Ausbildung auf dem Gebiete der darstellenden Geometrie in ausgedehntem Maße benützt wird. Die vorgenommenen Änderungen bedeuten nur eine Erweiterung an einigen Stellen. Auf S. 24 ist auf die Entstehung der Ellipse durch Rollen eines Kreises hingewiesen. Wesentlich ausführlicher ist die stereographische Projektion (S. 293) behandelt, was sehr zu begrüßen ist, aber nur aus theoretischen Gründen; denn, daß sie „die zumeist übliche Abbildungsmethode für die Herstellung von Landkarten“ sei, werden die Kartographen kaum zugeben. Im Anschlusse hieran werden auch die flächentreue Zylinderprojektion, die Merkator-Projektion und die Zentralprojektion von De La Hire kurz besprochen. Der Abschnitt über Schraubenflächen schließt nun mit der Beschreibung und Abbildung einer eisernen Wendeltreppe (ohne Konstruktion). In einem „Anhange“ ist über „Einfachheit und Genauigkeit graphischer Konstruktionen“ ungefähr dasjenige vorgebracht, was Herr E. Papperitz in der Enzyklopädie d. math. Wissensch. III, AB 6 (und 9 und 10) aufgestellt hat. Diese schöne Darlegung kann wegen ihrer Knappheit natürlich nur als Anregung zu eingehenderer Beschäftigung mit der Geometrographie dienen (vgl. auch meinen Bericht über „Grüttner, Die Grundlagen der Geometrographie“).

Th. Schmid.

Cours de Géométrie infinitésimale. Par G. Demartres.
Paris, Gauthier-Villars, 1913.

Ziel und Zweck des vorliegenden, 455 Seiten starken Bandes ist es, den mit der Infinitesimalrechnung vertrauten Leser ohne Hinzuziehung ihm ungewohnter Hilfsmittel mit den hauptsächlichsten Lehren der Differentialgeometrie bekanntzumachen. Es verzichtet demnach auf das Rüstzeug der Differentialinvarianten und arbeitet stets mit möglichst elementaren, an die geometrische Anschauung anknüpfenden Methoden.

In einem die ersten sieben Kapitel umfassenden, einleitenden Teile wird der Versuch gemacht, unter Verzicht auf eine analytische Darstellung der betrachteten geometrischen Gebilde die Differentialgeometrie synthetisch aus den in einer Einleitung entwickelten Sätzen über unendlich kleine Größen zu entwickeln. Man kann nicht sagen, daß dieser Versuch geglückt ist; abgesehen von der unscharfen Formulierung der erwähnten Sätze (so wird beim Lesen des Satzes 2 auf Seite 2 und seines Beweises niemand darauf kommen, daß bei dem auszuführenden Grenzübergang die Zahl der auftretenden Größen a_k über jede Grenze wachsen kann, was für die Anwendung des Satzes (S. 7) wesentlich ist) scheint mir doch jeder Versuch, die Beweise dieses ersten Teiles wirklich streng zu gestalten, auf die analytisch-arithmetische Methode zurückführen zu müssen. Immerhin ist dieser Teil von Interesse als eine Zusammenstellung dieser geometrischen Methoden, die den Kern manches analytischen Beweises sehr schön hervortreten lassen, obgleich manche Entgleisungen zu berichtigen wären (vgl. § 27, der die Schmiegungskugel einer Raumkurve behandelt).

Der zweite Teil (Kap. VIII—XIV) behandelt die ebenen und räumlichen Kurven, der dritte (Kap. XV—XIX) die elementaren Teile der Flächentheorie. Die verwendete Methode besteht meist darin, bei der Untersuchung eines geometrischen Gebildes in der Umgebung eines Punktes M ein Koordinatensystem zu Grunde zu legen, das in geometrisch ausgezeichneter Beziehung zu dem

Punkte M steht, also z. B. bei Raumkurven das begleitende Dreikant in K , bei Flächen das Trieder der Normale und der Hauptkrümmungsrichtungen in M als Koordinatentrieder zu wählen. Dadurch wird natürlich sowohl die Rechnung als auch die geometrische Deutung der Resultate sehr erleichtert. Zu beanstanden wäre in diesen Teilen einmal die eigentümliche Art, mit welcher die Orientierungsfragen erledigt werden: so wird z. B. in der Theorie der ebenen Kurven die Normale konsequent mit der Orientierung vom Kurvenpunkt zum Krümmungsmittelpunkt versehen und das Koordinatensystem so gewählt, daß das Achsenkreuz x, y des Systems mit dem Kreuz Tangente-Normale durch ebene Bewegung zur Deckung gebracht werden kann, was natürlich zur Folge hat, daß ein und dasselbe Koordinatensystem nur bei der Betrachtung eines Wendepunktfreien Kurvenbogens verwendet werden kann. Ähnliches wiederholt sich bei der Orientierung der Binormale: es wird dabei das Koordinatensystem so gelegt, daß das begleitende Dreikant und das Koordinatentrieder gleichzeitig ein Rechts- oder Linkssystem bilden, was zur Folge hat, daß die Formel zur Berechnung der Torsion stets einen positiven Wert ergibt. Die Notwendigkeit, rechts- und linksgewundene Kurven zu unterscheiden, führt dann natürlich zu argen Undeutlichkeiten. Ferner finden sich manche Behauptungen vor, die zeigen, daß der Verfasser sich über die Voraussetzungen nicht immer ganz klar ist, welche für die Gültigkeit gewisser mathematischer Sätze nötig sind (vgl. S. 237 f. die Bemerkung über die Entwickelbarkeit einer implizit gegebenen Funktion in eine Taylorsche Reihe). Von diesen Mängeln abgesehen, müssen die Entwicklungen des Verfassers durchaus als elegant und anregend bezeichnet werden. Hervorzuheben ist u. a. die vom Autor selbst herrührende Definition der geodätischen Torsion, die deren Invarianz gegenüber Inversionen in Evidenz setzt (S. 264) und die Theorie der bei Bewegung eines variablen Kreises erzeugten Flächen (§ 87).

Der vierte Teil (Kap. XX—XXIV) stellt sich auf einen etwas allgemeineren Standpunkt, indem er mit krummlinigen Koordinaten auf den Flächen arbeitet. Behandelt werden hier besonders ausführlich die Theorie der geodätischen Krümmung und der geodätischen Linien, ferner die Flächen zweiter Ordnung, denen das letzte Kapitel gewidmet ist.

Den Schluß des Buches bildet eine reichhaltige Aufgabensammlung, die teilweise zur Ergänzung des behandelten Stoffes Dinge bringt, die über den Inhalt des Vorgetragenen hinausgehen.

Nach dem Vorworte, das P. Appell geschrieben hat, hat der Verfasser in langjähriger Vorlesungstätigkeit seinen Stoff behandelt. Das ist auch an der meisterhaften Art, mit der eine große Fülle von Material ausführlich und doch in verhältnismäßig engem Rahmen dargestellt ist, zu erkennen. Um so mehr müssen einige Versehen wundernehmen, die dem Autor unterlaufen sind; ich nenne nur die unsinnige Behauptung über den Verlauf der Krümmungslinien in der Umgebung eines Nabelpunktes (S. 126) und die gleichfalls haarsträubende Begründung des Ausdruckes „Rückkehrkante“ (S. 299). Das Buch wird als elementares Lehrbuch gewiß gute Dienste leisten.

Radon.

Vorlesungen über ausgewählte Gegenstände der Geometrie.
Von E. Study. Zweites Heft, herausgegeben unter Mitwirkung von W. Blaschke: Konforme Abbildungen einfach zusammenhängender Dreiecke. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1913.