-1.96	-0.01
12	-1.70	-1.58	-1.42

Die übrigbleibenden Fehler werden dann:

Normal-ort	$\cos \delta \Delta\alpha$	$\Delta\delta$	Normal-ort	$\cos \delta \Delta\alpha$	$\Delta\delta$
7	-1''.43	-0''.50	10	+0''.29	+0''.91
8	-0.64	-0.48	11	+0.62	+1.28
9	-0.23	+0.15	12	-0.92	-1.04

Es bleibt also eine, wenn auch weniger stark ausgeprägte Gesetzmäßigkeit bestehen, die noch der Aufklärung bedarf.

Die immerhin beträchtlichen Differenzen zwischen den beiden Wertsystemen der Normalörter 7-12 zeigen, daß Normalörter eines Planeten trotz aller Vorsicht bei ihrer Berechnung immer noch systematische Fehler enthalten können, die die Darstellung nicht unbedeutend beeinflussen. Eine genaue Diskussion der Beobachtungen in Bezug auf persönliche Fehler, Helligkeitsgleichung und Fehler im System der benutzten Sternörter ist also bei derartig gut beobachtbaren und genau berechenbaren Objekten unbedingt erforderlich.

Einen Versuch, durch Änderung der Erdbahnelemente eine bessere Darstellung zu erreichen, halte ich vorläufig für aussichtslos, da bei den in Betracht kommenden beiden Oppositionen die frühere die stärkeren Abweichungen aufweist, trotzdem der Planet 1900-01 eine viel geringere geozentrische Entfernung hatte. Eine Entscheidung hierüber ließe sich wohl nur an Hand möglichst langer Beobachtungsreihen von äußerster Genauigkeit fällen. Die sehr günstige Opposition 1930-31 wird hoffentlich geeignetes Beobachtungsmaterial liefern. Die Bahnelemente des Planeten selbst und die Erdmasse glaube ich aber mit einer Genauigkeit bestimmt zu haben, die selbst für eine derartige Untersuchung ausreichen wird.

E. Noteboom.

Störungsrechnung für den Kleinen Planeten 887 Alinda. Von K. Schütte.

Im Anschluß an Vorlesung und Übung über »Numerische Integration« von Prof. *A. Wilkens* rechnete ich im S. S. 1920 die Störungen des durch seine Bahnverhältnisse besonders interessanten Kleinen Planeten 887 Alinda für die nächste Opposition 1921. Den Ausgangspunkt bildeten die von Dr. *Stracke* aus der ersten, der Entdeckungsoption 1918 abgeleiteten Elemente (s. AN 4992).

Epoche und Oskulation 1918 März 15.5 m. Z. Gr.

$$\begin{aligned} M &= 17^{\circ} 19' 17''.6 & \varphi &= 32^{\circ} 13' 41''.8 \\ \omega &= 347 49 13.0 & \mu &= 880^{\circ} 09 53 \\ \Omega &= 110 58 36.1 & \log a &= 0.403651 \\ i &= 8 57 35.8 \end{aligned} \quad 1925.0$$

Unter Zugrundelegung eines 40-tägigen Integrationsintervalles wurden die Ekliptikalstörungen (in Einheiten der 7. Dezimale) berechnet. Die Störungsrechnung umfaßt alle Planeten mit Ausnahme des Neptun und Merkur; die Störungen des ersteren bleiben unmerklich, und die des letzteren sind, weil zu kurzperiodisch, vernachlässigt. Die Rechnung wurde, soweit erforderlich (Jupiter, Saturn), 6-stellig ausgeführt. Jupiter und Saturn wirken etwa in gleicher Richtung, infolgedessen wachsen die Störungen während der ganzen Zeit ziemlich gleichmäßig an. Zu bemerken wäre noch, daß zu Anfang und besonders am Ende des überbrückten Zeitraumes die Erdstörungen wegen der großen Nähe des Planeten zum